第 29 卷 第 6 期 自 动 化 学 报 Vol. 29, No. 6
2003 年 11 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Nov., 2003

综述人脸识别中的子空间方法[1)]

刘青山 卢汉清 马颂德
(中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室 北京 100080)
(E-mail: {qsliu, luhq, masd}@nlpr. ia. ac. cn)

摘 要 如何描述每个个体人脸的特征,使之区别于其他个体,是人脸识别研究中的关键问题之一. 近年来提出了大量的方法,其中随着主元分析在人脸识别中的成功应用之后,子空间分析因其具有描述性强、计算代价小、易实现及可分性好的特点,受到了广泛的关注. 文中结合近年来已发表的文献,按照线性和非线性的划分,对子空间分析在人脸识别中的应用作一回顾、比较和总结,以供其他人参考.

关键词 主元分析,子空间分析,人脸识别.
中图分类号 TP391.4

A Survey: Subspace Analysis for Face Recognition

LIU Qing-Shan LU Han-Qing MA Song-De
(*National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100080)
(E-mail: {qsliu, luhq, masd}@nlpr. ia. ac. cn)

Abstract For face recognition, how to extract discriminant features from face images is a key problem. Many methods have been proposed, and among these methods the subspace analysis has been given more and more attention owing to its good properties, since principal component analysis (PCA) was applied successfully. In this paper, all the subspace analysis methods which have been successfully applied to face recognition will be reviewed and some summaries will be given.

Key words Principal component analysis, subspace analysis, face recognition

1 引言

由于人脸识别在身份认证、视觉监控以及人机接口等方面有着广泛的应用前景,从而成为近年来计算机视觉与模式识别领域的一大研究热点. 简单地说,人脸识别技术就是指利用

1) 国家"863"计划项目(2001AA114140)和国家自然科学基金(60135020)资助
Supported by National "863" Project(2001AA114140) and National Natural Science Foundation of P. R. China(60135020)
收稿日期 2002-07-24 收修改稿日期 2003-04-04
Received July 24, 2002; in revised form April 4, 2003

计算机技术从包含人脸的静止图像或视频序列图像中提取人脸的个性化特征，并以此自动识别出人的身份. 因此，如何有效地从人脸图像中抽取和描述每个个体的特征，使之区别于其他个体，是人脸识别研究的关键问题之一. 在实际的人脸识别系统中，人脸个性化特征的抽取好坏要受表情、姿态、光照等因素的制约，也受人脸检测[1,2]、人脸跟踪[3]等相关工作的影响. 近年来人们提出了大量的方法，详细情况可参见文献[4～7].

人脸识别的特征抽取与描述方式可分为基于几何特征和基于统计特征两大类. 早期的人脸识别研究主要是基于几何特征[8]. 其基本思想就是利用人脸上的一些特征点(例如眼、鼻、嘴等)的相对位置和相对距离，再辅以人脸轮廓的形状信息. 其最大缺点是识别的准确率完全依赖于几何特征的提取，而这些几何特征的提取对光照、表情、姿态等变化非常敏感，所以稳定性不高，识别率较低. 近年来提出的方法大多数是基于统计特征的. 比如：模板匹配方法[9]就是把数据库中的人脸图像当作模板，结果表明性能要明显优越于基于几何特征的方法；在 FERET 测试[10]中取得很好效果的弹性图匹配方法[11]实际上是基于局部统计特征的；文献[12,13]在利用局部统计特征的同时，还结合了人脸的全局统计特征；结合隐马尔可夫模型的方法[14]；基于形状和表面全局纹理特征的方法[15]；以及本文要详细介绍的子空间方法等等.

人脸图像的维数通常都是非常高的，而实际上人脸图像在这样高维空间中的分布很不紧凑，因而不利于分类，并且在计算上的复杂度也非常大. 为了得到人脸图像的较紧凑分布，Kirby 等[16]和 Turk 等[17]首次把主元分析的子空间思想引入到人脸识别中，并获得了较大的成功[10]. 随后子空间分析方法就引起了人们的广泛注意，从而成为了当前人脸识别的主流方法之一. 子空间分析的思想就是根据一定的性能目标来寻找一线性或非线性的空间变换，把原始信号数据压缩到一个低维子空间，使数据在子空间中的分布更加紧凑，为数据的更好描述提供了手段，另外计算的复杂度也得到了大大降低. 子空间分析除了有线性和非线性空间变换之分外，根据不同的性能目标要求，得到的子空间也是不一样的. 目前在人脸识别中得到成功应用的线性子空间方法有：主元分析(principal component analysis/PCA)、线性判决分析(linear discriminant analysis/LDA)、独立元分析(independent component analysis/ICA)和非负矩阵因子(non-negative matrix factorization/NMF)，基于核技术的非线性子空间分析方法有：核主元分析(kernel PCA/KPCA)和核 Fisher 判决分析(kernel fisher discriminant analysis/KFDA)等. 下面将按照线性和非线性分类，对子空间分析在人脸识别中的应用作一回顾、比较和总结.

2 线性子空间分析

2.1 主元分析

主元分析的思想来源于 K-L 变换，目的是通过线性变换找一组最优的单位正交向量基(即主元)，用它们的线性组合来重建原样本，并使重建后的样本和原样本的误差最小. 在数学上，主元分析就是通过解特征值问题来对角化协方差矩阵 S，

$$S = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\boldsymbol{x}_i - \bar{\boldsymbol{x}})(\boldsymbol{x}_i - \bar{\boldsymbol{x}})^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

$$\lambda \boldsymbol{w} = S\boldsymbol{w} \tag{2}$$

其中 N 表示样本的总个数,$\bar{x}$ 是所有样本的均值. 把特征值按降序排列,$\lambda_i \geqslant \lambda_{i+1}$,选择对应前 m(通常 $m<n$)个非零特征值的特征向量作为主元. 因此原空间的样本就可以用在低维主元子空间上的投影系数 a_i 来描述.

$$y = \sum_{i=1}^{m} a_i w_i \tag{3}$$

在人脸识别上的应用最早是由 Kirby 等[16]提出来的, Turk 等[17]后来把它成功地发展为特征脸(Eigenface)方法,用于正面的人脸识别. 特征脸的的思想就是从训练图像中,通过主元分析得到一组特征脸图像(即对应的主元),那么任意给定的人脸图像都可以近似为这组特征脸图像的线性组合,用组合的系数作为人脸的特征向量. 经典的特征脸方法是采用基于 Euclidean 距离的最近中心分类器[17],后来比较常用的是基于 Euclidean 距离的最近邻,也有采用基于 Mahalanobis 距和余弦角的[18].

随着特征脸方法的成功之后,随后出现了许多种基于主元分析的人脸识别方法. Pentland 等[19]利用对每个视角都作局部主元分析,来实现多视角人脸识别. Moghaddam 等[20]根据主元分解后的两个正交的子空间的特性,提出基于主元分析的贝叶斯框架. 文中讨论了在简单情况下可用单高斯函数来描述样本在主元子空间的分布,在存在光照、姿态等变化的复杂情况下,应选择混合高斯形式,混合高斯的参数可通过 EM 算法[21]来估计. 不过对人脸识别而言,用混合高斯来描述有些不切实际,因为它通常需要一定量的训练样本才能得到可靠的结果. Liu 等[22,23]提出结合主元分析的概率推理模型,假设在主元子空间中每类的类条件概率服从一正态分布. 基于分层的主元概率子空间方法[24,25]的思想是分别用主元分析去提取与描述人脸的类内变化和类间变化的特征,然后再结合文献[20]中的思想,用贝叶斯决策规则来分类. 实验的结果表明结合贝叶斯分类框架和主元分析的人脸识别方法比经典特征脸方法要优越些,这说明了贝叶斯决策的优越性. 文献[26]中提出了 Eigenhill 的方法实际上是先对原始图像采用边缘滤波和局部平滑的预处理,再利用主元分析提取特征,实验表明可以更有效地处理人脸图像中的丰富表情变化.

主元分析中主元选取的优先级通常是按对应的特征值大小来确定的,特征值越大,其优先级就越高. 但是就人脸识别而言,应该选择多少个主元是最佳的,目前常用的标准有两种:1)当对应的特征值和最大的特征值相比小于一定值时就不要了;2)选择的特征值之和与总的特征值之和的比值要大于等于 0.9. 关于主元数量与识别率之间的关系,在文献[18,27]中有较详细的实验分析.

尽管主元分析在人脸识别中取得了不错的效果,但是由于它是以所有样本的最优重建为目的,因此对于描述不同类样本之间的差异而言,它不一定是最优的描述. 从这个意义上说,用它来描述人脸识别的特征是不充分的.

2.2 线性判决分析

线性判决分析不同于主元分析,它是以样本的可分性为目标,寻找一组线性变换使每类的类内离散度最小,并且使类间的离散度达到最大,因此从理论上说,比较适合于模式识别问题. 经典的线性判别分析中使用的是 Fisher 准则函数,所以线性判决分析又被称为 Fisher 线性判别分析(Fisher LDA /FLDA). Fisher 准则函数定义为

$$J(w) = \arg\max_{w} \frac{|w^{\mathrm{T}} S_b w|}{|w^{\mathrm{T}} S_w w|} \tag{4}$$

其中类间离散度 S_b 和类内离散度 S_w 为

$$S_b = \sum_{i=1}^{C} N_i(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

$$S_w = \sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{N_i}(\boldsymbol{x}_j^i - \boldsymbol{\mu}_i)(\boldsymbol{x}_j^i - \boldsymbol{\mu}_i)^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

在数学上，求解函数(4)就等同于求解 $S_w{}^{-1}S_b$ 的特征值问题.

但是对人脸识别的应用来说，由于通常没有足够的训练样本来保证类内离散度矩阵 S_w 为满秩，无法直接求解，因此需要加入一定的条件或策略才行. Swets 等[28]最先提出结合主元分析的线性判决方法，即先用主元分析降维，获得原样本的最优特征表示(*MEF*)子空间，并保证在 *MEF* 空间中类内离散度是非奇异的，然后再在此基础上作线性判决分析. 后来 Belhumeur 等[29]把它发展为 Fisher 脸(Fisherface)方法，并在光照变化、表情变化以及有无戴眼镜的情况下与特征脸方法作了比较，实验结果表明在图像变化不大的情况下两者的性能差不多，但是在有光照、表情等变化的情况下，Fisher 脸要比特征脸鲁棒. 另外他们还发现在特征脸方法中，对应前三个最大特征值的主元对光照的变化比较敏感. Zhao 等[30,31]也对此方法也作了深入的研究，并实现了一个实际系统. 此系统在 *FERET* 测试框架下取得了很好的评价[10]. 系统的示意图如图 1 所示.

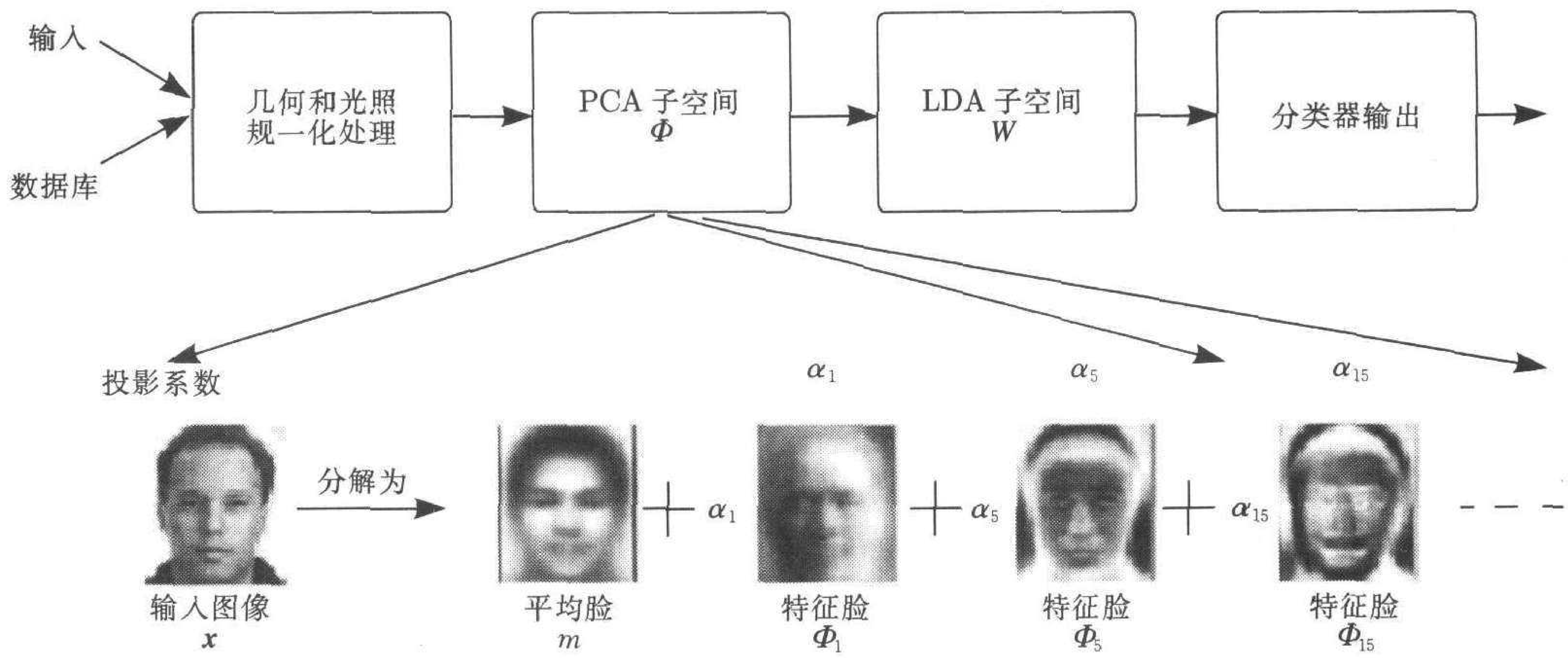

图 1 结合主元分析的线性判决分析系统结构图

Fig. 1 The system combines LDA with PCA

Liu 等[32]用同时对角化 S_b 和 S_w 的方法，来避免求逆的过程，在本质上就是直接除去 S_w 的零空间. 从 Fisher 准则(4)可看到：最优解应该是使 $|\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}S_b\boldsymbol{w}| \neq 0$，且 $|\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}S_w\boldsymbol{w}| = 0$. 这说明最优解属于 S_w 的零空间，然而上述的结合主元分析的策略和文献[32]的策略都是以牺牲 S_w 的零空间的为代价的.

为了避免这种情况，Yu 等[33]提出一种新的策略：先去掉 S_b 的零空间，然后再使类内离散度最小化(称之为 Direct LDA /DLDA). 因为 LDA 最终降维的结果取决于 S_b 的秩的大小，并且通常存在这样的关系：$\mathrm{rank}(S_b) \leqslant C-1 \leqslant \mathrm{rank}(S_w) \leqslant N-C$，其中 C 和 N 为总的类数和总的训练样本数，因此在表面上 DLDA 没有丢掉 S_w 的零空间，但是在去掉 S_b 的零空间的同时，也间接地丢掉 S_w 零空间的信息. Chen 等[34]提出采用 S_w 零空间的策略(称为零空间方法). 思想是：先求出 S_w 的零空间，将原样本投影到 S_w 零空间上，再使类间离散度为最大.

由于 S_w 零空间的求解必须要在 $n \times n$ 这样大的维数矩阵上进行运算，n 为图像的维数，通常 $n \gg N$，如果直接计算的话，其计算和存储的代价都非常大，所以文献[34]中预先采用了一种称为 Pixel Grouping 的特征抽取方法来降低计算的复杂度. Huang 等[35]针对零空间方法中计算复杂度高的缺点，提出了一种简化的零空间方法. 它是基于这样的事实来简化的：因为在 S_w 零空间中有可能出现同时存在 $|\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}} S_w \boldsymbol{w}| = 0$ 和 $|\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}} S_b \boldsymbol{w}| = 0$ 的情况，而这样的 $\boldsymbol{w}$ 会对分类带来不确定性，所以应该要避免出现这种情况. 可以证明 S_w 零空间和 S_b 零空间的交集属于总的离散度 S(见式(1))的零空间[35]，因此可以先去掉 S 的零空间，得到较低维的子空间，然后在这个较低维的子空间中再使用零空间的方法，实验结果显示零空间的方法要比 Fisher 脸和 DLDA 好.

在文献[30,31,36]中还探讨了扰动的策略，就是用 $S_w + \mu I$ 来代替 S_w，其中 μ 是相对于 S_w 的特征值很小的一个正数，I 是单位阵. 从理论上来说也是可行的，但是由于图像的维数往往非常高，所以在计算上是不切实际的.

另外，文献[36～38]中是结合 Foley-Sammon(F-S)变换[39]来求解 Fisher 准则(4). 其思想是在满足 Fisher 准则求极值的条件下，先求一组满足正交条件的最佳判决矢量，然后再将高维的特征矢量投影到这些判决矢量上.

基于线性判决分析的人脸识别方法在 FERET 测试系统[10]中，以及文献[29]中的评价都比基于主元分析方法好，但是最近也有一些不同的意见，比如：Martinez 等[40]发现在少量的训练样本情况下，主元分析要优于线性判决分析；在文献[41]的测试框架下，线性判决分析也没有主元分析稳定. 主要原因可能是在小样本的情况下，用式(5)和(6)计算得到的类内和类间离散度不足以描述实际的人脸变化，也有可能是由于 S_w 非满秩引起的. 另外，它还有一个缺点就是，当每类的训练样本只有一个时，它是无法求解的.

2.3 独立元分析

主元分析和线性判决分析都是基于训练样本集的二阶统计信息，而忽视了高阶统计信息. 实际上高阶统计信息有时对识别来说也是非常有用的. 独立元分析的思想就是通过线性变换，从训练样本中找到一组相互独立的基(独立元)，并以此来描述样本数据. 主元分析实际上是在二阶统计意义下的去相关，而独立元分析是要在所有阶统计意义下的去相关，从而使信号的二阶统计和高阶统计信息都得到了有效利用[42]，因此主元分析也可被认为是独立元分析的推广. 图 2 就是主元分析和独立元分析很直观的示意.

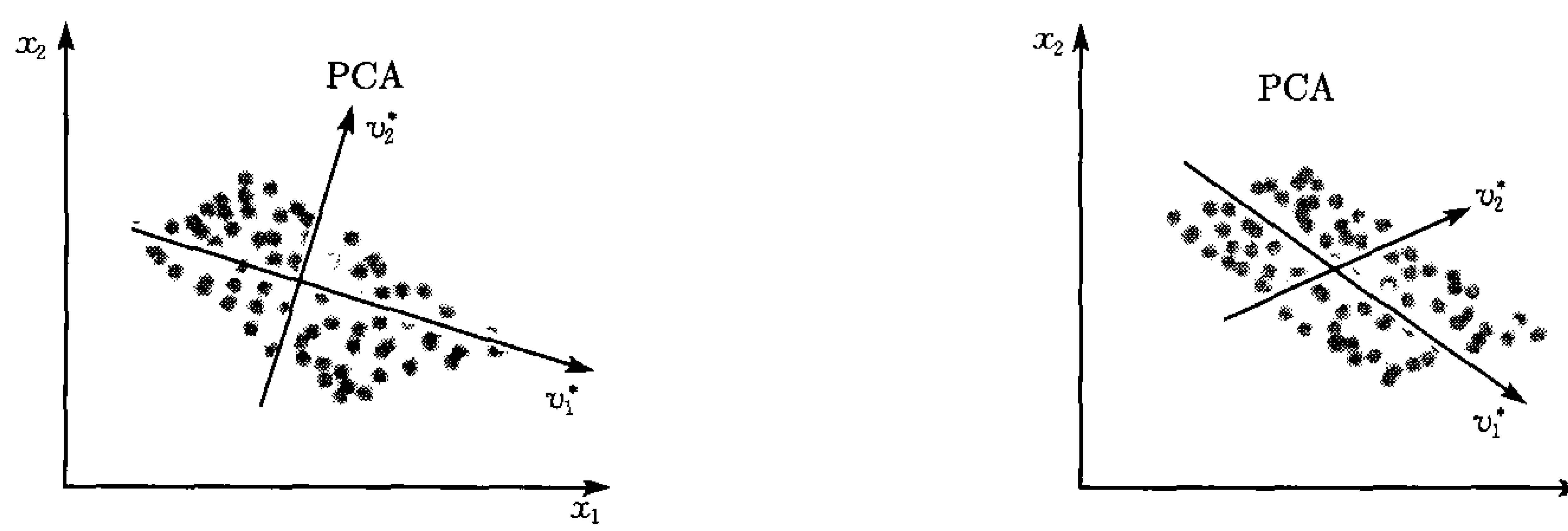

图 2 主元分析和独立元分析

Fig. 2 PCA vs ICA

独立元分析要基于所有阶的统计信息，所以在求解上就没有主元分析和线性判决分析那么容易. 目前比较流行的求解方法有三种[43,44]：1)基于信息论的方法；2)固定点算法；3)联合近似对角化特征矩阵的方法. 其中固定点算法[45]最为简单和快捷，它把独立元 $\boldsymbol{w}$ 的求解过程简化为如下简单的迭代过程

$$\boldsymbol{w}^{*}(k) = C^{-1}E\{\boldsymbol{x}g(\boldsymbol{w}(k-1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x})\} - E\{g'(\boldsymbol{w}(k-1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x})\}\boldsymbol{w}(k-1) \tag{7}$$

$$\boldsymbol{w}(k) = \boldsymbol{w}^{*}(k)/\sqrt{\boldsymbol{w}^{*}(k)^{\mathrm{T}}C\boldsymbol{w}^{*}(k)} \tag{8}$$

其中 C 是协方差矩阵，g 是一种非线性函数[45]，g'是 g 的导数形式.

独立元分析主要是应用在盲信号分离上[44]. 它在人脸识别上应用是由 Bartlett 等[46]第一次提出的，把人脸图像看作为多个相互独立的基图像的线性叠加. 文献[47]是先用独立元分析提取特征，然后结合支持向量机来提高分类效果. 文献[48]对独立元分析作了较详细的评价分析，并与特征脸和 Fisher 脸进行了实验比较，结果显示独立元分析略好于后两者. 实验结果还表明先用 PCA 对原数据进行降维，可以提高独立元分析的识别性能，但是对降维的维数很敏感. 另外，文中还指出结合贝叶斯分类框架，可以进一步提高识别性能. 但是在文献[24]中的比较结果是独立元分析和主元分析的识别率近似相同的，文献[49]指出在选择各自最佳的距离度量后，独立元分析明显不如主元分析. 在主元分析中通常是根据特征值的大小来自动选择主元的，但是对于如何有效地、自动地选取对分类有用的独立元，目前还没有一个很好的标准，通常都是根据经验来选取的. 可能这是导致上述不同结论的原因之一. 另外独立元分析的计算复杂度要明显高于主元分析.

2.4 非负矩阵因子

神经科学和认知科学的相关研究结果表明，利用对象的局部稳定性有时对识别对象是非常有利的[50,51]. 而主元分析、线性判决分析学习得到的基图像是一种全局的描述. 尽管在自然场景的图像中，独立元分析也类似于一个边缘滤波器[52]，但是用基图像的线性组合来描述原图像时，可能会存在复杂的减性关系，不符合由局部累加为一个整体的直观性. 当然主元分析和线性判决分析也一样存在这样的弱点. 非负矩阵因子的思想[50,53]就是想找一线性子空间 W，使原样本 X 在 W 上的投影 H 和 X 之间的关系满足：$X \approx Y = WH$，且 W，H 中的所有元素都是非负的. 为了求解能满足这一条件的子空间 W，Lee 等[50,53]定义了目标函数 D 使其最小化.

$$D(X \parallel Y) = \sum_{i,j}\left(X_{i,j}\log\frac{X_{i,j}}{Y_{i,j}} - X_{i,j} + Y_{i,j}\right) \tag{9}$$

并推导出可用下面的迭代过程来求得 W.

$$W_{i,j} \leftarrow W_{i,j}\sum_{k}\frac{X_{i,k}}{(WH)_{i,k}}H_{j,k} \tag{10}$$

$$W_{i,j} \leftarrow \frac{W_{i,j}}{\sum_{k}W_{k,j}} \tag{11}$$

$$H_{i,j} \leftarrow H_{i,j}\sum_{k}W_{k,i}\frac{X_{k,j}}{(WH)_{k,j}} \tag{12}$$

实验结果还表明这样的基图像还能描述局部特性.

Stan. Li 等[54,55]为了得到更强的局部特性，在求解目标函数(9)时，加入了一些约束条件，比如使 W 尽可能具有正交性等(称之为 Local NMF /LNMF)，并在人脸检测[55]和人脸

识别[54]中进行了验证，图 3 是分别用 LNMF 和 NMF 学习得到 25 个基图像的示意图(左边是 LNMF，右边是 NMF)，图 4 是分别用 PCA、NMF 和 LNMF 方法重建的图像比较.(左边是 25 个，右边为 49 个基重建的结果).

图 3 LNMF 和 NMF 学习得到的 25 个基图像

Fig. 3 25 basis images learned from LNMF and NMF

LNMF NMF PCA

图 4 由 LNMF、NMF 和 PCA 重建的图像结果

Fig. 4 Reconstructed images of LNMF, NMF and PCA

目前在人脸识别[53,54]中只有和主元分析的比较分析，也没有用大量的实验来验证它的鲁棒性. 另外，对于子空间基的个数的选定等，也没有一个可参考的标准. 关于非负矩阵因子的研究文献还不多，所以还有待于进一步的研究.

3 基于核的非线性子空间分析

基于线性子空间分析的人脸识别，实际上是把实际人脸图像中存在的表情、姿态以及光照等复杂的变化进行了线性简化，因此不可能得到充分的描述. 最近非线性的核技术由于其在支持向量机[56]上的成功应用，引起了广泛关注. 核技术的思想就是利用一非线性映射，把原空间的数据映射到一隐特征空间 F 中：$\Phi: \boldsymbol{x} \in R^n \rightarrow \Phi(\boldsymbol{x}) \in F$，然后在隐特征空间中对数据进行分析，而在计算上，并不需要明确的计算这个非线性变换 Φ，只需要通过一点积核函数来计算在隐特征空间 F 中两两向量的点积即可. 常用的核函数有三种：多项式核、径向基核和 Sigmoid 核[56]. 式(13)为多项式核函数.

$$k(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = (\Phi(\boldsymbol{x}) \cdot \Phi(\boldsymbol{y})) = (a(\boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{y}) + b)^d \tag{13}$$

基于核的非线性子空间分析就是把核技术和线性子空间分析有机结合起来的方法. 目前已用在人脸识别中的有核主元分析[57]和核 Fisher 判决分析[58,59].

3.1 核主元分析

核主元分析就是先用核技术把原始数据投影到隐特征空间 F 中，再对其作主元分析，那么就得到了相对于原空间的一个非线性主元子空间. 根据主元分析的原理，求解在隐特征

空间 F 中的主元就等同于求解如下的特征值问题[57]：

$$\lambda w^{\Phi} = S^{\Phi} w^{\Phi} \tag{14}$$

其中，S^{Φ}表示样本在隐特征空间 F 中投影的离散度矩阵. 因为所有的对应于 $\lambda \neq 0$ 的特征向量 w^{Φ}必存在于由 $\Phi(x_1),\Phi(x_2),\cdots,\Phi(x_N)$所张成的空间中，因此 w^{Φ}可以用它们的线性组合来表示：

$$w^{\Phi} = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \Phi(x_i) \tag{15}$$

把式(15)代入式(14)中，就变成了解下面的特征值问题：

$$N\lambda\alpha = K\alpha \tag{16}$$

其中 K 为 $N \times N$ 的矩阵，$K_{i,j}=k(x_i,x_j)=(\Phi(x_i),\Phi(x_j))$. 选择对应于前 m 个大特征值的特征向量作为隐特征空间 F 中的主元，那么原空间中数据 x 在 w^{Φ}上的投影就是

$$\beta = (w^{\Phi} \cdot \Phi(x)) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i k(x_i, x) \tag{17}$$

详细分析可参见文献[57].

核主元分析在人脸识别中的应用首次是由 Yang[60] 提出的，并和特征脸方法进行了比较，后来还和独立元分析进行了比较[61]，实验结果表明核主元分析具有一定的优越性. 文献[61]还分析了三者之间在取得最好结果时所需的基个数大体是：独立元分析最多，核主元分析其次，主元分析最少. 这可能跟独立元分析的基个数选择带有主观经验有关；核主元分析比主元分析多，可能由于核主元分析先要把原始数据进行复杂的非线性处理. 文献[62]是核主元分析和支持向量机结合起来，进一步提高识别性能. 相关的工作还有在人脸检测中的应用[63].

核主元分析尽管比主元分析能更有效地描述人脸的复杂变化，但是它和主元分析一样，得到的非线性主元是基于所有样本的最优重建这一目标的，所以对于分类也不一定是最优的. 文献[61,64]中的实验结果显示，核主元分析有时比线性判决分析的识别效果还要差，也说明了它的这一缺点.

3.2 核 Fisher 判决分析

核 Fisher 判决分析是结合了核技术和线性判决分析的思想，来提取非线性的判决特征. 图 5 是 PCA，LDA，KPCA 和 KFDA 之间差别的示意图[65].

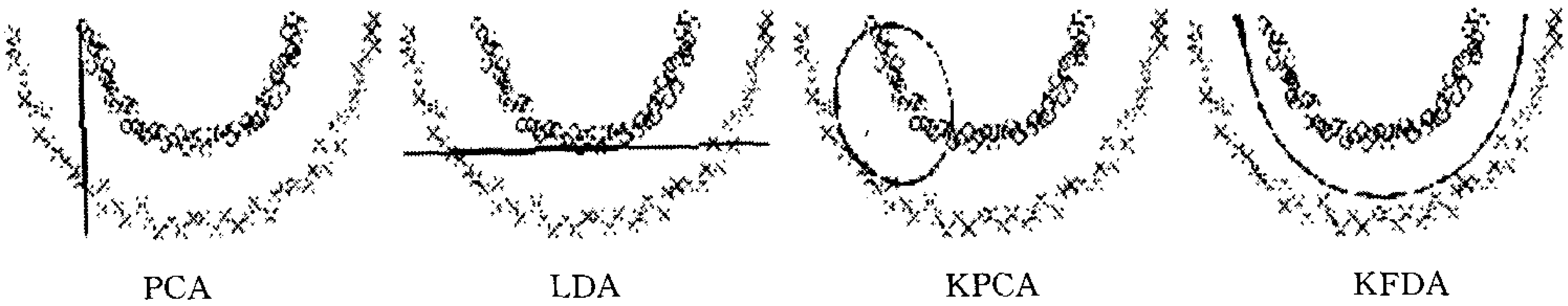

图 5 PCA、LDA、KPCA 和 KFDA 的比较示意图

Fig. 5 Comparison of PCA, LDA, KPCA and KFDA

和核主元分析不同的是在隐特征空间 F 中运用线性判决分析，也就是寻找一变换使样本在隐特征空间 F 中的类内离散度尽可能小，而类间离散度尽可能大，即使下式最大[58,59]

$$J(w^{\Phi}) = \arg\max_{w^{\Phi}} \frac{|(w^{\Phi})^{\mathrm{T}} S_b^{\Phi} w^{\Phi}|}{|(w^{\Phi})^{\mathrm{T}} S_w^{\Phi} w^{\Phi}|} \tag{18}$$

其中 S_b^{φ} 和 S_w^{φ} 分别表示样本在隐特征空间中的类间离散度和类内离散度矩阵. 同理,结合式(15),就把式(18)的求解问题变成了求解 $K_b^{-1}K_w$ 的特征值问题. 定义 $K_j=(K_{1,j},K_{2,j},\cdots,K_{N,j})^{\mathrm{T}}$, $m_i=\frac{1}{N_i}\sum_{j=1}^{N_i}K_j$ 和 $m=\frac{1}{C}\sum_{i=1}^{C}m_i$,那么

$$K_b=\sum_{i=1}^{C}N_i(m_i-m)(m_i-m)^{\mathrm{T}} \tag{19}$$

$$K_w=\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{N_i}(K_j-m_i)(K_j-m_i)^{\mathrm{T}} \tag{20}$$

由于它既有线性判决分析的特点,又能有效地描述数据中复杂的非线性关系,所以从理论上应该比核主元分析更适合于模式识别问题. Li 等[65]提出用它来描述不同视角下人脸特征的变化,构造出人脸特征变化的个性化曲面. 文献[61,64]提出用它进行人脸识别. 表 1 给出的是 KFDA、KPCA 和 Fisher 脸在 ORL 库上的实验比较[64]. 其中,核函数为多项式核,每个人任意用 5 幅图像训练,另外 5 幅图像测试,表 1 中给出的是 10 次实验的平均结果.

表 1 在 ORL 库上的部分实验结果

Table 1 Experimental results on the ORL database

方法	Fisher 脸	KPCA $d=2$	KPCA $d=3$	KPCA $d=4$	KFDA $d=2$	KFDA $d=3$	KFDA $d=4$
识别率(%)	93.30	93.75	92.75	91.70	95.35	94.30	92.25

上表的结果显示 KFDA 要比 KPCA 和 Fisher 脸好,但是多项式核函数的阶次 d 也对 KFDA 和 KPCA 的性能有很大的影响,这也说明了在使用基于核的非线性子空间分析时,参数的选择也是很重要的,因为不同的参数得到的隐空间是不同的. 当然不同的核函数得到的结果也肯定是不同的,因为使用了不同的映射方式. 在文献[66]中,还引入了一种基于几何的特征向量选择方案[27]来减小它的计算和存储代价. 在其他的模式识别问题中应用有:人脸检测[68]、姿势识别[69]等.

目前还没有文献对它作大数据集的测试,或在 FERET 这样的测试系统上测试,也没有较详细地调查它在小样本的情况下的性能,以及对光照、表情等变化的鲁棒性. 另外,关于核函数及其参数的选择,目前还是一个开放的问题. 核 Fisher 判决分析也无法处理每类只有一个训练样本情况下的人脸识别问题.

4 总结

子空间分析方法由于其具有计算代价小、描述能力强、可分性好等特点,已经成为了人脸识别中的主流方法之一. 文中详细地回顾和分析了在人脸识别研究中的子空间分析方法,并总结如下:1)每种子空间方法都有优缺点,都已成功应用于人脸识别中;2)从理论上、以及大多数的实验结果来看,基于可分性考虑的判决分析方法在人脸识别的应用中有一定的优越性;3)从研究发展来看,基于核的非线性子空间分析将倍受关注,但还有待于进一步研究.

References

1 Hjelmas E, Low B K. Face detection: A survey. *Journal of Computer Vision and Image Understanding*, 2001, **83**(3):236~274

2 Yang M H, Ahuja N, Kriegman D. Detecting faces in images: A survey. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, **24**(1): 34～58

3 Toyama K. Prolegomena for robust face tracking. MSR- Tech-Report-98-65, Microsoft, 1998

4 Samal A, Iyengar P. Automatic recognition and analysis of human faces and facial expressions: A survey. *Pattern recognition*, 1992, **25**(1): 65～77

5 Zhao W, Chellappa R, Rosenfeld A, Phillips P J. Face recognition: A literature survey. CS-Tech Report-4167, University of Maryland, 2000

6 Zhou J, Lu C Y, Zhang C S, Li Y D. A survey of face recognition. *Acta Electronica Sinica*, 2000, **28**(4): 102～106 (in Chinese)

7 Chellappa R, Wilson C L, Sirohey S. Human and machine recognition of faces: A survey. *Proceedings of the IEEE*, 1995, **83**(5): 705～740

8 Bledsoe W. Man-machine facial recognition. Tech Report PRI-22, Panoramic Research Inc. , Palo Alto, CA, 1966

9 Berto R, Poggio T. Face recognition: Feature versus templates. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1993, **15**(10): 1042～1052

10 Phillips P J, Moon H, Rizvi S, Rauss P. The feret evaluation methodology for face recognition algorithms. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, **22**(10): 1090～1104

11 Wiskott L, Fellous J M, Malsburg C. Face recognition by elastic bunch graph matching. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, **19**(7): 775～779

12 Lam K M, Yan H. An analytic-to holistic approach for face recognition based on a single frontal view. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1998, **20**(7): 673～686

13 Heisele N, Ho P, Poggio T. Face recognition with support vector machines: Global versus component-based approach. In: Proceedings of Intertnational Conference Computer Vision, Canada:Vancouver, 2001, **1**: 688～694

14 Samaria F S. Face recognition using hidden Markov model[Ph. D. dissertation]. University of Cambridge, 1994

15 Liu C J, Wechsler H. Face recognition using shape and texture. In: Proceedings of Computer Vision and Pattern Recongition, Colorado:Fort Collins, 1999

16 Kirby M, Sirovich L. Application of the Karhunen-Loeve procedure for the charaterization of human faces. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, **12**(1): 103～108

17 Turk M, Pentland A. Eigenfaces for recognition. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 1991, **3**(1): 72～86

18 Yambor W S, Draper B A, Beveridge J R. Analyzing PCA-based face recognition algorithms: Eigenvectors selection and distance measures. In: Proceedings of the 2nd Workshop on Empirical Evaluation in Computer Vision, Ireland: Dublin, 2000

19 Pentland A, Moghaddam B, Starner T. View-based and modular eigenspaces for face recognition. In: Proceedings of Computer Vision and Pattern Recognition, USA: Seattle, WA, 1994

20 Moghaddam B, Pentland A. Probabilistic visual learning for object representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, **19**(7): 696～710

21 Bilmes J A. A gentle tutorial of the EM algorithm and its application to parameter estimation for Guassian mixture and hidden Markov models. Tech-Report-97-021, U. C. Berkeley:Department of Electrical Engineering and Computer Science, 1998

22 Liu C J, Weschsler H. An unified Bayesian framework for face recognition. In: Proceedings of International Conference on Image Processing, USA: Chicago, 1998

23 Liu C J, Wechsler H. Robust coding schemes for indexing and retrieval from large face database. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2000, **19**(1): 132～137

24 Moghaddam B. Principal manifolds and Bayesian subspaces for visual recognition. Tech Report 99-35, A Mistsubish Electric Research Lab. , 1999

25 Moghaddam B, Jebara T, Pentland A. Bayesian face recognition. *Pattern Recognition*, 2000, **33**(11): 1771～1782

26 Yilmaz A, Gokmen M. Eigehill vs Eigenface and Eigenedge. In: Proceedings of International Conference Pattern Recognition, Spain: Barcelona, 2000

27 Moon H, Phillips P J. Analysis of PCA-based face recognition algorithms. In: Empirical Evaluation Techniques in Computer Vision, IEEE Computer Society Press, 1998. 57～71

28 Swets D L, Weng J Y. Using discriminant eigenfeatures for image retrieval. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1996, **18**(8): 831～836

29 Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs Fisherface: Recognition using class special linear projection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, **19**(7): 711～720

30 Zhao W, Chellappa R, Krishnaswamy A. Discriminant analysis of principal components for face recognition. In:

Proceedings of International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition, Japan: Nara, 1998. 336~341

31 Zhao W, Chellappa R, Phillips P J. Subspace linear discriminant analysis for face recognition. Tech Report CAR-TR-914, Center for Automation Research, University of Maryland, 1999

32 Liu C J, Wechsler H. Enhanced fisher linear discriminant models for face recognition. In: Proceedings of International Conference Pattern Recognition, Austria: Brisbane, 1998

33 Yu H, Yang J. A direct LDA algorithm for high-dimensional data with application to face recognition. *Pattern Recognition*, 2001, **34**(10): 2067~2070

34 Chen L F, Liao H M,Lin J C, Ko M T, Yu G J. A new LDA-based face recognition system which can solve the small sample size problem. *Pattern Recognition*, 2000, **33**(10): 1713~1726

35 Huang R, Liu Q S, Lu H Q, Ma S D. Solving the small sample size problem of LDA. In: Proceedings of International Conference on Pattern Recognition, Canada: Quebec, 2002

36 Hong Z Q, Yang J Y. Optimal discriminant plane for a small number of samples and design method of classifier on the plane. *Pattern Recognition*, 1991, **24**(4):317~324

37 Jin Z, Yang J Y, Hu Z S, Lou Z. Face recognition based on the uncorrelated discriminant transformation. *Pattern Recognition*, 2001, **34**(7): 1405~1416

38 Yang J, Tuo Q H, Yang J Y. Fast Foley-Sammon transform and face identification. *Chinese Journal of Image and Graphics*, 2002, **7**(1): 1~5

39 Tian Q. Image classification by the Foley-Sammon transform . *Optical Engineering*, 1986, **25**(7):834~839

40 Martinez A M, Kak A C. PCA versus LDA. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2001, **23**(2): 228~233

41 Beveridge J R, She K, Draper B, Givens G H. A non-parametric statistical comparison of principal and linear discriminant subspaces for face recognition. In: Proceedings of Computer Vision and Pattern Recognition, USA: Kauai, Hawaii, 2001, **1**: 535~542

42 Comon P. Independent component analysis: A new concept. *Signal Processing*, 1994, **36**(3): 287~314

43 Hyvarinen A. Survey on independent component analysis. Neural Computing Surveys, Lawrence Erlbaum Associates, Inc. , 1999, **2**: 94~128

44 Li Y, Powers D, Peach J. Comparison of blind source separation algorithms. Advances in Neural Networks and Applications, World Scientific Engineering Society, 2000. 18~23

45 Hyvarinen A. Fast and robust fixed-point algorithm for independent component analysis. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1999, **10**(3): 626~634

46 Bartlett M S, Lades H M, Sejnowski T J. Independent component representations for face recognition. *Proceedings of SPIE*, 1998, **2399**(3): 528~539

47 Deniz O, Castrillon M, Hernandez M. Face recognition using independent component analysis and support vector machines. In: Proceedings of International Conference on Audio- and Video-Based Person Authentication. Halmstad, Sweden:Lecture Notes, 2001. 59~64

48 Liu C J, Wechsler H. Comparative assessment of independent component analysis (ICA) for face recognition. In: Proceedings of International Conference on Audio and Video Based Biometric Person Authentication, USA:Washington DC, 1999

49 Back K, Draper B A, Beveridge J R. Kai She, PCA vs. ICA: A comparison on the FERET data set. In: Proceedings of International Conference on Computer Vision. Pattern Recognition and Image Processing, North Carolina: Durham, 2002

50 Lee D D, Seung H S. Algorithms for non-negative matrix factorization. In: Proceedings of Neural Information Processing Systems, USA: Denver, 2000. 556~562

51 Biederman I. Recognition by components: A theory of human images understanding. *Psychol*, 1987, **94**(2): 115~147

52 Bell A J,Sejnowski T J. The independent components of natural scence are edge filters. *Vision Research*, 1997, **37**(23): 3327~3328

53 Lee D D, Seung H S. Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization. *Nature*, 1999, **401**(21): 788~791

54 Li S Z, Hou X W, Zhang H J, Cheng Q S. Learning spatially localized, parts-based representation. In: Proceedings of Computer Vision and Pattern Recognition, USA: Kauai, Hawaii, 2001, **1**: 207~212

55 Chen X R, Gu L, Li S Z,Zhang H J. Learning representative local features for face detection. In: Proceedings of Computer Vision and Pattern Recognition, USA: Kauai, Hawaii, 2001, **1**: 1126~1131

56 Osuna E, Freund R, Girosi F. Support vector machines: Training and applications. Tech Report, AI Lab. , MIT,

1997

57 Scholkopf B, Smola A, Muller K R. Nonlinear component analysis as a kernel eigenvalue problem. *Neural Computation*, 1998, **10**(5): 1299～1319

58 Baudat G, Anouar F. Generalized discriminant analysis using a kernel approach. *Neural Computation*, 2000, **12**(10): 2385～2404

59 Mika S, Ratsch G, Weston J. Fisher discriminant analysis with kernels. In: Proceedings of Neural Networks for Signal Processing Workshop, USA: Madison, 1999. 41～48

60 Yang M H, Ahuja N, Kriegman D. Face recognition using kernel eigenfaces. In: Proceedings of International Conference on Image Processing, Canada: Vancouver, 2000. 37～40

61 Yang M H. Kernel Eigenfaces vs Kernel Fisherfaces: Face recognition using kernel methods. In: Proceedings of International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition, USA: Washington DC, 2002. 215～220

62 Kin K I, Jung K, Kim H J. Face recognition using kernel principal component analysis. *IEEE Signal Processing Letters*, 2002, **9**(2): 40～42

63 Li S Z, Fu Q D, Gu L, Scholkopf B, Cheng Y M, Zhang H J. Kernel machine based learning for multi-view face detection and pose estimation. In: Proceedings of International Conference on Computer Vision, Canada: Vancouver, 2001, **2**: 674～679

64 Liu Q S, Huang R, Lu H Q, Ma S D. Face recognition using kernel based fisher discriminant analysis. In: Proceedings of International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition, USA: Washington DC, 2002. 197～201

65 Li Y M, Gong S G, Liddell H. Constructing structures of facial identities on the view sphere using kernel discriminant analysis. CS-Tech-Report, London: University of London, 2001

66 Liu Q S, Huang R, Lu H Q, Ma S D. Kernel based optimized feature vectors selection and discriminant analysis for face recognition. In: Proceedings of International Conference on Pattern Recognition, Canada: Quebec, 2002

67 Baudat G, Anouar F. Kernel-based methods and function approximation. In: Proceedings International Conference on Neural Networks, USA: Washington DC, 2001. 1244～1249

68 Kurita T, Taguchi T. A modification of kernel-based fisher discriminant analysis for face detection. In: Proceedings of International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition, USA: Washington DC, 2002. 300～305

69 Wu Y, Huang T S, Toyama K. Self-supervised learning for object recognition based on kernel discriminant EM algorithm. In: Proceedings of International Conference on Computer Vision, Canada: Vancouver, 2001, **1**: 275～280

刘青山 1997 年毕业于中国纺织大学自动化系，2000 年毕业于东南大学自动控制系，获硕士学位，随后进入中科院自动化所模式识别国家重点实验室，并于 2003 年获得博士学位，现为中科院自动化所助理研究员. 当前的研究方向为模式识别，图像与视频处理.

(**LIU Qing-Shan** Received his bachelor degree from Chinese Textile University in 1997, master degree from South East University in 2000, and Ph. D. degree from the National Laboratory of Pattern Recognition of Institute of Automation, Chinese Academy of Science in 2003. He is now an assistant professor. His research interests include pattern recognition, image and video processing.)

卢汉清 分别于 1982 和 1985 年在哈尔滨工业大学获学士和硕士学位，1992 年在华中理工大学获博士学位，现为中科院自动化所研究员，博士生导师. 长期从事图像与视频处理、多媒体信息检索等方面的研究.

(**LU Han-Qing** Received his bachelor and master degree both from Harbin Institute of Technology in 1982 and 1985, respectively. He received his Ph. D degree from Huazhong University of Science and Technology in 1992. Since 1992, he has been with the Institute of Automation of Chinese Academy of Sciences, where he is now a professor. His research interests include image and video processing, multi-media technique, and so on.)

马颂德 1968 年毕业于清华大学，1986 年获法国国家博士学位，现为中国科学院自动化所研究员，博士生导师，IEEE 高级会员. 长期从事计算机视觉、模式识别和图像与视频处理等方面的研究.

(**MA Song-De** Received his bachelor degree from Tsinghua University in 1968. He received his Ph. D. degree in 1983 and the "Doctorat d'Etat es Science" degree in 1986 from University of Paris VI. Now he is a professor in the National Pattern Recognition Laboratory of the Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, and a senior member of IEEE. His research interests include computer vision, pattern recognition, and image and video processing.)