

# 非线性控制系统的发展<sup>1)</sup>

高为炳 程勉 夏小华

(北京航空航天大学第七研究室)

## 摘 要

本文历史地将非线性控制系统的研究分成六个部分来回顾其发展线索,对重要的研究结果和有代表性的方法进行了综述,并揭示了一些有待解决的问题。

**关键词:** 非线性控制系统,稳定性,反馈设计。

## 一、前 言

非线性控制系统的发展几乎是与线性系统平行的。然而,由于非线性系统本身所包含的现象十分丰富,迄今人们对它的了解还不够。例如,对非线性系统原点稳定性的刻划,需要很多种类型。由于孤立平衡点可以任意多,系统本身的稳定性就更复杂了。其次,解决适合非线性系统发展的数学工具也相当困难。因此理论研究和应用都要求发展一般的非线性方法,而一般的非线性方法尚难于想像。

非线性控制系统的研究方法,是针对一个个具体的非线性控制系统,由简单到复杂,由特殊到一般发展起来的。本文试图按其发展历史,对重要的研究结果和有代表性的方法进行综述。

有关非线性系统的著作在国内是非常多的,其中多数著作都有其侧重面,也有关于个别问题的介绍。其代表性著作有文献[1—13]。

## 二、古典理论

早期发展的古典理论都是针对某一种特殊的、简单的基本系统而言的。其理论与方法虽然可能并不完善,但仍不失为系统的,其代表性的理论有以下几种。

### 1. 相平面方法

相平面方法仅适用于二阶及简单三阶系统,它的优点是能给出系统的全部动态特性,这其中也包括一些非解析的系统,因而是现代解析理论所不能及的。此外,从相平面方法产生了现代控制理论中的变结构控制(VSC),文献[4]对此方法有最详尽的叙述。

### 2. 描述函数法

本文于1990年9月10日收到。

1) 国家自然科学基金资助课题。曾在1990年全国控制理论与应用年会(杭州)上宣读。

描述函数法(又称谐波线性化法)的研究对象虽然可以是任意阶次的系统,但其中只有执行机构具有非线性特性,一般表示为  $u = f(\sigma)$ 。此方法原本是用来寻求系统中的自振及其稳定性判据,但后来被发展成为可以判定原点稳定性、稳定度、求解强迫振动等方法。并且成为应用于非线性系统的一种综合方法。文献[5,9]有较全面的叙述。

### 3. 鲁里叶系统的绝对稳定性

1) 鲁里叶的工作<sup>[6]</sup>。1944年鲁里叶与波斯特尼考夫首次研究了有一个非线性执行特性的系统

$$\text{间接系统 } \dot{x} = Ax + b\zeta, \dot{\zeta} = f(\sigma), \sigma = c^T x;$$

$$\text{直接系统 } \dot{x} = Ax + bu, u = f(\sigma), \sigma = c^T x$$

并写了一本专著。他们的贡献是:建立了数学模型,为建立系统的数学理论打下基础;提出了“绝对稳定性”概念,使李亚普诺夫稳定性理论的应用成为可能;构造了二次型加积分的李亚普诺夫函数;得到了稳定性的“判决方程”。可惜这些判决方程仅对五阶以下系统是可解的,而且应用相当繁难,所以总体上来说,问题并未解决。

2) 马尔金的工作。马尔金将  $v(x, \sigma)$  写成  $(x, \sigma)$  的二次型,因而建立了用不等式表达的稳定性条件。这样彻底地解决了鲁里叶系统稳定性理论遗留下的最后的,也是关键的一个问题,形成了完整的鲁里叶系统的绝对稳定性理论。可惜,他的工作对直接系统是错的。这一点很快被罗申互塞尔指出并容易地解决了。尽管如此,马尔金的工作仍被公认为推动了鲁里叶系统理论的发展,并为后人所沿用<sup>[7,9,11,14]</sup>。

3) 进一步发展。最主要的工作有: a) 略托夫的简化判据<sup>[15]</sup>; b) 消除直接系统中的中间(多余的不独立)变量,从而大大改变绝对稳定性条件<sup>[16]</sup>; c) 消除不确定参数,绝对稳定性判据中含有正定阵  $P$ , 满足  $A^T P + P A = -Q$ ,  $Q$  为任意正定阵。因之  $Q$  是参数阵。为消除  $Q$ , 文献[16]提出包络法,文献[7]提出完全等价的极值法,扩大了参数空间稳定区; d) 改善判据<sup>[17]</sup>。对三阶间接系统,证明充分判据几乎是必要的,但对高阶系统远非必要。

4) 频域判据。作为绝对稳定性研究一大进展的频域判据主要包括:波波夫判据和圆判据。它们形式上都是线性系统乃奎斯特判据的扩展。其特点是用频率特性曲线与某直线或圆(线性情况为点  $(-1, 0j)$ ) 的关系来判定非线性系统的稳定性<sup>[9,14,18]</sup>。

5) 其它稳定性判据。稳定性概念经历了以下主要发展过程:线性系统稳定性→非线性系统渐近稳定性→任意系统输入输出(I/O)稳定性→非线性系统超稳定性。每种稳定性都有其特点。如 I/O 稳定性原理可用于任意系统,包括时滞、泛函系统<sup>[18,19]</sup>。对非线性系统与绝对稳定性等价、超稳定性等后来被用到自适应系统<sup>[20]</sup>。

6) 等价性定理。早在1970年文献[21]就给出了绝对稳定性的充要条件。但这仅是一种等价性定理。必须要求等价的系统具有某种不同特征,否则这种等价性就无意义。这篇文章引起一定反映,但迄今未获重要进展。

7) 多输入鲁里叶系统。所有用于单输入系统的方法都被推广到多输入(多非线性)情况,可惜都不成功。文献[9]对此作了专门介绍。

### 三、非线性控制系统的综合

研究控制的最终目的是寻求综合方法。现代控制理论中某些综合理论，如最优控制等，对非线性控制系统在原理上虽是能用的，但实际上怎样用仍是需要解决的问题。文献[22]对机械系统中针对一种特定的二次型指标给出了求反馈律的算法及显式。非线性系统综合方法的一般理论主要有以下几种。

#### 1. 李亚普诺夫方法综合渐近稳定系统<sup>[23]</sup>

对线性系统

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x \in R^n, \quad u \in R^m$$

利用李氏函数  $v = x^T P x$ ，得到继电系统  $u = -K \operatorname{sgn} B^T P x$ 。

这个结果立刻可以推广到非线性系统

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u, \quad u = -K \operatorname{sgn} B^T(x) \frac{\delta v}{\delta x},$$

但是要求对  $\dot{x} = A(x)$  能构造出  $v(x)$  来。这一问题文献[24, 25]中有深入的论述，可惜所有结果均依赖于  $v(x)$  的构造。

#### 2. 变结构控制

严格地说，变结构控制应称之为“具有滑动模态的变结构控制”。这是五十年代在苏联发展起来的<sup>[26, 27]</sup>。对系统

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad x \in R^n, \quad u \in R^m$$

要求设计 i)  $m$  个切换函数  $s_i(x)$ ；ii)  $m$  个变结构控制  $u_i = u_i^\pm(x, t)$ ，使得：① 满足到达条件：所有相轨线于有限时间到达切换面  $s_i(x) = 0$ ；② 在切换面上形成渐近稳定的滑动模态。

到了八十年代，变结构控制重新受到普遍重视。因为滑动模态具有对摄动及干扰的不变性<sup>[28]</sup>，这是比鲁棒性还强的优点。另外，它是迄今较普遍、较系统的一种综合方法。

对线性控制对象来说，滑动模态的设计，即切换函数的选择，已有较完善的结果，即实现极点配置或最优控制<sup>[29, 30]</sup>，对非线性对象的研究有文献[31, 32]，应用李亚普诺夫方法的有文献[33, 34]，应用全局线性化方法的有文献[35]。

VSC 被推广到跟踪系统<sup>[38-40]</sup>、自适应跟踪系统<sup>[37, 41]</sup>、不确定系统<sup>[42-44]</sup>、模型到达系统<sup>[45]</sup>，还被推广到离散系统<sup>[46, 47]</sup>、无穷维系统<sup>[48, 53]</sup>、大系统<sup>[49]</sup>、时滞系统等，文献[13]给出了较系统的论述。

抖振是影响 VSC 应用的主要缺点，文献[32, 36, 37]提出了削弱或消除抖振的各种办法。例如，文献[36]中提出的新概念“趋近律”等。但某些工作并未解决这些问题，实际上只是使得抖振的振幅和周期变大而已。

VSC 的理论和应用将有着光辉前景。

#### 3. 全局线性化与正则型

线性系统利用状态变换，可以化为多种正则型，而再利用输入变换，可以得到布隆诺

夫正则型,使方程得到简化,并揭示出系统的本征参数。对非线性系统,一般做不到这一点,必须附加一些严格的条件才行。此外,需要研究的还有解耦问题。

文献[59, 60]对非线性系统得到了解耦线性化条件,即将非线性控制系统变换成一组高阶单输入线性方程。

对机器人这一特殊机械系统,可以用状态反馈将其变为线性的<sup>[61]</sup>,这种方法对非线性系统的全局线性化理论起了很大推动作用,揭开了非线性控制理论的新篇章,导致微分几何控制这一新分枝的发展。关于这一问题将在下一节综述。这里仅涉及早期的和用一般解析方法的结果。

只用状态变换可将非线性系统化为所谓能控正则型。这一结果的简单证明见文献[62, 63]。文献[64, 65]发展了扩展线性化,即系统在工作点集合附近是线性的。它与原点附近的线性化相比是一个发展。这种线性化方法加给系统的条件比起全局线性化显然要弱一些。

## 四、微分几何控制

用微分几何方法研究非线性控制是现代数学发展的必然产物。早在1939年周炜良(W.L.Chow)就得到了非线性系统解流形方面的最基本的结果<sup>[66]</sup>。由于Hermann, Lohry, Brockett, Isidori等学者的积极创导,非线性系统的微分几何控制理论得以形成,并在近二十年的非线性控制研究中成为主流。它的内容包括基本理论和反馈设计两大部分。

### 1. 基本理论概述

微分几何控制理论所考虑的主要是光滑的非线性系统模型。

1) 实现理论。状态空间的描述与非线性系统的其它描述,如Volterra级数,Fliness级数描述之间的关系和相互转换构成了丰富的实现理论。得到的基本结论是:在一定条件下,这几种描述是一致的。

2) 基本系统性质的研究。能控性等系统性质显然是非线性控制系统的基本问题。目前,就能控性方面,有多种意义下的定义和刻划<sup>[67]</sup>。其中局部能控性仍然是热门的问题<sup>[68]</sup>。

能观性的研究与能控性的研究类似。可参见文献[67, 69]。另外,值得注意的是,与线性系统不同,非线性系统能观性与输入有关<sup>[69]</sup>。但是,像线性系统能控性和能观性那样易于接受的条件还未找到。另外,有时非线性系统的这些基本问题研究的意义也相对不太明确(见本文第七节)。

有人说,对非线性系统这些基本问题的研究“是相对无害的活动,充满了许多愉快的意外和轻微的失望,而最终则是白费力气”<sup>[70]</sup>。但是,不可否认这些研究无论是在揭示非线性系统的本质方面还是在对具体的非线性系统设计的指导方面都有重要的作用。

### 2. 控制问题的静态反馈设计

微分几何控制更丰富的内容表现在对以下几个典型的控制问题的研究中。

1) 反馈线性化。非线性系统的反馈线性化是从分析走向综合的转折点。它的研究

和应用具有革命性的意义。这个问题目前已有较好、较完善的解释<sup>[71]</sup>。

2) 干扰解耦及无交互作用控制。一般情形的解耦问题(包括干扰解耦和无交互作用控制)的解决标志着微分几何控制理论的产生<sup>[72,73]</sup>。Wonham 几何理论中诸如受控不变子空间等概念及其在线性解耦控制中的应用, 在非线性微分几何控制理论中得到了充分发展<sup>[2]</sup>。例如, 局部受控不变分布、能控性分布及其计算、干扰解耦和无交互作用控制问题可解条件等, 在形式上与 Wonham 的结果是一致的。

到此, 人们似乎已经开始相信, Wonham 的几何理论的其它内容也可以平推到非线性系统中来。下面的无穷零结构方面的讨论就是一个突出的例子。

3) 无(有)穷零结构, 模型匹配, 病态。非线性系统的无穷零结构是文献 [74] 对线性情形的推广。这个形式上完全一致的推广也给出了上述无交互作用控制问题与线性情形形式一致的可解条件, 并可给出模型匹配问题可解的一个充分条件<sup>[75]</sup>。所有这些事实再一次使人们普遍地相信, 从线性几何理论到非线性微分几何理论的过渡仅仅依赖于技术上的细致与耐心。直到 1986 年 Isidori 发现了微分几何控制理论的一些病态后<sup>[76]</sup>, 这种信念才遭到破灭。

自然, 在与非线性系统的无穷零结构紧密相关的有穷零结构方面也存在同样问题。

提出与线性系统有限零点相似的非线性概念是近几年的事。C.I. Byrnes 等人的频域分析和设计方法<sup>[77,78]</sup>对单输入非线性系统定义了一种动态“最小相位”概念。对于多输入非线性系统, 文献 [79] 注意到了线性多输入系统的传输零点在非线性的场合有三种不同的推广, 它们各有存在的意义(见后面的介绍)。

## 五、(微分)代数控制

Isidori 所发现的病态实际上是非线性系统的本质现象, 主要涉及到非线性系统的可逆性质和在动态反馈下的结构性质。

非线性可逆性与动态反馈设计是长期研究而没有很好解决的问题。非线性可逆性的意义和条件一直很模糊, 动态反馈设计也是处在非常初步的阶段。这时候, 有两种代数方案显得非常有成效。一方面, M. Fliess 把微分代数用到控制理论中<sup>[80,81]</sup>。另一方面, 文献 [82] 从更易于接受的线性代数角度重新考虑了非线性的结构性质。基于这两方面的理解, 非线性系统性质的研究又有了新的面貌。其主要成果有:

1) 非线性系统的秩和可逆性。上述两种代数方法中最重要的概念是非线性系统的秩  $\rho$  的概念。它的严格定义首先是在文献 [80] 中用微分代数语言给出的。文献 [82] 给出了其线性代数的定义及计算。

对于可逆性, 有下面的与线性情形一致的结论: 左可逆性  $\longleftrightarrow \rho = m$  (输入个数); 右可逆性  $\longleftrightarrow \rho = p$  (输出个数)

2) 动态扩张理论。动态扩张算法首先是为解决线性系统动态解耦所提出的。文献 [83] 将其推广到非线性情形。非线性系统的动态扩张理论的进一步研究见文献 [84]。可以发现, 动态扩张算法中的一组整数是非线性系统的一组新的不变量(本性秩)<sup>[85]</sup>, 它对于

理解和处理最小阶动态设计是极其有用的,同时,动态扩张理论是一个相当一般的动态反馈设计方法,它对下述每个设计问题都起着重要作用。

3) 动态解耦。仿射非线性系统的动态反馈解耦 (Morgan 问题)在文献 [86]中有讨论。动态扩张算法提出后,才使人们明白了动态解耦等价于系统的右可逆性<sup>[80,82,83,87]</sup>。对于一般的解耦问题,文献 [82] 亦得到了相应的结论和算法。

文献 [88] 利用动态扩张算法解决了最小阶动态 Morgan 问题。可以发现,本性秩正好刻划了每步扩张中应加积分器的最小数目。

4) 动态 I/O 线性化。这个问题已在局部情形完全解决,一个用微分代数所给出的抽象解见文献 [89]。可线性化度量和设计方法(包括最小阶)由文献 [84] 给出。

5) 无穷(有穷)零结构。文献 [90, 91] 分别按另一种定义线性系统无穷零结构的方法重新定义了非线性系统的无穷零结构,并得到了与线性系统动态解耦相应的非线性系统解耦条件。虽然这些定义还没有完全对应到线性系统的情形<sup>[82]</sup>,但与几何定义相比,还是前进了一步。

非线性系统与动态扩张有关的约化逆零动态的严格定义、存在性唯一性及构造由文献 [85] 给出。

6) 动态完全线性化。文献 [92] 对该问题有以下猜测:可动态完全线性化 $\leftrightarrow$ 约化逆是本质线性的。这个猜测的证明由文献 [93] 给出。最小阶动态完全线性化问题也已经解决。

7) 动态模型匹配。在新的无穷结构定义下,文献 [94] 给出彻底解决动态模型匹配问题的方法。

## 六、不确定非线性控制系统

带有不确定参数、不确定动力学(系统摄动)及外干扰的非线性系统,常称之为不确定非线性控制系统。近十年来对这种系统的研究受到学者的广泛重视。变结构控制以及 G. Leitmann 开始的研究<sup>[44,50-52]</sup>均属此列。此外还出现了一些全新的研究方法。如: 1) 学习控制。对于特别复杂的系统,以精确模型为基础的方法往往无能为力。利用逐次更新控制律的学习方法,建立实际控制律,是一种新的有前途的方向。最近的研究有文献 [54, 55]; 2) 循环控制 (Repetitive Control)。循环控制主要应用于有重复性的周期过程的系统,如负载是周期的;任务是周期的(机械加工系统的加工过程)等。利用其周期性设计控制律使其在下一个周期里得到更新<sup>[56,57]</sup>。循环控制与学习控制是相关的; 3) 神经网络控制。这种控制原理很适于不确定、复杂系统,它具有自适应、自学习、自组织的特点。近年来得到了广大研究工作者重视,研究成果非常多。

## 七、结 束 语

由于非线性控制系统的极端复杂性,应该说其研究工作将是无止境的。本综述由于篇幅及作者能力的限制,难以全面综述。对某些重要问题及大量论文未能概括在文中。在

此结束语中,我们将对部分问题扼述如下。

### 1. 非线性稳定设计和镇定

非线性系统稳定性质的研究是一个历史性课题。以往的设计和分析都是基于李亚普诺夫函数。很早以前,人们就已知道非线性系统的能控性和镇定之间的关系是不明显的<sup>[95]</sup>。由于中心流形定理的引入,特别是由于一类所谓最小相位系统的局部光滑镇定问题的解决,这个问题又重新引起了极大的兴趣。在稳定设计方面,文献[96]解决了静态反馈稳定无交互作用(解耦)控制问题。同时指出,存在可静态反馈解耦的非线性系统不可用动态反馈稳定解耦。这与线性情形完全不同。最近Warga<sup>[97]</sup>考虑了动态反馈的不变量,把这方面的结果又推进了一步。在稳定干扰解耦方面,只有对少数特殊情况进行了研究<sup>[98,99]</sup>,其它结构设计方面的稳定性研究则很少见到。反馈镇定是目前研究的一个集中点。经过这几年的努力,在以下方面取得了显著成果。1) 最小相位系统在局部光滑镇定中的应用<sup>[78]</sup>以及在全局镇定问题上的局限性<sup>[115]</sup>; 2) 光滑反馈、连续反馈及不连续反馈的作用<sup>[100]</sup>; 3) 必要性研究<sup>[95,101]</sup>; 4) 二维(平面上)一类非线性系统连续反馈镇定的解决<sup>[102,103]</sup>; 5) 形成了非线性互质分解理论框架,并用以解决镇定问题<sup>[104,105]</sup>; 6) 状态空间方法与分解方法之间的关系有了初步的结果<sup>[106]</sup>。

上述问题的研究揭示了下面的有待进一步研究的问题: 1) 怎样理解和推广最小相位系统的光滑镇定结果; 2) 稳定性及相应的镇定问题刻划、反馈类型的刻划、以及能控性质的刻划,以使镇定反馈与能控性之间有适当的理论关系; 3) 镇定问题的降阶处理的一般方法,动态反馈镇定与静态反馈镇定之间的关系; 4) 互质分解的构造; 5) 分解方法和状态反馈镇定的联系。

### 2. 非线性观测器

与镇定问题相比,非线性观测器问题的研究无论从投入的力量和所取得的结果上都要逊色得多。同时,也可以认为,非线性观测器设计比镇定设计要困难得多。已发展起来的非线性观测器的设计方法有: 1) 李亚普诺夫方法<sup>[107]</sup>; 指数观测器<sup>[108,109]</sup>; 2) 观测器误差线性化方法<sup>[110-112]</sup>; 3) 变结构方法<sup>[113]</sup>。其中每个方法都只能处理某一类非线性系统的观测器设计。相对来讲,观测器误差线性化方法在理论上是完善的。在这方面长期存在的问题有: 1) 一般理论研究<sup>[109,114]</sup>; 2) 观测器与能观性之间的关系<sup>[109]</sup>,输入对能观性的影响在观测器设计中的反映; 3) 相对一般的设计方法。

### 3. 动力学系统在非线性系统理论中的应用

动力学系统的巨大发展可能对非线性控制系统带来重大影响。如分岔理论、混沌现象等会出现在非线性控制系统中。结构稳定性会对鲁棒性分析有用。

### 4. 在各种不同领域中的应用

随着对非线性系统应用的发展,其研究领域也将不断扩大。例如,在机械系统,机器人学等的应用中,已经并还会不断扩大传统的研究领域(镇定与跟踪)。这里出现的适从控制(Compliance Control)、协调控制等一系列新方向必然会不断提出并发展新的设计思想,如学习、自组织<sup>[58]</sup>、神经网络、循环、模糊、拟人(视觉、触觉为基础)、智能控制等。

最后,从方法论观点出发可以看出,已有的非线性方法各具其局限性,如: 1) 局部成立而非全局成立; 2) 成立条件苛刻,即只在系统集为零测度子集上成立; 3) 对一些理论

的应用需要再创造,如非线性方面起重大作用的李亚普诺夫方法; 4) 难于概括系统鲁棒性质等等。

对中国科学院系统科学所、自动化研究所和上海交通大学的一些同行给予的支持和提供的宝贵意见表示感谢。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] Atherton, D. P., *Nonlinear Control Engineering*, Van Nostrand Reinhold, London, 1975.
- [ 2 ] Isidori, A., *Nonlinear Control System, An Introduction*, Lecture Notes in Contr. & Inf. Sci., 72, Springer Verlag, 1985.
- [ 3 ] Vidyasagar, M., *Nonlinear Systems Analysis*, Prentice-hall Inc., New Jersey, 1978.
- [ 4 ] Андронов, А. А., Витт, А. А., Хайкин, С. Э., *Теория колебаний*, Физматгиз, Москва, 1959; 振动理论,高为炳等译,科学出版社,1981.
- [ 5 ] Попов, Е. П., *Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах*, Наука Москва, 1973.
- [ 6 ] Лурье, А. М., *Некоторые нелинейные задачи теории автоматического регулирования*, Гостехиздат, Киев, 1951.
- [ 7 ] LaSalle, J. P., Lefchetz, S., *Stability by Liapunov's Direct Method with Applications*, Academic Press, New York, 1961.
- [ 8 ] 钱学森,宋健, *工程控制论*,科学出版社,1980.
- [ 9 ] 高为炳, *非线性控制系统导论*,科学出版社,1988.
- [ 10 ] 朱绍箕, *非线性系统的近似分析方法*,国防出版社,1980.
- [ 11 ] 谢惠民, *绝对稳定性理论与应用*,科学出版社,1986.
- [ 12 ] 程代展, *非线性微分几何控制理论*,科学出版社,1987.
- [ 13 ] 高为炳, *变结构控制理论基础*,中国科学技术出版社,1990.
- [ 14 ] Айзерман, М. А., Гантмахер, Ф. Р., *Абсолютная устойчивость нелинейных регулируемых систем*, Изд. АН СССР, Москва, 1963.
- [ 15 ] Летов, А. М., *Устойчивость нелинейных регулируемых систем*, Гостехиздат, Киев, 1955.
- [ 16 ] 高为炳, *On the Absolute Stability and Stability Degree of Nonlinear Control Systems*, *中国科学*, **15**(1966),107—122.
- [ 17 ] Попов, В. М., *Об ослаблении достаточных условий абсолютной устойчивости*, *А. и Т.*, **22**(1961),961—979.
- [ 18 ] Holtzman, J. M., *Nonlinear Systems Theory*, Prentice-hall, 1970.
- [ 19 ] Desoer, C. A., Vidyasagar, M., *Feedback System: Input-output Properties*, Academic Press., 1975.
- [ 20 ] Попов, В. М., *Гиперустойчивость автоматических систем*, Наука, Москва, 1970.
- [ 21 ] Розенwasser, Е. Н., *Об абсолютной устойчивости нелинейных систем*, *А. и Т.*, **23**(1962), 271—278.
- [ 22 ] Luo, G. L., Saridis, G. N., *Robust Compensation of Optimal Control for Manipulators*, *IEEE, AC-29*(1984), 564—567.
- [ 23 ] Kalman, R. E., Bertram, I. E., *Control System Analysis and Design via the Second Method of Lyapunov*, *ASME, Series D*, **82**(1960), 371—393.
- [ 24 ] Кунчевец, В. М., Лычак, В.М., *Синтез систем автоматического управления с помощью функций Ляпунова*, Наука, Москва, 1977.
- [ 25 ] Хлыпало, Е. И., *Расчеты проектирование нелинейных корректирующих устройств в автоматических системах*, Энергоиздат, Ленинград, 1982.
- [ 26 ] Itkis, U., *Control Systems of Variable Structure*, Wiley, New York, 1976.
- [ 27 ] Utkin, U. I., *Sliding Modes and Their Application to Variable Structure Systems*, Nauka, Moscow, 1974.
- [ 28 ] Drazenovic, B., *The Invariance Condition in Variable Structure Systems*, *Автоматика*, **5**(1969), 287—295.
- [ 29 ] Уткин, В. И., Янг, К.—К. Д., *Методы построения плоскостей разрыва в многомерных системах с переменной структурой*, *А. и Т.*, **10**(1978),72—77.
- [ 30 ] Dorling, C. A., Zinober, A. S. I., *Two Approaches to a Hyperplane Design in Multivariable Structure Control Systems*, *Int. J. Contr.*, **44**(1986), 65—82.
- [ 31 ] Bartolini, G., Zolezzi, T., *Control of Nonlinear Variable Systems*, *J. Math. Anal. and Appl.*, **118**(1986),

- 42—62.
- [32] Slotine, J. J. E., Sliding Controller Design for Nonlinear Systems, *Int. J. Contr.*, **40**(1984), 421—434.
- [33] Yu Xinghuo, Feng Chunbo, A Lyapunov Approach for the Design of Variable Structure Systems, Proc. 10th IFTC World Congress, 348—352, Munich 1987.
- [34] Gao Weibing, Synthesis of Nonlinear Control Systems via Variable Structure Control, First IFAC Symp. on Design Methods of Contr. Syst., Zurich, Sept. 1991.
- [35] 高为炳, 非线性系统的变结构控制, *自动化学报*, **15**(1989), 408—415.
- [36] 高为炳, 程勉, 变结构系统的品质控制, *控制与决策*, **3**(1989), 1—7.
- [37] Balestrino, A., De Maria, G., Zinober, A. S. I., Nonlinear Adaptive Model Following Control, *Automatica*, **20**(1984), 5, 559—568.
- [38] Young, K-K. D., Design of Variable Structure Model Following Control Systems, *IEEE*, **AC-23**(1978), 2 101—109.
- [39] Zinober, A. S. I., EL-Ghezawi, M. E., Billings, S. A., Multivariable Structure Model Following Systems, *Proc. IEE, Pt. D*, **129**(1982), 6—12.
- [40] Corless, M., Leitmann, G., Ryan, E. P., Tracking in the Presense of Bounded Uncertainties, Proc. 4th Int. Conf Contr. Theory, Cambridge, England, 1984.
- [41] Ambrosino, G., Celentano, G., Garofalo, F., Variable Structure Model Reference Adaptive Control Systems, *Int. J. Contr.*, **39**(1984), 1339—1349.
- [42] Ryan, E. P., A Variable Structure Approach to Feedback Regulation of Uncertain Dynamic Systems, *Int. J. Contr.*, **38**(1983), 1121—1137.
- [43] Barmish, B. R., Corless, M., Leitmann, G., A New Class of Stabilizing Controllers for Uncertain Dynamic Systems, *SIAM J. Contr. & Opt.*, **21**(1983), 246—258.
- [44] Liu Yong, Gao Weibing, A New Control Method and its Robustness for a Class of Nonlinear Systems, *J. Opt. Theory Appl.*, **58**(1988), 117—133.
- [45] 高为炳, 程勉, 孙德滨, 非线性系统的模型到达变结构控制, *控制理论与应用*, **7**(1990), 38—46.
- [46] White, B. A., Reduced Order Switching Functions in Variable Structure Control Systems, *Proc. IEE, Pt. D*, **130**(1985), 33—40.
- [47] Sarpturk, S. Z., Istefanopulos, Y., Kaynak, O., On the Stability of Discrete-time Sliding Mode Control Systems, *IEEE*, **AC-23**(1987), 930—932.
- [48] Orlov, Y. V., Utkin, V. I., Sliding Mode Control in Infinite Dimensional Systems, *Automatica*, **23**(1987), 753—757.
- [49] Khurana, H., Ahson, S. I., Lamba, S. S., Variable Structure Control Design for Large Scale Systems, *IEEE*, **SMC-16**(1986), 573—576.
- [50] Gutman, S., Leitmann, G., Stabilizing Control for Linear Systemes with Bounded Parameter and Input Uncertainty, Proc. Second IFIP Conf. Optimiz. Techniques, Berlin, Springer Verlag, 1976.
- [51] Gutman, S., Uncertain Dynamical Systems A Lyapunov Min-max Approach, *IEEE*, **AC-24**(1979), 437—443.
- [52] Barmish, B. Q., Leitmann, G., On Ultimate Boundedness Control of Uncertain Systems in the Absense of Matching Condition, *IEEE*, **AC-27**(1982), 246—255.
- [53] Qu, Z. Q., Gao, W. B., Cheng, M., Variable Structure Control of Flexible Spacecraft Antenna Systems, Int. Pacific Air. and Space Conf. Melbourne, (1987).
- [54] Arimoto, S., Kawamura, S., Miyazaki, F., Bettering Operation of Robots by Learning, *J. of Robotic Systems*, **1**(1985), 123—140.
- [55] Atkeson, C. G., Mclutye, J., Robot Trajectory Learning Through Practice, IEEE Conf. on Robotics and Automation, (1986), 1737—1742.
- [56] Hara, S., et al., Repetitive Control System: A New Type Servo System for Periodic Exogenous Signals, *IEEE*, **AC-33**(1988), 659—668.
- [57] Srinivasan, K., Shaw, F. R., Analysis and Design of Repetitive Control Systems using the Regeneration Spectrum, Proc. ACC, (1990).
- [58] Gao, W. B., Self Organizing Hierarchical Control Strategy for Robotic Systems in Tracking Tasks, (1990). IEEE Int. Workshop on Intelligent Motion Control, 21—26.
- [59] Porter, W. A., Diagonalization and Inverse for Nonlinear Systems, *Int. J. Contr.*, **11**(1970), 67—76.
- [60] Freund, E., Decoupling and Pole Assignment in Nonlinear Systems, *Electronics Letters*, **9**(1973), 373—374.
- [61] Bejczy, A. K., Robot Arm Dynamics and Control. JPL Tech. Memo. 1974.
- [62] 高为炳, 吴东南, 关于非线性控制系统的线性化问题, *中国科学*, **7**(1987), 740—748.

- [63] 李文林,高为炳,非线性系统的可控标准型问题,航空学报,10(1989),249—258.
- [64] Reboulet, C. C., Champetier, C., A New Method for Linearizing Nonlinear Systems; the Pseudolinearization, *Int. J. Contr.*, 40(1984), 631—638.
- [65] Singh, S. N., Rugh, W. J., Decoupling in a Class of Nonlinear Systems by State Variable Feedback, *ASME Trans. DSC*, 12(1972), 323—329.
- [66] Chow, W. L., Uber Systems von Linearen Partiellen Differentialgleichungen Ester Ordnung, *Math. Ann.*, 117(1939), 98—105.
- [67] Hermann, R., Krener, A., J., Nonlinear Controllability and Observability, *IEEE*, AC-22(1977), 728—740.
- [68] Sussmann, H. J., A General Theorem on Local Controllability, *SIAM J. Contr. & Opt.*, 25(1987), 158—194.
- [69] Sussmann, H. J., Single-input Observability of Continuous-time Systems, *Math. Syst. Theory*, 12(1979), 371—393.
- [70] Casti, J. L., Recent Development and Future Perspectives in Nonlinear System Theory, *SIAM Review*, 24(1982), 301—331.
- [71] Claude, D., Everything You Always Wanted to Know About Linearization But Were Afraid to Ask, in M. Fliess & M. Hazewinkel (eds), *Algebraic and Geometric Method in Nonlinear Control Theory*, Reidel, Dordrecht, 181, 1986.
- [72] Hirschorn, R. M., (A, B)-Invariant Distributions and Disturbance Decoupling of Nonlinear Systems, *SIAM J. Contr. & Opt.*, 19(1981), 1—19.
- [73] Isidori, A., et al, Nonlinear Decoupling via Feedback; a Differential Geometric Approach, *IEEE* AC-26(1981), 331—345.
- [74] Nijmeijer, H., Schumacher, J. M., Zeros at Infinity for Affine Nonlinear Control Systems, *IEEE*, AC-30(1985), 566—573.
- [75] Nijmeijer, H., Schumacher, J. M., The Regular Local Noninteracting Control Problem for Nonlinear Control Systems, *SIAM J. Contr. & Opt.* 26(1986), 1232—1245.
- [76] Isidori, A., Control of Nonlinear System via Dynamic State Feedback, Abid as in [71], 121.
- [77] Byrnes, C. I., Isidori, A., A Frequency Domain Philosophy for Nonlinear Systems with Applications to Stabilization and Adaptive Control, Proc. 23rd CDC, (1984), 1569—1573.
- [78] Byrnes, C. I., Isidori, A., Local Stabilization of Minimum-phase Nonlinear Systems, *Syst. Contr. Lett.*, 11(1988), 9—17.
- [79] Isidori, A., Moog, C. H., On the Nonlinear Equivalent of the Notion of Transmission Zeros, in C. I. Byrnes, A. Kurzsanski(eds), *Modelling and Adaptive Control*, 1986.
- [80] Fliess, M., A New Approach to the Noninteracting Control Problem in Nonlinear System Theory, Proc. 23rd Allerton Conf., (1985), 123—129.
- [81] Fliess, M., A Note on the Invertibility of Nonlinear Input-output Differential Systems, *Syst. Contr. Lett.*, 8(1986), 147—151.
- [82] Di Benedetto, M. D., Grizzle, J. W., Moog, C. H., Rank Invariants of Nonlinear Systems, *SIAM J. Contr. & Opt.*, 28(1989), 658—672.
- [83] Descusse, J., Moog, C. H., Decoupling with Dynamic Compensation for Strong Invertible Affine Nonlinear Systems, *Int. J. Contr.*, 42(1985), 1387—1398, also, Dynamic Decoupling for Right-invertible Nonlinear Systems, *Syst. Contr. Lett.*, 8(1987), 345—350.
- [84] Xia, X. H., Gao, W. B., Minimal Order Dynamic I/O Linearization and Dynamic Extension Algorithm, Pre-Conf. Math. Theory of Networks and Systems, Hangzhou, 1991.
- [85] Xia, X. H., Essential Structures of Nonlinear Systems, Proc. 11th IFAC World Congress, 57—62, Tallinn, 1990.
- [86] Singh, S. N., Decoupling of Invertible Nonlinear Systems with State Feedback and Precompensation, *IEEE*, AC-25(1980), 1237—1339.
- [87] Nijmeijer, H., Respondek, W., Decoupling via Dynamic Compensation for Nonlinear Control Systems, *IEEE*, AC-33(1988), 1065—1070.
- [88] 夏小华,高为炳,非线性系统的最小阶动态解耦,中国科学,10(1989),1107—1112.
- [89] Fliess, M., Nonlinear Control Theory and Differential Algebra, Some Illustrative Examples, Proc. 10th IFAC World Congress, 114—118, Munich, 1987.
- [90] Fliess, M., A New Approach to the Structure at Infinity of Nonlinear Systems, *Syst. Contr. Lett.*, 7(1986), 419—421.

- [91] Moog, C. H., Nonlinear Decoupling and Structure at Infinity, *Math. Contr. Signals Syst.*, 1(1988), 257—268.
- [92] Isidori, A., Moog, C. H., De Luca, A., A Sufficient Condition for Full Linearization via Dynamic State Feedback, Proc. 25th. CDC., (1986), 203—208.
- [93] 夏小华, 高为炳, 非线性系统的动态反馈完全线性化, *系统科学与数学*, 12(1990), 149—158.
- [94] Moog, C. H., Perdon, A. M., Conte, G., Model Matching and Factorization for Nonlinear Systems: A Structural Approach, preprint, 1988.
- [95] Brockett, R. W., Asymptotic Stability and Feedback Stabilization, in H. J. Sussman, R. W. Brockett, M. Millman (eds), *Differential Geometric Method in Nonlinear Control Theory*, (1983), 112—121.
- [96] Isidori, A., Grizzle, J. W., Fixed Modes and Nonlinear Noninteracting Control with Stability, *IEEE, AC-33*(1988), 907—914.
- [97] Wagner, K. G., On Nonlinear Noninteraction with Stability, Proc. 28th CDC, (1989), 1994—1999.
- [98] Byrnes, C. I., Isidori, A., Nonlinear Disturbance Decoupling with Stability, Proc. 26th CDC, (1987), 513—518.
- [99] Vander Wegen, L., Nijmeijer, H., Disturbance Decoupling with Stability of Nonlinear Systems, *Syst. Contr. Lett.*, 12(1989), 139—151.
- [100] Astein, Z., Stabilization with Relaxed Controls, *Nonlinear Anal.*, 11(1983), 1163—1173.
- [101] Coron, J. M., A Necessary Condition for Feedback Stabilization, *Syst. Contr. Lett.*, 14(1990), 227—232.
- [102] Kawski, M., Stabilization of Nonlinear Systems in the Plane, *Syst. Contr. Lett.*, 12(1989), 169—175.
- [103] Dayawansa, W. P., Martin, C. F., Asymptotic Stabilization of Two Dimensional Real Analytic Systems, *Syst. Contr. Lett.*, 12(1989), 205—211.
- [104] Hammer, J., On Nonlinear Systems, Additive Feedback, and Rationality, *Int. J. Contr.*, 40(1984), 953—969.
- [105] Anantharam, V., Desoer, C. A., On the Stabilization of Nonlinear Systems, *IEEE, AC-29*(1984), 570—572.
- [106] Sontag, E. D., Smooth Stabilization Implies Coprime Factorization, *IEEE, AC-34*(1989), 435—443.
- [107] Banks, S. P., A Note on Nonlinear Observers, *Int. J. Contr.*, 34(1981), 185—190.
- [108] Kou, S. R., Elliott, D. L., Tarn, T. J., Exponential Observers for Nonlinear Dynamic Systems, *Inf. & Contr.*, 29(1975), 204—216.
- [109] Xia, X. H., Gao, W. B., On the Exponential Observers of Nonlinear Systems, *Syst. Contr. Lett.*, 11(1988), 319—325.
- [110] Bestle, D., Zeitz, M., Canonical Form Observer Design for Nonlinear Time-variable Systems, *Int. J. Contr.*, 38(1983), 419—431.
- [111] Krener, A. J., Respondek, W., Nonlinear Observers with Linearizable Error Dynamics, *SIAM J. Contr. & Opt.*, 23(1985), 197—216.
- [112] Xia, X. H., Gao, W. B., Nonlinear Observer Design by Observer Error Linearization, *SIAM J. Contr. & Opt.*, 27(1989), 119—216.
- [113] Walcott, B. L., Zak, S. H., State Observation of Nonlinear Uncertain Dynamical Systems, *IEEE, AC-32*(1987), 166—170.
- [114] Van der Schaft, A. J., On Nonlinear Observers, *IEEE, AC-30*(1985), 1254—1256.
- [115] Sussmann, H. J., Limitations on Nonlinear Minimum Phase Systems, *IEEE, AC-35*(1990), 107—109.

## THE DEVELOPMENT OF NONLINEAR CONTROL SYSTEMS

GAO WEIBING    CHENG MIAN    XIA XIAOHUA

(The Seventh Research Division, Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

### ABSTRACT

This is a survey on the research of nonlinear control system over the latest decades. According to the development of the research, the authors divide the paper into six parts, among which the well established theory and practice, especially the most important results and methods, are reviewed. The state of the art of the recent research and several open problems are also presented.

**Key words:** Nonlinear system; stability; feedback design.