

基于迭代学习的农业车辆路径跟踪控制

卜旭辉¹ 侯忠生² 余发山¹ 付子义¹

摘要 由于农作物的播种、收获、除草和农药化肥喷洒具有周期性的特点, 农业车辆在执行农田作业时具有较强的重复性. 基于迭代学习控制 (Iterative learning control, ILC) 方法研究农业车辆的路径跟踪问题, 建立了农业车辆的两轮移动机器人运动学模型, 设计了车辆路径跟踪的迭代学习控制算法, 并基于压缩映射方法理论上证明了算法的收敛性. 研究表明, 迭代学习控制可有效利用农业车辆运行的重复信息, 实现车辆期望路径有限区间内的高精度完全跟踪控制. 仿真示例验证了本文方法的有效性.

关键词 迭代学习控制, 农业车辆, 移动机器人, 路径跟踪

引用格式 卜旭辉, 侯忠生, 余发山, 付子义. 基于迭代学习的农业车辆路径跟踪控制. 自动化学报, 2014, 40(2): 368–372

DOI 10.3724/SP.J.1004.2014.00368

Iterative Learning Control for Trajectory Tracking of Farm Vehicles

BU Xu-Hui¹ HOU Zhong-Sheng² YU Fa-Shan¹
FU Zi-Yi¹

Abstract Duo to the periodicity of farm harvesting, seeding, cropping and spraying, the farm vehicle often does repetitive tasks. The problem of iterative learning control for farm vehicle trajectory tracking is considered. A two-wheel mobile robot kinematic model of farm vehicle is first established, then the D-type iterative learning control law is given. The convergence of the proposed iterative learning control (ILC) law is analyzed based on the contraction mapping approach. It is shown that the iterative learning control law can obtain perfect tracking performance after some iterations. A simulation example is also given to illustrate the effectiveness of the proposed approach.

Key words Iterative learning control (ILC), farm vehicles, mobile robot, trajectory tracking

Citation Bu Xu-Hui, Hou Zhong-Sheng, Yu Fa-Shan, Fu Zi-Yi. Iterative learning control for trajectory tracking of farm vehicles. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(2): 368–372

夫农, 天下之本也, 农业是国民经济的基础. 随着经济社会的发展, 基于自动化和信息化的现代农业技术逐步替代传统的人工种植模式^[1]. 农业车辆自动驾驶技术是现代农业的一个重要组成部分, 该技术可实现拖拉机、联合收获机和其

他农业车辆的自定位自行走能力, 因此, 在自动喷洒农药肥料、收割作业、中耕除草和插秧耕作等许多方面有着广泛的用途^[2]. 农业车辆自动驾驶技术主要包括环境感知、路径规划和路径跟踪控制, 其中, 路径跟踪控制是导航系统自动控制的主要研究内容^[3]. 农业车辆的路径跟踪是一个非线性问题, 在实际应用中要求车辆能够快速、精确地跟踪指定的路径. 尤其在现代精细农业中农作物种植精密, 对实施作业的车辆路径跟踪精度要求较高, 很小的误差将会导致对农作物的破坏, 因此, 更需要一种高精度跟踪控制的方法.

由于农业车辆的参考轨迹与时间呈非线性函数关系使得跟踪控制实现起来比较困难^[4], 已有的研究结果中大多将农业车辆视为一个两轮或 4 轮的移动机器人, 然后设计跟踪控制器. 文献 [5–6] 利用 Backstepping-based 控制方法, 对移动机器人进行全局跟踪控制, 文献 [7–8] 将滑模变结构控制方法应用于移动机器人的轨迹跟踪, 文献 [9] 将非伪控制方法应用于移动机器人的轨迹跟踪, 文献 [10–11] 将鲁棒自适应控制应用于移动机器人的轨迹跟踪. 上述控制方法均是在时间域上实现路径的渐近跟踪, 其控制精度较低, 很难满足现代精细农业的要求.

实际工作过程中, 农业车辆大多是执行重复任务, 其重复性体现在如下两点: 1) 根据农作物的生长特性, 某一时期内农业车辆需要在相同的农田间进行多次的播种、化肥农药喷洒、收割等工作, 每次工作过程中农业车辆均是执行重复性的任务. 以农药喷洒为例, 针对固定的农田, 农药喷洒作业时每次都是相同的剂量、相同的行走路径、相同的喷洒初始点. 2) 由于农作物的种植都是按照固定的行距和株距进行的, 农业车辆在某一农田内不同的行间执行播种、喷洒和收获等工作时也具有很强的重复性.

针对重复运行的系统, 迭代学习控制 (Iterative learning control, ILC) 是一种有效的控制方法^[12–14]. 该方法可以根据过去运行次数的信息, 修正当前的控制输入信号, 实现有限时间区间内的完全跟踪控制. 目前, 迭代学习控制已在多个非线性系统的跟踪控制中得到成功应用^[15–20]. 然而, 农业车辆的迭代学习控制却尚无研究. 鉴于以上分析, 本文研究基于迭代学习控制的农业车辆路径跟踪问题. 首先, 针对无滑动约束的农业车辆, 建立了两轮移动机器人运动学模型; 然后, 设计路径跟踪的迭代学习控制算法. 理论上基于压缩映射方法给出了算法的收敛性证明, 并通过仿真验证方法的有效性. 迭代学习控制可以充分利用农业车辆运行的重复信息实现有限区间内的高精度完全跟踪控制, 为现代精细农业提供一种有效的车辆路径跟踪控制方法.

1 问题描述

农业车辆多采用双后轮驱动、双前轮支撑的 4 轮移动机器人, 其中, 前轮为无动力的方向轮, 起平衡作用, 后轮为驱动轮. 在不考虑轮胎与地面侧向滑动的前提下, 可将 4 轮车简化为两轮车模型进行运动学分析, 如图 1 所示. $P(t) = [x_c(t), y_c(t), \theta_c(t)]$ 为 t 时刻两轮机器人的广义坐标, 其中, $x_c(t), y_c(t)$ 分别为平面坐标系的横坐标和纵坐标, $\theta_c(t)$ 为机器人前进方向与横轴的夹角. 两轮移动机器人受轮子与地面之间的速度不可积约束, 即非完整约束. 记 $v_c(t), \omega_c(t)$ 分别为移动机器人的线速度和角速度, 则两轮移动机器人的运动学模型为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c(t) \\ \dot{y}_c(t) \\ \dot{\theta}_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_c(t) & 0 \\ \sin \theta_c(t) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ \omega_c(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

收稿日期 2012-10-08 录用日期 2013-06-17
Manuscript received October 8, 2012; accepted June 17, 2013
国家自然科学基金 (61203065, 61120106009), 河南省高等学校控制工程重点学科开放实验室项目 (KG2011-10), 河南理工大学青年骨干教师计划项目资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61203065, 61120106009), the Program of Open Laboratory Foundation of Control Engineering Key Discipline of Henan Provincial High Education (KG 2011-10), and the Program of Key Young Teacher of Henan Polytechnic University
本文责任编辑 刘德荣
Recommended by Associate Editor LIU De-Rong
1. 河南理工大学电气工程与自动化学院 焦作 454003 2. 北京交通大学电子信息工程学院 北京 100044
1. School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454003 2. School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044

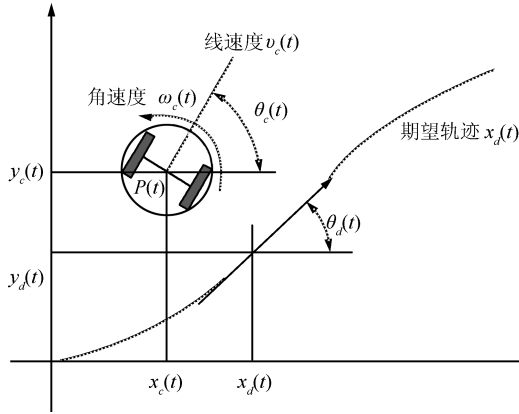


图1 两轮移动机器人路径跟踪原理图

Fig. 1 The configuration of two-wheel mobile robot for trajectory tracking

定义

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [x_c(t) \quad y_c(t) \quad \theta_c(t)]^T \\ \mathbf{u}(t) &= [v_c(t) \quad \omega_c(t)]^T \end{aligned}$$

则模型 (1) 可表示为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = B(\mathbf{x}(t))\mathbf{u}(t) \quad (2)$$

式中

$$B(\mathbf{x}(t)) = \begin{bmatrix} \cos \theta_c(t) & 0 \\ \sin \theta_c(t) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由于农业车辆具有重复运行的特点, 假定在一段有限时间范围 $[0, T]$ 内, 农业车辆多次执行重复的动作, 此时, 系统 (2) 可表述为

$$\dot{\mathbf{x}}_k(t) = B(\mathbf{x}_k(t))\mathbf{u}_k(t) \quad (3)$$

式中 k 为重复运行的次数,

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k(t) &= [x_{k,c}(t) \quad y_{k,c}(t) \quad \theta_{k,c}(t)]^T \\ \mathbf{u}_k(t) &= [v_{k,c}(t) \quad \omega_{k,c}(t)]^T \\ B(\mathbf{x}_k(t)) &= \begin{bmatrix} \cos \theta_{k,c}(t) & 0 \\ \sin \theta_{k,c}(t) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

根据移动机器人的运动学模型和实际运行特点, 可以给出如下假设.

假设 1. 矩阵函数 $B(\mathbf{x}_k(t))$ 对于 $\mathbf{x}_k(t)$ 满足全局 Lipschitz 条件, 即存在常数 k_b 使得下式成立:

$$\|B(\mathbf{x}_1(t)) - B(\mathbf{x}_2(t))\| \leq k_b \|\mathbf{x}_1(t) - \mathbf{x}_2(t)\|$$

假设 2. 矩阵函数 $B(\mathbf{x}_k(t))$ 是有界的, 即

$$\|B(\mathbf{x}_k(t))\| \leq b_B$$

其中, b_B 为正的常数.

假设 3. 对于给定的期望轨迹 $\mathbf{x}_d(t)$, 存在控制输入 $\mathbf{u}_d(t)$ 满足 $\dot{\mathbf{x}}_d(t) = B(\mathbf{x}_d(t))\mathbf{u}_d(t)$, 且期望控制输入 $\mathbf{u}_d(t)$ 满足 $\|\mathbf{u}_d(t)\| \leq b_{u_d}$.

假设 4. 对于所有的运行次数 k , 满足:

$$\mathbf{x}_k(0) = \mathbf{x}_d(0)$$

注 1. 上述 4 个假设对于执行重复任务的农业车辆都是满足的. 由于矩阵函数 $B(\mathbf{x}_k(t))$ 中仅包含函数 $\cos \theta_{k,c}(t), \sin \theta_{k,c}(t)$, 因此, 假设 1 中的 Lipschitz 条件和假设 2 的有界条件是满足的. 假设 3 为给定轨迹的可控性条件, 如果该条件不满足, 对系统的控制将没有意义. 农业车辆在农田间执行重复任务, 每次执行任务时车辆的初始状态都是相同的, 如农药喷洒时农业车辆总是选择相同的喷洒起始点, 因此, 假设 4 也是满足的.

如图 1 所示, 假设移动机器人的期望轨迹为 $\mathbf{x}_d(t) = [x_d(t), y_d(t), \theta_d(t)]$, 则路径跟踪问题可描述为找到合适的控制输入 $\mathbf{u}(t) = [v_c(t) \quad \omega_c(t)]$, 使得跟踪误差 $\delta \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_d(t) - \mathbf{x}(t) = 0$.

2 控制器设计及收敛性分析

考虑如下 D 型迭代学习控制律

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \Gamma \delta \dot{\mathbf{x}}_k(t) \quad (4)$$

式中, Γ 为待选择的学习增益矩阵.

定义如下 λ 范数, 对于向量函数 $\mathbf{f}: [0, T] \rightarrow \mathbf{R}^n$, 其 λ 范数为

$$\|\mathbf{f}(\cdot)\|_\lambda = \sup_{0 \leq t \leq T} \left\{ e^{-\lambda t} \|\mathbf{f}(t)\| \right\}, \quad \lambda > 0$$

可给出如下定理.

定理 1. 对于满足假设 1~4 的系统式 (3), 采用式 (4) 的迭代学习控制算法, 当增益矩阵的选取对于所有的 k, t 均满足下述条件时,

$$\|I - \Gamma B(\mathbf{x}_k(t))\| \leq \rho < 1, \quad 0 \leq t \leq T \quad (5)$$

则系统输出收敛于期望输出, 即当 $k \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{x}_k(t) \rightarrow \mathbf{x}_d(t)$.

证明. 由假设 3 可知

$$\begin{aligned} \delta \dot{\mathbf{x}}_k(t) &= \dot{\mathbf{x}}_d(t) - \dot{\mathbf{x}}_k(t) = \\ &= B(\mathbf{x}_d(t))\mathbf{u}_d(t) - B(\mathbf{x}_k(t))\mathbf{u}_k(t) = \\ &= (B(\mathbf{x}_d(t)) - B(\mathbf{x}_k(t)))\mathbf{u}_d(t) + \\ &= B(\mathbf{x}_k(t))\delta \mathbf{u}_k(t) \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $\delta \mathbf{u}_k(t) = \mathbf{u}_d(t) - \mathbf{u}_k(t)$ 为控制输入误差.

根据迭代学习控制律 (4), 可将第 $k+1$ 次的控制输入误差表示为

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{u}_{k+1}(t) &= \mathbf{u}_d(t) - \mathbf{u}_{k+1}(t) = \\ &= \mathbf{u}_d(t) - \mathbf{u}_k(t) - \Gamma \delta \dot{\mathbf{x}}_k(t) = \\ &= \delta \mathbf{u}_k(t) - \Gamma B(\mathbf{x}_k(t))\delta \mathbf{u}_k(t) - \\ &= \Gamma (B(\mathbf{x}_d(t)) - B(\mathbf{x}_k(t)))\mathbf{u}_d(t) \end{aligned} \quad (7)$$

上式两端取范数, 考虑假设 1 中的 Lipschitz 条件和假设 3 中的期望输入有界, 可得:

$$\begin{aligned} \|\delta \mathbf{u}_{k+1}(t)\| &\leq \|I - \Gamma B(\mathbf{x}_k(t))\| \|\delta \mathbf{u}_k(t)\| + \\ &= k_b \|\Gamma\| \|\mathbf{u}_d(t)\| \|\delta \mathbf{x}_k(t)\| \leq \\ &= \rho \|\delta \mathbf{u}_k(t)\| + k_1 \|\delta \mathbf{x}_k(t)\| \end{aligned} \quad (8)$$

式中, $k_1 := b_\Gamma k_b b_{ud}$, b_Γ 为学习增益矩阵的范数上界.

根据系统方程式 (3)、假设 2 和假设 4 可得:

$$\begin{aligned} \|\delta \mathbf{x}_k(t)\| &= \|\mathbf{x}_d(t) - \mathbf{x}_k(t)\| \leq \\ &\|\mathbf{x}_d(0) - \mathbf{x}_k(0)\| + \\ &\left\| \int_0^t (B(\mathbf{x}_d(\tau))\mathbf{u}_d(\tau) - B(\mathbf{x}_k(\tau))\mathbf{u}_k(\tau))d\tau \right\| \leq \\ &\int_0^t (\|B(\mathbf{x}_k(\tau))\| \|\delta \mathbf{u}_k(\tau)\|)d\tau + \\ &\int_0^t (\|B(\mathbf{x}_d(\tau)) - B(\mathbf{x}_k(\tau))\| \|\mathbf{u}_d\|)d\tau \leq \\ &\int_0^t (k_b b_{ud} \|\delta \mathbf{x}_k(\tau)\| + b_B \|\delta \mathbf{u}_k(\tau)\|)d\tau \end{aligned} \quad (9)$$

记 $k_3 = k_b b_{ud}$, 对式 (9) 利用 Bellman-Gronwall 引理可得:

$$\|\delta \mathbf{x}_k(t)\| \leq \int_0^t e^{k_3(t-\tau)} b_B \|\delta \mathbf{u}_k(\tau)\| d\tau \quad (10)$$

将式 (10) 代入式 (8), 可得:

$$\|\delta \mathbf{u}_{k+1}(t)\| \leq \rho \|\delta \mathbf{u}_k(t)\| + k_1 b_B \int_0^t e^{k_3(t-\tau)} \|\delta \mathbf{u}_k(\tau)\| d\tau \quad (11)$$

记 $\kappa := \max\{k_1 b_B, k_3\}$, 式 (11) 两端同时乘以 $e^{-\lambda t}$ 可得:

$$\begin{aligned} e^{-\lambda t} \|\delta \mathbf{u}_{k+1}(t)\| &\leq \rho e^{-\lambda t} \|\delta \mathbf{u}_k(t)\| + \\ &\kappa \int_0^t e^{-\lambda \tau} \|\delta \mathbf{u}_k(\tau)\| e^{(\kappa-\lambda)(t-\tau)} d\tau \end{aligned} \quad (12)$$

对于常数 κ 满足 $\|\kappa\|_\lambda = \kappa$, 因此根据式 (12) 可得:

$$\begin{aligned} \|\delta \mathbf{u}_{k+1}(t)\|_\lambda &\leq \left[\rho + \frac{\kappa}{\lambda - \kappa} (1 - e^{(\kappa-\lambda)t}) \right] \|\delta \mathbf{u}_k(t)\|_\lambda = \\ &\bar{\rho} \|\delta \mathbf{u}_k(t)\|_\lambda \end{aligned} \quad (13)$$

式中, $\bar{\rho} = \rho + \frac{\kappa}{\lambda - \kappa} (1 - e^{(\kappa-\lambda)t})$.

由条件 (5) 可知 $\rho < 1$, 可以找到一个满足 $\lambda > \kappa$ 的 λ 使得 $\bar{\rho} < 1$, 因此, 根据式 (13) 可知:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\delta \mathbf{u}_k(t)\|_\lambda = 0$$

式 (10) 两端同时乘以 $e^{-\lambda t}$ 并取 λ 范数可得:

$$\begin{aligned} \|\delta \mathbf{x}_k(t)\|_\lambda &\leq b_B \int_0^t e^{(k_3-\lambda)(t-\tau)} \|\delta \mathbf{u}_k(\tau)\|_\lambda d\tau \leq \\ &\frac{b_B}{\lambda - k_3} (1 - e^{(k_3-\lambda)t}) \|\delta \mathbf{u}_k(t)\|_\lambda \end{aligned}$$

$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\delta \mathbf{u}_k(t)\|_\lambda = 0$ 意味着 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\delta \mathbf{x}_k(t)\|_\lambda = 0$. \square

注 2. 由于 D 型 ILC 结构简单, 可调参数较少, 因此, 本文选择 D 型 ILC 作为研究对象. 从定理的证明过程可知, 当算法选择为 PD 型 ILC, PID 型 ILC 时, 可采用相同的方法给出收敛性分析.

注 3. 定理中跟踪误差的收敛性是基于 λ 范数证明的, 根据 λ 范数的定义可知, 跟踪误差在 λ 范数下单调收敛并不能保证在 ∞ 范数或 2 范数下单调收敛, 跟踪过程中可能会存在暂态误差较大的情况, 造成农业车辆对农作物的破坏. 此时, 可考虑采用具有单调收敛特性的迭代学习控制算法, 如文献 [21] 中的指数收敛学习律.

注 4. 本文的研究是基于农业车辆两轮移动机器人运动学模型式 (2) 进行的, 该模型与车辆本身参数无关, 因此, 在农业车辆控制问题的研究中被经常采用^[2, 6]. 实际应用中, 农业车辆如拖拉机、收割机、除草机等多为 4 轮车辆. 由本文定理的证明过程可知, 针对文献 [10] 中的给出的农业车辆 4 轮移动机器人的运动学模型, 本文的分析和设计方法可以很直接地推广.

3 仿真研究

实际过程中, 根据农作物的种植特点可知, 车辆作业时经常在农作物的行间进行直线行走或换行时进行圆弧转弯行走, 因此, 本文仿真中考虑直线路径跟踪以及椭圆路径跟踪两种情况. 若此两种路径跟踪控制能取得较好的效果, 则对于农田行走的其他曲线路径跟踪控制也是有效的.

3.1 直线路径跟踪

假设移动机器人的期望跟踪路径为

$$\begin{cases} x_d(t) = t \\ y_d(t) = 2t \\ \theta_d(t) = \arctan 2 \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi] \quad (14)$$

其期望初始条件为 $(0, 0, \arctan 2)$, 因此, 仿真中将初始条件设为 $x_k(0) = 0, y_k(0) = 0, \theta_k(0) = \arctan 2$. 第一次迭代的控制输入为 $\mathbf{u}_0(t) = 0$, 即 $v_{0,c}(t) = 0, \omega_{0,c}(t) = 0$. 仿真过程中采样时间取 0.001 s.

考虑式 (4) 的迭代学习控制律, 选择增益矩阵为

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 \end{bmatrix}$$

由于 $\sin(x_k(t)), \cos(x_k(t))$ 在时间区间 $t \in [0, 2\pi]$ 上对于所有 $x_k(t)$ 满足 Lipschitz 条件且界为 $[-1, 1]$, 容易验证定理的收敛条件 $\|I - \Gamma B(\mathbf{x}_k(t))\| < 1$ 成立, 因此, 系统渐近稳定, 仿真结果如图 2 和图 3 所示. 图 2 给出了不同迭代次数的跟踪效果, 可以看出经过 20 次的迭代后, 移动机器人可以较好地跟踪直线轨迹. 图 3 给出了不同迭代次数下水平位移分量 $x_k(t)$ 和垂直位移分量 $y_k(t)$ 的最大跟踪误差, 由图 3 可以看出经过 20 次迭代后, 跟踪误差逐渐趋近于 0, 但 $y_k(t)$ 的跟踪误差收敛不是单调的.

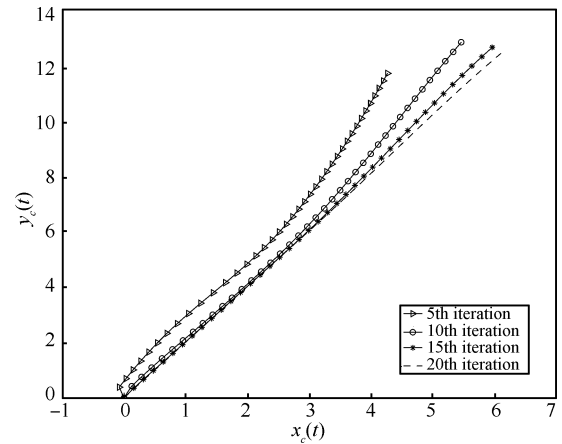


图 2 直线轨迹跟踪效果

Fig. 2 Tracking performance for linear trajectory

3.2 椭圆路径跟踪

假设移动机器人期望的跟踪轨迹为

$$\begin{cases} x_d(t) = 2 \cos(\pi t) - 2 \\ y_d(t) = \sin(\pi t) \\ \theta_d(t) = \pi t + \frac{\pi}{2} \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi] \quad (15)$$

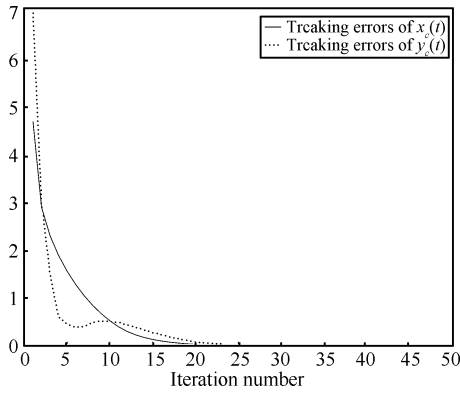


图 3 直线轨迹最大跟踪误差
Fig.3 The max tracking error for linear trajectory

仿真中初始条件设为 $x_k(0) = 0, y_k(0) = 0, \theta_k(0) = \pi/2$, 第一次迭代的控制输入为 $u_0(t) = 0$, 即 $v_{0,c}(t) = 0, \omega_{0,c}(t) = 0$, 仿真过程中采样时间仍取 0.001 s. 采用与第 3.1 节相同的迭代学习控制算法, 此时, 系统同样是收敛的. 仿真结果如图 4 和图 5 所示. 同样地, 经过 20 次的迭代后移动机器人可以较好地跟踪椭圆轨迹, 分量 $x_c(t)$ 和 $y_c(t)$ 的最大跟踪误差也逐渐趋近于 0, 而 $y_c(t)$ 的跟踪误差是渐近收敛的, 收敛过程中出现暂态误差波动的情况.

第 3.1 节和第 3.2 节的仿真示例说明, 迭代学习控制可以利用农业车辆重复运行的信息, 经过学习实现有限区间内路径的完全跟踪控制, 达到高精度跟踪的效果, 这是普通控制算法所无法实现的. 另外, 迭代学习控制算法的结构简单、计算量小、易于实际系统的实现.

4 结论

农作物耕种和管理具有周期性和重复性的特点, 本文基于这些重复性特征研究了农业车辆路径跟踪的迭代学习控制问题. 首先, 针对无滑动约束的农业车辆, 建立了两轮移动机器人运动学模型, 然后, 设计路径跟踪的迭代学习控制算法, 理论上基于压缩映射方法给出了算法的收敛性证明, 并通过仿真验证方法的有效性. 研究表明, 迭代学习控制可有效利用农业车辆运行的重复信息, 实现车辆期望轨迹的完全跟踪控制.

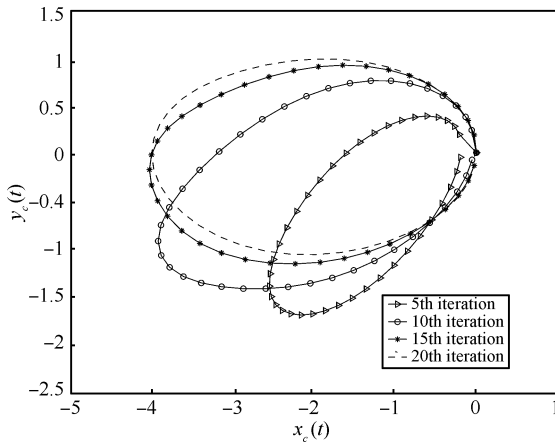


图 4 椭圆轨迹跟踪效果
Fig.4 Tracking performance for elliptical trajectory

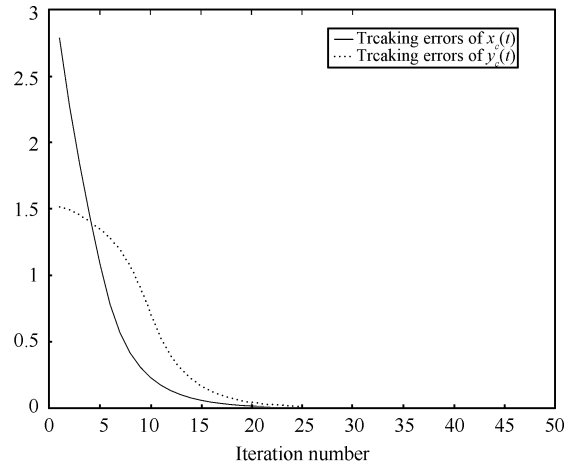


图 5 椭圆轨迹最大跟踪误差
Fig.5 The max tracking error for elliptical trajectory

References

- Huang Y B, Lan Y B, Steven J T, Alex F, Wesley C H, Ronald E L. Development of soft computing and applications in agricultural and biological engineering. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2010, **71**(2): 107–127
- Thuilot B, Cariou C, Martinet P, Berducat M. Automatic guidance of a farm tractor relying on a single CP-DGPS. *Autonomous robots*, 2002, **13**(1): 87–104
- Li Jin, Chen Wu-Wei, Li Bi-Chun, Wang Shan-Bin. Road recognition and tracking control of a vision guided AGV. *Transactions of the Chinese Society for Agriculture Machinery*, 2008, **39**(2): 20–24
(李进, 陈无畏, 李碧春, 王檀彬. 自动导引车视觉导航的路径识别和跟踪控制. *农业机械学报*, 2008, **39**(2): 20–24)
- Dong Wen-Jie, Huo Wei. Tracking control of mobile robots with nonholonomic constraint. *Acta Automatica Sinica*, 2000, **36**(1): 1–6
(董文杰, 霍伟. 受非完整约束移动机器人的跟踪控制. *自动化学报*, 2000, **36**(1): 1–6)
- Jiang Z P, Nijmeijer H. Tracking control of mobile robots: a case study in backstepping. *Automatica*, 1998, **33**(7): 1393–1399
- Kunar U, Sukavanam N. Backstepping based trajectory tracking control of a four wheeled mobile robot. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2008, **5**(4): 403–410
- Fang H, Fan R X, Thuilot B, Martinet P. Trajectory tracking control of farm vehicles in presence of sliding. *Robotics and Autonomous Systems*, 2006, **54**(10): 828–839
- Fang H, Lenain R, Fan R X, Thuilot B, Martinet P. Sliding mode control of automatic guidance of farm vehicles in the presence of sliding. In: *Proceedings of the 4th International Symposium on Robotics and Automation*. Queretaro, Mexico, 2004. 582–587
- Tan Fo-Xiao, Liu De-Rong, Guan Xin-Ping, Xing Shao-Min. Trajectory tracking control of nonholonomic mobile robot systems based on unfalsified control theory. *Control and Decision*, 2010, **35**(11): 1693–1697
(谭拂晓, 刘德荣, 关新平, 邢少民. “非伪”理论的非完整移动机器人轨迹跟踪控制. *控制与决策*, 2010, **35**(11): 1693–1697)

- 10 Liang Zhen-Ying, Wang Chao-Li. Robust stabilization of nonholonomic chained form systems with uncertainties. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(2): 129–142
(梁振英, 王朝立. 不确定非完整链式系统的鲁棒镇定. 自动化学报, 2011, **37**(2): 129–142)
- 11 Derrick J B, David M B. Adaptive steering control of a farm tractor with varying yaw rate properties. *Journal of Field Robotics*, 2009, **26**(6–7): 519–536
- 12 Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robots by learning. *Journal of Robotic Systems*, 1984, **1**(2): 123–140
- 13 Bristow D A, Tharayi M, Alleyne A G. A survey of iterative learning control. *IEEE Control Systems Magazine*, 2006, **26**(3): 96–114
- 14 Ahn H S, Chen Y, Moore K L. Iterative learning control: brief survey and categorization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics — Part C: Applications and Reviews*, 2007, **37**(6): 1099–1121
- 15 Hou Z S, Xu J X, Yan J W. An iterative learning approach for density control of freeway traffic flow via ramp metering. *Transportation Research: Part C*, 2008, **16**(1): 71–79
- 16 Bu X H, Yu F S, Hou Z S, Wang F Z. Iterative learning control for a class of nonlinear systems with random packet losses. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 2013, **14**(1): 576–580
- 17 Chi Rong-Hu, Sui Shu-Lin, Hou Zhong-Sheng. A new discrete-time adaptive ILC for nonlinear systems with time-varying parametric uncertainties. *Acta Automatica Sinica*, 2008, **34**(7): 805–808
(池荣虎, 隋树林, 侯忠生. 非线性时变参数不确定系统的自适应迭代学习控制. 自动化学报, 2008, **34**(7): 805–808)
- 18 Gao F R, Yang Y, Shao C. Robust iterative learning control with applications to injection molding process. *Chemical Engineering Science*, 2002, **56**(24): 7025–7034
- 19 Wu S C, Tomizuka M. An iterative learning control design for self-servowriting in hard disk drives. *Mechatronics*, 2010, **20**(1): 53–58
- 20 Hou Z S, Wang Y, Yin C K, Tang T. Terminal iterative learning control based station stop control of a train. *International Journal of Control*, 2011, **48**(7): 1263–1274
- 21 Lee H S, Bien Z. A note on convergence property of iterative learning controller with respect to sup-norm. *Automatica*, 1997, **33**(8): 1591–1599
- 卜旭辉 河南理工大学电气工程与自动化学院副教授. 主要研究方向为数据驱动控制, 迭代学习控制, 交通系统控制. 本文通信作者.
E-mail: buxuhui@gmail.com
(**Bu Xu-Hui** Associate professor at Henan Polytechnic University. His research interest covers data-driven control, iterative learning control, and traffic control. Corresponding author of this paper.)
- 侯忠生 北京交通大学电子信息工程学院教授. 主要研究方向为无模型自适应控制, 学习控制, 智能交通系统. E-mail: zhshhou@bjtu.edu.cn
(**HOU Zhong-Sheng** Professor at the School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University. His research interest covers model free adaptive control, learning control, and intelligent transportation systems.)
- 余发山 河南理工大学电气工程与自动化学院教授. 主要研究方向为工业过程控制, 计算机仿真, 电力电子传动技术.
E-mail: yufs@hpu.edu.cn
(**YU Fa-Shan** Professor at the School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University. His research interest covers industrial process control, computer simulation, power electronics and drives.)
- 付子义 河南理工大学电气工程与自动化学院教授. 主要研究方向为电机控制, 矿井自动化技术, 智能信息处理. E-mail: fuzy@hpu.edu.cn
(**FU Zi-Yi** Professor at the School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University. His research interest covers motor control, coal mine automation technique, and intelligence information processing.)