时变论域下的语言动力学轨迹

莫 红 [1, 2]

摘 要 为了描述在不同时刻内涵发生变化的模糊集合, 本文通过综合模糊集合、语言动力系统 (Linguistic dynamic systems, LDS) 及动态规划, 提出了时变论域与动态模糊规则理论, 将时变论域分为离散型与连续型两类, 每一类分为递增型、递减型及波动型三种, 并讨论如何在时变论域上建立动态模糊规则以及进行词计算, 最后给出时变论域下的语言动力学轨迹.

关键词 时变论域, 动态模糊规则, 词计算, 语言动力系统

引用格式 莫红. 时变论域下的语言动力学轨迹. 自动化学报, 2012, **38**(10): 1585−1594

DOI 10.3724/SP.J.1004.2012.01585

Linguistic Dynamic Orbits in the Time Varying Universe of Discourse

MO Hong[1, 2]

Abstract In order to describe the fuzzy set whose intention varies with time interval, we present the theory of time-varying universe of discourse and dynamic fuzzy rules by synthesizing fuzzy set, linguistic dynamic systems (LDS), and dynamic programming. The time-varying universe discourse is divided into two types: discrete type and continuous type, and each type is sorted into incremental, decremental, and mixed classes. Then, how to build dynamic fuzzy rules and how to compute with words on time-varying universe of discourse are discussed. Finally, the linguistic dynamic orbits on the time-varying universe of discourse are given.

Key words Time-varying universe of discourse, dynamic fuzzy rule, computing with word, linguistic dynamic system (LDS)

Citation Mo Hong. Linguistic dynamic orbits in the time varying universe of discourse. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(10): 1585−1594

在语言动力系统相关工作中, 人们往往采用词计算取代常规的数值符号计算, 以期在语言的层次上解决复杂系统建模、分析、决策及评价等问题[1−3]. 近几年来, 语言动力系统 (Linguistic dynamic systems, LDS) 理论得到了一定的发展[4−6]. 这些工作主要是通过运用扩展原理, 将常规的数值动力系统转化为相应的语言动力系统, 分析稳定性、倍周期分支及混沌等现象在语言动力系统中对应的属性与特征[7−8].

在以往的研究中, 语言动力系统主要是由常规数值动力系统抽象化得到的, 由于常规数值动力系统定义在确定的论域之上, 因此对应的语言动力系统的所在论域也是确定的. 另一方面, 因为数值动力系统的计算单位为数值或符号, 数值或符号是不会随时间而变化的, 但是语言动力系统的计算单位是一个模糊集合, 如何定义这个模糊集合, 不仅不同的人有不同的定义, 并且随着时间的推移, 相同的人对同一模糊集合的定义也不尽相同, 然而在同一论域上, 对同一模糊集合在不同时间给出不同的定义显然是不可行的. 因此, 为了更好地描述这一类复杂系统中的问题, 必须考虑定义在时变论域上的语言动力系统. 在该系统中, 其论域的取值范围随着时间的变化而变化, 模糊集合的隶属度函数也随之发生改变. 如在 1960 年～1970 年间, "月收入 70 多元" 在当时的中国属于 "高收入", 但现在, 不再是 "高收入" 了, 这说明, 模糊集合 "高收入" 一词的隶属度函数发生了变化, 然而在确定论域上对同一模糊集合 "高收入" 给出不同隶属度函数显然不合适, 但是在时变论域上, 我们可以这样定义.

时变论域是指在描述事物的状态时, 论域随时间变化而改变. 李洪兴提出的 "变论域"[9] 是指在控制过程中, 在模糊规则不变的前提下, 论域随着误差的改变而进行伸缩, 并通过一个伸缩因子来确定论

收稿日期 2012-02-07 录用日期 2012-06-19
Manuscript received February 7, 2012; accepted June 19, 2012
国家自然科学基金 (61074903, 61074018), 中国科学院自动化研究所复杂系统管理与控制国家重点实验室开放课题, 长沙理工大学青年英才计划资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61074903, 61074018), Open Project of State Key Laboratory of Management and Control for Complex Systems, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, and Youth Talent Support Plan of Changsha University of Science and Technology
本文责任编委 刘德荣
Recommended by Associate Editor LIU De-Rong
1. 长沙理工大学电气与信息工程学院 长沙 410114 2. 智能电网运行与控制湖南省重点实验室 (长沙理工大学) 长沙 410114
1. School of Electric and Information Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114 2. Hunan Province Key Laboratory of Smart Grids Operation and Control (Changsha University of Science and Technology), Changsha 410114

域的变化范围. 但是在时变论域中, 研究对象的改变并不均是通过论域的伸缩来实现, 如将某单位全体员工视为论域, 员工的变动并不能在对应论域的伸缩上得以体现, 所以, 时变论域并不是论域的伸缩, 因此变论域和时变论域这两个概念有着本质的区别. 另一方面, 在论域随时间变化的同时, 定义在对应论域上的模糊规则也发生变化, 而对模糊规则库进行动态编辑无法描述因论域随时间变化而带来相应规则的改变这种情形[10].

马克思关于量变与质变规律阐明 "量变引起质变, 在新的质的基础上开始新的量变". 常规的数学方法是分析事物发展量变过程的有力工具, 但描述事物如何产生质变, 该方法往往不可行, 因为事物产生质变之后在原有的论域上继续讨论事物的发展状态是不合适的, 在新的论域上对事物进行分析不失为解决问题的一种有效方法. 因此, 可以预见在现有的条件下, 运用时变论域下的语言动力学系统理论是分析事物由量变到质变又开始新的量变的有力工具之一.

为了更好地在语言层次上描述客观对象的动力学演化规律, 本文提出了时变论域和动态模糊规则, 并根据研究对象的特点, 将其分为离散时变论域和连续时变论域, 在此基础上讨论了如何建立动态的模糊规则, 给出了基于动态模糊规则的推理与计算方法, 最后由相应的实例来研究时变论域下的语言动力学轨迹.

1 介绍

设论域 Ω 上的一个一型模糊集合 ω 定义为[11]

$$\omega : \Omega \to [0,1]$$

即对任意 $x \in \Omega$, 存在 $\mu_\omega(x) \in [0,1]$ 与之对应, 称 $\mu_\omega(x)$ 为点 x 对于模糊集合 ω 的隶属度, 记为 $\omega(x)$.

设论域 Ω 上的一个二型模糊集合 A 定义为一个二型隶属度函数 $\mu_A(x,u)$, 表示为[12]

$$A = \{((x,u), \mu_\omega(x,u)) | \forall x \in X, \forall u \in J_x \subseteq [0,1]\}$$

或

$$A = \int_{x\in\Omega} \int_{u\in J_x} \frac{\mu_\omega(x,u)}{(x,u)}$$

这里, x、u 分别为主、次变量, $J_x \subseteq [0,1]$ 为主隶属度函数, $0 \le \mu_\omega(x,u) \le 1$ 为次隶属度.

论域 Ω 上一、二型模糊集合的全体分别记为 $\Re_1(\Omega), \Re_2(\Omega)$.

设 $\Re_1(X)$, $\Re_1(Y)$ 分别为对应论域 X, Y 上的模糊集合全体, $\Re_2(X)$, $\Re_2(Y)$ 分别为对应论域 X, Y 上的二型模糊集合全体, R_1, R_2 分别为 $\Re_1(X), \Re_2(X)$ 上的模糊逻辑算子, 定义为

$$R_1 : \Re_1(X) \to \Re_1(Y)$$
$$R_2 : \Re_2(X) \to \Re_2(Y)$$

对于初始词 $\omega \in \Re_1(X), A \in \Re_2(X)$, 各自在模糊逻辑算子 R_1, R_2 的作用下, 其像词分别为 $R_1(\omega)$, $R_2(A)$.

若 $\omega_0 \in \Re_1(X)$, $A_0 \in \Re_2(X)$, 使得 $R_1(\omega_0) = \omega_0$, $R_2(A_0) = A_0$, 则点 ω_0, A_0 分别称为 R_1, R_2 的平衡词. 语言动力系统的平衡词、渐近稳定词、全局渐近稳定词等相关概念参见文献 [3]. 关于常规数值动力系统中的平衡词及其稳定性, 渐近稳定词及全局渐近稳定词在语言层次上的对应属性见文献 [8−9].

设 $\Omega = \{a_1, \cdots, a_n, \cdots\}$ 为离散论域, ω 为定义在 Ω 上的一个一型模糊集合, A, B 分别为定义在 Ω 上的一个离散、半离散二型模糊集合, 表示为

$$\omega = \frac{x_1}{a_1} + \cdots + \frac{x_n}{a_n} + \cdots$$

$$A = \sum_{a_n\in\Omega} \sum_{x\in J_{a_n}} \frac{\mu_A(a_n,x)}{(a_n,x)}$$

$$B = \sum_{a_n\in\Omega} \int_{x\in J_{a_n}} \frac{\mu_B(a_n,x)}{(a_n,x)}$$

其中, $x_n \in [0,1]$ 为 a_n 对 ω_n 的隶属度, J_{a_n} 为点 a_n 的主隶属度, $\mu_A(a_n,x), \mu_B(a_n,x)$ 为次隶属函数[12].

若 Ω 为一个连续的论域, 则其可以表示为 $\Omega = [a,b]$, 设 α, C 分别为定义在 Ω 上的一个一、二型模糊集合, α 一般为一个分段连续函数, 表示为

$$\omega(x) = \begin{cases} f_1(x), & a \le x \le a_1 \\ \quad\vdots & \\ f_n(x), & a_{n-1} \le x \le b \end{cases}$$

本文中, 一、二型模糊集合将采用以上表述形式.

2 时变论域

论域为研究对象组成的集合, 若该集合中的元素随时间而改变, 则称该论域为时变论域. 记时变论域为 Ω_t, 若对任意 t, 都有 $\Omega_t = \Omega$, 则称之为恒定论域. 一般情况下, 取 $t = 1, \cdots, n, \cdots$, 这样形成一个时变论域序列

$$\Omega_1, \cdots, \Omega_n, \cdots$$

简记为 $\{\Omega_n, n \in \mathbf{N}\}$, $\mathbf{N}$ 为自然数.

论域及其对时间变化的特点确定了时变论域上的模糊集合. 本文根据论域的特点将时变论域分为离散型与连续型, 根据时变论域变化的趋势, 进一步将每一类分成递增、递减及波动三种, 并给出各类时变论域上的模糊集合的实例.

2.1　离散时变论域

设 $\Omega_1,\cdots,\Omega_n,\cdots$ 为时变论域序列, 若论域 Ω_n 是离散的, 记为

$$\Omega_n=\{a_1,\cdots,a_{k_n},\cdots\}$$

则称 Ω_n 为离散时变论域.

由于论域的变化趋势确定了模糊集合的变化趋势, 本文将离散时变论域分成递增型、递减型及波动型三种情况分别讨论.

设 $\{\Omega_n,n\in\mathbf{N}\}$ 为离散时变论域. 若随着时间的变化, 对应论域所含元素不断增多, 即对 $\forall n\in\mathbf{N}$, 都有

$$\Omega_n\subset\Omega_{n+1}$$

则称该序列为递增型离散时变论域;

若随着时间的变化, 对应论域所含元素不断减少, 即对 $\forall n\in\mathbf{N}$, 都有

$$\Omega_{n+1}\subset\Omega_n$$

则称该序列为递减型离散时变论域;

若随着时间的变化, 对应论域中所含元素不断更替, 设第 n 个观测时间新增元素的集合为 M_n, 减少元素的集合为 V_n, 则

$$\Omega_{n+1}=\Omega_n\bigcup M_n\setminus V_n$$

则称该序列为波动型离散时变论域.

例 1. Rose 在 1998 年 ~ 2002 年间每年旅游的城市见表 1.

表 1　Rose 在 1998 年 ~ 2002 年间旅游的城市

Table 1　The cities where Rose traveled during 1998 ~ 2002

年份	Rose 该年旅游的城市
1998	昆明
1999	三亚
2000	杭州
2001	大连
2002	桂林

各年年底前, Rose 旅游过的城市分别记为 Ω_1, $\cdots$, Ω_5, 则

$$\begin{aligned}\Omega_1&=\{\text{昆明}\}\\ \Omega_2&=\{\text{昆明, 三亚}\}\\ \Omega_3&=\{\text{昆明, 三亚, 杭州}\}\\ \Omega_4&=\{\text{昆明, 三亚, 杭州, 大连}\}\\ \Omega_5&=\{\text{昆明, 三亚, 杭州, 大连, 桂林}\}\end{aligned}$$

如此下去, 很明显, $\{\Omega_n,n\in\mathbf{N}\}$ 将构成一个离散时变论域序列.

模糊集合 “Rose 已旅游过的城市中喜欢的城市” 在不同的时间有不同的含义, 该模糊集合定义在论域 Ω_n 上, 记为 ω_n, 有:

$$\begin{aligned}\omega_1&=\frac{0.85}{\text{昆明}}\\ \omega_2&=\frac{0.88}{\text{昆明}}+\frac{0.79}{\text{三亚}}\\ \omega_3&=\frac{0.8}{\text{昆明}}+\frac{0.7}{\text{三亚}}+\frac{0.9}{\text{杭州}}\\ \omega_4&=\frac{0.81}{\text{昆明}}+\frac{0.72}{\text{三亚}}+\frac{0.92}{\text{杭州}}+\frac{0.85}{\text{大连}}\\ \omega_5&=\frac{0.82}{\text{昆明}}+\frac{0.7}{\text{三亚}}+\frac{0.94}{\text{杭州}}+\frac{0.86}{\text{大连}}+\frac{0.88}{\text{桂林}}\end{aligned}$$

由此可见, “Rose 已旅游过的城市中喜欢的城市” 这一模糊集合在不同的论域上有不同的隶属度函数.

2.2　连续时变论域

设 $\{\Omega_1,\Omega_2,\cdots,\Omega_k,\cdots\}$ 为时变论域序列, 若每一个 Ω_n 连续, 即可以表示为

$$\Omega_n=[a_n,b_n],\quad n=1,2,\cdots$$

据 $[a_n,b_n]$ 变化情况, 将连续时变论域 $\{\Omega_n,n\in\mathbf{N}\}$ 分成递增型、递减型及波动型三类.

设 $\{\Omega_n,n\in\mathbf{N}\}$ 为连续时变论域序列, 若对任意 $n\in\mathbf{N}$, 都有:

$$a_n<a_{n+1}$$

$$b_n<b_{n+1}$$

则称 $\{\Omega_n,n\in\mathbf{N}\}$ 为递增型连续时变论域.

若对任意 $n\in\mathbf{N}$, 都有:

$$a_{n+1}<a_n$$

$$b_{n+1}<b_n$$

则称 $\{\Omega_n,n\in\mathbf{N}\}$ 为递减型连续时变论域.

若存在 $n\in\mathbf{N}$, 使得:

$$a_{n+1}\le a_n$$

$$b_{n+1}\ge b_n$$

或者

$$a_{n+1}\ge a_n$$

$$b_{n+1}\le b_n$$

则称 $\{\Omega_n,n\in\mathbf{N}\}$ 为波动型连续时变论域.

例 2. 某城镇普通居民月收入所在论域记为 Ω, 设 Ω 在 1990年, 1995年, $\cdots$, 2010 年间分别对应为 Ω_1, $\cdots$, Ω_5, 如表 2 所示.

表 2 某城镇居民月收入所在论域

Table 2 Universe of discourse for monthly income of towners

年份	居民月收入所在论域
1990	$\Omega_1 = [40, 1\,500]$
1995	$\Omega_2 = [200, 3\,000]$
2000	$\Omega_3 = [400, 5\,000]$
2005	$\Omega_4 = [600, 8\,000]$
2010	$\Omega_5 = [1\,200, 15\,000]$

由上可知, 随着时间变化, 上述论域的元素将随之改变, 这样组成一个连续时变论域.

模糊集合 "高收入" 在论域 Ω_n 上时记为 α_n, $n = 1, 2, \cdots, 5$, 分别表示为

$$\alpha_1 = \begin{cases} 0.0025a - 0.75, & 300 \le a \le 700 \\ 1, & 700 < a \le 1\,500 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$\alpha_2 = \begin{cases} 0.002a - 1, & 500 \le a \le 1\,000 \\ 1, & 1\,000 < a \le 3\,000 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$\alpha_3 = \begin{cases} 0.00125a - 1.5, & 1\,200 \le a \le 2\,000 \\ 1, & 2\,000 < a \le 5\,000 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$\alpha_4 = \begin{cases} 0.001a - 2, & 2\,000 \le a \le 3\,000 \\ 1, & 3\,000 < a \le 8\,000 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$\alpha_5 = \begin{cases} 0.0005a - 1.5, & 3\,000 \le a \le 5\,000 \\ 1, & 5\,000 < a \le 15\,000 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

由上可见, 在不同的时间, 人们收入对应的论域发生变化, 定义在对应论域上的模糊集合 "高收入" 的隶属度函数也发生变化.

3 动态模糊规则

对任意 $n \in \mathbf{N}$, 设 $\Re_1(\Omega_n)$, $\Re_2(\Omega_n)$ 分别为论域 Ω_n 上的一、二型模糊集合全体, X_n 为论域 Ω_n 上的状态变量, U_n 为定义在论域 Ψ_n 上的控制变量.

由于论域 Ω_n 随时间发生变化, 定义在该论域上的模糊规则 R_n 也相应地发生变化, 形成了定义在时变论域 $\{\Omega_n, n \in \mathbf{N}\}$ 上的模糊规则序列 $\{R_n, n \in \mathbf{N}\}$, 称该序列为动态模糊规则, 表示为

$$\begin{aligned} &R_1: \text{若 } X^1 \text{ 为 } X_i^1,\ U^1 \text{ 为 } U_j^1, \text{ 则 } X^2 \text{ 为 } X_{ij}^2; \\ &R_2: \text{若 } X^2 \text{ 为 } X_i^2,\ U^2 \text{ 为 } U_j^2, \text{ 则 } X^3 \text{ 为 } X_{ij}^3; \\ &\qquad\vdots \\ &R_n: \text{若 } X^n \text{ 为 } X_i^n,\ U^n \text{ 为 } U_j^n, \text{ 则 } X^{n+1} \text{ 为 } X_{ij}^{n+1}; \\ &\qquad\vdots \end{aligned}$$

其中, R_n 为定义在论域 Ω_n 上的模糊规则, 包含 LM 条模糊子规则, 定义如下:

$$\begin{aligned} &R_{11}^n: \text{若 } X^n \text{ 为 } X_1^n,\ U^n \text{ 为 } U_1^n, \text{ 则 } X^{n+1} \text{ 为 } X_{11}^{n+1}; \\ &R_{12}^n: \text{若 } X^n \text{ 为 } X_1^n,\ U^n \text{ 为 } U_2^n, \text{ 则 } X^{n+1} \text{ 为 } X_{12}^{n+1}; \\ &\qquad\vdots \\ &R_{1M}^n: \text{若 } X^n \text{ 为 } X_1^n,\ U^n \text{ 为 } U_M^n, \text{ 则 } X^{n+1} \text{ 为 } X_{1M}^{n+1}; \\ &R_{21}^n: \text{若 } X^n \text{ 为 } X_2^n,\ U^n \text{ 为 } U_1^n, \text{ 则 } X^{n+1} \text{ 为 } X_{21}^{n+1}; \\ &R_{22}^n: \text{若 } X^n \text{ 为 } X_2^n,\ U^n \text{ 为 } U_2^n, \text{ 则 } X^{n+1} \text{ 为 } X_{22}^{n+1}; \\ &\qquad\vdots \\ &R_{2M}^n: \text{若 } X^n \text{ 为 } X_2^n,\ U^n \text{ 为 } U_M^n, \text{ 则 } X^{n+1} \text{ 为 } X_{2M}^{n+1}; \\ &\qquad\vdots \\ &R_{L1}^n: \text{若 } X^n \text{ 为 } X_L^n,\ U^n \text{ 为 } U_1^n, \text{ 则 } X^{n+1} \text{ 为 } X_{L1}^{n+1}; \\ &R_{L2}^n: \text{若 } X^n \text{ 为 } X_L^n,\ U^n \text{ 为 } U_2^n, \text{ 则 } X^{n+1} \text{ 为 } X_{L2}^{n+1}; \\ &\qquad\vdots \\ &R_{LM}^n: \text{若 } X^n \text{ 为 } X_L^n,\ U^n \text{ 为 } U_M^n, \text{ 则 } X^{n+1} \text{ 为 } X_{LM}^{n+1}. \end{aligned}$$

其中, X_i^n, $i \in \{1, \cdots, L\}$ 为 $\Re_1(\Omega_n)$ (或 $\Re_2(\Omega_n)$) 上的模糊集合, U_j^n 为 $\Re_1(\Psi_n)$ (或 $\Re_2(\Psi_n)$) 上的模糊集合, 称 X_i^n 与 U_j^n 为模糊规则 R_n 的基词, 其中 $j \in \{1, \cdots, M\}$, $i \in \{1, \cdots, L\}$, 且

$$\{X_{11}^{n+1}, X_{12}^{n+1}, \cdots, X_{1M}^{n+1}\}$$

$$\{X_{21}^{n+1}, X_{22}^{n+1}, \cdots, X_{2M}^{n+1}\}$$

$$\vdots$$

$$\{X_{L1}^{n+1}, X_{L2}^{n+1}, \cdots, X_{LM}^{n+1}\}$$

$$\vdots$$

为论域 Ω_{n+1} 的 L 个基词 $\{X_1^{n+1}, X_2^{n+1}, \cdots, X_L^{n+1}\}$. 从而有

$$R_n = \bigcup_{i=1}^{L}\bigcup_{j=1}^{M} R_{ij}^n$$

这样, 可得时变论域上对应的动态模糊规则

$$R_1, R_2, \cdots, R_n, \cdots$$

则

$$R = \bigcup_{n=1}^{\infty} R_n = \bigcup_{n=1}^{\infty}\bigcup_{i=1}^{L}\bigcup_{j=1}^{M} R_{ij}^n$$

4 词计算

设 $\{X_1^n, X_2^n, \cdots, X_L^n\}$ 为定义在论域 Ω_n 上的基词 (即覆盖论域 Ω_n 的一组模糊集合), ω_1 及 ν_1 分别为 Ω_1, Ψ_1 上的初始词 (即模糊集合) 与初始输入, 在上述模糊规则

$$R = \bigcup_{n=1}^{\infty} R_n$$

的作用下, 其像词

$$\omega_2 = R(\omega_1, \nu_1) = \left(\bigcup_{n=1}^{\infty} R_n\right)(\omega_1, \nu_1)$$

因为 ω_1 是定义在论域 Ω_1 上的一个模糊集合, 所以仅有模糊规则 R_1 被激活, 因此

$$\omega_2 = R_1(\omega_1, \nu_1)$$

即在模糊规则序列 $R_1, \cdots, R_n, \cdots$ 中, 产生作用的为模糊规则 R_1, 即 $\bigcup_{i=1}^{L}\bigcup_{j=1}^{M} R_{ij}^1$. 从而

$$\omega_2 = R_1(\omega_1, \nu_1) = \bigcup_{i=1}^{L}\bigcup_{j=1}^{M} R_{ij}^1(\omega_1, \nu_1)$$

令初始状态词 ω_1 与基词 $\{X_1^1, X_2^1, \cdots, X_N^1\}$ 的匹配度[11] 及初始输入词 ν_1 与基词 $\{U_1^1, U_2^1, \cdots, U_M^1\}$ 的匹配度分别为

$$\lambda_{1i}^1 = \omega_1 \wedge X_i^1$$

$$\mu_{1j}^1 = \nu_1 \wedge U_j^1$$

其中, $i \in \{1, \cdots, L\}$, $j \in \{1, \cdots, M\}$, 像词为

$$\omega_2 = \bigcup_{i=1}^{L}\bigcup_{j=1}^{M} \lambda_{1i}^1 \wedge \mu_{1j}^1 \wedge X_{ij}^2$$

若该对象为一个自治系统, 则

$$R = \bigcup_{n=1}^{\infty} R_n = \bigcup_{n=1}^{\infty}\bigcup_{i=1}^{L} R_i^n$$

对于初始词 ω_1, 对应的像词为

$$\omega_2 = \bigcup_{i=1}^{L} R_i^1(\omega_1)$$

那么

$$\omega_2 = \bigcup_{i=1}^{L} \lambda_{1i}^1 \wedge X_i^2$$

其中, λ_{1i}^1 为词 ω_1 与基词 $\{X_1^1, \cdots, X_N^1\}$ 的匹配度.

5 语言动力系统

语言动力系统 (LDS) 的相关概念见文献 [1, 3, 5, 13], 其对应的 LDS 轨迹定义在恒定论域 Ω 上, 模糊规则是不变的. 时变论域上的 LDS 轨迹定义在不同论域上, 模糊规则也随时间的变化而改变, 其区别见表 3.

表 3 时变论域与恒定论域上的 LDS 轨迹

Table 3 LDS orbits on time-varying universe and constant universe

LDS 轨迹	ω_1	ω_2	$\cdots$	ω_n	$\cdots$
恒定论域	Ω	Ω	$\cdots$	Ω	$\cdots$
时变论域	Ω_1	Ω_2	$\cdots$	Ω_n	$\cdots$
模糊规则	R	R	$\cdots$	R	$\cdots$
动态模糊规则	R_1	R_2	$\cdots$	R_n	$\cdots$

表 3 中, $\Omega_1, \Omega_2, \cdots, \Omega_n, \cdots$ 为时变论域序列. 另外, 设 U_1, U_2, $\cdots$, U_n, $\cdots$ 为控制域序列, 其对应论域上的模糊集合之集构成的序列分别为

$$\Re(\Omega_1), \Re(\Omega_2), \cdots, \Re(\Omega_n), \cdots$$

$$\Re(U_1), \Re(U_2), \cdots, \Re(U_n), \cdots$$

这里, R_n 为定义在论域 Ω_n 上的模糊规则, n 为自然数.

$$R = \bigcup_{n=1}^{\infty} R_n$$

对于初始词 $\omega_1 \in \Re(\Omega_1)$ 及初始输入词 $\nu_1 \in \Re(U_1)$, 在模糊规则 R 作用下, 语言动力学轨迹为

$$\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n, \cdots$$

其中,

$$\omega_{n+1} = R(\omega_n, \nu_n) = R^n(\omega_1, \nu_1)$$

$$\omega_n \in \Re(\Omega_n),\ \ \nu_n \in \Re(U_n)$$

$$R^n = R_n \circ R_{n-1} \circ \cdots \circ R_1$$

这里, "$\circ$" 表示模糊规则之间的成对圈乘. 该语言动力学轨迹可以写为

$$\omega_1, R^1(\omega_1, \nu_1), \cdots, R^n(\omega_1, \nu_1), \cdots$$

例 3. 居民的月收入在 1970 年, 1980 年, 1990 年, 2000 年, 2010 年收入论域分别为 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$, Ω_4, Ω_5, 见表 4.

表 4 月收入所在论域

Table 4 Universe of monthly income

年份	月收入所在论域
1970	$\Omega_1 = [10, 100]$
1980	$\Omega_2 = [30, 300]$
1990	$\Omega_3 = [90, 2\,000]$
2000	$\Omega_4 = [200, 5\,000]$
2010	$\Omega_5 = [800, 10\,000]$

在 Ω_i, $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 上定义三个模糊集合:

$$\omega_1^i = \text{"低工资"}$$

$$\omega_2^i = \text{"中等工资"}$$

$$\omega_3^i = \text{"高工资"}$$

其隶属函数分别定义如下:

$$\omega_1^i(x) = \begin{cases} 1, & x \le 3^{i-1} \cdot 20 \\ 3 - 0.1 \cdot 3^{1-i} x, & 3^{i-1} \cdot 20 < x \le 3^i \cdot 10 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$\omega_2^i(x) = \begin{cases} 0.1 \cdot 3^{1-i} x - 2, & 3^{i-1} \cdot 20 \le x \le 3^i \cdot 10 \\ 1, & 3^i \cdot 10 < x < 3^i \cdot 20 \\ 4 - 0.05 \cdot 3^{1-i} x, & 3^i \cdot 20 \le x \le 3^{i-1} \cdot 80 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$\omega_3^i(x) = \begin{cases} 0.05 \cdot 3^{1-i} x - 3, & 3^i \cdot 20 \le x \le 3^{i-1} \cdot 80 \\ 1, & x > 3^{i-1} \cdot 80 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

这里, $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 下同.

收入增长率的增幅 $[-1, 4]$ 定义三个模糊集合

$$u_1^i = \text{"慢"}$$

$$u_2^i = \text{"中"}$$

$$u_3^i = \text{"快"}$$

其隶属函数分别定义为

$$u_1^i(r) = \begin{cases} 1, & r \le 1 \\ 2 - r, & 1 < r \le 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$u_2^i(r) = \begin{cases} r - 1, & 1 < r < 2 \\ 1, & 2 \le r \le 2.5 \\ 6 - 2r, & 2.5 < r \le 3 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$u_3^i(r) = \begin{cases} 2r - 5, & 2.5 < r < 3 \\ 1, & r \ge 3 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

对应的五条动态模糊规则 $\{R^1, \cdots, R^5\}$, 且每条规则包含七条子模糊规则, 分别定义为

R_1^i: 若 X^i 为 ω_1^i, U^i 为 u_1^i, 则 X^{i+1} 为 ω_2^{i+1};

R_2^i: 若 X^i 为 ω_1^i, U^i 为 u_2^i 或 u_3^i, 则 X^{i+1} 为 ω_1^{i+1};

R_3^i: 若 X^i 为 ω_2^i, U^i 为 u_1^i, 则 X^{i+1} 为 ω_3^{i+1};

R_4^i: 若 X^i 为 ω_2^i, U^i 为 u_2^i, 则 X^{i+1} 为 ω_2^{i+1};

R_5^i: 若 X^i 为 ω_2^i, U^i 为 u_3^i, 则 X^{i+1} 为 ω_1^{i+1};

R_6^i: 若 X^i 为 ω_3^i, U^i 为 u_1^i 或 u_2^i, 则 X^{i+1} 为 ω_3^{i+1};

R_7^i: 若 X^i 为 ω_3^i, U^i 为 u_3^i, 则 X^{i+1} 为 ω_2^{i+1}.

令 $R = \bigcup_{i=1}^5 R_i$. 员工甲在 1970 年的收入状况为 X_0^1 = "月收入较低", 对应的隶属函数为

$$X_0^1 = \begin{cases} 0.5x - 8, & 16 < x < 18 \\ 10 - 0.5x, & 18 \le x \le 20 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

在接下来的 40 年里, 员工甲月收入每十年以 u_1^1 = "接近 350 %" 的速度增加, 其隶属度函数为

$$u_1^1 = \begin{cases} 2r - 6, & 300\,\% < r < 350\,\% \\ 8 - 2r, & 350\,\% \le r \le 400\,\% \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

根据模糊集合的匹配度法则[11], 员工甲的月收入的语言动力学轨迹为

$$\{\omega_1^1, \omega_2^2, \omega_3^3, \omega_3^4, \omega_3^5, \cdots\}$$

例 4. 某生产小组每年年底对在职员工进行考评, 该小组在 1990 年底有 5 名员工

$$\Omega_0 = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$$

1991 年 ∼ 1995 年间新增员工与离职员工见表 5.

表 5 员工变动表

Table 5 Comings and goings of the employees

年份	新增员工	离职员工
1991	m_{11}	a_2
1992	m_{21}	a_5, m_{11}
1993	m_{31}, m_{32}	a_3
1994	m_{41}	a_1, m_{31}
1995	m_{51}	m_{32}

记 1991 年 ∼ 1995 年每年底员工全体组成的论域分别为 $\Omega_1, \cdots, \Omega_5$, 由表 5 得:

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= \{a_1, a_3, a_4, a_5, m_{11}\}\\ \Omega_2 &= \{a_1, a_3, a_4, m_{21}\}\\ \Omega_3 &= \{a_1, a_4, m_{21}, m_{31}, m_{32}\}\\ \Omega_4 &= \{a_4, m_{21}, m_{32}, m_{41}\}\\ \Omega_5 &= \{a_4, m_{21}, m_{41}, m_{51}\}\end{aligned}$$

易见, 随着时间推移, 该生产小组员工将不断变动. 这样, $\{\Omega_1, \cdots, \Omega_k, \cdots\}$ 构成一组离散波动型时变论域序列.

每年底, 由 20 位评委对在职员工按百分制打分进行评价, 每位评委至多推荐一位得分不低于 80 分的员工为该年度的优秀员工候选人, 得票率高者当选, 在得票率相同的情况下, 平均得分高者当选. 在 1991 年 ∼ 1995 年间, 优秀员工候选人的得分见表 6 ∼ 表 10.

由表 6 易知, 员工 a_1 的得票率为 0.1, 员工 a_3, a_4, m_{11} 的得票率均为 0.2, 员工 a_5 得票率为 0.3. 所以, a_5 在五位优秀员工候选人中得票率最高, 根据评比规则, a_5 就为 1991 年度的优秀员工.

表 8 及表 10 出现员工得票率相同的情况, 由评比规则, 得分高者为优秀员工.

二型模糊集合比相应的一型能更好地描述事物的不确定性[14], 为了使得每次考评结果更加形式化与一致化, 本文采用离散二型模糊集合对专家评价结果进行表述. 将平均得分百分比作为主隶属度, 得票率作为次隶属度. 当次隶属度相同时, 即为一个离散广义区间二型模糊集合[15].

二型模糊集合 A_n 表示 "第 n 次考评优秀", l_n 表示第 n 次考评的员工数, $c_n(i)$ 表示 Ω_n 中的第 i 位员工 (各表中按从左到右的顺序), $t_n(ij) \in [0,1]$ 表示在第 n 次第 j, $j \in \{1, 2, \cdots, 20\}$ 位评委对第 i 位员工的打分.

设 $\Delta_n^i = \{t_n(ij) | t_n(ij) \in [80, 100]\}$ 表示在第 n 次评估中第 i 位员工被评估优秀的得分集合, 设 $T(n,i)$ 表示 Δ_n^i 中元素的个数, 则

表 6 1991 年候选优秀员工得分表

Table 6 Scores of excellent employee candidates in 1991

	a_1	a_3	a_4	a_5	m_{11}
b_1		90			
b_2	90				
b_3			90		
b_4		88			
b_5				90	
b_6					89
b_7		86			
b_8	80				
b_9				96	
b_{10}			89		
b_{11}				95	
b_{12}					93
b_{13}			85		
b_{14}				92	
b_{15}			90		
b_{16}					91
b_{17}				94	
b_{18}				97	
b_{19}			91		
b_{20}		80			

表 7 1992 年候选优秀员工得分表

Table 7 Scores of excellent employee candidates in 1992

	a_1	a_3	a_4	m_{21}
b_1			92	
b_2	81			
b_3		94		
b_4		90		
b_5			90	
b_6		92		
b_7	86			
b_8				86
b_9		95		
b_{10}			88	
b_{11}		93		
b_{12}			91	
b_{13}				88
b_{14}	85			
b_{15}		91		
b_{16}			94	
b_{17}				86
b_{18}		91		
b_{19}				88
b_{20}		90		

表 8 1993 年候选优秀员工得分表

Table 8 Scores of excellent employee candidates in 1993

	a_1	a_4	m_{21}	m_{31}	m_{32}
b_1		90			
b_2	100				
b_3			87		
b_4				97	
b_5	80				
b_6		94			
b_7			82		
b_8	94				
b_9				92	
b_{10}					80
b_{11}	86				
b_{12}			89		
b_{13}		92			
b_{14}				95	
b_{15}					83
b_{16}					82
b_{17}		100			
b_{18}				100	
b_{19}					87
b_{20}			90		

表 9 1994 年候选优秀员工得分表

Table 9 Scores of excellent employee candidates in 1994

	a_4	m_{21}	m_{32}	m_{41}
b_1			84	
b_2	86			
b_3	89			
b_4		81		
b_5			88	
b_6	90			
b_7				84
b_8		90		
b_9		88		
b_{10}				86
b_{11}			87	
b_{12}	90			
b_{13}		91		
b_{14}		92		
b_{15}		85		
b_{16}			85	
b_{17}		87		
b_{18}	90			
b_{19}		90		
b_{20}				85

表 10 1995 年候选优秀员工得分表

Table 10 Scores of excellent employee candidates in 1995

	a_4	m_{21}	m_{41}	m_{51}
b_1		84		
b_2			89	
b_3	96			
b_4		85		
b_5	97			
b_6			86	
b_7		87		
b_8	96			
b_9				91
b_{10}			87	
b_{11}	97			
b_{12}		85		
b_{13}			90	
b_{14}	98			
b_{15}			88	
b_{16}		84		
b_{17}	98			
b_{18}				92
b_{19}				93
b_{20}		85		

$$t(n,i)=\frac{T(n,i)}{20}$$

$$r_n(i)=\frac{\sum\limits_{t_n(ij)\in\Delta_n^i} t_n(ij)}{100T(n,i)}$$

其中, $t(n,i)$ 表示在第 n 次评估中, 第 i 位员工的得票率, $r_n(i)$ 表示在第 n 次评估中, 第 i 位员工的平均得分.

将员工每年得票率作为次隶属度 (1991 年∼1995 年间员工得票率见图 1). 在图 1 中, 横坐标表示年份, 纵坐标表示员工的得票率, 每一条连线分别表示同一个员工在不同年份的得票率.

将员工每年平均得分百分比作为离散二型模糊集合的主隶属度 (1991 年∼1995 年间员工平均得分百分比见图 2). 在图 2 中, 横坐标表示年份, 纵坐标表示员工的平均得分百分比, 每一条连线分别表示同一个员工在不同年份的平均得分百分比.

这样, 每次评估结果可以写成一个离散二型模糊集合的表述形式[16]:

$$A_n=\sum_{i=1}^{l_n}\frac{\dfrac{t(n,i)}{r_n(i)}}{c_n(i)}$$

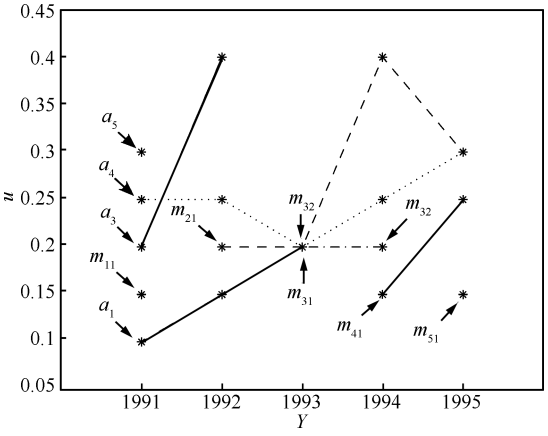

图 1　员工得票率变化图

Fig. 1　Change of percentage of votes of employees

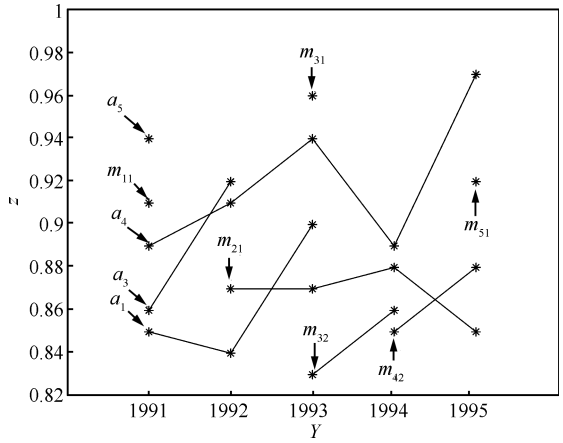

图 2　员工平均得分百分比变化图

Fig. 2　Change of percentages of average scores of employees

从而有

$$A_1 = \frac{0.1}{\underline{0.85}}{}_{a_1} + \frac{0.2}{\underline{0.86}}{}_{a_3} + \frac{0.25}{\underline{0.89}}{}_{a_4} + \frac{0.3}{\underline{0.94}}{}_{a_5} + \frac{0.15}{\underline{0.91}}{}_{m_{11}}$$

$$A_2 = \frac{0.15}{\underline{0.84}}{}_{a_1} + \frac{0.4}{\underline{0.92}}{}_{a_3} + \frac{0.25}{\underline{0.91}}{}_{a_4} + \frac{0.2}{\underline{0.87}}{}_{m_{21}}$$

$$A_3 = \frac{0.2}{\underline{0.9}}{}_{a_1} + \frac{0.2}{\underline{0.94}}{}_{a_4} + \frac{0.2}{\underline{0.87}}{}_{m_{21}} + \frac{0.2}{\underline{0.96}}{}_{m_{31}} + \frac{0.2}{\underline{0.83}}{}_{m_{32}}$$

$$A_4 = \frac{0.25}{\underline{0.89}}{}_{a_4} + \frac{0.4}{\underline{0.88}}{}_{m_{21}} + \frac{0.2}{\underline{0.86}}{}_{m_{32}} + \frac{0.15}{\underline{0.85}}{}_{m_{41}}$$

$$A_5 = \frac{0.3}{\underline{0.97}}{}_{a_4} + \frac{0.3}{\underline{0.85}}{}_{m_{21}} + \frac{0.25}{\underline{0.88}}{}_{m_{41}} + \frac{0.15}{\underline{0.92}}{}_{m_{51}}$$

如此继续下去, 这样就形成了时变论域上的语言动力学轨迹 $\{A_1, \cdots, A_n \cdots\}$.

由评比规则, 若存在 $c_n(i) \in \Omega_n$, 使得对任意 $c_n(k) \in \Omega_n$, 都有 $t(n,i) > t(n,k)$ 或者 $t(n,i) = t(n,k)$, 且 $r_n(i) > r_n(k)$, 则 $c_n(i)$ 为第 n 次评估中的优秀员工.

由图 1 知, 在 1991 年, 1992 年, 1994 年三年中, 得票率最高的员工分别为 a_5, a_3, m_{21}, 由评比规则, a_5, a_3, m_{21} 分别为 1991 年, 1992 年, 1994 年度的优秀员工. 由于在 1993 年, 员工的得票率均为 0.2, 由图 2, 在 1993 年, m_{31} 的平均得分百分比最高, 故 m_{31} 为 1993 年度的优秀员工, 在 1995 年, m_{21}, a_4 的得票率均为 0.3, 由图 2, a_4 的平均得分百分比要比 m_{21} 高, 那么 1995 年度的优秀员工是 a_4. 所以, 1991 ∼ 1995 年度的优秀员工分别为

$$a_5, a_3, m_{31}, m_{21}, a_4$$

6　结论

本文提出了时变论域, 将其分为离散型与连续型两类, 给出了具体的表示形式, 进一步提出了动态模糊规则, 讨论了相应的词计算方法并分别给出了相应的实例分析离散时变论域及连续时变论域下的语言动力学轨迹.

时变论域及动态模糊规则的提出, 符合人们描述事物发展的客观规律的习惯, 解决了相同的人在不同的时间对同一模糊集合以不同的隶属度函数的定义这一问题. 由此可见, 在时变论域上的模糊集合的隶属度函数与模糊规则是可以变化的, 相应的语言动力学轨迹中的词也是不确定的, 与确定论域上的模糊集合和语言动力系统相比, 这更能客观地描述系统的动力学演化规律.

可以预见, 时变论域将在复杂社会系统的语言动力学建模、分析、预测与评估中有广阔的应用前景.

致谢

感谢胡包钢研究员于 2003 年在中国科学院自动化研究所学术年会上对本文作者所作报告的提问, 他的提问引发了作者关于时变论域的思考; 感谢王飞跃研究员在时变论域研究中提供的大量帮助与指导; 感谢程代展研究员在讨论时变论域过程中给予的肯定与鼓励.

References

1 Wang F Y. Outline of a computational theory for linguistic dynamic systems: towards computing with words. *International Journal of Intelligent Control and Systems*, 1998, **2**(2): 211−224

2 Zhao L. The class-2 linguistic dynamic trajectories of the interval type-2 fuzzy sets. In: Proceedings of the 2010 International Conference on Life System Modeling and Intelligent

Computing, and 2010 International Conference on Intelligent Computing for Sustainable Energy and Environment. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2010. 342−349

3 Wang Fei-Yue. Computing with words and a framework for computational linguistic dynamic systems. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2001, **14**(4): 377−384
(王飞跃. 词计算和语言动力学系统的计算理论框架. *模式识别与人工智能*, 2001, **14**(4): 377−384)

4 Wang F Y. Modeling, analysis, and synthesis of linguistic dynamic system: a computational theory. In: Proceedings of the 1995 IEEE International Workshop on Architecture for Semiotic Modeling and Situation Control in Large Complex System. Monterey, CA: IEEE, 1995. 173−178

5 Mo H, Wang F Y. Linguistic dynamical systems based on computing with words and their stabilities. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2009, **52**(5): 780−796

6 Wang F Y. On the abstraction of conventional dynamic systems: from numerical analysis to linguistic analysis. *Information Sciences*, 2005, **171**(1−43): 233−259

7 Zhao L. Word trajectories based on interval type-2 fuzzy method. In: Proceedings of the 2011 Chinese Control and Decision Conference. Mianyang, China: IEEE, 2011. 1587−1592

8 Wang Fei-Yue. Fundamental issues in research of computing with words and linguistic dynamic systems. *Acta Automatica Sinica*, 2005, **31**(6): 844−852
(王飞跃. 词计算和语言动力学系统的基本问题和研究. 自动化学报, 2005, **31**(6): 844−852)

9 Li Hong-Xing. Adaptive fuzzy controller with variable universe of discourse. *Science in China Series E: Technological Science*, 1999, **29**(1): 32−42
(李洪兴. 变论域自适应模糊控制器. 中国科学 E 辑: 技术科学, 1999, **29**(1): 32−42)

10 Xie Xin, Li Jing-Zao. Active controls of dynamic fuzzy rule base by VB. *Microcomputer Applications*, 2003, **24**(1): 31−33
(谢歆, 李敬兆. 用 VB 开发动态模糊规则库的 Active 控件. 微计算机应用, 2003, **24**(1): 31−33)

11 Zadeh L A. Fuzzy logic = computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1996, **4**(2): 103−111

12 Mendel J M, John R I B. Type-2 fuzzy sets made simple. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2002, **10**(2): 117−127

13 Zhao Liang. Computing with Words Based on Interval Type-2 Fuzzy Sets and the Study of Linguistic Dynamic Systems [Ph. D. dissertation], Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, China, 2009
(赵亮. 基于区间二型模糊方法的词计算和语言动力学系统研究 [博士学位论文], 中国科学院自动化研究所, 中国, 2009)

14 Li Cheng-Dong, Yi Jiang-Qiang, Yu Yi, Zhao Dong-Bin. Inverse control of cable-driven parallel mechanism using type-2 fuzzy neural network. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(3): 459−464
(李成栋, 易建强, 余意, 赵冬斌. 柔索驱动并联机构的二型模糊神经逆控制. 自动化学报, 2010, **36**(3): 459−464)

15 Mo Hong, Wang Tao. Computing with words in generalized interval type-2 fuzzy sets. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(5): 707−715
(莫红, 王涛. 广义区间二型模糊集合的词计算. 自动化学报, 2012, **38**(5): 707−715)

16 Mendel J M. Advances in type-2 fuzzy sets and systems. *Information Sciences*, 2007, **177**(1): 84−110

莫 红 长沙理工大学电气与信息工程学院副教授. 2004 年获中国科学院研究生院工学博士学位. 主要研究方向为语言动力系统与智能计算.
E-mail: mohong72@gmail.com
(**MO Hong** Associate professor at the School of Electric and Information Engineering, Changsha University of Science and Technology. She received her Ph. D. degree from Graduate University of Chinese Academy of Science in 2004. Her research interest covers linguistic dynamic systems and intelligent computing.)