改进的多模型粒子 PHD 和 CPHD 滤波算法

欧阳成 [1] 姬红兵 [1] 郭志强 [1]

摘 要 多模型粒子概率假设密度 (Probability hypothesis density, PHD) 滤波是一种有效的多机动目标跟踪算法, 然而当模型概率过小时, 该算法存在粒子退化问题, 而且它对目标数的泊松分布假设会夸大目标漏检对其势估计的影响. 针对上述问题, 本文提出一种改进算法. 该算法并不是简单地对模型索引进行采样, 而是用粒子拟合目标状态的模型条件 PHD 强度, 在不对噪声做任何先验假设的前提下, 通过重采样实现存活粒子的输入交互, 提高了滤波性能. 在此基础上, 进一步将算法在 Cardinalized PHD (CPHD) 的框架下加以实现, 提高其目标数估计精度. 仿真实验表明, 所提算法在滤波性能和目标数估计精度方面均优于传统的多模型粒子 PHD 算法, 具有良好的工程应用前景.

关键词 多模型, 粒子滤波, 概率假设密度滤波, 机动目标跟踪

DOI 10.3724/SP.J.1004.2012.00341

Improved Multiple Model Particle PHD and CPHD Filters

OUYANG Cheng[1] JI Hong-Bing[1] GUO Zhi-Qiang[1]

Abstract The multiple model probability hypothesis density (PHD) filter is an effective algorithm for tracking multiple maneuvering targets. However, when the conditional mode probabilities have small values, there is a particle degenerate problem and the Poisson assumption for the target number distribution will lead to an exaggerating effect of missed detections on the target number estimation. To solve these problems, an improved algorithm is proposed in this paper, which approximates the model conditional probability hypothesis density of target states by particles, and makes the interaction between survival targets by resampling, without any a priori assumption of the noise. Further more, the improved algorithm is implemented in the framework of the cardinalized PHD (CPHD) filter, so as to improve the accuracy of target number estimation. The simulation results show that the improved algorithm has better performance in terms of state filtering and target number estimation, so that this algorithm will have good application prospects.

Key words Multiple model, particle filter (PF), probability hypothesis density (PHD) filter, maneuvering target tracking

在机动目标跟踪领域, 交互式多模型 (Interacting mutiple model, IMM) 算法被认为是迄今最有效的算法之一, 它通过模型转移概率在多个模型之间进行软切换, 可以在计算精度和计算开销上获得比较好的折中. 多模型算法以卡尔曼滤波器为子模型, 它的线性高斯假设限制了其应用. 对于这一问题, 文献 [1] 将粒子滤波 (Particle filter, PF) 引入多模型算法中, 提出了一种多模型粒子滤波 (Multiple model-particle filter, MM-PF) 算法. 在每个粒子的状态向量中增加一维模型索引, 并通过粒子滤波对其进行更新, 从而不需要对噪声做任何先验假设. 然而, 当某个模型的存在概率接近于零时, 采用 MM-PF 会造成该模型粒子数的急剧减少, 当模型概率再次增大时, 容易导致目标丢失[2]. 另外, 考虑到量测与目标对应关系的不确定性, 该算法不能直接应用于多机动目标跟踪.

杂波环境中, 为了跟踪多个机动目标, 常用的方法是将 IMM 分别与联合概率数据关联 (Joint probability density association, JPDA)、多假设跟踪 (Multiple hypothesis tracking, MHT) 等算法相结合, 构成 IMM-JPDA、IMM-MHT 等算法[3−4]. 然而, 由于需要计算所有关联事件的概率, 这些算法的复杂度随目标或虚警个数的增加呈指数增长, 难以应用于工程. 近几年, 许多学者开始尝试利用随机有限集 (Random finite set, RFS) 理论来解决多目标跟踪问题. 其中最具影响力的是 Mahler 提出的概率假设密度 (Probability hypothesis density, PHD) 滤波[5], Mahler 给出了它的收敛性. 该算法将复杂的多目标状态空间的运算转换为单目标状态空间内的运算, 有效避免了多目标跟踪中复杂的数据关联问题, 在保证精度的同时, 提高了算法实时性. 目前已有的 PHD 实现方法主要包括粒子 PHD[6] 和高斯混合 PHD[7], 以及它们的改进算法[8−11]. 粒子 PHD 利用序贯蒙特卡罗 (Monte Carlo, MC) 方法来近似目标后验强度函数, 通过聚类来获得目标状态估计; 高斯混合 PHD 通过带权值的高斯分量来近似目标强度函数, 提供了线性高斯条件下 PHD 递归的一个

收稿日期 2010-12-15 录用日期 2011-11-20
Manuscript received December 15, 2010; accepted November 20, 2011
国家自然科学基金 (60871074) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60871074)
本文责任编委 韩崇昭
Recommended by Associate Editor HAN Chong-Zhao
1. 西安电子科技大学电子工程学院 西安 710071
1. School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi′an 710071

闭合解, 不需要聚类运算, 它的收敛性证明可参阅文献 [12]. 相比而言, 后者虽然在运算效率和状态提取方面更具优势, 但它对 PHD 分布的高斯混合假设限制了其应用, 粒子 PHD 虽然复杂度较高, 但不需要任何先验假设, 应用范围更广. 文献 [13] 在粒子 PHD 的框架下, 结合多模型粒子滤波的思想, 提出了一种多模型粒子 PHD 算法, 有效解决了杂波环境下的多机动目标跟踪问题. 然而, 该算法并不能克服多模型粒子滤波固有的缺陷, 而且它假设目标数服从泊松分布, 这会夸大目标漏检对其势估计的影响. 文献 [14] 放宽了目标数服从泊松分布的假设, 提出了一种 Cardinalized PHD (CPHD) 滤波算法, 该算法联合估计目标状态的 PHD 强度和目标数概率分布, 可以得到更可靠的目标数估计. 文献 [15] 针对目标漏检问题对 CPHD 算法进行改进, 进一步改善了滤波性能.

本文在文献 [13] 的基础上, 提出了一种改进的多模型粒子 PHD 滤波算法. 该算法并不是简单地对模型索引进行采样, 而是用粒子拟合目标状态的模型条件 PHD 强度, 通过重采样实现对存活粒子的输入交互, 有效解决了模型概率过小时的粒子退化问题. 在此基础上, 进一步将算法在 CPHD 的框架下加以实现, 提高其目标数估计精度.

1 多模型粒子 PHD 滤波

在多目标跟踪问题中, 目标数是一个随时间变化的离散随机变量, 状态空间的维数也会随目标数的不同取值而变化. 类似地, 量测数也是一个随时间变化的离散随机变量. 因此, 多目标的状态模型和量测模型可以表示为随机有限集形式, 即 $X_k = \{\boldsymbol{x}_{k,1}, \cdots, \boldsymbol{x}_{k,N_k}\} \in F(\chi)$ 为目标状态集, $Z_k = \{\boldsymbol{z}_{k,1}, \cdots, \boldsymbol{z}_{k,M_k}\} \in F(Z)$ 为量测集, 其中 $F(\chi)$ 和 $F(Z)$ 分别是 χ 和 Z 上的所有有限子集的集合, N_k 和 M_k 分别表示时刻 k 的目标个数和量测个数.

若时刻 $k-1$ 状态随机集为 X_{k-1}, 则时刻 k 的状态随机集 X_k 可表示为[7]

$$X_k = \left(\bigcup_{\boldsymbol{x} \in X_{k-1}} S_{k|k-1}(\boldsymbol{x}) \right) \bigcup \left(\bigcup_{\boldsymbol{x} \in X_{k-1}} B_{k|k-1}(\boldsymbol{x}) \right) \bigcup \Gamma_k \tag{1}$$

其中, Γ_k 表示时刻 k 新生目标状态随机集, $B_{k|k-1}(\boldsymbol{x})$ 表示时刻 k 从目标 $\boldsymbol{x}$ 衍生分裂出来的目标状态随机集, $S_{k|k-1}(\boldsymbol{x})$ 表示从时刻 $k-1$ 到时刻 k 仍然存活的目标状态随机集.

目标的量测随机集 Z_k 可表示为

$$Z_k = K_k \bigcup \left(\bigcup_{\boldsymbol{x} \in X_k} \Theta_k(\boldsymbol{x}) \right) \tag{2}$$

其中, K_k 表示虚警或杂波量测 RFS, $\Theta_k(\boldsymbol{x})$ 表示源于真实目标的量测 RFS.

由于直接对 X_k 和 Z_k 的联合概率密度函数进行处理复杂度高、计算大, Mahler 提出了采用多目标联合概率密度函数的一阶矩, 即 PHD, 近似描述多目标随机集概率密度[5].

与传统 PHD 不同, 多模型粒子 PHD 滤波是针对跳转马尔可夫系统 (Jump Markov system, JMS) 提出的. 在该系统中, 目标运动方程和量测方程分别如式 (3) 和式 (4) 所示:

$$\boldsymbol{x}_k = a(\boldsymbol{x}_{k-1}, r_k, \boldsymbol{w}_k) \tag{3}$$

$$z_k = h(\boldsymbol{x}_k, r_k, v_k) \tag{4}$$

其中, $\boldsymbol{w}_k$ 和 v_k 分别表示过程和观测噪声, r_k 表示模型索引, 其跳转过程可通过马尔可夫链进行建模.

设时刻 $k-1$ 的后验 PHD 强度为 $D_{k-1|k-1}(\boldsymbol{x}_{k-1}, r_{k-1}|Z_{1:k-1})$, 可由带权值的粒子集合 $\{\boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)}, r_{k-1}^{(s)}, \boldsymbol{w}_{k-1}^{(s)}\}_{s=1}^{L_{k-1}}$ 表示[13]:

$$D_{k-1|k-1}(\boldsymbol{x}_{k-1}, r_{k-1}|Z_{1:k-1}) = \sum_{s=1}^{L_{k-1}} \boldsymbol{w}_{k-1}^{(s)} \delta(\boldsymbol{x}_{k-1} - \boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)}, r_{k-1} - r_{k-1}^{(s)}) \tag{5}$$

其中, r_{k-1} 表示模型索引, L_{k-1} 为存活粒子数, $\boldsymbol{w}_{k-1}^{(s)}$ 为粒子权值.

与传统的多模型粒子滤波不同, 此处粒子的权值之和并不为 1, 而是等于时刻 $k-1$ 的目标数的期望值 n_{k-1}^X, 而包含某一模型索引的粒子的权值之和, 可近似反映出目标的模型概率.

预测.

多模型粒子 PHD 在预测目标状态的同时需要对模型进行预测. 设 $\pi_k(\cdot|r_{k-1})$ 和 $\beta_k(\cdot)$ 分别是存活目标和新生目标的模型重要性密度函数, 则时刻 k 粒子的模型索引可按下式进行采样.

$$r_{k|k-1}^{(s)} \sim \begin{cases} \pi_k(\cdot|r_{k-1}), & s = 1, \cdots, L_{k-1} \\ \beta_k(\cdot), & s = L_{k-1}+1, \cdots, L_{k-1}+J_k \end{cases} \tag{6}$$

模型预测 PHD 可由带权值的粒子表示如下:

$$\tilde{D}_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_{k-1}, r_k|Z_{1:k-1}) = \sum_{s=1}^{L_{k-1}+J_k} \varpi_{k|k-1}^{(s)} \delta(\boldsymbol{x}_{k-1} - \boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)}, r_k - r_{k|k-1}^{(s)}) \tag{7}$$

$$\varpi_{k|k-1}^{(s)}=\begin{cases}\dfrac{f_{k|k-1}(r_{k|k-1}^{(s)}|r_{k-1}^{(s)})}{\pi_k(r_{k|k-1}^{(s)}|r_{k-1}^{(s)})}\boldsymbol{w}_{k-1}^{(s)},\\ \qquad s=1,\cdots,L_{k-1}\\ \dfrac{\theta_k(r_{k|k-1}^{(s)})}{\beta_k(r_{k|k-1}^{(s)})}\dfrac{1}{J_k},\\ s=L_{k-1}+1,\cdots,L_{k-1}+J_k\end{cases}\tag{8}$$

其中, $f_{k|k-1}(r_{k|k-1}^{(s)}|r_{k-1}^{(s)})$ 表示存活目标的模型转移概率, $\theta_k(r_{k|k-1}^{(s)})$ 表示新生目标的模型概率, J_k 为新生粒子数.

设 $q_k(\cdot|\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k|k-1},Z_k)$ 和 $p_k(\cdot|r_{k|k-1},Z_k)$ 分别是存活目标和新生目标的状态重要性密度函数, 则时刻 k 的预测 PHD 强度为

$$D_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_k,r_k|Z_{1:k-1})=\sum_{s=1}^{L_{k-1}+J_k}\boldsymbol{w}_{k|k-1}^{(s)}\delta(\boldsymbol{x}_k-\boldsymbol{x}_{k|k-1}^{(s)},r_k-r_{k|k-1}^{(s)})\tag{9}$$

$$w_{k|k-1}^{(s)}=\begin{cases}[e_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_{k|k-1}^{(s)})f_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_{k|k-1}^{(s)}|\boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)},r_{k|k-1}^{(s)})+\\ \dfrac{b_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_{k|k-1}^{(s)}|\boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)},r_{k|k-1}^{(s)})]}{q_k(\boldsymbol{x}_{k|k-1}^{(s)}|\boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)},r_{k|k-1}^{(s)},Z_k)}\varpi_{k|k-1}^{(s)},\\ \qquad s=1,\cdots,L_{k-1}\\ \dfrac{\gamma_k(\boldsymbol{x}_{k|k-1}^{(s)}|r_{k|k-1}^{(s)})}{p_k(\boldsymbol{x}_{k|k-1}^{(s)}|r_{k|k-1}^{(s)},Z_k)}\varpi_{k|k-1}^{(s)},\\ \qquad s=L_{k-1}+1,\cdots,L_{k-1}+J_k\end{cases}\tag{10}$$

其中, $f_{k|k-1}(\cdot)$ 和 $b_{k|k-1}(\cdot)$ 分别表示存活目标和衍生目标的状态转移方程, $\gamma_k(\cdot)$ 为新生目标的模型条件 PHD 强度, $e_{k|k-1}(\cdot)$ 表示目标存活概率.

更新.

若已知时刻 k 的有效观测集 Z_k, 则粒子权值可按下式进行更新:

$$w_k^{*(s)}=\left[(1-P_d)+\sum_{i=1}^{M_k}\frac{P_d f_{k|k}(\boldsymbol{z}_k^i|\boldsymbol{x}_{k|k-1}^{(s)},r_{k|k-1}^{(s)})}{\lambda_k c_k(\boldsymbol{z}_k^i)+\psi_k(\boldsymbol{z}_k^i)}\right]\boldsymbol{w}_{k|k-1}^{(s)}\tag{11}$$

$$\psi_k(\boldsymbol{z}_k^i)=\sum_{s=1}^{L_{k-1}+J_k}P_d f_{k|k}(\boldsymbol{z}_k^i|\boldsymbol{x}_{k|k-1}^{(s)},r_{k|k-1}^{(s)})\boldsymbol{w}_{k|k-1}^{(s)}\tag{12}$$

其中, P_d 表示检测概率, $f_{k|k}(\cdot)$ 表示粒子的似然, λ_k 为平均杂波数, $c_k(\boldsymbol{z}_k^i)$ 为杂波概率密度.

重采样.

未归一化的粒子的权值之和不为 1, 而是等于目标数的期望值, 即

$$\hat{n}_k^X=\sum_{s=1}^{L_{k-1}+J_k}\boldsymbol{w}_k^{*(s)}\tag{13}$$

在重采样时, 需要首先对粒子权值按目标数期望值进行归一化, 从而保证重采样后的粒子权值之和仍为 $\hat{n}_k^X$. 设重采样后的粒子集为 $\{\boldsymbol{x}_k^{(s)},r_k^{(s)}\}_{s=1}^{L_{k-1}+J_k}$, 则时刻 k 的后验 PHD 强度可表示为

$$D_{k|k}(\boldsymbol{x}_k,r_k|Z_{1:k})=\sum_{s=1}^{L_k}\boldsymbol{w}_k^{(s)}\delta(\boldsymbol{x}_k-x_k^{(s)},r_k-r_k^{(s)})\tag{14}$$

2　改进算法 1

上述多模型算法与 IMM 算法类似, 都只需要采用 N_r 个滤波器并行计算, 且不需要进行机动检测. 然而, 该算法在对模型预测时仅仅是对模型索引进行采样, 并不像 IMM 算法那样通过计算模型概率进行交互. 文献 [13] 对此给出的解释是, IMM 算法在进行输入交互时需要用到模型概率密度函数的一阶和二阶统计量, 而这就必须假设它服从高斯分布, 因此 IMM 算法并不能直接应用于粒子 PHD 滤波中. 事实上, IMM 算法并没有高斯假设的限制, 本文采用粒子拟合目标状态的模型条件 PHD 强度, 通过重采样实现对存活粒子的输入交互, 推导过程如下:

根据最优贝叶斯估计原理, 时刻 k 模型 q 的概率密度函数可表示为[16]

$$p_{r_k|Z_{k-1}}(q)=\int_{R^n}p_{\boldsymbol{x}_{k-1},r_k|Z_{k-1}}(\boldsymbol{x},q)\mathrm{d}x=\int_{R^n}\sum_{p\in N}h_{pq}(\boldsymbol{x})p_{\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1}|Z_{k-1}}(\boldsymbol{x},p)\mathrm{d}x\tag{15}$$

其中, R^n 表示状态空间, N 为模型集合, $h_{pq}(\cdot)$ 为模型转移概率.

由全概率公式可知

$$\begin{aligned}p_{\boldsymbol{x}_{k-1},r_k|Z_{k-1}}(\boldsymbol{x},q)&=\sum_{p\in N}p_{\boldsymbol{x}_{k-1},r_k,r_{k-1}|Z_{k-1}}(\boldsymbol{x},q,p)=\\ &\sum_{p\in N}p_{r_k|\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1},Z_{k-1}}(q|\boldsymbol{x},p)p_{\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1}|Z_{k-1}}(\boldsymbol{x},p)=\\ &\sum_{p\in N}h_{pq}(\boldsymbol{x})p_{\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1}|Z_{k-1}}(\boldsymbol{x},p)\end{aligned}\tag{16}$$

上式两端同时除以 $p_{r_k|Z_{k-1}}(q)$, 可得

$$p_{\boldsymbol{x}_{k-1}|r_k,Z_{k-1}}(\boldsymbol{x}|q)=\frac{1}{p_{r_k|Z_{k-1}}(q)}\sum_{p\in N}h_{pq}(\boldsymbol{x})p_{\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1}|Z_{k-1}}(\boldsymbol{x},p)\tag{17}$$

由于对噪声不做任何先验假设, $p_{\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1}|Z_{k-1}}(\boldsymbol{x},p)$ 的解析形式无法直接获得, 但是可以采用一组带权值的粒子 $\{(\boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)},r_{k-1}^{(s)})\}_{s=1}^{S}$ 对其进行拟合

$$\tilde{p}_{\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1}|Z_{k-1}}(\boldsymbol{x},p)=\sum_{s=1}^{S}w_{k-1}^{(s)}\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)},p-r_{k-1}^{(s)}) \tag{18}$$

其中, S 表示粒子数, $\boldsymbol{w}_{k-1}^{(s)}$ 表示粒子的权值.

将式 (18) 代入式 (15) 和式 (17) 可得

$$p_{r_k|Z_{k-1}}(q)=\int_{R^n}\sum_{p\in N}\left[h_{pq}(\boldsymbol{x})\sum_{s=1}^{S}\boldsymbol{w}_{k-1}^{(s)}\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)},p-r_{k-1}^{(s)})\right]\mathrm{d}x=\sum_{p\in N}\sum_{s=1}^{S}h_{pq}(\boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)})\boldsymbol{w}_{k-1}^{(s)}\delta(p-r_{k-1}^{(s)}) \tag{19}$$

$$p_{\boldsymbol{x}_{k-1}|r_k,Z_{k-1}}(\boldsymbol{x}|q)=\frac{1}{p_{r_k|Z_{k-1}}(q)}\times\sum_{p\in N}\sum_{s=1}^{S}h_{pq}(\boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)})\boldsymbol{w}_{k-1}^{(s)}\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)},p-r_{k-1}^{(s)}) \tag{20}$$

由于 $r_{k-1}\in N$, 可将式 (5) 改写成如下形式:

$$D_{k-1|k-1}(\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1}|Z_{1:k-1})=\sum_{p\in N}\sum_{s=1}^{L_{k-1}}\boldsymbol{w}_{k-1}^{(s)}\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)},p-r_{k-1}^{(s)}) \tag{21}$$

由式 (19) 和式 (20) 可知, 预测模型 PHD 强度和目标状态的模型条件 PHD 强度分别为

$$D_{k-1|k-1}^{*}(r_{k|k-1}=q|Z_{1:k-1})=\sum_{p\in N}\sum_{s=1}^{L_{k-1}}h_{pq}(\boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)})\boldsymbol{w}_{k-1}^{(s)}\delta(p-r_{k-1}^{(s)}) \tag{22}$$

$$D_{k-1|k-1}^{*}(\boldsymbol{x}_{k-1}|r_{k|k-1}=q,Z_{1:k-1})=\frac{\sum_{p\in N}\sum_{s=1}^{L_{k-1}}h_{pq}(\boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)})\boldsymbol{w}_{k-1}^{(s)}\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_{k-1}^{(s)},p-r_{k-1}^{(s)})}{D_{k-1|k-1}^{*}(r_{k|k-1}=q|Z_{1:k-1})} \tag{23}$$

由式 (23) 可以看出, 采用粒子对不同模型的 PHD 强度进行拟合, 即可实现输入交互. 为保证粒子的多样性, 量测更新后并不立即进行重采样, 而是改在输入交互阶段进行. 对式 (23) 进行重采样可得粒子集合 $\{(\boldsymbol{x}_{0,k-1}^{q,(s)},r_{k|k-1}^{q,(s)})\}_{s=1}^{S_q}$, 为保证对不同模型 PHD 强度的拟合程度基本一致, 不同模型的粒子数 S_q 取为固定值, 即 $S_q=L_{k-1}/N_r, q=1,2,\cdots,N_r$, N_r 为模型数, 则重采样后的存活粒子集可表示为

$$\{\boldsymbol{x}_{0,k-1}^{(s)},r_{k|k-1}^{(s)}\}_{s=1}^{L_{k-1}}=\{\boldsymbol{x}_{0,k-1}^{1,(s)},r_{k|k-1}^{1,(s)}\}_{s=1}^{\frac{L_{k-1}}{N_r}}\cup\cdots\cup\{\boldsymbol{x}_{0,k-1}^{N_r,(s)},r_{k|k-1}^{N_r,(s)}\}_{s=1}^{\frac{L_{k-1}}{N_r}} \tag{24}$$

输入交互后的存活目标 PHD 强度为

$$\begin{aligned}D_{k-1|k-1}^{*}(\boldsymbol{x}_{0,k-1},r_k|Z_{1:k-1})=&\sum_{q\in N}D_{k-1|k-1}^{*}(\boldsymbol{x}_{k-1}|r_{k|k-1}=q,Z_{1:k-1})\times\\&D_{k-1|k-1}^{*}(r_{k|k-1}=q|Z_{1:k-1})=\\&\sum_{q\in N}\sum_{s=1}^{L_{k-1}}\boldsymbol{w}_{0,k-1}^{(s)}\delta(x-\boldsymbol{x}_{0,k-1}^{(s)},q-r_{k|k-1}^{(s)})=\\&\sum_{s=1}^{L_{k-1}}\boldsymbol{w}_{0,k-1}^{(s)}\delta(\boldsymbol{x}_k-\boldsymbol{x}_{0,k-1}^{(s)},r_k-r_{k|k-1}^{(s)})\end{aligned} \tag{25}$$

由于新生目标不存在模型转移问题, 因此只需要对存活目标进行输入交互即可, 之后的预测和更新过程与多模型粒子 PHD 完全一样, 不再赘述.

3 改进算法 2

上述算法仍然存在一个缺点, 即假设目标数服从泊松分布, 这会夸大目标漏检对其势估计的影响. 针对这一问题, 本文将改进算法 1 在 CPHD 的框架下加以实现, 进一步改善其目标数的估计性能.

预测.

改进算法 2 的预测过程可以分为对 PHD 以及对势分布的预测两个平行的过程. 其中对 PHD 的预测过程与多模型粒子 PHD 类似, 但在预测前需要先对存活粒子进行输入交互, 具体步骤如上节所述.

假设输入交互步骤已完成, 则时刻 k 的预测 PHD 强度可表示为

$$D_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_k,r_k|Z_{1:k-1})=\sum_{s=1}^{L_{k-1}+J_k}\boldsymbol{w}_{k|k-1}^{(s)}\delta(\boldsymbol{x}_k-\boldsymbol{x}_{k|k-1}^{(s)},r_k-r_{k|k-1}^{(s)}) \tag{26}$$

$$\boldsymbol{w}_{k|k-1}^{(s)}=\begin{cases}\dfrac{[e_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_{0,k|k-1}^{(s)})f_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_{0,k|k-1}^{(s)}|\boldsymbol{x}_{0,k-1}^{(s)},\\ r_{k|k-1}^{(s)})+b_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_{0,k|k-1}^{(s)}|\boldsymbol{x}_{0,k-1}^{(s)},r_{k|k-1}^{(s)})]}{q_k(\boldsymbol{x}_{0,k|k-1}^{(s)}|\boldsymbol{x}_{0,k-1}^{(s)},r_{k|k-1}^{(s)},Z_k)}\times\\ w_{0,k-1}^{(s)}, \qquad s=1,\cdots,L_{k-1}\\ \dfrac{\gamma_k(\boldsymbol{x}_{k|k-1}^{(s)}|r_{k|k-1}^{(s)})\theta_k(r_{k|k-1}^{(s)})}{p_k(\boldsymbol{x}_{k|k-1}^{(s)}|r_{k|k-1}^{(s)},Z_k)\beta_k(r_{k|k-1}^{(s)})J_k},\\ \qquad s=L_{k-1}+1,\cdots,L_{k-1}+J_k\end{cases}\tag{27}$$

其中, $\boldsymbol{x}_{0,k-1}^{(s)}$, $r_{k|k-1}^{(s)}$ 和 $\boldsymbol{w}_{0,k-1}^{(s)}$ 分别表示经过输入交互后的粒子状态、预测模型以及粒子权值.

对势分布的预测方程如下:

$$p_{k|k-1}(n)=\sum_{n'=0}^{\infty}p_{k-1|k-1}(n')M(n,n')\tag{28}$$

其中, M 是一个马尔可夫转移矩阵, 可通过下式计算:

$$M(n,n')=\sum_{i=0}^{\min\{n,n'\}}P_{\mathrm{birth}}(n-i)C_{n'}^{i}P_{S,k}^{i}(1-P_{S,k})^{n'-i}\tag{29}$$

其中, $P_{S,k}$ 表示目标的存活概率, $P_{\mathrm{birth}}(n-i)$ 表示时刻 $k-1$ 到时刻 k 新生 $n-i$ 个目标的概率. 在恒定采样速率的情况下, M 是恒定的, 可以预先计算并存储起来.

更新.

与预测过程类似, 更新过程也可分为对 PHD 的更新和对势分布的更新两个平行的过程. 由于采用粒子拟合目标状态的后验 PHD 强度, 因此对 PHD 的更新过程其实是对粒子权值的更新, 其更新公式如下:

$$\boldsymbol{w}_{k}^{(s)}=\left[\frac{(1-P_d)\left\langle\Upsilon_k^1[D,Z_k](n),p_{k|k-1}(n)\right\rangle}{\left\langle\Upsilon_k^0[D,Z_k](n),p_{k|k-1}(n)\right\rangle}+\sum_{\boldsymbol{z}_k^j\in Z_k}\Psi_{k,\boldsymbol{z}_k^j}\left(\boldsymbol{x}_k^{(s)}\right)\frac{\left\langle\Upsilon_k^1\left[D,\frac{Z_k}{\boldsymbol{z}_k^j}\right](n),p_{k|k-1}(n)\right\rangle}{\left\langle\Upsilon_k^0[D,Z_k](n),p_{k|k-1}(n)\right\rangle}\right]\times\boldsymbol{w}_{k|k-1}^{(s)}\tag{30}$$

$$\Psi_{k,\boldsymbol{z}_k^j}\left(\boldsymbol{x}_k^{(s)}\right)=\frac{P_d\left\langle 1,\lambda_k c_k(\boldsymbol{z}_k^j)\right\rangle}{\lambda_k c_k(\boldsymbol{z}_k^j)}g_k\left(\boldsymbol{z}_k^j\left|\boldsymbol{x}_k^{(s)}\right.\right)\tag{31}$$

$$\Upsilon_k^u[D,Z_k](n)=\sum_{j=0}^{\min(M_k,n)}\Big[(M_k-j)!\,p_{\mathrm{K},k}(M_k-j)\,P_{j+u}^{n}\times\frac{\langle 1-P_d,D\rangle^{n-(j+u)}}{\langle 1,D\rangle^{n}}e_j(\Xi_k(D,Z_k))\Big]\tag{32}$$

其中, M_k 表示量测集合 Z_k 的势, $\langle\cdot,\cdot\rangle$ 表示内积, $g_k(\boldsymbol{z}_k^j|\boldsymbol{x}_k^{(s)})$ 表示粒子的似然, D 是 $D_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_k,r_k|Z_{1:k-1})$ 的缩写, $p_{\mathrm{K},k}(\cdot)$ 表示杂波的势分布, $P_j^n=n!/(n-j)!$, $e_j(\cdot)$ 是一个 j 阶对称函数.

$$e_j(\{\rho_1,\rho_2,\cdots,\rho_m\})=(-1)^j\frac{\alpha_{m-j}}{\alpha_m}\tag{33}$$

$$\Xi(D,Z_k)=\left\{\left\langle D,\Psi_{k,\boldsymbol{z}_k^j}\left(\boldsymbol{x}_k^{(s)}\right)\right\rangle:\boldsymbol{z}_k^j\in Z_k\right\}\tag{34}$$

其中, $\{\rho_1,\rho_2,\cdots,\rho_m\}$ 是多项式 $\alpha_m x^m+\alpha_{m-1}x^{m-1}+\cdots+\alpha_1 x+\alpha_0$ 的根.

对势分布的更新公式如下:

$$p_k(n)=\frac{\Upsilon_k^0[D,Z_k](n)\,p_{k|k-1}(n)}{\left\langle\Upsilon_k^0[D,Z_k](n),p_{k|k-1}(n)\right\rangle}\tag{35}$$

由于输入交互阶段需要用粒子拟合目标状态的模型条件 PHD 强度, 为保证粒子的多样性, 量测更新后并不立即进行重采样, 而是将其改在输入交互阶段进行. 预测、更新和输入交互共同构成了一个递归过程, 通过不断迭代即可完成对多个机动目标的跟踪.

4　仿真与分析

本节通过模拟真实二维空间内的 3 个机动目标运动情况来验证本文算法的性能, 并与文献 [13] 算法进行比较. 采用 4 个被动传感器进行观测, 传感器位置分别为 $(0,0)\,\mathrm{m}$, $(0,1\times10^4)\,\mathrm{m}$, $(1\times10^4,0)\,\mathrm{m}$ 和 $(1\times10^4,1\times10^4)\,\mathrm{m}$, 观测方程为

$$\theta_k^{S_i}=\arctan\left(\frac{y_k-y_{S_i}}{\boldsymbol{x}_k-x_{S_i}}\right)+v_k\tag{36}$$

其中, (x_{S_i},y_{S_i}) 为第 i 个传感器的位置, $v_k\sim\mathrm{N}(\cdot;0,\sigma_v^2)$, 4 个传感器的量测噪声方差均为 $\sigma_v^2=1\times10^{-4}\,\mathrm{rad}^2$.

3 个目标的初始位置分别为 $(-3\times10^3,5\times10^3)\,\mathrm{m}$, $(1.4\times10^4,8\times10^3)\,\mathrm{m}$ 和 $(2\times10^3,1.05\times10^4)\,\mathrm{m}$, 运动轨迹如图 1 所示[13]. 模型集由一个匀速直线运动模型和两个转弯模型组成, 模型间的马

尔可夫转移矩阵为

$$[h_{pq}]=\begin{bmatrix} 1-\dfrac{T}{\tau_1} & \dfrac{T}{2\tau_1} & \dfrac{T}{2\tau_1} \\ \dfrac{T}{2\tau_2} & 1-\dfrac{T}{\tau_2} & \dfrac{T}{2\tau_2} \\ \dfrac{T}{2\tau_2} & \dfrac{T}{2\tau_2} & 1-\dfrac{T}{\tau_2} \end{bmatrix} \tag{37}$$

其中, 采样间隔 $T=1\,\text{min}$, $\tau_1=200\,\text{min}$, $\tau_2=100\,\text{min}$, 初始模型概率均为 $\dfrac{1}{3}$. 匀速直线运动模型和转弯模型的状态转移方程分别如式 (38) 和式 (39) 所示.

$$\boldsymbol{x}_k^j=\begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\boldsymbol{x}_{k-1}^j+\boldsymbol{w}_k^j \tag{38}$$

$$\boldsymbol{x}_k^j=\begin{bmatrix} 1 & \dfrac{\sin\omega T}{\omega} & 0 & -\dfrac{1-\cos\omega T}{\omega} \\ 0 & \cos\omega T & 0 & -\sin\omega T \\ 0 & \dfrac{1-\cos\omega T}{\omega} & 1 & \dfrac{\sin\omega T}{\omega} \\ 0 & \sin\omega T & 0 & \cos\omega T \end{bmatrix}\boldsymbol{x}_{k-1}^j+\boldsymbol{w}_k^j \tag{39}$$

其中, $\boldsymbol{x}_k^j=[x_k^j,\dot{x}_k^j,y_k^j,\dot{y}_k^j]$ 表示第 j 个目标的运动状态, 两个转弯模型的转弯角速率分别为 $\omega=\pm 9^\circ/\text{min}$, $\boldsymbol{w}_k^j$ 是独立同分布的零均值高斯噪声, 其协方差矩阵为

$$Q=\begin{bmatrix} \dfrac{T^3}{3} & \dfrac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ \dfrac{T^2}{2} & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{T^3}{3} & \dfrac{T^2}{2} \\ 0 & 0 & \dfrac{T^2}{2} & T \end{bmatrix}\sigma_w^2 \tag{40}$$

其中, 动态噪声方差 $\sigma_w^2=1\times 10^{-3}$.

目标存活概率 $P_S=0.99$, 目标新生概率 $P_{\text{birth}}=0.01$, 目标检测概率 $P_d=0.98$, 最大目标数为 30, 新生目标随机集服从泊松分布, 其 PHD 为

$$\gamma_k(x)=\sum_{i=1}^{3}0.1\text{N}(x;\boldsymbol{m}_\gamma^i,P_\gamma^i) \tag{41}$$

其中, $\boldsymbol{m}_\gamma^1=(-3\times 10^3,5,5\times 10^3,0)\,\text{m}$, $\boldsymbol{m}_\gamma^2=(1.4\times 10^4,0,8\times 10^3,-5)\,\text{m}$, $\boldsymbol{m}_\gamma^3=(2\times 10^3,5,1.05\times 10^4,-2)\,\text{m}$, $P_\gamma^1=P_\gamma^2=P_\gamma^3=\text{diag}\{400,1,400,1\}$

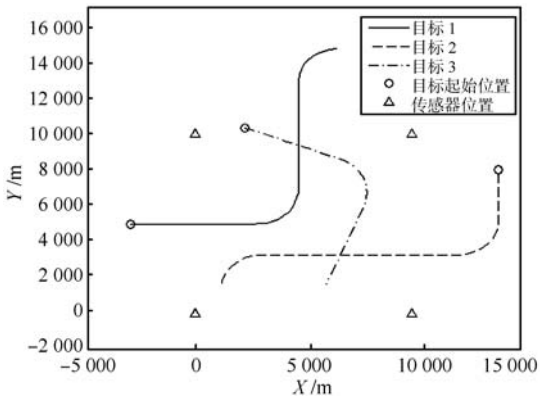


图 1 目标真实运动轨迹

Fig. 1 True target trajectories

设杂波数服从均值为 5 的泊松分布, 在观测空间中均匀分布. 每个目标采样 1 000 个粒子, 新生粒子数 $J_k=600$, 初始模型索引 $r_0=1$, 即匀速直线运动. 采用 OSPA 脱靶距离对算法性能进行评价[17], 定义如下:

$$\bar{d}_p^{(c)}(X,Z)= \left(\frac{1}{n}\left(\min_{\pi\in\prod_n}\sum_{i=1}^{m}d^{(c)}\left(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{z}_{\pi(i)}\right)^p+c^p(n-m)\right)\right)^{\frac{1}{p}} \tag{42}$$

其中, OSPA 脱靶距离参数设置为 $p=2$, $c=1\,000$.

为统计不同算法的平均性能, 进行 100 次蒙特卡罗实验, 实验在一台 Pentium (R) D CPU 1.86 GHz 计算机上利用 Matlab 完成. 图 2 所示为不同算法的 OSPA 脱靶距离. 可以看出, 改进算法 2 的 OSPA 脱靶距离最小, 改进算法 1 次之, 而传统的多模型粒子 PHD 的脱靶距离最大. 这是因为原算法仅通过对模型索引采样进行模型切换, 当某个模型的存在概率接近于零时, 该模型粒子数会急剧减少, 当模型概率再次增大时, 容易导致目标丢失. 另外, 仿真实验中, τ_1 和 τ_2 的取值相对较大, 进一步凸显了这一问题. 改进算法 1 采用粒子拟合目标状态的模型条件 PHD 强度, 通过重采样实现对存活粒子的输入交互, 有效解决了上述问题, 因而目标不容易丢失. 改进算法 2 是改进算法 1 在 CPHD 框架下的实现, 因此它继承了 CPHD 滤波的优点, 当目标发生漏检时也不容易丢失目标, 所以其 OSPA 脱靶距离最小. 值得注意的是, 在第 51 个时刻, 由于目标 3 的消失, 改进算法 2 的 OSPA 距离有一个较大的峰值, 这是由于 CPHD 滤波具有更好的航迹维持性能, 而目标消失与目标漏检无法进行瞬时区分, 因此当目标 3 消失时, 其权值不会立即降到门限以下, 从而带来较大的势误差.

图 3 和图 4 分别为不同算法的目标数估计均值和方差. 可以看出, 改进算法 2 的目标数估计最准

确, 改进算法 1 次之, 而传统的多模型粒子 PHD 的目标数估计性能较差. 改进算法 1 虽然也丢失了一部分目标, 但转弯处并没有明显的目标丢失迹象, 它的目标数估计不准主要是由于目标漏检造成的. 改进算法 2 由于继承了 CPHD 算法的优点, 当目标发生漏检时也不容易丢失目标, 目标数估计精度最高, 具有良好的鲁棒性.

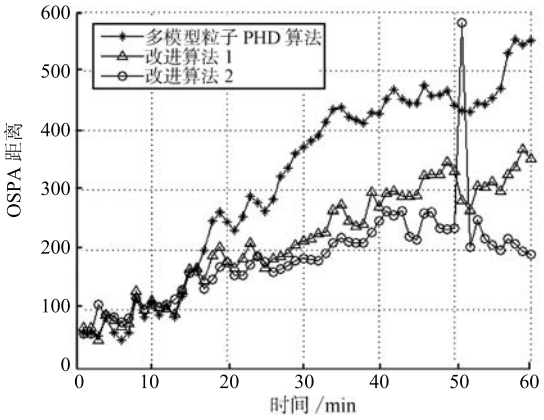


图 2　OSPA 脱靶距离

Fig. 2　OSPA distances

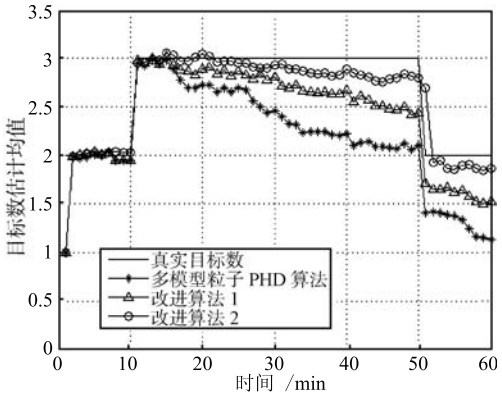


图 3　目标数估计均值

Fig. 3　Mean of target number estimation

表 1 所示为不同杂波密度下三种算法的综合性能对比. 可以看出, 不同杂波密度下的 OSPA 距离以及目标数估计方差呈现相同趋势, 即改进算法 2 的性能最优, 改进算法 1 次之, 多模型粒子 PHD 算法最差. 然而, 从运算时间来看, 改进算法 1 与原算法相当, 而改进算法 2 的运算速度则相对较慢, 尤其当杂波密度较大时候, 改进算法 2 的运算复杂度迅速增大. 这是因为 CPHD 算法需要同时估计目标状态的 PHD 强度和目标数概率分布, 其计算复杂度为 $\mathrm{O}(m^3n)$, m 为量测数, n 为目标数[14]. 因此, 当量测较多时, 其计算复杂度呈指数增长, 实际应用中应结合具体情况, 选取合适的算法, 以达到性能和平衡性之间的折中.

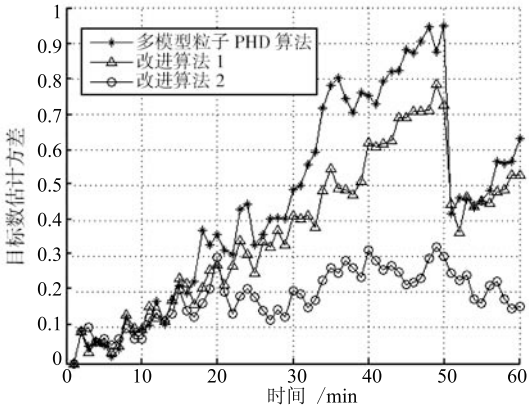


图 4　目标数估计方差

Fig. 4　Variances of target number estimations

5　结论

多模型粒子 PHD 滤波是一种较为有效的多机动目标跟踪算法, 粒子退化问题和目标漏检问题是该算法存在的两个主要问题. 本文针对上述问题提出两种改进算法, 改进算法 1 采用粒子拟合目标状态的模型条件 PHD 强度, 在不对噪声做任何先验假设的前提下, 实现对存活粒子的输入交互, 能够有效克服传统多模型粒子滤波的固有缺陷; 改进算法 2 是改进算法 1 在 CPHD 框架下的实现, 因而继承了 CPHD 滤波算法的优点, 提高了目标漏检时的目标数估计精度. 值得注意的是, 改进算法 2 虽然比改进

表 1　不同算法的综合性能对比

Table 1　Comparison of performances on different algorithms

杂波数均值	算法	OSPA 距离	目标数方差	单次运行时间 (s)
$r = 5$	多模型粒子 PHD 滤波	317.6217	0.4564	27.44
	改进算法 1	217.6379	0.3692	32.30
	改进算法 2	185.0398	0.1860	99.89
$r = 10$	多模型粒子 PHD 滤波	431.3924	0.5222	53.82
	改进算法 1	310.6156	0.4370	58.87
	改进算法 2	278.0473	0.3185	1 946.44

算法 1 性能更好, 但其运算复杂度也更高, 实际应用中应结合具体情况, 选取合适的算法, 以达到性能和平衡性之间的折中. 另外, 算法中某些参数的设置缺乏指导, 如何设置参数、对算法进行优化以降低算法执行时间、进一步改善算法性能都是今后需要开展的工作.

References

1 McGinnity S, Irwin G W. Multiple model bootstrap filter for maneuvering target tracking. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, **36**(3): 1006−1012

2 Gordon N J, Maskell S, Kirubarajan T. Efficient particle filters for joint tracking and classification. In: Proceedings of the Signal and Data Processing of Small Targets. Orlando, USA: SPIE, 2002. 439−449

3 Wang Ming-Hui, You Zhi-Sheng, Han Rong-Chun, Zhang Jian-Zhou. The advanced IMM-PDAF algorithm in a heavy clutter environment. *Acta Automatica Sinica*, 2001, **27**(2): 267−271
(王明辉, 游志胜, 韩荣椿, 张建州. 强干扰环境下性能优化的相互作用多模型 – 概率数据关联算法. 自动化学报, 2001, **27**(2): 267−271)

4 Pollard E, Pannetier B, Rombaut M. Hybrid algorithms for multitarget tracking using MHT and GM-CPHD. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, **47**(2): 832−847

5 Mahler R. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, **39**(4): 1152−1178

6 Lian Feng, Han Chong-Zhao, Liu Wei-Feng, Yuan Xiang-Hui. Tracking partly resolvable group targets using SMC-PHDF. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(5): 731−741
(连峰, 韩崇昭, 刘伟峰, 元向辉. 基于 SMC-PHDF 的部分可分辨的群目标跟踪算法. 自动化学报, 2010, **36**(5): 731−741)

7 Vo B N, Ma W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, **54**(11): 4091−4104

8 Li W, Jia Y M. Gaussian mixture PHD filter for jump Markov models based on best-fitting Gaussian approximation. *Signal Processing*, 2011, **91**(4): 1036−1042

9 Liu W F, Han C Z, Lian F, Zhu H Y. Multitarget state extraction for the PHD filter using MCMC approach. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, **46**(2): 864−883

10 Pasha S A, Vo B N, Tuan H D, Ma W K. A Gaussian mixture PHD filter for jump Markov system models. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, **45**(3): 919−936

11 Lian Feng, Han Chong-Zhao, Liu Wei-Feng, Yuan Xiang-Hui. Multiple-model probability hypothesis density smoother. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(7): 939−950
(连峰, 韩崇昭, 刘伟峰, 元向辉. 多模型概率假设密度平滑器. 自动化学报, 2010, **36**(7): 939−950)

12 Clark D, Vo B N. Convergence analysis of the Gaussian mixture PHD filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, **55**(4): 1204−1212

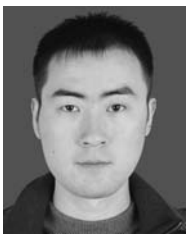
13 Punithakumar K, Kirubarajan T, Sinha A. Multiple-model probability hypothesis density filter for tracking maneuvering targets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, **44**(1): 87−98

14 Mahler R. PHD filters of higher order in target number. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(4): 1523−1543

15 Ouyang Cheng, Ji Hong-Bing, Zhang Jun-Gen. Improved CPHD filter for multitarget tracking. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2010, **32**(9): 2112−2118
(欧阳成, 姬红兵, 张俊根. 一种改进的 CPHD 多目标跟踪算法. 电子与信息学报, 2010, **32**(9): 2112−2118)

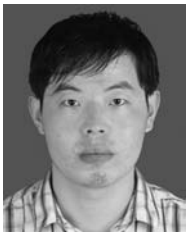
16 Blom H, Bloem E A. Exact Bayesian and particle filtering of stochastic hybrid systems. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(1): 55−70

17 Schuhmacher D, Vo B T, Vo B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, **56**(8): 3447−3457



欧阳成 西安电子科技大学电子工程学院博士研究生. 主要研究方向为数字信号处理, 目标跟踪, 数据融合. 本文通信作者. E-mail: ouoyc@yahoo.com.cn
(**OUYANG Cheng** Ph. D. candidate at the School of Electronic Engineering, Xidian University. His research interest covers signal processing, target tracking, and data fusion. Corresponding author of this paper.)

姬红兵 西安电子科技大学电子工程学院教授. 主要研究方向为数字信号处理, 智能信息处理, 被动传感器目标定位与跟踪, 雷达目标识别与分类, 微弱信号检测, 医学图像处理.
E-mail: hbji@xidian.edu.cn
(**JI Hong-Bing** Professor at the School of Electronic Engineering, Xidian University. His research interest covers signal processing, intelligent information processing, passive sensor based targets location and tracking, radar targets recognition and classification, weak signal detection, and medical image processing.)



郭志强 西安电子科技大学电子工程学院硕士研究生. 主要研究方向为模式识别与智能系统, 目标跟踪.
E-mail: guozhiqiang_1151@163.com
(**GUO Zhi-Qiang** Master student at the School of Electronic Engineering, Xidian University. His research interest covers pattern recognition and intelligent system, and target tracking.)