

# 基于迭代重加权的非刚性图像配准

韩雨<sup>1</sup> 王卫卫<sup>1</sup> 冯象初<sup>1</sup>

**摘要** 非刚性图像配准问题是当今重要的研究课题. 本文提出一类基于能量最小化方法的非刚性图像配准模型, 其中包括单模态和多模态两个模型. 在单模态模型中, 正则项采用迭代重加权的  $L_2$  范数度量, 一方面克服了迭代收敛不同步的问题, 另一方面使新模型既能保持图像的边缘几何结构, 又能避免块效应的产生. 在多模态模型中, 不同模态的图像被转化为同一模态进行处理, 提高了配准的效率. 在模型求解方面, 利用算子分裂和交替最小化的方法, 将原问题转化为阈值和加性算子分裂的迭代格式进行求解. 数值实验表明, 本文的方法对含噪以及变形较大的图像都能实现较好的配准.

**关键词** 图像配准, 光流场, 多模态, 互信息, 算子分裂

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2011.01059

## Iteratively Reweighted Method Based Nonrigid Image Registration

HAN Yu<sup>1</sup> WANG Wei-Wei<sup>1</sup> FENG Xiang-Chu<sup>1</sup>

**Abstract** Nowadays, the nonrigid image registration problem has been an important research topic. This paper proposes an energy-based framework of the nonrigid image registration, including both a one-modality model and a multi-modality model. In the one-modality model, the iteratively reweighted  $L_2$  norm is used to measure the regularization term, which brings out two advantages. Firstly, it avoids the imbalance problem of the converging speed in different regions. Secondly, it preserves the important geometric structures of an image while restrains the staircase effect. In the multi-modality model, images obtained from different modalities are converted into the one-modality ones, and then methods, handling the one-modality problems can be used to deal with the multi-modality problems. By exploiting the techniques of the operator splitting and the alternative minimization, we solve our model by shrinking and additional operator splitting (AOS). Numerical results demonstrate that the proposed method performs well even for noisy images and images with large deformation.

**Key words** Image registration, optical flow field, multi-modality, mutual information, operator splitting

图像配准是对不同时间、不同视场、不同成像模式的两幅或多幅图像进行空间几何变换, 使得各个图像在几何上能够匹配对应<sup>[1]</sup>. 它是图像处理中的一个基本问题, 也是计算机视觉中最困难、最重要的任务之一. 按照成像设备的不同, 配准可分为单模态配准和多模态配准; 按照形变的性质是否为刚体性质, 配准又可分为刚性配准和非刚性配准. 本文主要研究非刚性配准, 建立了单模态和多模态两个配准模型.

从能量和偏微分方程的角度研究非刚性配准的问题, 国外学者已经进行了比较广泛的探讨, 国内的研究也初见端倪. 其中, 基于能量最小化方法的单模态配准模型主要有: Thirion<sup>[1]</sup> 提出基于光流场的 Demons 模型; Wang 等<sup>[2]</sup> 对 Demons 模型进行了改进, 提出使用模板图像的梯度以及浮动图像的梯度共同引导配准过程; Pock 等<sup>[3]</sup> 提出基于总变差

(Total variation, TV) 和  $L_1$  范数的配准模型; 白小晶等<sup>[4]</sup> 提出各向异性扩散的配准模型, 以增强配准过程的边缘保持能力. 在上述模型的数据项中, 关于位移场 (或光流场) 的非线性函数均由其一阶泰勒展式代替, 虽然这种线性化处理可以简化模型的求解, 但当物体扭曲较大时, 配准的效果不佳. Lu 等<sup>[5]</sup> 首次提出一个非线性化的配准模型, 该模型保留了非线性数据项, 但由于采用  $L_2$  范数度量数据项和正则项, 配准模型对奇异值 (Outlier) 敏感<sup>[3]</sup>, 并且不能很好地保持图像的几何结构. 对于多模态配准的研究, 目前主要集中在图像相似性的度量方法上. Viola 等<sup>[6]</sup> 首次提出采用互信息作为相似性的度量. 此后, 许多学者对互信息测度进行了改进<sup>[7-9]</sup>, 并提出一些新的测度<sup>[10-13]</sup>, 但对于基于能量方法的多模态配准模型的研究目前相对较少, 基本上仍沿用光流场模型. 例如, 张红颖等<sup>[14]</sup> 将互信息引入到 Demons 模型中, 提出了多模态的光流场模型. Kroon 等<sup>[15]</sup> 提出一种简化的基于统计直方图的多模态光流场模型等.

本文通过分析线性化光流场模型<sup>[1-3, 16]</sup> 以及 Lu 模型<sup>[5]</sup> 的不足, 提出一个非线性化单模态配准模型. 新模型采用  $L_1$  范数度量非线性数据项以及采用

收稿日期 2010-09-28 录用日期 2011-04-09  
Manuscript received September 28, 2010; accepted April 9, 2010  
国家自然科学基金 (60872138) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (60872138)

1. 西安电子科技大学理学院应用数学系 西安 710071  
1. Department of Applied Mathematics, School of Science, Xi'an University, Xi'an 710071

迭代重加权的  $L_2$  范数度量正则项, 其中, 权函数的引入一方面能够较好地解决配准速度不一致的问题, 另一方面较好地保持了图像的边缘几何结构. 本文的另一个工作是通过变换将多模态的配准问题转化为单模态的配准问题. 其基本思想是: 根据两幅图像重叠区域的统计直方图, 将不同模态的图像转化为同一模态的图像, 然后利用单模态的配准方法实现配准. 通过对数值实验结果进行分析比较, 我们发现本文的模型与传统模型相比无论在保持图像几何结构方面还是在细节配准方面都达到了更好的效果.

## 1 基于迭代重加权的单模态配准模型

图像配准的过程可以归结为求解下述能量泛函最小化问题:

$$\min_{\mathbf{u}} \{D(F(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})), T(\mathbf{x})) + \lambda R(\mathbf{u}(\mathbf{x}))\} \quad (1)$$

其中,  $F$  为浮动图像,  $T$  为模板图像,  $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = (u_1(\mathbf{x}), u_2(\mathbf{x}))^T$  为待估计的位移场,  $\mathbf{x}$  表示图像所在区域  $\Omega$  内的点. 函数  $D(\cdot)$  和  $R(\cdot)$  分别度量了  $F$  与  $T$  之间的相似性以及  $\mathbf{u}$  的光滑性. 我们称第 1 项为数据项, 第 2 项为正则项,  $\lambda$  为两项之间的平衡参数. 为了下述方便, 我们用符号  $\nabla \mathbf{u} = (\nabla u_1, \nabla u_2)^T$  表示  $\mathbf{u}$  的梯度,  $\Delta \mathbf{u} = (\Delta u_1, \Delta u_2)^T$  表示  $\mathbf{u}$  的拉普拉斯.

当  $D = \int_{\Omega} |F(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) - T(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x}$ ,  $R = \int_{\Omega} |\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x}$  时, 模型 (1) 即为 Lu 模型. 该模型主要存在如下三点不足: 1) 在位移场梯度变化大的区域配准速度较快, 在梯度变化小的区域配准较慢, 即该模型存在迭代收敛不同步的问题; 2)  $L_2$  数据项对奇异值敏感<sup>[3]</sup>; 3)  $L_2$  正则项导致配准结果容易出现边缘模糊的现象 (如图 1(d) 所示). 事实上, 模糊现象的出现与图像降噪模型<sup>[17]</sup> 中如何保持图像边缘几何结构的问题类似. 若采用  $L_2$  范数度量正则项, 则该项对应 Euler-Lagrange 方程中的拉普拉斯算子, 而该算子所引导的扩散为各向同性的扩散<sup>[18]</sup>. 因此, 尽管  $L_2$  正则项能够有效抑制光滑区域的噪声, 但却很难保持图像的边缘几何结构.

当  $D = \int_{\Omega} |F(\mathbf{x}) + \mathbf{u}(\mathbf{x})\nabla F(\mathbf{x}) - T(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x}$ ,  $R = \int_{\Omega} |\mathbf{u}(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x}$  时, 即  $F(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}))$  用其在  $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$  处的一阶泰勒展式代替, 模型 (1) 便转化为 Demons 模型. 显然, 当图像变形比较大时, 该模型容易出现配不准的问题 (如图 1(c) 所示).

针对上述模型的几点不足, 本文提出基于迭代重加权的单模态配准模型:

$$\min_{\mathbf{u}} \left\{ \int_{\Omega} |F(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) - T(\mathbf{x})| d\mathbf{x} + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} w(\mathbf{x}) |\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} \right\} \quad (2)$$

其中,  $w(\mathbf{x})$  表示权函数. 在新模型中, 为了鲁棒地处理奇异值, 我们借鉴了 Pock 模型<sup>[3]</sup>, 采用  $L_1$  范数代替  $L_2$  范数度量数据项的思想, 但新模型与 Pock 模型的区别在于, 前者度量的是非线性数据项, 后者度量的是线性化的数据项.

新模型另一个改进是在正则项中引入权函数. 权函数的作用主要有以下两个方面: 1) 当图像中某点  $\mathbf{x}$  处的  $|\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})|$  较大时, 说明浮动图像在该点有扭曲, 应当允许位移场发生较大的变化, 所以对光滑性约束的权重适当小些. 相反, 当  $|\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})|$  较小时, 应当对光滑性约束的权重适当大些. 因此, 在正则项中引入权函数  $w(\mathbf{x}) \propto \frac{1}{|\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})|}$  可以较好地解决迭代收敛不同步的问题. 2) 为了克服  $L_2$  正则项导致的边缘被磨光的问题, 传统的办法是将  $L_2$  正则项直接改为类似于 Pock 模型的总变差, 但这样做一方面增加了配准计算的复杂度, 另一方面在图像的光滑区域容易产生块效应 (如图 1(e) 圆形区域所示). 事实上, 在含噪的情况下, 如何权衡光滑区域和边缘几何结构目前仍是一个难点问题<sup>[19]</sup>, 总变差能够较好地保持图像的边缘几何结构, 但在图像的光滑区域由于受到噪声的干扰, 它会将部分噪声视为边缘而产生块效应. 因此, 我们希望在图像的边缘位置采用  $L_1$  或者更强的保边范数度量正则项; 在光滑区域, 为了磨光噪声, 我们希望采用  $L_2$  范数度量正则项.

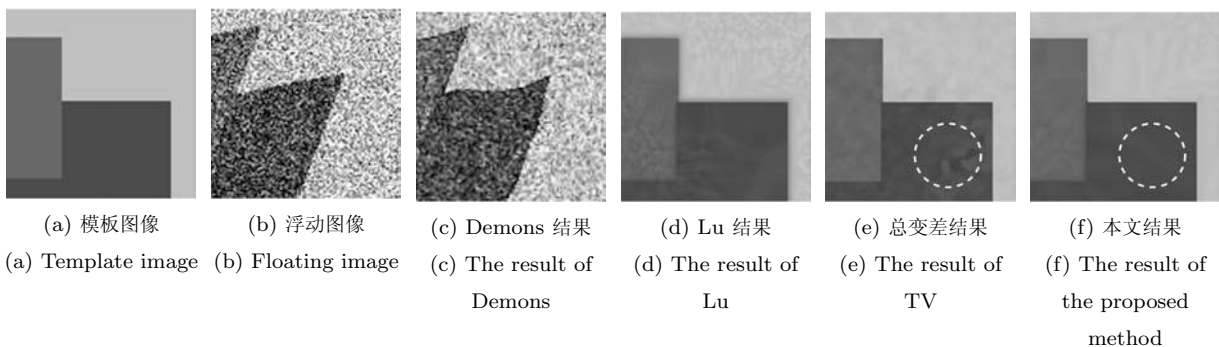


图 1 Phantom 1 图像配准结果

Fig. 1 Registration results of image Phantom 1

根据上述分析, 本文采用一种迭代重加权的  $L_2$  正则项代替总变差, 这一思想来源于关于图像稀疏表示的研究<sup>[20-21]</sup>. 在配准问题中, 如果将式 (2) 中的权函数定义为  $w(\mathbf{x}) = \frac{1}{|\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})|}$ , 并且将其中的  $\mathbf{u}$  取为上一次迭代的结果, 那么迭代重加权的正则项就会近似满足  $\int_{\Omega} w(\mathbf{x}) |\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} \simeq \int_{\Omega} |\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})| d\mathbf{x}$ , 而第二个表达式恰好为总变差. 考虑到算法的稳健性以及达到增强图像边缘的目的, 我们在数值计算中将权函数定义为  $w(\mathbf{x}) = \frac{1}{1+\beta|\nabla \mathbf{u}_{\sigma}(\mathbf{x})|^2}$ , 其中,  $\mathbf{u}_{\sigma} = \mathbf{u} * G_{\sigma}$ ,  $G_{\sigma} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp(-\frac{|\mathbf{x}|^2}{2\sigma^2})$  为高斯核, “\*” 为卷积运算.

以下我们对基于迭代重加权配准模型的优势做进一步分析. 在迭代过程中, 由于光滑区域内的点所对应的位移场的变化  $|\nabla \mathbf{u}_{\sigma}(\mathbf{x})|$  较小, 根据文中权函数的取法可知  $w(\mathbf{x}) \simeq 1$ , 这说明此时正则项主要由  $L_2$  范数引导, 能够较好地磨光光滑区域的噪声以及避免块效应的产生. 相反, 在图像的边缘位置, 位移场的变化  $|\nabla \mathbf{u}_{\sigma}(\mathbf{x})|$  一般会较大, 此时正则项在迭代收敛意义下近似满足  $\int_{\Omega} \frac{|\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})|^2}{1+\beta|\nabla \mathbf{u}_{\sigma}(\mathbf{x})|^2} d\mathbf{x} \simeq \int_{\Omega} \frac{|\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})|^2}{1+\beta|\nabla \mathbf{u}_{\sigma}(\mathbf{x})|^2} d\mathbf{x}$ , 根据 Nikolova 等提出的非凸正则化理论<sup>[22]</sup>, 该项能够较好地保持甚至增强图像的边缘. 因此, 本文提出的迭代重加权的正则项既具有了  $L_2$  正则项构造算法简单的优势, 又克服了总变差在光滑区域容易产生块效应的缺点.

### 1.1 交替最小化方法求解新模型

为了构造新模型的快速算法, 我们引入辅助函数  $v(\mathbf{x})$ , 得到模型 (2) 的逼近问题:

$$\min_{\mathbf{u}, v} \left\{ \int_{\Omega} |v(\mathbf{x})| d\mathbf{x} + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} w(\mathbf{x}) |\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} + \frac{\mu}{2} \int_{\Omega} |v(\mathbf{x}) - (F(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) - T(\mathbf{x}))|^2 d\mathbf{x} \right\} \quad (3)$$

其中, 参数  $\mu$  应当选取得适当大些, 从而保证了变量  $v(\mathbf{x})$  和  $F(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) - T(\mathbf{x})$  在  $L_2$  范数意义下是相近的. 为了书写简洁, 在下述表达式中, 我们省略了自变量  $\mathbf{x}$  并且用符号  $F_{\mathbf{u}}$  代替  $F(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}))$ .

最小化问题 (3) 可以由交替最小化的方法求解, 即由一组初始值  $\mathbf{u}^{(0)}, v^{(0)}$  开始, 通过交替求解下面的问题 (4) 和问题 (5), 得到一组迭代序列  $v^{(1)}, \mathbf{u}^{(1)}, v^{(2)}, \mathbf{u}^{(2)}, \dots, v^{(n)}, \mathbf{u}^{(n)}, \dots$ .

$$v^{(n)} = \arg \min_v \left\{ \int_{\Omega} |v| d\mathbf{x} + \frac{\mu}{2} \int_{\Omega} |v - (F_{\mathbf{u}^{(n-1)}} - T)|^2 d\mathbf{x} \right\} \quad (4)$$

$$\mathbf{u}^{(n)} = \arg \min_{\mathbf{u}} \left\{ \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} w |\nabla \mathbf{u}|^2 d\mathbf{x} + \frac{\mu}{2} \int_{\Omega} |v^{(n)} - (F_{\mathbf{u}} - T)|^2 d\mathbf{x} \right\} \quad (5)$$

其中, 问题 (4) 是一个典型的  $L_1$  优化问题, 可以采用阈值的办法求解. 问题 (5) 可以采用经典的变分方法<sup>[18]</sup> 求解. 具体的数值实现如下节所示.

### 1.2 基于阈值和 AOS 快速迭代配准算法

**步骤 1.** 求解  $L_1$  最优化问题 (4). 该问题的解析解由阈值<sup>[3]</sup> 格式给出:

$$v = \text{sgn}(I^{\delta}) \max \left\{ 0, |I^{\delta}| - \frac{1}{\mu} \right\} \quad (6)$$

其中,  $I^{\delta} = F_{\mathbf{u}^{(n-1)}} - T$ ,  $\text{sgn}(\cdot)$  表示符号函数.

**步骤 2.** 求解加权的  $L_2$  配准问题 (5).

首先, 给出式 (5) 对应的 Euler-Lagrange 方程:

$$-w \Delta \mathbf{u} + \frac{\mu}{\lambda} (F_{\mathbf{u}} - T - v^{(n)}) \nabla F_{\mathbf{u}} = 0 \quad (7)$$

其次, 通过引入时间变量  $\tau$ , 将式 (7) 嵌入到一个发展方程中, 得到:

$$\partial_{\tau} \mathbf{u}(\mathbf{x}, \tau) = \Delta \mathbf{u} - \frac{\mu}{\lambda w} (F_{\mathbf{u}} - T - v^{(n)}) \nabla F_{\mathbf{u}} \quad (8)$$

为了求解上式, 我们引入如下离散格式: 区域  $\Omega$  内的点  $\mathbf{x}$  用离散网格点  $(i, j)$  ( $1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N$ ) 表示,  $F(\mathbf{x}), T(\mathbf{x}), \mathbf{u}(\mathbf{x})$  分别离散为  $F_{i,j}, T_{i,j}, \mathbf{u}_{i,j}$ ,  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  的梯度  $\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})$  在  $x$  轴和  $y$  轴上的分量分别离散为:

$$\begin{aligned} \Delta_{-}^x \mathbf{u}_{i,j} &= \begin{cases} \mathbf{u}_{i,j} - \mathbf{u}_{i-1,j}, & 2 \leq i \leq M \\ \mathbf{0}, & i = 1 \end{cases} \\ \Delta_{+}^x \mathbf{u}_{i,j} &= \begin{cases} \mathbf{u}_{i+1,j} - \mathbf{u}_{i,j}, & 1 \leq i \leq M-1 \\ \mathbf{0}, & i = M \end{cases} \\ \Delta_{-}^y \mathbf{u}_{i,j} &= \begin{cases} \mathbf{u}_{i,j} - \mathbf{u}_{i,j-1}, & 2 \leq j \leq N \\ \mathbf{0}, & j = 1 \end{cases} \\ \Delta_{+}^y \mathbf{u}_{i,j} &= \begin{cases} \mathbf{u}_{i,j+1} - \mathbf{u}_{i,j}, & 1 \leq j \leq N-1 \\ \mathbf{0}, & j = N \end{cases} \end{aligned}$$

上述 4 个表达式中, 前两个为  $x$  方向上的后向与前向差分格式, 后两个为  $y$  方向上的差分格式. 此外,  $\Delta \mathbf{u}(\mathbf{x})$  离散为  $\Delta_{-}^x (\Delta_{+}^x \mathbf{u}_{i,j}) + \Delta_{-}^y (\Delta_{+}^y \mathbf{u}_{i,j})$ ,  $\nabla F(\mathbf{x})$  离散为  $(\Delta_{+}^x F_{i,j}, \Delta_{+}^y F_{i,j})^T$ .

最后, 根据上述离散化方法, 我们采用加性算子分裂 (Additive operator splitting, AOS) 算法求解式 (8) (算法的具体细节参见文献 [23]). AOS 算法主要有以下两个优势: 1) 在迭代过程中只需沿  $x$  和  $y$  方向求解两个三对角阵; 2) 容易实现并行计算. 尽

管 AOS 算法是一种迭代算法,但在实际求解式 (8) 的过程中,我们发现仅需运行一次 AOS 算法,整个交替最小化过程也会得到有效的配准结果.

通过上述分析并结合图 1 的实验结果可知:在受扭曲形变的影响方面,本文的模型优于线性化的光流场配准模型;在保持边缘几何结构方面,本文的模型优于 Lu 模型.

## 2 多模态非刚性配准模型

对于单模态配准,两幅图像灰度值相同的区域通常代表同一目标,但在多模态配准中,灰度值相近的区域并不一定代表同一目标,例如 CT 图像中骨骼的灰度值较亮,而 MRI 图像中骨骼的灰度值较暗.因此,单纯用灰度值来刻画两幅图像的特征是不可行的.通常的做法是利用图像的统计特征(概率密度等)代替灰度值作为相似性比较的对象,同时度量的工具也由单模态下的  $L_1$  或  $L_2$  范数变为较为复杂的度量工具,文献中常提到的相似性度量工具有:互信息(Kullback-Leibler 距离)<sup>[7-9]</sup>、Rényi 熵<sup>[10]</sup>、Hausdorff 测度<sup>[11-12]</sup>等.为方便讨论,本文将测度取为常用的互信息测度,其他测度的讨论方法类似.

### 2.1 基于互信息的多模态配准模型

我们首先给出最一般的基于能量方法的多模态非刚性配准模型,也就是直接将互信息作为一种相似性的度量.

$$\min_{\mathbf{u}} \left\{ \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} w |\nabla \mathbf{u}|^2 d\mathbf{x} - \text{MI}(F_{\mathbf{u}}, T) \right\} \quad (9)$$

其中,  $\text{MI}(F_{\mathbf{u}}, T)$  为互信息,其表达式为

$$\text{MI}(F_{\mathbf{u}}, T) = \int_{\mathbf{R}^2} p_{F_{\mathbf{u}}, T}(f, t) \log \left( \frac{p_{F_{\mathbf{u}}, T}(f, t)}{p_{F_{\mathbf{u}}}(f) p_T(t)} \right) df dt$$

符号  $p_{F_{\mathbf{u}}, T}(f, t)$  表示  $F_{\mathbf{u}}$  和  $T$  的联合概率密度函数,  $p_{F_{\mathbf{u}}}(f)$ ,  $p_T(t)$  表示边缘概率密度函数,它们的表达式分别为

$$p_{F_{\mathbf{u}}, T}(f, t) = \frac{1}{|\Omega| 2\pi\sigma^2} \int_{\Omega} e^{-\frac{(F(\mathbf{x}+\mathbf{u}(\mathbf{x}))-f)^2 + (T(\mathbf{x})-t)^2}{2\sigma^2}} d\mathbf{x}$$

$$p_{F_{\mathbf{u}}}(f) = \int_{\mathbf{R}} p_{F_{\mathbf{u}}, T}(f, t) dt, \quad p_T(t) = \int_{\mathbf{R}} p_{F_{\mathbf{u}}, T}(f, t) df$$

由信息论的理论可知,两幅图像的互信息越大,说明它们的相似程度越大,即认为两幅图像实现配准,因此上述模型是合理的.求解该模型仍可采用经典的变分方法,即首先求出式 (9) 所对应的 Euler-Lagrange 方程,然后将得到的表达式嵌入到一个发展方程中,最后求解如下的偏微分方程:

$$\partial_{\tau} \mathbf{u}(\mathbf{x}, \tau) = \lambda w \Delta \mathbf{u} + \left\{ \frac{\partial_1 p_{F_{\mathbf{u}}, T}(f, t)}{p_{F_{\mathbf{u}}, T}(f, t)} - \frac{p'_{F_{\mathbf{u}}}(f)}{p_{F_{\mathbf{u}}}(f)} \right\} \nabla F_{\mathbf{u}} \quad (10)$$

该求解方法存在两个缺陷:1) 该方法需要对概率密度函数求导,计算复杂,不易应用到实际的配准问题中;2) 为了降低噪声的干扰,该方法需要用高斯核对整个图像区域的灰度值取卷积运算,从而导致图像部分几何信息被磨光.

针对上述问题,我们提出以下解决方案.考虑到第 1 节中单模态配准计算复杂度相对较小,若能得多模态配准转化为单模态配准,则问题得到简化.对于第 2 个缺陷,本文在计算概率密度函数时采用局部核函数,从而可以较好地避免磨光效应.

### 2.2 多模态转化为单模态的非刚性配准模型

通过上述分析,我们考虑如下最小化问题:

$$\min_{\mathbf{u}} \left\{ \int_{\Omega} |F_{\mathbf{u}}^{\text{trans}} - T| d\mathbf{x} + \lambda \int_{\Omega} w |\nabla \mathbf{u}|^2 d\mathbf{x} \right\} \quad (11)$$

其中,符号  $F_{\mathbf{u}}^{\text{trans}}$  为  $F^{\text{trans}}(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}))$  的缩写形式,后者表示由  $F_{\mathbf{u}}$  变换得到的图像,这种变换按照如下的方式进行.

首先,在浮动图像  $F$  中的某点  $\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})$  周围取以该点为中心的一个窗  $W (\subset \Omega)$ .其次,在模板图像  $T$  相应位置上取相同大小的窗  $W'$ ,并且在窗  $W'$  内选取点  $\hat{\mathbf{y}}$ ,满足:

$$\hat{\mathbf{y}} = \arg \max_{\mathbf{y} \in W'} \text{mi}(F(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})), T(\mathbf{y})) \quad (12)$$

其中,  $\text{mi}(\cdot, \cdot)$  称为互信息密度,其定义式为:对于  $\forall a, b \in \mathbf{R}$ ,

$$\text{mi}(a, b) = p_{F_{\mathbf{u}}, T}(a, b) \log \left( \frac{p_{F_{\mathbf{u}}, T}(a, b)}{p_{F_{\mathbf{u}}}(a) p_T(b)} \right) \quad (13)$$

最后,定义变换后的图像在  $\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})$  点处的灰度值为

$$F^{\text{trans}}(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) = T(\hat{\mathbf{y}}) \quad (14)$$

以下,我们简要分析上述图像模态变换过程的合理性.由式 (12) 和式 (14) 可知,  $F^{\text{trans}}$  在  $\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})$  点处的灰度值  $F_{\mathbf{u}}^{\text{trans}}$  取为模板图像  $\hat{\mathbf{y}}$  点处的灰度值  $T(\hat{\mathbf{y}})$ ,使得  $F_{\mathbf{u}}^{\text{trans}}$  与  $T(\hat{\mathbf{y}})$  的互信息密度达到最大.事实上,由互信息密度的定义可知,当互信息密度达到最大时,说明  $F_{\mathbf{u}}^{\text{trans}}$  和  $T(\hat{\mathbf{y}})$  在测度意义下是最相似的,所以将  $F_{\mathbf{u}}^{\text{trans}}$  取为  $T(\hat{\mathbf{y}})$  是合理的.通过交替迭代式 (11) 和式 (14),多模态配准问题便转化为单模态的问题.有关窗  $W$  或  $W'$  的大小对本文模型的影响,可以借鉴文献 [24] 中关于窗的大小与相似性测度关系的研究.本文在数值实验中将窗的大小取为  $15 \times 15$ .

### 2.3 概率密度函数的离散化

在浮动图像  $F$  和模板图像  $T$  相同位置的  $\mathbf{x}$  点处, 取该点周围的一个  $r \times r$  大小的窗  $W$ , 统计两幅图像在该窗内的灰度直方图, 得到

$$h(f_d, t_d) = \frac{|\{\mathbf{z} \in W \cap \Omega : F(\mathbf{z}) = f_d, T(\mathbf{z}) = t_d\}|}{|W \cap \Omega|}$$

其中,  $F: \Omega \rightarrow [0, I_1]$ ,  $T: \Omega \rightarrow [0, I_2]$ , 本文中  $I_1 = I_2 = 255$ ,  $f_d, t_d$  分别为离散化的灰度值.  $F$  和  $T$  在窗  $W$  内的联合概率密度函数分别离散为

$$p_{F,T}(f_d, t_d) \simeq G_\sigma * h(f_d, t_d)$$

由于上式中的高斯核  $G_\sigma$  仅在窗  $W$  范围内起作用, 所以  $G_\sigma$  为局部核函数. 边缘概率密度函数  $p_F(f)$ ,  $p_T(t)$  离散为

$$p_F(f_d) \simeq \sum p_{F,T}(f_d, \cdot), \quad p_T(t_d) \simeq \sum p_{F,T}(\cdot, t_d)$$

### 2.4 非刚性多模态配准算法

为了在配准效果和迭代次数之间取得平衡, 我们引入阈值  $\epsilon$ , 如果前、后两次位移场的迭代结果的均方误差  $\text{Var} < \epsilon$ , 则算法停止, 否则继续迭代. 均方误差  $\text{Var}$  的表达式为

$$\text{Var} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M |\mathbf{u}_{i,j}^{(n)} - \mathbf{u}_{i,j}^{(n-1)} - \text{Mean}|^2}{M \times N}}$$

其中,  $\text{Mean} = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M (\mathbf{u}_{i,j}^{(n)} - \mathbf{u}_{i,j}^{(n-1)})}{M \times N}$  为平均灰度差,  $M \times N$  为图像的尺寸.

最后, 我们给出基于迭代重加权的非刚性配准的完整算法.

**步骤 1.** 输入  $F, T$  以及参数  $\lambda, \mu, \tau$ , 并初始化  $\mathbf{u}$ .

**步骤 2.** 由式 (12) 和式 (14), 算出  $F_{\mathbf{u}}^{\text{trans}}$ .

**步骤 3.** 将  $F_{\mathbf{u}}^{\text{trans}}$  带入式 (11), 按单模态方法算出新的  $\mathbf{u}$ .

**步骤 4.** 判断  $\mathbf{u}$  是否收敛. 若是, 则输出  $\mathbf{u}$ ; 若否, 则返回步骤 2.

## 3 数值实验与结果分析比较

为了说明基于迭代重加权的非刚性配准方法的有效性, 我们在 AMD 1.90 GHz CPU, 2 GB 内存平台下的 Matlab 环境中, 选用单模态和多模态的图像进行配准实验. 实验中, 参数  $\mu = 100$ ,  $\lambda = 5$ ,  $\tau = 0.1$ ,  $\epsilon = 10^{-5}$ ,  $\beta = 0.1$ ,  $\sigma = 3$ . 单模态配准实验与 Pock 模型<sup>[3]</sup> 和 Lu 模型<sup>[5]</sup> 进行对比. 多模态配准结果与 Kroon 方法<sup>[15]</sup> 对比. 单模态配准的评价指标

有均方根误差 (Root mean square error, RMSE) 和峰值信噪比 (Peak signal to noise ratio, PSNR), 多模态配准的指标选用互信息 (Mutual information, MI). 均方根误差的定义式为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (F_{i,j} - T_{i,j})^2}{M \times N}}$$

峰值信噪比的定义式为

$$\text{PSNR} = 20 \lg \left( \frac{\max(T_{i,j})}{\text{RMSE}} \right)$$

此外, 为了定量比较估计得到的光流场与真实光流场之间的差异, 我们采用了平均角度误差 (Average angular error, AAE) 和平均终点误差 (Average endpoint error, AEE) 两个客观评价指标, 关于上述两个指标的定义以及相应的 Matlab 实现参见文献 [25].

### 3.1 权函数的讨论

为了验证权函数  $w(\mathbf{x})$  的有效性, 我们对模拟图像 (Phantom 1) 进行配准实验, 实验结果如图 1 所示, 其中, 浮动图像加入了方差为 20 的高斯白噪声. 由图 1 的结果可以看出, 本文的方法 (图 1 (f) 所示) 较好地保持了图像的边缘几何结构并且避免了块效应的产生.

为了进一步定量说明权函数的有效性, 我们将本文加权的  $L_2$  正则项与不加权的  $L_2$  正则项以及 TV 正则项进行对比 (数据项均采用  $L_1$  范数度量). 实验结果如图 2 所示, 其中, 横坐标表示迭代次数  $n/10$ , 纵坐标分别为 RMSE 和 PSNR. 由图 2 曲线的走势可知, 加权的配准结果明显优于不加权的结果, TV 的结果在程序开始时获得了较好的评价指标, 但并不是最优的配准结果, 而本文的正则项较好地平衡了配准效果和配准效率.

### 3.2 单模态配准实验比较

图 3 给出一幅医学图像 (MRI1) 的配准结果, 其中, 浮动图像是由模板图像经过如下变换得到: 顺时针方向旋转  $30^\circ$ 、尺度缩小为原来的  $1/2$ 、加入方差为 20 的高斯白噪声. 图 3 (a) 和 3 (b) 分别表示模板图像和浮动图像, 图 3 (c) 为模板图像局部放大结果, 图 3 (d) 和 3 (e) 分别为 Lu 模型以及本文模型局部放大的结果 (由于 Pock 模型没能实现有效配准, 本文未将其结果列在图 3 中). 对比图 3 (d) 和图 3 (e) 可知, 在细节配准方面, 本文的方法优于 Lu 模型. 此外, 从表 1 不同配准方法的峰值信噪比结果同样可以看出, 本文的方法优于其他方法, 其中, 粗体标识的为最优指标.

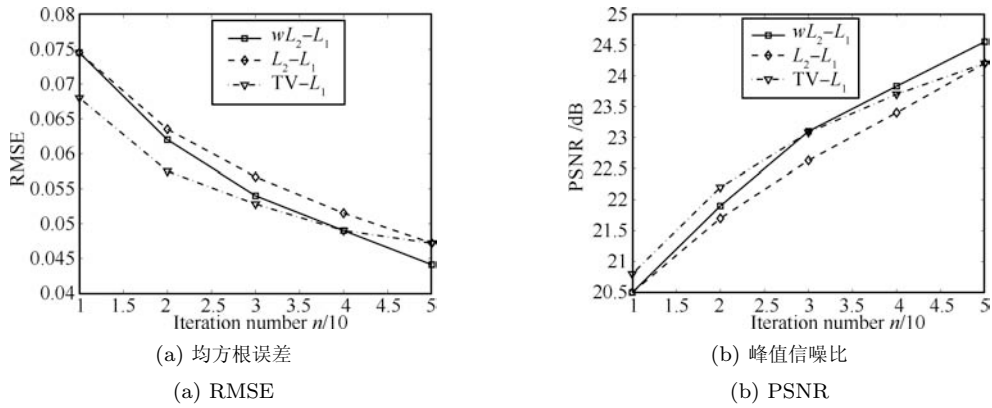


图2 Phantom1 加权函数、不加权函数以及 TV 正则项的配准比较  
Fig.2 Comparison between  $wL_2 - L_1$ ,  $L_2 - L_1$ , and  $TV - L_1$

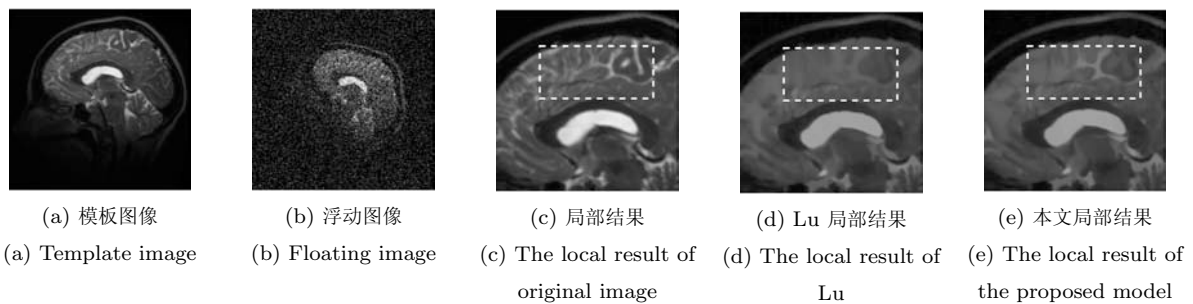


图3 MRI1 图像配准结果  
Fig.3 Registration results of image MRI1

表1 峰值信噪比比较  
Table 1 Results of PSNR

PSNR	Pock model	Lu model	Proposed model
Phantom 1	15.8	30.3	<b>31.6</b>
MRI1	14.6	32.9	<b>33.5</b>

### 3.3 光流场的定量比较

为了定量比较不同方法得到的光流场,我们在文献 [25] 公开的数据库上对含纹理细节较少的三幅图像 (Dimetrodon, Rubberwhale, Grove) 进行配准实验,选用该类图像的原因是本文所使用的算子 (例如,梯度算子和拉普拉斯算子) 均为局部算子,对含纹理细节较少的图像容易实现配准.对于含纹理细节较多的图像,常用的办法是将局部算子推广为非局部算子<sup>[26]</sup>或者构建更加复杂的配准模型<sup>[27]</sup>,但此时模型的求解方式将发生改变.因此,关于如何配准纹理图像的问题已经超出了本文的讨论范围,我们将在今后的研究中继续探讨解决上述问题.

表2给出了Pock模型、Lu模型以及本文模型在上述三幅图像上的AAE和AEE指标.从表中结果可以看出,本文模型优于其他两个模型.

### 3.4 多模态配准实验

我们分别用模拟图像 (Phantom 2) 和真实的图像 (MRI 2) 来验证本文多模态配准方法的有效性.在图4和图5中, (a) 为模板图像, (b) 为浮动图像, (c) 和 (d) 分别为Kroon模型和本文的配准结果,其中,图4的浮动图像中加入了方差为10的高斯白噪声.分别对比图4和图5的(c)和(d)可知, Kroon模型容易出现边缘模糊的现象并且部分细节配准不准确,而本文的方法能够实现有效的配准.此外,从表3给出的配准结果图与模板图像间的互信息指标同样说明了本文模型的有效性.

## 4 结论

本文提出了基于能量最小化方法的单模态和多模态非刚性配准模型.单模态模型采用  $L_1$  范数度量非线性数据项以及采用迭代重加权的  $L_2$  范数度量正则项.权函数的引入一方面克服了迭代不同步的问题,另一方面抑制了  $L_2$  正则项的磨光效应.通过变换,我们将多模态配准问题转化为单模态的问题,从而避免了由互信息测度引起的对概率密度求导等复杂运算.与传统模型的对比说明,本文的方法具有更好的配准结果.

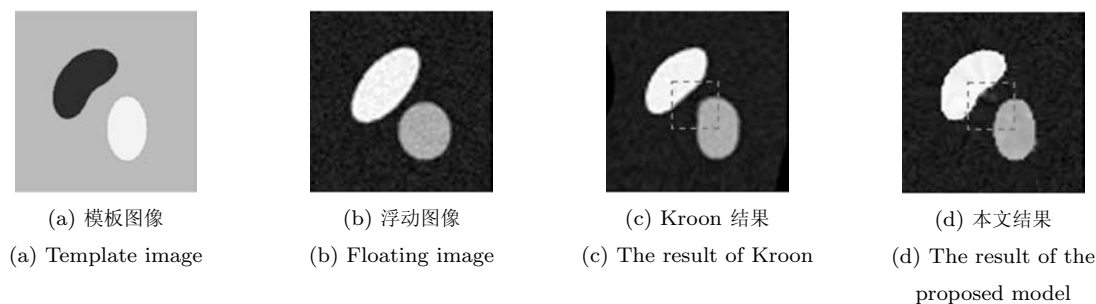


图 4 Phantom 2 图像配准结果

Fig. 4 Registration results of image Phantom 2

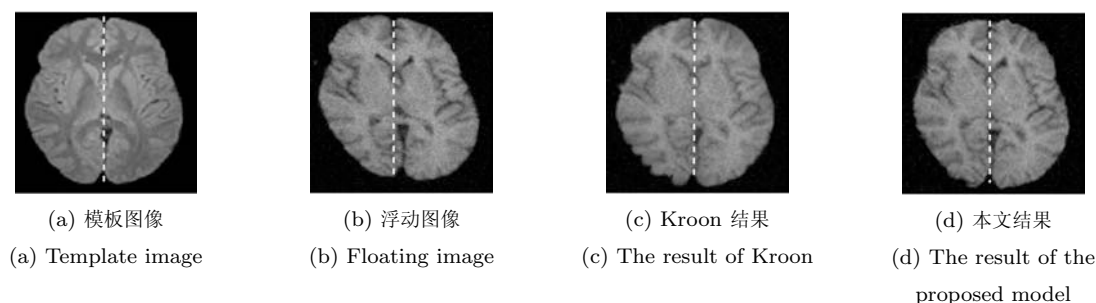


图 5 MRI2 图像配准结果

Fig. 5 Registration results of image MRI2

表 2 AAE 和 AEE 的比较结果

Table 2 Results of AAE and AEE

Test image	AAE			AEE		
	Pock	Lu	Proposed	Pock	Lu	Proposed
Dimetrodon	3.594	3.680	<b>3.591</b>	<b>0.187</b>	0.191	<b>0.187</b>
Rubberwhale	7.366	7.312	<b>6.465</b>	0.232	0.230	<b>0.202</b>
Grove	3.947	4.002	<b>3.943</b>	0.289	0.292	<b>0.286</b>

表 3 互信息对比表

Table 3 Mutual information results

MI	Kroon model	Proposed model
Phantom2	0.81	<b>0.93</b>
MRI2	0.73	<b>0.89</b>

## References

- Thirion J. Image matching as a diffusion process: an analogy with Maxwell's demons. *Medical Image Analysis*, 1998, **2**(3): 243–260
- Wang H, Dong L, O'Daniel J, Mohan R, Garden AS, Ang K K. Validation of an accelerated "demons" algorithm for deformable image registration in radiation therapy. *Physics in Medicine and Biology*, 2005, **50**(12): 2887–2905
- Pock T, Urschler M, Zach C, Beichel R, Bischof H. A duality based algorithm for TV- $L_1$  optical flow image registration. *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, 2007, **4792**: 511–518
- Bai Xiao-Jing, Chen Yun-Jie, Sun Huai-Jiang. An improved optical flow model for brain image registration. *Computer-Aided Design and Computer Graphics*, 2008, **20**(3): 349–355  
(白小晶, 陈允杰, 孙怀江. 基于改进光流场模型的大脑图像配准. 计算机辅助设计与图形学学报, 2008, **20**(3): 349–355)
- Lu W, Chen M, Olivera G, Ruchala K J, Mackie T R. Fast free-form deformable registration via calculus of variations physical. *Physics in Medicine and Biology*, 2004, **49**(14): 3067–3087
- Viola P, Wells W. Alignment by maximization of mutual information. *International Journal of Computer Vision*, 1997, **24**(2): 137–154
- Pluim J, Maintz J, Viergever M. Mutual-information-based registration of medical images: a survey. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2003, **22**(8): 986–1004
- Loeckx D, Slagmolen P, Maes F, Vandermeulen D, Suetens P. Nonrigid image registration using conditional mutual information. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2010, **29**(1): 19–29
- Hahn D A, Daum V, Hornegger J. Automatic parameter selection for multimodal image registration. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2010, **29**(5): 1140–1155

- 10 Zhang Shao-Min, Zhi Li-Jia, Zhao Da-Zhe, Zhao Hong, Yang Jin-Zhu. Multi-modality medical image registration based on regional joint Renyi entropy. *Acta Electronica Sinica*, 2009, **37**(10): 2321–2325  
(张少敏, 支力佳, 赵大哲, 赵宏, 杨金柱. 基于区域联合 Renyi 熵的多模医学图像配准. 电子学报, 2009, **37**(10): 2321–2325)
- 11 Niu Li-Pi, Mao Shi-Yi, Chen Wei. Image registration based on Hausdorff distance. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2007, **29**(1): 36–38  
(牛力丕, 毛士艺, 陈炜. 基于 Hausdorff 距离的图像配准研究. 电子与信息学报, 2007, **29**(1): 36–38)
- 12 Wang An-Na, Zhang Xin-Hua, Gu Zhao-Wei, Pan Bo. A medical image registration algorithm based on revised Hausdorff distance. *Acta Electronica Sinica*, 2008, **36**(11): 2248–2250  
(王安娜, 张新华, 谷召伟, 潘博. 基于改进 Hausdorff 测度的医学图像配准算法. 电子学报, 2008, **36**(11): 2248–2250)
- 13 Zhang Xiu-Wei, Zhang Yan-Ning, Yang Tao, Zhang Xin-Gong, Shao Da-Pei. Automatic visual-thermal image sequence registration based on co-motion. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(9): 1221–1231  
(张秀伟, 张艳宁, 杨涛, 张新功, 邵大培. 基于 Co-motion 的可见光-热红外图像序列自动配准算法. 自动化学报, 2010, **36**(9): 1221–1231)
- 14 Zhang Hong-Ying, Zhang Jia-Wan, Sun Ji-Zhou. Non-rigid medical image registration based on improved demons algorithm. *Optics and Precision Engineering*, 2007, **15**(1): 145–150  
(张红颖, 张加万, 孙济洲. 改进 Demons 算法的非刚性医学图像配准. 光学精密工程, 2007, **15**(1): 145–150)
- 15 Kroon D J, Slump C H. MRI modality transformation in demon registration. In: *Proceedings of the IEEE International Symposium on Biomedical Imaging*. Boston, USA: IEEE, 2009. 963–966
- 16 Lin Xiang-Bo, Qiu Tian-Shuang, Ruan Su. Research on the topology preservation of the demons non-rigid registration algorithm. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(1): 180–183  
(林相波, 邱天爽, 阮素. Demons 非刚性配准算法拓扑保持性的研究. 自动化学报, 2010, **36**(1): 180–183)
- 17 Zhang L, Dong W S, Zhang D, Shi G M. Two-stage image denoising by principal component analysis with local pixel grouping. *Pattern Recognition*, 2010, **43**(4): 1531–1549
- 18 Feng Xiang-Chu, Wang Wei-Wei. *Variational and PDE Based Approaches in Image Processing*. Beijing: Science Press, 2009  
(冯象初, 王卫卫. 图像处理的变分和偏微分方程方法. 北京: 科学出版社, 2009)
- 19 Lysaker M, Lundervold A, Tai X C. Noise removal using fourth-order partial differential equation with applications to medical magnetic resonance images in space and time. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2003, **12**(12): 1579–1590
- 20 Daubechies I, DeVore R, Fornasier M, Gunturk C S. Iteratively re-weighted least squares minimization for sparse recovery. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2010, **63**(1): 1–38
- 21 Candues E J, Wakin M B, Boyd S P. Enhancing sparsity by reweighted  $L_1$  minimization. *Journal of Fourier Analysis and Applications*, 2008, **14**(5–6): 877–905
- 22 Nikolova M, Ng M K, Zhang S Q, Ching W K. Efficient reconstruction of piecewise constant images using nonsmooth nonconvex minimization. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2008, **1**(1): 2–25
- 23 Weickert J, Romeny B M, Viergever M A. Efficient and reliable schemes for nonlinear diffusion filtering. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, **7**(3): 398–410
- 24 Shi Yong-Gang, Zou Mou-Yan. Performance comparison of statistics based similarity measures for image registration. *Chinese Journal of Computers*, 2004, **27**(9): 1279–1283  
(时永刚, 邹谋炎. 图像配准中统计型相似性测度的比较与分析. 计算机学报, 2004, **27**(9): 1279–1283)
- 25 Baker S, Scharstein D, Lewis J P, Roth S, Black M, Szeliski R. A database and evaluation methodology for optical flow. *International Journal of Computer Vision*, 2011, **92**(1): 1–31
- 26 Wang Wei-Wei, Han Yu, Feng Xiang-Chu. Image denoising based on nonlocal diffusion. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(2): 373–377  
(王卫卫, 韩雨, 冯象初. 基于非局部扩散的图像去噪. 光学学报, 2010, **30**(2): 373–377)
- 27 Su Juan, Lin Xing-Gang, Liu Dai-Zhi. A multi-sensor image registration algorithm based on structure feature edges. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(3): 251–257  
(苏娟, 林行刚, 刘代志. 一种基于结构特征边缘的多传感器图像配准方法. 自动化学报, 2009, **35**(3): 251–257)



韩雨 西安电子科技大学理学院应用数学系博士研究生. 主要研究方向为图像配准和分割. 本文通信作者.

E-mail: hany\_xidian@126.com

(HAN Yu Ph.D. candidate in the Department of Applied Mathematics, School of Science, Xidian University.

His research interest covers image registration and segmentation. Corresponding author of this paper.)



王卫卫 西安电子科技大学理学院应用数学系教授. 2001 年获西安电子科技大学理学博士学位. 主要研究方向为小波、图像处理的偏微分方程方法.

E-mail: wwwang@mail.xidian.edu.cn

(WANG Wei-Wei Professor in the Department of Applied Mathematics, School of Science, Xidian University.

She received her Ph.D. degree in applied mathematics from Xidian University in 2001. Her research interest covers wavelets and partial differential equations for image processing.)



冯象初 西安电子科技大学理学院应用数学系教授. 1999 年获西安电子科技大学理学博士学位. 主要研究方向为数值分析、小波、图像处理的偏微分方程方法. E-mail: xcfeng@mail.xidian.edu.cn

(FENG Xiang-Chu Professor in the Department of Applied Mathematics, School of Science, Xidian University.

He received his Ph.D. degree in applied mathematics from Xidian University in 1999. His research interest covers numerical analysis, wavelets, and partial differential equations for image processing.)