系统性能极限理论的回顾和展望

卢 頓 [1] 范国梁 [1] 易建强 [1]

摘 要 描述了系统性能极限理论的研究对象、背景和意义, 并简要介绍了系统性能极限理论所涉及到的四个相关问题, 如: 左可逆与右可逆系统、零点与零点方向、极点与极点方向以及灵敏度函数与互补灵敏度函数. 同时, 从 H_2 型性能极限、频域及 H_∞ 型性能极限、时域及其他性能极限三方面综述了系统性能极限理论的研究现状, 并对其未来的发展进行了展望.

关键词 性能极限, 跟踪性能, 频域性能, 时域性能

DOI 10.3724/SP.J.1004.2011.00001

On System Performance Limitation Theory: a Review and Perspective

LU Di[1] FAN Guo-Liang[1] YI Jian-Qiang[1]

Abstract This paper gives the description of the research object, background and significance of the system performance limitation theory, and briefly introduces several related issues of the system performance limitation theory, such as the left-invertible and right-invertible systems, the definitions and directions of the zeros and poles, as well as the sensitivity and complementary sensitivity functions. Meanwhile, the research of the system performance limitation theory is discussed from the aspects of the H_2 performance limitation, frequency-domain and H_∞ performance limitations, as well as the time-domain and other performance limitations in the paper. In addition, the future development of the system performance limitation theory is also explored.

Key words Performance limitation, tracking performance, frequency-domain performance, time-domain performance

传统控制理论和控制工程所关注的问题通常是: 针对某个给定被控对象和一系列性能指标, 如何设计一种控制器使得整个闭环系统达到最优的控制性能. 而系统性能极限理论不同于这些传统的控制理论, 它研究的问题是: 对于某个给定被控对象, 判断其能否获得最优的控制性能以及如何计算其基本的设计约束[1−2]. 实际上, 闭环系统可以分为两类[1]: 一类是具有无限精确度的系统, 该类系统在控制成本不受约束的情况下, 可以获得 "理想中的完美控制"; 另一类是具有有限精确度的系统, 该类系统即便在控制成本不受限的情况下, 也无法达到 "完美的" 控制性能. 因此, 简单地讲, 系统性能极限理论就是一门研究这两类系统的区分依据和第二类系统的可达最优控制性能的理论[1].

对系统性能极限的研究始于上世纪 40 年代著名的 Bode 积分定理[3]. 该定理首次用解析函数形式给出了单变量系统闭环灵敏度函数与其不稳定极点、非最小相位零点之间的定量关系. 在 Bode 积分定理的基础上, 系统性能极限的研究很快发展起来, 并逐渐集中在三个方向上: 1) H_2 型性能极限, 也被称为跟踪性能极限, 其对应性能指标为误差信号和控制信号的二次积分和形式; 2) 频域及 H_∞ 型性能极限, 后者也被称为鲁棒性能极限, 它们的性能指标分别对应系统灵敏度函数与互补灵敏度函数的对数积分和奇异值峰值; 3) 时域及其他性能极限, 前者对应的性能指标为系统相应的时域性能指标, 如: 超调量和反调量等. 而且几十年的研究发现: 不论是哪个方向上的性能极限, 都只决定于系统的内部结构和内在品质, 如: 不稳定极点、非最小相位零点和时间延迟等, 与控制器的设计和选择无关.

近年来, 系统性能极限理论越来越受到人们的重视. 虽然, 性能极限的研究最初旨在控制系统设计本身, 但是, 目前的研究已经不仅局限在这个方面, 而且扩展到了许多其他相关的领域, 例如: 去噪、滤波和故障检验等[4]. 另外, 系统性能极限理论本身也已经被推广到了多变量、离散和非线性等系统中. 那么, 为什么系统性能极限理论会得到人们如此的关注和重视呢? 原因有二: 1) 系统性能极限理论事实上也是许多工程学、自然科学和数学领域的核心理论. 以香农定理为例[4], 香农定理是通信工程和理论中一个非常著名的定理, 它告诉人们: 当信道的传输速率不大于其传输能力时, 系统可以提供可靠的无错传输; 相反地, 当信道的传输速率大于其传输能力时, 欲实现可靠的通信是不可能的. 可见, 香农定理就是通信领域中的一个系统性能极限理论, 它为实际通信系统提供了一个区分可靠传输与不可靠传

收稿日期 2010-04-26 录用日期 2010-09-01
Manuscript received April 26, 2010; accepted September 1, 2010
国家自然科学基金 (60904006) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60904006)
1. 中国科学院自动化研究所综合信息系统研究中心 北京 100190
1. Integrated Information System Research Center, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190

输的基准. 2) 性能极限提示了人们: 在给定情况下, 什么是可行的, 而什么又是不可行的. 以Åström 在 1996 年所引的一个 X-29 飞行器设计为例[4], 其中有一个性能指标要求飞行器的相位裕度在所有飞行条件下均大于 45°, 虽然, 最终依据系统性能极限的分析, 人们发现这个性能指标不合理且不可行, 但是, 之前却已经投入了大量的人力、物力和时间, 进行了一系列 "果不其然的" 失败试验. 可见, 预先得到系统的性能极限不仅对于之后的控制系统设计具有重要的理论指导意义, 而且可以有效地节省设计成本, 优化设计的性能指标.

目前, 系统性能极限理论已经积累了大量具有重要价值的研究成果, 因此有必要对其进行一次及时的阶段性的总结, 以帮助人们更好地推进系统性能极限理论的研究工作. 因此, 本文拟通过对系统性能极限相关问题的说明, 以及对 H_2 型性能极限、频域及 H_∞ 型性能极限、时域及其他性能极限这三个方面研究现状和发展前景的介绍, 加深人们对系统性能极限理论的了解, 从而促进该理论自身的发展和在实际工程中的应用.

1 系统性能极限的相关问题

在介绍系统性能极限理论之前, 需要预先对左可逆 (Left-invertible) 与右可逆 (Right-invertible) 系统、零点与零点方向、极点与极点方向以及灵敏度函数与互补灵敏度函数的概念加以了解.

以线性时不变系统为例, 该系统通常可以用状态空间表示法写成如下形式:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{y} = C\boldsymbol{x} + D\boldsymbol{u} \tag{2}$$

其中, $\boldsymbol{u}$ 是控制变量, 其维数为 m; $\boldsymbol{y}$ 是被控变量, 其维数为 l; A、B、C 和 D 为实矩阵, 且维数分别为 $n\times n$、$n\times m$、$l\times n$ 和 $l\times m$. 此时, 系统 (1) 和 (2) 的有理传递函数矩阵可以定义如下:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \tag{3}$$

1.1 左可逆与右可逆系统

左可逆和右可逆是一对相反且互补的概念. 一般地, 如果系统被控变量 $\boldsymbol{y}$ 的维数大于其控制变量 $\boldsymbol{u}$ 的维数, 即: $l > m$, 那么将其称为左可逆系统; 相反地, 如果系统控制变量 $\boldsymbol{u}$ 的维数不小于其被控变量 $\boldsymbol{y}$ 的维数, 即: $m \geq l$, 那么将其称为右可逆系统[1, 5]. 可见, 对于左可逆系统而言, 系统的控制输入明显不足以驱动全部所需的被控变量, 因此, 左可逆系统有时也被称为欠驱动系统.

1.2 零点与零点方向

众所周知, 单变量系统的零点就是其传递函数 $G(s)$ 中非零分子多项式的根. 相似地, 可以用传递函数矩阵 $G(s)$ 的 Smith-McMillan 形式定义多变量系统的零点, 并且前者可以被看作是后者的一种特例[6−7]. 归纳起来, 系统零点就是传递函数矩阵 $G(s)$ 在其 Smith-McMillan 形式下的非零分子多项式的根, 通常用 z 表示. 而这种定义下的零点有时也被称为 "传输零点".

另外, 不同于单变量系统, 多变量系统的零点 z 还具有两种对应的零点方向: 输入零点方向 $\boldsymbol{\eta}_u$ 和输出零点方向 $\boldsymbol{\eta}_y$. 它们均为单位向量, 即: $\|\boldsymbol{\eta}_u\|_2^2 = 1$, $\|\boldsymbol{\eta}_y\|_2^2 = 1$, 并且满足[6−7]:

$$G(z)\boldsymbol{\eta}_u = 0, \quad \boldsymbol{\eta}_y^{\mathrm{T}}G(z) = 0 \tag{4}$$

需要补充说明的是, 系统性能极限理论所用到的零点方向均为输入零点方向, 因此, 为了简化符号表示, 后文中如果不加以说明, 那么零点方向均表示输入零点方向, 并通用符号 $\boldsymbol{\eta}$ 表示.

1.3 极点与极点方向

类似地, 系统极点可以定义为: 传递函数矩阵 $G(s)$ 在其 Smith-McMillan 形式下的非零分母多项式的根, 通常用 p 表示. 而这种定义下的极点恰好等价于人们以往所知的 "系统矩阵 A 的特征根"[7].

同样地, 对于多变量系统而言, 系统极点也存在两种对应的极点方向: 输入极点方向 $\boldsymbol{\zeta}_u$ 和输出极点方向 $\boldsymbol{\zeta}_y$. 它们也都是单位向量, 即: $\|\boldsymbol{\zeta}_u\|_2^2 = 1$, $\|\boldsymbol{\zeta}_y\|_2^2 = 1$, 并且满足[7]:

$$G(p)\boldsymbol{\zeta}_u = \infty, \quad \boldsymbol{\zeta}_y^{\mathrm{T}}G(p) = \infty \tag{5}$$

特别地, 如果系统的传递函数矩阵 $G(s)$ 是一个方阵, 也就是系统控制变量 $\boldsymbol{u}$ 的维数 m 等于被控变量 $\boldsymbol{y}$ 的维数 l, 那么系统极点 p 所对应的极点方向还可以通过求解如下方程得到[7]:

$$\boldsymbol{\zeta}_u^{\mathrm{T}}G^{-1}(p) = 0, \quad G^{-1}(p)\boldsymbol{\zeta}_y = 0 \tag{6}$$

需要补充说明的是: 系统性能极限理论所用到的极点方向均为输入极点方向, 因此, 为了简化符号表示, 后文中如果不加以说明, 那么极点方向均表示输入极点方向, 并通用符号 $\boldsymbol{\zeta}$ 表示.

1.4 灵敏度函数与互补灵敏度函数

灵敏度函数和互补灵敏度函数是两种闭环系统传递函数, 它们的幅频特性在很大程度上可以反映系统的闭环性能, 如: 滤波性能、去噪性能、跟踪性能和系统鲁棒性等. 因此, 有很高的研究价值, 对控制系统设计也具有很好的指导意义.

以单自由度的闭环控制系统为例, 其结构如图 1 所示. 其中, P 代表被控系统, F 代表反馈补偿器, 二者的传递函数分别用 $P(s)$ 和 $F(s)$ 表示. $r(t)$, $y(t)$, $d(t)$ 和 $\mu(t)$ 分别代表参考输入、系统输出、系统扰动和测量噪声, 它们的拉氏变换分别用 $R(s)$, $Y(s)$, $D(s)$ 和 $\mu(s)$ 表示. 此时定义系统的开环传递函数 $L(s)$ 为

$$L(s) = P(s)F(s) \tag{7}$$

那么, 系统的灵敏度函数 $S(s)$ 和互补灵敏度函数 $T(s)$ 分别表示如下[3, 7]:

$$S(s) = (1 + L(s))^{-1} = \frac{1}{1 + L(s)} \tag{8}$$

$$T(s) = 1 - S(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \tag{9}$$

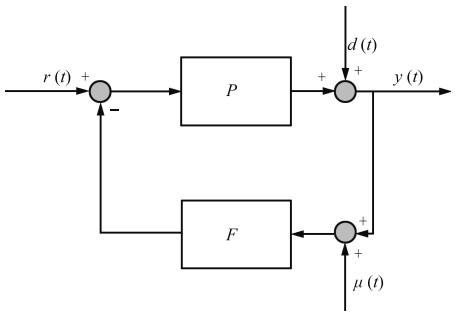

图 1　单自由度闭环控制系统

Fig. 1　One degree of freedom closed-loop system

结合图 1 及式 (8) 和 (9) 可知: 系统扰动 $d(t)$ 的作用效果 $Y_d(s) = S(s)D(s)$ 在灵敏度函数 $S(s)$ 的幅值 $\|S(s)\| < 1$ 时可以被抑制; 测量噪声 $\mu(t)$ 的作用效果 $Y_\mu(s) = -T(s)\mu(s)$ 在互补灵敏度函数 $T(s)$ 的幅值 $\|T(s)\| < 1$ 时可以被削弱. 但是, $S(s) + T(s) = 1$ 的关系阻碍了闭环系统在某一给定频率上同时满足抗扰性和去噪性的要求, 因此, 需要根据实际情况, 在二者之间进行权衡.

2　H_2 型性能极限

廉价控制问题 (Cheap control problem) 是控制领域中最重要的课题之一, 也是控制系统设计所要克服的主要难题之一. 通常, 廉价控制问题可以表述成系统跟踪期望参考信号 (Reference tracking) 的能力, 其性能指标可以写成如下形式[1]:

$$J = \int_0^\infty \|e(t)\|^2 + \varepsilon^2\|u(t)\|^2 \mathrm{d}t \tag{10}$$

其中, $e(t)$ 为误差信号, 其值等于参考信号和输出信号之差, 即: $e(t) = r(t) - y(t)$; ε 为惩罚因子, 以防止控制信号 $u(t)$ 过大. 显然, J 越小, 表示系统的跟踪性能越好; 当 $J \equiv 0$ 时, 系统具有 “完美的” 跟踪性能. 因此, J 的最小值表征了系统跟踪性能与 “完美性能” 之间的差距. 而且, 由于该性能指标具有二次积分和的形式, 所以跟踪性能指标又被称为 H_2 型性能指标, 相应地, 跟踪性能极限又被称为 H_2 型性能极限.

1972 年, Kwakernaak 和 Sivan[1] 根据系统在没有控制约束条件下的表现, 将其分为具有有限精确度和无限精确度的两类. 前者意味着系统具有非零的 H_2 型性能极限, 而后者具有 “完美的” 跟踪特性. 从此, 人们明确了 H_2 型性能极限的研究方向, 并将着眼点集中于 “理想状态” (不存在控制约束) 下 J 的最小值[1]:

$$J^* = \min_u \lim_{\varepsilon \to 0} J = \min_u \int_0^\infty \|e(t)\|^2 \mathrm{d}t \tag{11}$$

其中, 惩罚因子 $\varepsilon \to 0$ 代表了没有控制约束的 “理想状态”, 而 J 的最小值 J^* 就是系统的 H_2 型性能极限. 另外, 为了更加突出系统结构特性对其 H_2 型性能极限的作用效果, 人们又利用统计学知识, 定义了一种平均 H_2 型性能极限 E^*, 其表达式如下[8]:

$$E^* = \inf_u \mathrm{E}\{J(\boldsymbol{v}) : E(\boldsymbol{v}) = 0,\ E(\boldsymbol{v}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}) = I\} \tag{12}$$

其中, E 是数学期望算子; $\boldsymbol{v}$ 代表参考信号的幅值向量. 根据统计学原理可知, 这样定义的平均 H_2 型性能极限 E^* 可以部分过滤参考信号幅值对系统跟踪性能的影响, 从而达到凸显系统结构特性作用的目的.

对 H_2 型性能极限的研究始于上世纪 60 年代. 截至上世纪末, 人们已经取得了一些线性系统下的研究成果. 例如: Kwakernaak 和 Sivan[1] 定性分析了线性系统的 H_2 型性能极限, 明确了只有右可逆的最小相位系统才具有 “完美的” 跟踪性能, 并且给出了一个通用的极限计算表达式. 但是, 由于该表达式需要求解黎卡提方程, 且没能清楚地体现系统结构特性与性能极限的关系, 因此影响了其在系统分析和实际应用中的作用. 1993 年, Qiu 和 Davison[9] 在前人工作的基础上, 进一步研究了线性系统的非最小相位零点对 H_2 型性能极限的影响, 推导出了二者之间明确的数学关系式, 从而解决了通用极限表达式计算困难以及与系统结构对应关系模糊这两个问题, 并且确定了非最小相位零点的分布是系统 H_2 型性能极限的决定因素之一.

进入本世纪, 人们对 H_2 型性能极限又有了新的发现. 其一, 经过多年的研究, 人们发现参考信号的选择也决定了系统 H_2 型性能极限的大小. 2000 年, Chen 等[6] 最先推导出了线性系统对阶跃信号的

跟踪性能极限. 之后, Chen 等[10] 于 2001 年进一步对系统跟踪指数型参考信号的性能极限加以了研究. 2003 年, Su 等[8] 在之前工作的基础上, 又对参考信号为正弦信号的情况加以了补充. 最后, Okajima 和 Asai[11] 经过整理和分析, 将系统 H_2 型性能极限推广至一类更加普通的参考信号. 通过以上这些研究, 人们发现: 同一系统对于不同参考信号的跟踪性能是有差别的. 但是, 在这些不同的性能极限表达式中也包含了许多相同的要素: 1) 非最小相位零点的分布依然是影响系统 H_2 型性能极限的主要因素; 2) 多变量系统的 H_2 型性能极限不仅决定于非最小相位零点的分布, 同时还与这些非最小相位零点的零点方向有着密切关系, 这也在一定程度上解释了 "为什么现实中具有相同非最小相位零点的系统会表现出不同的控制性能"; 3) 系统不稳定极点会恶化其 H_2 型性能极限, 而且其作用机理非常复杂, 并且受制于系统的非最小相位零点; 4) 系统延时也会产生非零的 H_2 型性能极限. 以参考信号 $r(t)$ 为阶跃信号, 系统只有一个非最小相位零点 z 和一个不稳定极点 p 的情况为例, 此时系统的 H_2 型性能极限等于[6]:

$$J^* = \frac{2\mathrm{Re}(z)}{|z|^2}\left|\frac{\bar{z}+p}{z-p}\right|^2 \cos^2\angle(\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{v}) \tag{13}$$

其中, $\boldsymbol{\eta}$ 是非最小相位零点 z 所对应的零点方向; $\boldsymbol{v}$ 是阶跃参考信号 $r(t)$ 的方向. 显然, 当 $\boldsymbol{\eta}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 正交时, 非最小相位系统也具有 "完美的" 跟踪性能; 而且, 对于不稳定的最小相位系统, 其不稳定极点也不会对系统的 H_2 型性能极限产生影响.

其二, 现实的需要促使人们对离散系统的 H_2 型性能极限加以研究. 2002 年, Toker 等[12] 直接将 Chen 等[6] 在连续系统中的研究结果推广至离散系统中, 并对参考信号为阶跃、正弦和斜坡信号时的多种情况进行了分析. 2009 年, Okajima 等[13] 又对参考信号为一类更加普通的离散信号的情况进行了研究, 从而为 Toker 等的工作提供了必要的补充. 另外, 不同于之前 Toker 等所采用的 Youla 参数化方法, Jemaa 和 Davison[14] 于 2003 年在 Kwakernaak 和 Sivan[1] 的工作基础上, 通过直接求解黎卡提方程的方法, 推导出了一个形式不同的离散系统 H_2 型性能极限, 进而得到了一些全新的性能极限影响因素. 他们发现: 对于非最小相位的离散系统, 其 H_2 型性能极限不仅决定于非最小相位零点的分布, 还依赖于系统阶次、输出维数和零点个数三个方面. 同年, Jemaa 和 Davison[15] 又将该方法应用于离散周期非最小相位系统中, 并得到了相似的结论.

其三, 虽然上述研究较为全面地分析了多变量系统的 H_2 型性能极限, 但是它们全部是针对传递函数矩阵为方阵 (即: 系统输入的维数等于输出的维数) 的系统而进行的研究, 因此, 迫切要求人们对更一般的 "非方阵型" (即: 系统输入的维数不等于输出的维数) 多变量系统的 H_2 型性能极限进行补充. 2002 年, Chen 等[16] 最先对连续单输入多输出系统进行了研究, 并在参考信号为阶跃信号的情况下, 分析得出了系统方向 (定义参考式 (15)) 随频率的变化与系统 H_2 型性能极限之间的关系, 它表现为: 系统方向随频率的变化越大, 系统跟踪阶跃信号的能力就越差. 以参考信号 $r(t)$ 为单位阶跃信号, 系统只有一个非最小相位零点 z 的情况为例, 此时系统的 H_2 型性能极限等于[16]:

$$J^* = \frac{2\mathrm{Re}(z)}{|z|^2} + \frac{1}{\pi}\sum_{i\in\Theta}\int_0^\infty \ln\left|\frac{\theta_i(0)}{\theta_i(\omega)}\right|^2 \times \frac{1}{\omega^2}\mathrm{d}\omega \tag{14}$$

其中, $|\theta_i(\omega)|$ 为系统方向, 其定义如下:

$$|\theta_i(\omega)| = \frac{|P_i(\mathrm{j}\omega)|}{\|P(\mathrm{j}\omega)\|} \tag{15}$$

$P(\mathrm{j}\omega)$ 为系统的频率特性, $P(\mathrm{j}\omega) = \{P_i(\mathrm{j}\omega)\}_{l\times 1}$, 集合 $\Theta = \{i : P_i(\mathrm{j}\omega) \neq 0\}$. 可见, 系统方向也是决定单输入多输出系统 H_2 型性能极限的重要因素之一. 2008 年, Bakhtiar 和 Hara[17] 总结了 Chen 等的工作, 并将他们的研究成果推广至离散单输入多输出系统中. 同年, Qi 和 Su[18] 又进一步研究了离散多输入单输出系统的 H_2 型性能极限, 并给出了一种获得最优跟踪性能的控制器设计方法.

其四, 实际系统非线性程度的不断加深, 迫使人们开始对非线性系统的 H_2 型性能极限加以关注. 1999 年, Seron 等[19] 结合 Qiu 和 Davison[9] 及 Middleton[2] 的研究成果, 推导出了不稳定零动态与非线性系统 H_2 型性能极限之间的关系. 简单地说, 不稳定零动态是一种 "劣质的" 结构特性, 它阻碍了系统取得 "完美的" 跟踪性能; 而非线性系统的 H_2 型性能极限就等于镇定其不稳定零动态所需的最小能量. 2002 年, Braslavsky 等[5] 又补充了对左可逆非线性系统 H_2 型性能极限的研究. 他们发现: 与线性系统相似, 左可逆非线性系统也具有非零的 H_2 型性能极限.

其五, 结合现代控制理论, 人们得到了一种利用状态空间表示的 H_2 型性能极限. 2009 年, Kashima[20] 推导出了基于状态空间表示法的系统跟踪性能极限, 并且其结果与之前已知的系统 H_2 型性能极限相似, 也决定于系统的非最小相位特性. 更为重要的是, Kashima 的成果为以后 H_2 型性能极限的研究开辟了一条新的探索之路.

需要说明的是, 上述各种针对 H_2 型性能极限

的研究成果都是建立在参考信号的信息全部已知、系统的结构和参数确定以及控制信号可以任意大的“理想状态” 基础之上. 但是, 在人们实际的应用中, 通常无法获得参考信号的全部信息, 只能得到其部分的或者即时的内容, 如: 频率信息、过去和当前的参考信号信息等, 而对参考信号的将来值一无所知; 并且, 随着实际系统规模的不断扩大, 其内部结构和参数也往往是不可测且不确定的; 另外, 控制信号更不可能无穷大. 因此, 在这些困难的驱使下, 人们开始着手探索在这些 “非理想状态” 下系统的 H_2 型性能极限.

第一, 参考信号的信息缺失会导致系统 H_2 型性能极限增大. Su 等先后于 2006 年[21] 和 2009 年[22] 对参考信号为正弦信号的单变量和多变量系统进行了研究, 并推导发现: 参考信号的信息缺失会恶化系统的跟踪性能. 以参考信号 $r(t)$ 是频率为 ω 的正弦信号, 系统只有一个非最小相位零点 z 的情况为例, 此时系统的平均 H_2 型性能极限等于[21]:

$$E^* = 2\left(\frac{1}{\bar{z}+\mathrm{j}\omega}+\frac{1}{z-\mathrm{j}\omega}\right)+\frac{2}{\omega}\sin^2 2\angle(z-\mathrm{j}\omega) \tag{16}$$

其中, 等式右端的第 2 项就是参考信号的信息缺失对系统平均 H_2 型性能极限的作用效果.

第二, 系统结构的不确定性也会导致其跟踪性能恶化. 2003 年, Goodwin 等[23] 在对线性系统性能极限的研究中发现: 线性系统结构的不确定性也是 H_2 型性能极限的重要决定因素之一, 它的存在增加了系统跟踪参考信号的难度, 使得系统无法取得 “完美的” 跟踪性能. 2006 年, Su 等[24] 在对非线性系统性能极限的研究中推导出了相似的结论. 以参考信号 $r(t)$ 是单位阶跃信号, 系统只有一个非最小相位零点 z 的情况为例, 此时系统的平均 H_2 型性能极限等于[23]:

$$E^* = \frac{2}{z}+\frac{1}{z}\left(-1+\sqrt{1+\frac{4}{a^2}+\frac{4z}{b}}\right) \tag{17}$$

其中, 等式右端的第 2 项就是系统的结构不确定性对其平均 H_2 型性能极限的作用效果, a 和 b 为两个随机参数, 用来表征系统结构的不确定性 (具体描述见文献 [23]).

第三, 由于控制器或者执行器的机械结构和物理条件所限, 完全不受约束的控制信号在实际应用中是无法实现的. 因此, 有必要对控制信号受限情况下系统的 H_2 型性能极限进行研究和分析. 2003 年, Chen 等[25] 最先对该问题进行了探索. 为了明确研究对象, 他们修改了系统的 H_2 型性能指标[25]:

$$\tilde{J} = (1-\varepsilon^2)\int_0^\infty \|e(t)\|^2\mathrm{d}t+\varepsilon^2\int_0^\infty \|u(t)\|^2\mathrm{d}t \tag{18}$$

其中, 参数 $\varepsilon^2<1$ 用以权衡系统的跟踪性能和控制成本. 这样, 就将控制约束融入到了系统的跟踪性能指标中. 在这个 H_2 型性能指标的基础上, Chen 等发现: 在控制信号约束下的系统 H_2 型性能极限除了依赖于非最小相位零点、系统延时和不稳定极点以外, 还决定于整个频域内系统的增益. 以参考信号 $r(t)$ 为阶跃信号, 只有一个非最小相位零点 z 的单变量系统情况为例, 其带控制约束的 H_2 型性能极限等于[25]:

$$\tilde{J}^* = 2(1-\varepsilon^2)\frac{1}{z}+\frac{1-\varepsilon^2}{\pi}\times \int_0^\infty \frac{1}{\omega^2}\ln\left(1+\frac{\varepsilon^2}{(1-\varepsilon^2)|P(\mathrm{j}\omega)|^2}\right)\mathrm{d}\omega \tag{19}$$

其中, 等式右端的第 2 项就是控制信号约束所导致的那部分降低的系统跟踪性能. 另外, 2009 年, Wang 等[26] 还利用最优控制理论, 对单变量系统的最小能量问题 (Minimum energy problem) 进行了更深入的研究, 此时的研究对象恰好等于参数 $\varepsilon^2=1$ 时的性能指标 $\tilde{J}$.

第四, 现实中, 一些简化系统结构的控制策略和方法往往也会恶化系统的跟踪性能. 例如: 解耦控制[27]、分布式控制[28] 和数字信号控制过程中对连续系统的离散化[29] 都会使得系统的跟踪性能变差.

最后需要强调一点, 跟踪参考信号和跟踪路径 (Path following) 是两个不同的控制问题. 对于后者, 人们通常可以采用调整跟踪速率的办法, 实现完美跟踪给定路径的控制目标, 即: 系统跟踪性能指标为零. 2005 年, Aguiar 等[30] 首先提出跟踪路径的问题, 并指出: 非最小相位系统跟踪给定路径时, 其 H_2 型性能极限为零. 2008 年, Miller 和 Middleton[31] 将其推广到了多变量系统中. 同年, Aguiar 等[32] 又对跟踪参考信号和跟踪路径这两个问题在非线性系统中的特性加以分析和比较, 并进一步确定了非线性系统跟踪参考信号时的 H_2 型性能极限以及非线性系统跟踪给定路径时的最优速率调整方案.

3　频域及 H_∞ 型性能极限

3.1　频域性能极限

控制系统的频率特性反映了正弦信号作用下系统的响应性能, 是评价闭环系统性能的重要标准之一. 其物理意义明确, 并且兼顾了系统动态响应和噪声抑制两方面的要求, 因此, 一直备受人们的重视. 而频域性能极限作为评估系统频率特性变化范围的

一类性能指标, 也得到了人们长期的关注与研究, 并取得了相当大的发展.

系统频域性能极限的研究对象主要是灵敏度函数和互补灵敏度函数的对数积分. 针对它们的研究始于上世纪 40 年代的 Bode 积分定理[3]. Bode 发现: 系统灵敏度函数和互补灵敏度函数的对数积分决定于该系统零点和极点的分布; 同时, 他也给出了相应的解析关系表达式, 成为首位定量研究性能极限的科学家. 1985 年, Freudenberg 和 Looze[33] 在 Bode 积分和 Possion 积分的基础上, 进一步对单变量系统的频域性能极限加以完善; 两年后, 二人又补充了系统时间延迟对其灵敏度函数对数积分的作用关系[34]. 以系统只有一个非最小相位零点 z、一个不稳定极点 p 和时间延迟 τ 的情况为例, 其具体的数学表达式如下[33−34]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \ln|S(\mathrm{j}\omega)|\mathrm{d}\theta_z(\omega) = \pi \ln|B_p^{-1}(z)| \tag{20}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \ln|T(\mathrm{j}\omega)|\mathrm{d}\theta_p(\omega) = \pi \mathrm{Re}(p)\tau + \pi \ln|B_z^{-1}(p)| \tag{21}$$

其中, $B_p(z)$, $B_z(p)$, $\theta_p(\omega)$ 和 $\theta_z(\omega)$ 满足:

$$B_p(z) = \frac{p-z}{\bar{p}+z} \tag{22}$$

$$B_z(p) = \frac{z-p}{\bar{z}+p} \tag{23}$$

$$\theta_p(\omega) = \arctan\frac{\omega - \mathrm{Im}(p)}{\mathrm{Re}(p)} \tag{24}$$

$$\theta_z(\omega) = \arctan\frac{\omega - \mathrm{Im}(z)}{\mathrm{Re}(z)} \tag{25}$$

可见, 灵敏度函数和互补灵敏度函数的对数积分均与系统的非最小相位零点和不稳定极点有关, 而且, 系统延迟也是影响其频域性能极限的重要因素之一. 之后, Chen 在前人工作的基础上, 分别于 1995 年[35] 和 2000 年[36] 对多变量系统灵敏度函数和互补灵敏度函数的对数积分进行了探索. 他发现: 多变量系统灵敏度函数和互补灵敏度函数的对数积分具有与单变量系统相似的结构, 但不同的是, 对于多变量系统而言, 其频域性能极限不仅决定于系统非最小相位零点和不稳定极点的分布, 还依赖于二者之间的方向关系. 2005 年, Sandberg 和 Bernhardsson[37] 又将频域性能极限推广至周期系统中. 另外, 由于实际系统信道传输能力的限制, Martins 和 Dahleh[38] 对信道受限情况下系统的频域性能极限进行了补充研究. 与此同时, 一些研究[39−41] 还利用信息论的方法对 Bode 积分定理做了全新的阐释, 使之成为频域性能极限在信息论领域中的延伸和发展.

需要说明的是, 频域性能极限与 H_2 型性能极限不是完全孤立的, 它们具有某种内在的对应关系. 2002 年, Middleton 和 Braslavsky[42] 就该问题加以了论证和说明, 并且给出了灵敏度函数对数积分与最小能量问题、互补灵敏度函数对数积分与廉价控制问题之间的数学关系.

3.2 H_∞ 型性能极限

H_∞ 型性能极限, 又称鲁棒性能极限, 也是一类频域性能极限. 其对应的性能指标为系统灵敏度函数和互补灵敏度函数的奇异值峰值, 它们都是鲁棒控制中的重要参数. 其数学表达式如下[33]:

$$\|S\|_\infty = \sup_\omega |S(\mathrm{j}\omega)| \tag{26}$$

$$\|T\|_\infty = \sup_\omega |T(\mathrm{j}\omega)| \tag{27}$$

而这里所谓的 H_∞ 型性能极限就是指上面两个奇异值峰值的下界.

针对系统 H_∞ 型性能极限的研究也开始得比较早. 1984 年, Francis 和 Zames[43] 利用系统灵敏度函数的插值约束, 推导出了系统的加权 H_∞ 型性能极限; 同时, 结合 Youla 参数化方法, 计算出了相应的最优控制策略. 次年, Freudenberg 和 Looze[33−34] 在灵敏度函数和互补灵敏度函数对数积分的基础上, 研究得到了单变量系统 H_∞ 型性能极限与其非最小相位零点和不稳定极点的对应关系. 1991 年, Middleton[2] 结合实际的工程经验, 确定了系统 H_∞ 型性能极限关于带宽的不等关系式, 并在幅频特性曲线上明确地解释了该极限的物理意义. 另外, 对于多变量系统的 H_∞ 型性能极限, Havre[7] 在其博士学位论文中加以了论述和证明, 并且给出了相应的最优控制器设计方案. 以系统只有一个非最小相位零点 z 和一个不稳定极点 p 的情况为例, 其对应的 H_∞ 型性能极限为[7]

$$\|S\|_\infty \geq c_1, \quad \|T\|_\infty \geq c_2 \tag{28}$$

且

$$c_1 = c_2 = \sqrt{\sin^2(\phi) + \frac{|z+\bar{p}|^2}{|z-p|^2}\cos^2(\phi)} \tag{29}$$

其中, $\phi = \arccos(\|\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\zeta}\|)$. 可见, 与对数积分形式的频域性能极限类似, 多变量系统的 H_∞ 型性能极限不仅与其非最小相位零点和不稳定极点的分布有关, 也依赖于二者之间的方向关系.

近年来, 出于实际应用的考虑, 人们也逐渐将注意力转移到在具有一定约束条件的 “非理想” 状况

下 H_∞ 型性能极限的研究上. 2002 年, Davison[44] 提出了一种计算单变量系统带约束 H_∞ 型性能极限的直观方法: 曲线法. 该方法可以通过观察最优的灵敏度函数幅频特性曲线, 获得系统带约束的 H_∞ 型性能极限. 另外, Gaudette 和 Davison[45] 于 2006 年对普通二自由度控制策略下的 H_∞ 型性能极限进行了研究, 并推导出了传感器延时对系统鲁棒性能极限的影响.

4　时域及其他性能极限

4.1　时域性能极限

反馈控制系统的时域性能指标是一种在时间域中建立的对闭环系统控制水平进行评估的重要标准, 可以直接清楚地反映系统的暂态特性和稳态特性, 因此, 一直备受人们的关注. 而时域性能极限作为一种描述系统时域特性变化范围的指标, 也是人们长期研究的重点之一.

系统的时域特性主要体现在系统的单位阶跃响应曲线上, 它包括两个方面: 暂态特性和稳态特性, 而时域性能极限的主要研究对象就是系统的暂态性能. 例如: 超调量、反调量、上升时间和调整时间等. 那么, 什么是系统的超调量、反调量、上升时间和调整时间呢? 以系统单位阶跃响应为例, 它们的定义可以参考如下 (见图 2 所示)[2, 46]:

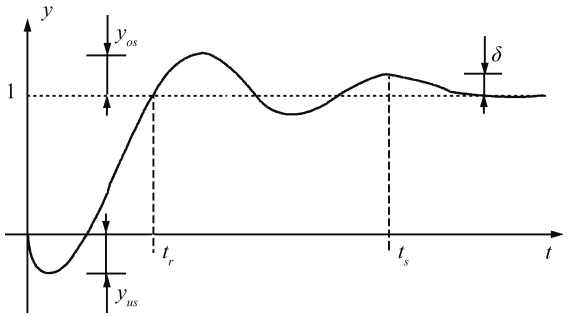

图 2　系统单位阶跃响应及各项时域暂态指标示意图

Fig. 2　The diagram of the unit step response and the time-domain transient criteria

1) 超调量 y_{os}, 其定义式为

$$y_{os} = \sup_{t>0}\{y(t) - 1, 0\} \tag{30}$$

2) 反调量 y_{us}, 其定义式为

$$y_{us} = \sup_{t>0}\{-y(t), 0\} \tag{31}$$

3) 上升时间 t_r, 其定义式为

$$t_r = \inf_{T}\{T : y(t) \le \frac{t}{T},\ t \in [0, T]\} \tag{32}$$

4) 调整时间 t_s, 其定义式为

$$t_s = \inf_{T}\{T : |y(t) - 1| \le \delta,\ t \in [T, \infty)\} \tag{33}$$

其中, δ 为调整水平.

针对时域性能极限的研究主要集中在系统超调量和反调量上. 人们已经知道: 如果系统存在非最小相位零点, 则系统的单位阶跃响应具有反调量; 如果系统存在不稳定极点, 则系统的单位阶跃响应具有超调量. 1991 年, Middleton[2] 在单变量系统上验证了以上结论, 并推导出了系统超调量和反调量的下界. 它们的关系表达式如下[2]:

1) 如果单变量系统只有一个不稳定的极点 p, 那么其超调量 y_{os} 满足

$$y_{os} \ge \frac{pt_r}{2} \tag{34}$$

2) 如果单变量系统只有一个非最小相位零点 z, 那么其反调量 y_{us} 满足

$$y_{us} \ge \frac{1-\delta}{\mathrm{e}^{zt_s} - 1} \tag{35}$$

3) 如果单变量系统同时具有一个不稳定极点 p 和一个非最小相位零点 z, 且 $p \ne z$, 那么其超调量 y_{os} 和反调量 y_{us} 满足

a) 当 $p < z$ 时, 系统具有超调量, 且

$$y_{os} \ge \frac{p}{z-p} \tag{36}$$

b) 当 $p > z$ 时, 系统具有反调量, 且

$$y_{us} \ge \frac{z}{p-z} \tag{37}$$

可见, 系统不稳定极点和非最小相位零点的分布决定了其时域性能极限. 2002 年, Johansson[46] 将上述结果推广到了多变量系统中. 可惜的是, 多变量系统耦合特性的存在, 极大地增加了各个通路之间的响应复杂度, 因此, Johansson 也仅仅对单输入多输出系统的时域性能极限加以了研究, 并在三容水箱液位系统中验证了相关结论. 2003 年, Lau 等[47] 又对系统反调量和不稳定零动态的关系进行了扩展研究, 从而将时域性能极限延伸到了一类非线性系统中.

随着研究的不断深入, 人们还发现了其他一些影响时域性能极限的因素. 例如: 2001 年, Beker 等[48] 发现: 如果系统传递函数中具有积分项 (即: 系统具有零极点), 那么该系统的单位阶跃响应必然超调. 另外, 2006 年, Stewart 和 Davison[49] 在对非最小相位系统的研究中还发现: 当系统具有两个或两个以上非最小相位零点时, 该系统也将产生超调量, 同时, 他们还推导出了该超调量的下界.

4.2 其他性能极限

近年来, 一些研究考虑到利用信息论的方法探索反馈系统的性能极限. 众所周知, 信息论与控制论在某种意义上具有共同的理论和工程背景, 比如: 二者的研究对象大体上都是信号和动态系统. 信息论中的知识和理论也确实可以为系统性能极限的研究提供一些新的思路和方法. 而且, 随着信息技术的不断进步, 各式各样的通信手段和数字技术也被广泛应用到控制系统中. 因此, 人们也越来越关注以下几个方面的性能极限: 带宽、信噪比、熵率和交互信息率的性能极限.

首先, 带宽是指在单位时间内信道可传输的数据量, 可以用来表示系统传输数据的能力. 1991 年, Middleton[2] 在其文中利用经验法则 $t_r\omega_B \approx 2.3$, 推导出了在不同时域和频域性能指标下, 带宽的性能极限. 2006 年, Rojas 等[50] 又在系统稳定性的约束下, 探索了带宽的适用范围.

其次, 信噪比被定义为正常信号和噪音信号 (无信号条件下) 的功率比值, 可以用来表示系统传递信息的能力. 2006 年, Rojas 等[50] 最先给出了在保证系统稳定的前提下系统的信噪比性能极限, 并且告诉人们: 不稳定的非最小相位特性会导致系统信噪比变差. 2009 年, Rojas[51] 又在系统稳定性的要求中, 加入了输入干扰抑制的约束, 并推导出了在此条件下系统的信噪比性能极限. 值得庆幸的是, Braslavsky 等[52] 经过研究发现: 采用线性时变的控制策略可以有效地减少甚至消除系统镇定所耗费的性能成本 (信噪比性能).

最后, 熵率和交互信息率是信息论中两个非常重要的概念, 也是度量信号和信号中所包含信息量的重要尺度. 其中, 熵率被用于度量随机信号的不确定性, 而交互信息率被用于评价一个信号中所包含另一个信号的信息量. 2008 年, Martins 和 Dahleh[39] 利用 Bode 积分推导出: 线性时不变系统输出信号 $y(t)$ 和扰动信号 $d(t)$ (如图 1 所示) 的熵率之差以及二者的交互信息率均具有下界, 其值也都决定于系统的开环不稳定极点, 且后者还与系统的初始状态和扰动信号有关. 2009 年, Okano 等[40] 仿效 Martins 和 Dahleh 的研究方法, 得到了线性时不变系统输出信号 $y(t)$ 和噪声信号 $\mu(t)$ (如图 1 所示) 之间熵率差与交互信息率的性能极限, 并确定二者均与系统非最小相位零点相关. 2010 年, Yu 和 Mehta[41] 利用一类 Markov 模型框架对线性时变系统和非线性系统中扰动抑制问题进行了更加深入的研究, 进而获得了相应信号的熵率性能极限.

5 结论和展望

本文论述了系统性能极限理论的含义和意义, 并对系统性能极限的相关问题进行了说明, 简要介绍了左可逆与右可逆系统、零点与零点方向、极点与极点方向、灵敏度函数与互补灵敏度函数这四个方面的概念. 另外, 本文从 H_2 型性能极限、频域及 H_∞ 型性能极限、时域及其他性能极限三个方面, 较为全面地综述了目前系统性能极限理论的发展现状, 并对一些重要的研究成果进行了总结. 可以看出: 三类性能极限都决定于系统的内部结构特性, 如: 非最小相位零点、不稳定极点和时间延迟等. 不同的是: 1) H_2 型性能极限还与参考信号的选择相关, 即便平均 H_2 型性能极限屏蔽了部分参考信号幅值的作用, 但其依然受到参考信号频率等信息的影响, 而且对于多变量系统而言, H_2 型性能极限还决定于非最小相位零点所对应的零点方向; 2) 频域及 H_∞ 型性能极限除了受制于非最小相位零点和不稳定极点的分布外, 还与它们各自的零点方向和极点方向相关; 3) 参考信号信息缺失、控制信号受限和系统结构不确定等也是影响系统性能极限的重要因素.

虽然, 目前系统性能极限理论已经取得了一些突破和成果, 但是, 总体上该理论仍然处于发展中阶段, 还有很多工作需要进一步探索和认识: 1) H_2 型性能极限是性能极限理论中研究比较全面和深入的一个方向, 即便对于非线性系统也有所成果, 但是, 对非线性系统跟踪性能极限的研究依然处于萌芽阶段, 其理论还无法真正应用到实际工作中, 有待进一步的研究; 2) 同样地, 随着实际系统非线性程度的不断加深, 迫切要求人们对非线性系统的频域及 H_∞ 型性能极限进行更加深入的研究, 并对其去噪、抗扰等鲁棒特性进行更加全面的探索; 3) 时域性能极限方面, 随着实际系统规模的不断扩大、复杂度的不断提高, 也迫使人们对强耦合的多变量系统以及非线性系统的时域性能极限进行更加深入的分析. 另外, 信息时代的到来也需要对其他一些技术指标的性能极限进行研究和探索.

由此可见, 非线性和强耦合性将是未来系统性能极限理论研究所要面临的最大难题. 庆幸的是, 人们对此并非一筹莫展. 1) 线性系统性能极限的一些研究成果虽然无法直接移植到非线性系统中, 但是它们仍然为下一步的研究提供了必要的线索和方向. 例如: 尽管目前仅知道非线性系统的 H_2 型性能极限等于系统镇定其不稳定零动态所需的最小能量, 但是可以大胆猜测它也一定还与所要跟踪的参考信号有关. 2) 将信息论与控制论相结合的成功经验[39−41] 证明: 相关领域和交叉学科的知识可以为之后的研究提供新的思路和手段, 有助于克服出现在系统性能极限理论探索道路上的各种困难. 因此, 在控制系统复杂、研发周期漫长的现在和未来, 系统性能极限理论都将具有十分广阔的应用前景和巨大

的研究价值.

References

1 Kwakernaak H, Sivan R. The maximally achievable accuracy of linear optimal regulators and linear optimal filters. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1972, **17**(1): 79−86

2 Middleton R H. Trade-offs in linear control system design. *Automatica*, 1991, **27**(2): 281−292

3 Bode H W. *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*. New York: Van Nostrand, 1945

4 Seron M M, Braslavsky J H, Goodwin G C. *Fundamental Limitations in Filtering and Control*. London: Springer-Verlag, 1997

5 Braslavsky J H, Middleton R H, Freudenberg J S. Cheap control performance of a class of nonright-invertible nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(8): 1314−1319

6 Chen J, Qiu L, Toker O. Limitations on maximal tracking accuracy. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(2): 326−331

7 Havre K. Studies on Controllability Analysis and Control Structure Design [Ph. D. dissertation], Norwegian University of Science and Technology, Norway, 1998

8 Su W Z, Qiu L, Chen J. Fundamental performance limitations in tracking sinusoidal signals. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(8): 1371−1380

9 Qiu L, Davison E J. Performance limitations of nonminimum phase systems in the servomechanism problem. *Automatica*, 1993, **29**(2): 337−349

10 Chen J, Ren Z, Hara S, Qiu L. Optimal tracking performance: preview control and exponential signals. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, **46**(10): 1647−1653

11 Okajima H, Asai T. Performance limitation of tracking control problem for a class of references. In: Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control. Cancun, Mexico: IEEE, 2008. 3694−3699

12 Toker O, Chen J, Qiu L. Tracking performance limitations in LTI multivariable discrete-time systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2002, **49**(5): 657−670

13 Okajima H, Asai T, Kawaji S. Unified form of performance limitations in reference tracking control problem for discrete time systems. In: Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference. Shanghai, China: IEEE, 2009. 4011−4017

14 Jemaa L B, Davison E J. Performance limitations in the robust servomechanism problem for discrete-time LTI systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(8): 1299−1311

15 Jemaa L B, Davison E J. Performance limitations in the robust servomechanism problem for discrete time periodic systems. *Automatica*, 2003, **39**(6): 1053−1059

16 Chen G, Chen J, Middleton R H. Optimal tracking performance for SIMO systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(10): 1770−1775

17 Bakhtiar T, Hara S. H_2 regulation performance limitations for SIMO linear time-invariant feedback control systems. *Automatica*, 2008, **44**(3): 659−670

18 Qi T, Su W Z. Tracking performance limitation of a linear MISO unstable system with quantized control signals. In: Proceedings of the 10th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision. Hanoi, Vietnam: IEEE, 2008. 1424−1429

19 Seron M M, Braslavsky J H, Kokotovic P V, Mayne D Q. Feedback limitations in nonlinear systems: from Bode integrals to cheap control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, **44**(4): 829−833

20 Kashima K. A new expression for the H_2 performance limit based on state-space representation. *Automatica*, 2009, **45**(1): 283−290

21 Su W Z, Qiu L, Chen J. On performance limitation in tracking a sinusoid. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, **51**(8): 1320−1325

22 Su W, Qiu L, Chen J. An average performance limit of MIMO systems in tracking multi-sinusoids with partial signal information. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, **54**(8): 2001−2006

23 Goodwin G C, Salgado M E, Yuz J I. Performance limitations for linear feedback systems in the presence of plant uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(8): 1312−1319

24 Su W Z, Wu J B, Sun Z D. Performance limitation in output regulation of an uncertain nonlinear system. In: Proceedings of the 9th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision. Washington D. C., USA: IEEE, 2006. 1−6

25 Chen J, Hara S, Chen G. Best tracking and regulation performance under control energy constraint. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(8): 1320−1336

26 Wang H N, Ding L, Guan Z H, Chen J. Limitations on minimum tracking energy for SISO plants. In: Proceedings of the Chinese Control and Decision Conference. Guilin, China: IEEE, 2009. 1432−1437

27 Brinsmead T S, Goodwin G C. Cheap decoupled control. *Automatica*, 2001, **37**(9): 1465−1471

28 Kariwala V. Fundamental limitation on achievable decentralized performance. *Automatica*, 2007, **43**(10): 1849−1854

29 Chen J, Hara S, Qiu L, Middleton R H. Best achievable tracking performance in sampled-data systems via LTI controllers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, **53**(11): 2467−2479

30 Aguiar A P, Hespanha J P, Kokotovic P V. Path-following for nonminimum phase systems removes performance limitations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **50**(2): 234−239

31 Miller D E, Middleton R H. On limitations to the achievable path following performance for linear multivariable plants. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, **53**(11): 2586−2601

32 Aguiar A P, Hespanha J P, Kokotovic P V. Performance limitations in reference tracking and path following for nonlinear systems. *Automatica*, 2008, **44**(3): 598−610

33 Freudenberg J S, Looze D. Right half plane poles and zeros and design tradeoffs in feedback systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1985, **30**(6): 555−565

34 Freudenberg J, Looze D. A sensitivity tradeoff for plants with time delay. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1987, **32**(2): 99−104

35 Chen J. Sensitivity integral relations and design trade-offs in linear multivariable feedback systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, **40**(10): 1700−1716

36 Chen J. On logarithmic complementary sensitivity integrals for MIMO systems. In: Proceedings of the American Control Conference. Philadelphia, USA: IEEE, 1998. 3529−3530

37 Sandberg H, Bernhardsson B. A bode sensitivity integral for linear time-periodic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **50**(12): 2034−2039

38 Martins N C, Dahleh M A. Fundamental limitations of performance in the presence of finite capacity feedback. In: Proceedings of the American Control Conference. Washington D. C., USA: IEEE, 2005. 79−86

39 Martins N C, Dahleh M A. Feedback control in the presence of noisy channels: "Bode-like" fundamental limitations of performance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, **53**(7): 1604−1615

40 Okano K, Hara S, Ishii H. Characterization of a complementary sensitivity property in feedback control: an information theoretic approach. *Automatica*, 2009, **45**(2): 504−509

41 Yu S, Mehta P G. Bode-like fundamental performance limitations in control of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, **55**(6): 1390−1405

42 Middleton R H, Braslavsky J H. On the relationship between logarithmic sensitivity integrals and limiting optimal control problems. In: Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control. Sydney, Australia: IEEE, 2000. 4990−4995

43 Francis B, Zames G. On H_∞-optimal sensitivity theory for SISO feedback systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1984, **29**(1): 9−16

44 Davison D E. A curve-shaping approach for determining bounds on H_∞ performance under hard constraints. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(7): 1174−1178

45 Gaudette D, Davison D E. Performance limitations imposed by sensor time delays in a general 2-DOF control scheme. In: Proceedings of the American Control Conference. Minneapolis, USA: IEEE, 2006. 2445−2450

46 Johansson K H. Interaction bounds in multivariable control systems. *Automatica*, 2002, **38**(6): 1045−1051

47 Lau K, Middleton R H, Braslavsky J H. Undershoot and settling time tradeoffs for nonminimum phase systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(8): 1389−1393

48 Beker O, Hollot C V, Chait Y. Plant with integrator: an example of reset control overcoming limitations of linear feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, **46**(11): 1797−1799

49 Stewart J, Davison D E. On overshoot and nonminimum phase zeros. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, **51**(8): 1378−1382

50 Rojas A J, Braslavsky J H, Middleton R H. Output feedback stabilisation over bandwidth limited, signal to noise ratio constrained communication channels. In: Proceedings of the American Control Conference. Minneapolis, USA: IEEE, 2006. 2789−2794

51 Rojas A J. Signal-to-noise ratio performance limitations for input disturbance rejection in output feedback control. *Systems and Control Letters*, 2009, **58**(5): 353−358

52 Braslavsky J H, Middleton R H, Freudenberg J S. Feedback stabilization over signal-to-noise ratio constrained channels. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, **52**(8): 1391−1403

卢 頔 中国科学院自动化研究所博士研究生. 2006 年获上海交通大学自动化系学士学位. 2009 年获北京交通大学自动化系硕士学位. 主要研究方向为系统性能极限理论及飞行控制. 本文通信作者. E-mail: di.lu@ia.ac.cn

(**LU Di** Ph. D. candidate at the Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. He received his bachelor degree from Shanghai Jiao Tong University in 2006 and master degree from Beijing Jiaotong University in 2009, respectively. His research interest covers system performance limitation theory and flight control. Corresponding author of this paper.)

范国梁 中国科学院自动化研究所高级工程师. 主要研究方向为非最小相位系统, 非线性控制, 鲁棒自适应控制及飞行控制. E-mail: guoliang.fan@ia.ac.cn

(**FAN Guo-Liang** Senior engineer at the Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interest covers non-minimum phase system, nonlinear control, robust adaptive control, and flight control.)

易建强 中国科学院自动化研究所研究员. 主要研究方向为飞行控制, 自适应控制, 智能控制理论及应用.
E-mail: jianqiang.yi@ia.ac.cn

(**YI Jian-Qiang** Professor at the Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interest covers flight control, adaptive control, and intelligent control.)