一类动量交换刚柔耦合系统的自学习组合控制

张国庆 [1] 王 永 [1] 梁 青 [1]

摘 要 提出自学习组合控制方法实现对一类动量交换刚柔耦合系统的主动控制. 在推导动力学方程的基础上, 提出组合控制律和在线自学习律并分别证明其稳定性和收敛性. 对刚体旋转和柔性梁振动分别设计 H_∞ 控制器和 LQR 调节器, 并馈入角加速度信号构成组合控制系统. 仿真算例表明该方法的有效性.

关键词 振动控制, 运动控制, 刚柔耦合, 组合控制
中图分类号 TP13; O32

Self-learning Assembling Control of a Class of Momentum Exchange Rigid-flexible Coupling Systems

ZHANG Guo-Qing[1] WANG Yong[1] LIANG Qing[1]

Abstract A self-learning assembling control approach for a class of momentum exchange rigid-flexible coupling systems is brought forward. After the derivation of the dynamical equations, the assembling control approach and a self-learning law are presented, whose stability and convergence are proved as well. In this frame, an H_∞ controller is designed for the rigid rotation, and an LQR is designed for the flexible vibration, both of which are then assembled together with a feed-in from the angular acceleration. The efficiency is validated by a numerical simulation.

Key words Vibration control, motion control, rigid-flexible coupling, assembling control

工程机械系统正朝着轻质、高速、大型和复杂方向发展, 对传统的刚体运动控制理论提出了严重挑战, 必须同时考虑部件大范围运动和构件本身的柔性变形, 将其建模为刚柔耦合多体系统[1−4]. 它紧密结合航天器、机器人、复杂机构等高科技领域的动力学与控制研究, 对工业现代化和国防技术发展具有十分重要的应用价值.

目前研究通常将刚柔耦合动力学模型简化为多刚体模型, 以此为基础设计具有强鲁棒性的控制器, 牺牲控制性能以避免柔性模态对系统稳定性的破坏[5−6]; 或者改进控制器设计方法, 利用执行机构动作实现运动控制的同时, 避免柔性附件的耦合诱发振动幅度过大, 实际上也是以牺牲运动控制的能量和快速性为代价, 避免柔性模态被激发出来[7−8]; 一种较新颖的思路是将柔性结构振动主动控制同刚体运动控制结合, 引入压电材料作为传感/作动器用于柔性部件的振动主动控制[9−10], 控制系统同时完成刚体运动控制和柔性附件振动抑制, 控制律大都采用 PID 等控制方法, 控制性能相对较差[11−12].

本文提出自学习组合控制方法以实现对一类动量交换刚柔耦合系统的主动控制. 系统分别以动量轮和压电材料作为刚体旋转和柔性梁振动控制的作动器. 在推导其动力学方程及其状态空间实现的基础上, 提出组合控制律和在线自学习律并分别证明其稳定性和收敛性. 该方法避免了针对整体模型进行控制器设计时遇到的病态计算问题. 最后进行数值仿真验证了自学习律和组合控制方法的有效性.

收稿日期 2006-11-27 收修改稿日期 2007-07-21
Received November 27, 2006; in revised form July 21, 2007
1. 中国科学技术大学自动化系 合肥 230027
1. Automation Department, University of Science and Technology of China, Hefei 230027
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.00500

1 动量交换刚柔耦合多体系统数学模型

考虑动量轮作为转动执行机构, 压电片作为柔性梁振动控制作动器的刚柔耦合系统, 如图 1.

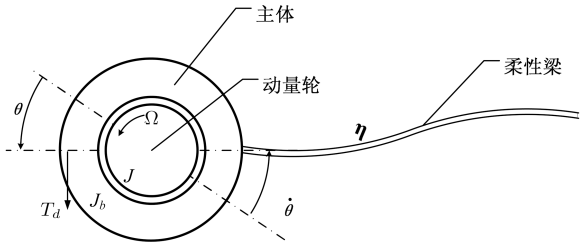

图 1 系统结构示意图
Fig. 1 Configuration of the plant

相对于惯性参考系, 定义逆时针方向为转动正方向, 主体转动惯量为 J_b, 转角 θ, 转动角速度 $\dot{\theta}$, 动量轮转动惯量为 J, 转速 Ω, 作用于主体上的干扰力矩为 T_d.

假设动量轮电机电流为 i, 电流力矩系数为 N_1, 电机摩擦力矩为 M_f. 由于动量轮具有初始动量, 而电机转速 $\Omega - \dot{\theta} \neq 0$, 忽略电机死区, 则动量轮转动方程为[13]

$$J\dot{\Omega} = N_1 i + M_f \tag{1}$$

其中 M_f 与 $\Omega - \dot{\theta}$ 符号相反. 截取柔性梁的前 N 个振动模态, 主体运动方程为

$$J_b\ddot{\theta} + \boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\ddot{\boldsymbol{\eta}} = -N_1 i - M_f + T_d \tag{2}$$

$\boldsymbol{F} = [f_1\ f_2\ \cdots\ f_N]^{\mathrm{T}}$ 为柔性梁与主体耦合系数向量. $\boldsymbol{\eta}$ 为柔性梁模态坐标矢量. 已知该类系统的中心刚体旋转角速度很小, 故而采用了零次近似模型[14]. 柔性梁振动方程为[12]

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}} + D\dot{\boldsymbol{\eta}} + K\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{F}\ddot{\theta} = -\Gamma\boldsymbol{u}_a \tag{3}$$

其中 $D = \mathrm{diag}\{2\xi_i\omega_i,\ i = 1, 2, \cdots, N\}$, $K = \mathrm{diag}\{\omega_i^2,\ i = 1, 2, \cdots, N\}$. $\Gamma_{N\times N}$ 为压电作动器输入 $\boldsymbol{u}_a$ 与柔性梁的耦合系数矩阵.

设电机控制电压为 u, 电阻为 R, 反电势系数为 N_2, 则电机的电流方程为

$$i = \frac{1}{R}[u - N_2(\Omega - \dot{\theta})] \tag{4}$$

综合式 (1) ∼ (4), 得到

$$\begin{cases} J_b\ddot{\theta} + \boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\ddot{\boldsymbol{\eta}} = -J\dot{\Omega} + T_d \\ J\dot{\Omega} + \dfrac{N_1N_2}{R}\Omega = \dfrac{N_1N_2}{R}\dot{\theta} + \dfrac{N_1}{R}u + M_f \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}} + D\dot{\boldsymbol{\eta}} + K\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{F}\ddot{\theta} = -\Gamma\boldsymbol{u}_a \end{cases} \tag{5}$$

通常 $N_1 = N_2 = N_m$. 其中定义 $\sigma = N_m^2/(JR)$, 则 $1/\sigma$ 为动量轮的时间常数, 一般为数十秒. 式 (5) 即为动量交换刚柔耦合系统的动力学方程.

假设装配角位移传感器测量中心刚体转角, 同时采用模态滤波器得到模态坐标, 定义 $\boldsymbol{x} = [\theta\ \dot{\theta}\ \Omega\ \boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}\ \dot{\boldsymbol{\eta}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, 则 $2N+3$ 维状态空间描述如式 (6) (见本页下方). 其中 O 为零元素组成的适当维数的矩阵, I 为适当维数的单位矩阵, $\tau = 1/(\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F} - J_b)$.

为后文简便, 式 (6) 简记作

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B_1\boldsymbol{u} + B_2\boldsymbol{v} \\ \boldsymbol{y} = C\boldsymbol{x} \end{cases} \tag{7}$$

2　组合控制律和自学习律

由动力学方程 (5) 和状态空间描述可以发现, 刚体旋转模态与柔性梁振动模态相互耦合. 当刚体执行指定角度旋转指令时, 耦合作用将激发柔性梁振动模态, 而柔性梁的柔性振动又耦合作用于刚体旋转动态过程, 破坏动态过程品质, 甚至可能破坏运动控制系统稳定性.

定理 1. 若方阵 Γ 非奇异, 任给线性控制律

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u \\ \boldsymbol{u}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(\theta,t) \\ \boldsymbol{g}(\boldsymbol{\eta},t) \end{bmatrix} \tag{8}$$

满足 $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{O}$ 时镇定系统 (7), 则对任意 $\boldsymbol{F} \neq \boldsymbol{O}$, 控制律

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u \\ \boldsymbol{u}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(\theta,t) \\ -\Gamma^{-1}\boldsymbol{F}\ddot{\theta} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{\eta},t) \end{bmatrix} \tag{9}$$

镇定系统 (7).

证明. 当 $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{O}$ 时, 将式 (8) 代入系统 (7), 可以分解为两个解耦的子系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}_r = A_r\boldsymbol{x}_r + B_r u + B_{21}\boldsymbol{v} \tag{10a}$$

$$\dot{\boldsymbol{x}}_\eta = A_\eta\boldsymbol{x}_\eta + B_\eta\boldsymbol{g} + B_{22}\boldsymbol{v} \tag{10b}$$

其中,

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -N_m^2/(J_bR) & N_m^2/(J_bR) \\ 0 & N_m^2/(JR) & -N_m^2/(JR) \end{bmatrix}$$

$$A_\eta = \begin{bmatrix} O & I \\ -K & -D \end{bmatrix} \tag{11}$$

其他矩阵由式 (6) 令 $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{O}$ 易知, 不再一一给出. 由定理 1 条件知, 闭环系统 (10) 稳定. 当 $\boldsymbol{F} \neq \boldsymbol{O}$ 时, 将式 (9) 代入式 (7), 并应用等式关系 (5) 可得

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}_r \\ \dot{\boldsymbol{x}}_\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_r & A_{r\eta} \\ O & A_\eta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_r \\ \boldsymbol{x}_\eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_r & B_{r\eta} \\ O & B_\eta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u \\ \boldsymbol{g} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{21} \\ B_{22} \end{bmatrix}\boldsymbol{v} \tag{12}$$

其中,

$$A_{r\eta} = \begin{bmatrix} O & O \\ -\tau\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}K & -\tau\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}D \\ O & O \end{bmatrix}, B_{r\eta} = \begin{bmatrix} O \\ -\tau\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\Gamma \\ O \end{bmatrix}$$

对比闭环系统 (10) 和 (12), 根据线性系统理论, 式 (12) 两子系统特征值与式 (10) 中两子系统相同. 由于 u 只是 θ 的函数, $\boldsymbol{g}$ 只是 $\boldsymbol{\eta}$ 的函数, 闭环系统 (12) 的特征矩阵必为上对角块矩阵. 又因为系统 (10) 两子系统无耦合, 故闭环系统 (12) 与闭环系统 (10) 特征值相同. 系统 (10) 稳定, 则系统 (12) 稳定. □

对实际系统而言, $\boldsymbol{F}$ 和 Γ 往往是难以通过理论计算准确得到. 为了准确得到组合控制律 (9) 中的参数 $-\Gamma^{-1}\boldsymbol{F}$, 本文提出在线学习律, 根据实测数据对该参数进行在线学习. 定义 $\boldsymbol{L} = [l_1\ l_2\ \cdots\ l_N]^{\mathrm{T}}$, 以及向量

$$\boldsymbol{e}(k) = (-\Gamma^{-1}\boldsymbol{F}\ddot{\theta}(k)) - \boldsymbol{L}\ddot{\theta}(k) \tag{13}$$

其中 k 为采样时刻序号, 设计学习律使 $\lim_{k\to\infty}\boldsymbol{e}(k) = \boldsymbol{0}$, 则 $\boldsymbol{L}_{opt} = \lim_{k\to\infty}\boldsymbol{L}(k) = -\Gamma^{-1}\boldsymbol{F}$.

定理 2. 对任给初值 $\boldsymbol{L}_0$, 采用学习律

$$\boldsymbol{L}(k+1) = \boldsymbol{L}(k) + \mu\boldsymbol{e}(k)\ddot{\theta}(k) \tag{14}$$

$\boldsymbol{L}(k)$ 收敛于 $-\Gamma^{-1}\boldsymbol{F}$, 其中 μ 为步长.

证明. 定义 $J(k) = \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{e}(k)$, 则根据最速下降法, 则

$$\boldsymbol{L}(k+1) = \boldsymbol{L}(k) - \frac{\mu}{2}\frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{L}(k)} \tag{15}$$

又由式 (13) 易知

$$\frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{L}(k)} = 2\boldsymbol{e}(k)\frac{\partial \boldsymbol{e}(k)}{\partial \boldsymbol{L}(k)} = -2\boldsymbol{e}(k)\ddot{\theta}(k) \tag{16}$$

由式 (15) 和 (16) 知,

$$\boldsymbol{L}(k+1) = \boldsymbol{L}(k) + \mu\boldsymbol{e}(k)\ddot{\theta}(k)$$

由于 J 满足最速下降法收敛性定理, 故 $\lim_{k\to\infty}\boldsymbol{L}(k) = -\Gamma^{-1}\boldsymbol{F}$. □

步长 μ 需考虑收敛速度和算法稳定性折中选取.

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & O & O \\ 0 & \dfrac{\tau N_m^2}{R} & -\dfrac{\tau N_m^2}{R} & -\tau\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}K & -\tau\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}D \\ 0 & \dfrac{N_m^2}{JR} & -\dfrac{N_m^2}{JR} & O & O \\ O & O & O & O & I \\ O & -\dfrac{\tau N_m^2}{R}\boldsymbol{F} & \dfrac{\tau N_m^2}{R}\boldsymbol{F} & \tau\boldsymbol{F}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}K - K & \tau\boldsymbol{F}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}D - D \end{bmatrix}\boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 & O \\ \dfrac{\tau N_m}{R} & -\tau\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\Gamma \\ \dfrac{N_m}{JR} & O \\ O & O \\ -\dfrac{\tau N_m}{R}\boldsymbol{F} & \tau\boldsymbol{F}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\Gamma - \Gamma \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u \\ \boldsymbol{u}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \tau & \tau \\ 1/J & 0 \\ O & O \\ -\tau\boldsymbol{F} & \tau\boldsymbol{F} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} M_f \\ T_d \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & O & O \\ O & O & O & I & O \end{bmatrix}\boldsymbol{x} \end{cases} \tag{6}$$

3 控制律设计步骤

定理 1 指出, 控制律设计时可以首先忽略刚体旋转模态与柔性梁振动模态的相互耦合, 分别针对刚体旋转和柔性梁振动采用某种成熟方法设计各自的控制律 $u(\theta,t)$ 和 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{\eta},t)$, 然后组成控制律 (9), 即可实现对刚柔耦合系统 (7) 的控制. 定理 2 则指出控制律 (9) 中增益向量 $-\Gamma^{-1}\boldsymbol{F}$ 的在线迭代学习方法, 通过在线学习得到 $\boldsymbol{L}_{opt}=\lim_{k\to\infty}\boldsymbol{L}(k)=-\Gamma^{-1}\boldsymbol{F}$. 则最终控制律为

$$\boldsymbol{u}=\left[\begin{array}{c}u\\ \boldsymbol{u}_a\end{array}\right]=\left[\begin{array}{c}u(\theta,t)\\ \boldsymbol{L}_{opt}\ddot{\theta}+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{\eta},t)\end{array}\right] \tag{17}$$

3.1 控制系统结构

综合定理 1 和定理 2, 本文给出控制系统结构如图 2.

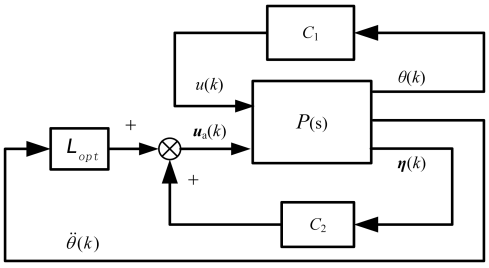

图 2 组合控制系统结构图

Fig. 2 Configuration of the assembling controller

为了便于实现计算机控制, 图中各信号均按某一采样频率 f_s 进行了离散化. P 为被控对象; C_1 为忽略柔性梁影响, 仅针对刚体旋转角位移控制设计的控制器; C_2 为忽略刚体旋转影响, 仅针对柔性梁振动抑制设计的控制器. C_1, C_2 均已进行离散化. $\ddot{\theta}$ 采用角加速度传感器测量得到. $\boldsymbol{L}_{opt}$ 往往难以通过先验知识给出, 根据定理 2, 本文给出在线自学习结构如图 3.

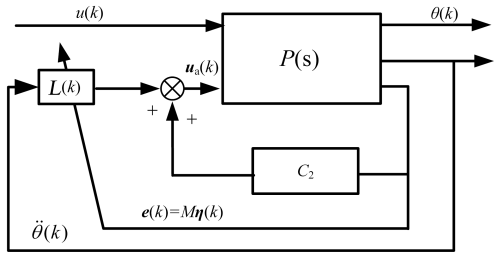

图 3 在线自学习律示意图

Fig. 3 Configuration of the online self-learning law

给定任意初值 $\boldsymbol{L}_0$, 通过 $u(k)$ 输入某一频率 f_u 的稳定正弦序列, $\max_i\{\omega_i/2\pi\}$. 按学习律 (14) 进行迭代学习, 根据定理 2, $\boldsymbol{L}(k)$ 将收敛于 $\boldsymbol{L}_{opt}=-\Gamma^{-1}\boldsymbol{F}$. 为了避免柔性梁暂态过程导致自学习收敛过慢, 加入已设计的控制器 C_2 构成闭环以加快柔性梁的暂态过程. 图中引入校正矩阵 $M=\mathrm{diag}\{m_1,\ m_2,\ \ldots,\ m_N\}$ 以避免直接采用 $\boldsymbol{\eta}(k)$ 作为误差信号对最优梯度方向造成扭曲, 进一步加快收敛速度.

控制系统设计共分为三个阶段, 首先忽略刚柔耦合分别针对刚体旋转和柔性梁振动设计控制器 C_1 和 C_2, 然后按照图 3 结构在线学习 $\boldsymbol{L}(k)$ 直至收敛于 $\boldsymbol{L}_{opt}$ ($\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\eta}$ 充分小), 最终按照图 2 结构组装 C_1, C_2, 并固定 $\boldsymbol{L}(k)=\boldsymbol{L}_{opt}$ 对被控对象 P 进行控制.

3.2 $\boldsymbol{C}_1$ 的 $\boldsymbol{H}_\infty$ 设计

忽略刚柔耦合, 记 u 到 θ 的传递函数为 $G_r(s)$, 需跟踪参考输入信号 r, 这里 r 不是已知的确定信号, 是一类能量有限信号, 属于信号集合 $\{r: r\in L_2, \|r\|_2\le 1\}$, 控制输入形式为

$$u=C_1(s)(r-\theta) \tag{18}$$

其中 $G_r(s)$ 已知, 定义控制目标函数为

$$J=\|W(r-\theta)\|_2^2+\|\rho u\|_2^2$$

权重矩阵 W 表征控制器在各频段的跟踪要求, ρ 用于惩罚控制输入. 对位置跟踪问题可选取为带积分环节的低通型函数. 此跟踪问题可归结为极小化问题

$$\min_{C_1(s)}\left\|\begin{array}{c}W/(1+G_r(s)C_1(s))\\ \rho C_1(s)/(1+G_r(s)C_1(s))\end{array}\right\|_\infty \tag{19}$$

这实际是 H_∞ 混合灵敏度问题, 通过 Matlab 令 $W_1=W$, $W_2=\rho$ 可以直接求解, 此处不再赘述. 式 (18) 的时域形式即为最终控制律 (17) 中的 $u(\theta,t)$.

3.3 $\boldsymbol{C}_2$ 的 LQR 设计

忽略刚柔耦合, 柔性梁振动动态特性的状态空间描述为

$$\left\{\begin{array}{l}\dot{\boldsymbol{x}}_\eta=A_\eta\boldsymbol{x}_\eta+B_\eta\boldsymbol{u}_a\\ \boldsymbol{y}_\eta=\boldsymbol{\eta}=C_\eta\boldsymbol{x}_\eta\end{array}\right. \tag{20}$$

其中各矩阵由式 (6) 令 $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{O}$ 易知, 不再一一给出. 若系统是能控能观的, 设计渐近状态观测器

$$\left\{\begin{array}{l}\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}_\eta=A_\eta\hat{\boldsymbol{x}}_\eta+B_\eta\boldsymbol{u}_a+H(\boldsymbol{y}-\hat{\boldsymbol{y}}_\eta)\\ \hat{\boldsymbol{y}}_\eta=C_\eta\hat{\boldsymbol{x}}_\eta\end{array}\right. \tag{21}$$

由观测器极点配置决定. 定义控制目标函数为

$$J_\eta=\int_{t_0}^{\infty}\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}Q\boldsymbol{y}+\boldsymbol{u}_a^{\mathrm{T}}R\boldsymbol{u}_a\mathrm{d}t \tag{22}$$

Q 和 R 分别是对结构响应和控制输入的惩罚项, 取 R 为正定实对称矩阵, Q 为非负定实对称矩阵. 最优控制输入为

$$\boldsymbol{g}(t)=-R^{-1}B^{\mathrm{T}}G\hat{\boldsymbol{x}} \tag{23}$$

式中 G 为 Riccati 方程

$$0=GA_\eta+A_\eta^{\mathrm{T}}G-GB_\eta R^{-1}B_\eta G+C_\eta QC_\eta$$

的解. 式 (23) 即为最终控制律 (17) 中的 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{\eta},t)$.

4 仿真算例

数值仿真以式 (6) 为数学模型模拟刚柔耦合系统的动态特性, 各参数取值如下:

$J_b=270.4\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, $J=30\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, $N_1=3.96\,\mathrm{N\cdot m/A}$, $R=10\,\Omega$, $\boldsymbol{F}=[-12.9,\ 6.75,\ -4.008]$, 考虑前三阶模

态, 各模态频率为 $\omega_1 = 0.469\,\mathrm{rad/s}$, $\omega_2 = 4.221\,\mathrm{rad/s}$, $\omega_3 = 11.725\,\mathrm{rad/s}$. 各阶模态阻尼均设为 $\xi_i = 0.005$.

首先不考虑刚柔耦合, 即令模型中 $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{O}$, 代入各参数由式 (6) 计算得到从 u 到 θ 的传递函数为 $G_r(s) = -0.001464/(s^2 + 0.05807s)$. 取 $W = 10/(s + 0.001)$, $\rho = 10$ 进行 H_∞ 混合灵敏度综合, 得到刚体转动的鲁棒控制器, 按采样频率 $f_s = 100\,\mathrm{Hz}$ 离散化后, 得到 z 传递函数为

$$C_1(z) = \frac{-54.01z^3 + 159.3z^2 - 156.5z + 51.27}{z^3 - 2.945z^2 + 2.891z - 0.9456}$$

取 $Q = \mathrm{diag}\{5, 5, 5\}$, $R = \mathrm{diag}\{1, 1, 1\}$, 根据第 3.3 节为柔性梁振动设计 LQR 控制器, 按采样频率 $f_s = 100\,\mathrm{Hz}$ 离散化得到 $C_2(z)$, 其状态空间形式不再赘述. 仿真中假设角加速度传感器的动态特性, 即从 θ 到 $\ddot{\theta}$ 的传递函数为 $g_a(s) = s^2/(0.0001s^2 + 0.02s + 1)$.

按图 3 构建自学习律, 取 $\mu = 4.6 \times 10^3$, $M = \mathrm{diag}\{-1, -1.05, -0.36\}$, 取激励信号为 $u = 5\sin(15t)$, 并加入幅度为 0.5 的白噪声, 采样频率 $f_s = 100\,\mathrm{Hz}$, 初值 $\boldsymbol{L}_0 = [0\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$, 学习曲线如图 4. 在 70 秒内, $\boldsymbol{L}(k)$ 收敛到 $\boldsymbol{L}_{opt} = [21.66\ \ -15.21\ \ 3.783]^{\mathrm{T}}$, 同精确值 $-\Gamma^{-1}\boldsymbol{F} = [21.94\ -15.64\ 3.855]^{\mathrm{T}}$ 的相对误差为 $[1.29\%\ 2.75\%\ 1.87\%]^{\mathrm{T}}$.

按图 2 构建控制系统, 取 $\boldsymbol{L}_{opt} = [21.66\ -15.21\ 3.783]^{\mathrm{T}}$, 跟踪指令为中心刚体旋转 $\pi/6$, 跟踪过程及前三阶模态响应如图 5. 左列为仅采用 C_1 施加旋转控制, 不对柔性梁施加控制; 中列为采用 C_1, C_2 直接构成控制系统, 也即令图 2 中 $\boldsymbol{L}_{opt} = \boldsymbol{O}$; 右列为采用 C_1, C_2 和 $\boldsymbol{L}_{opt}$ 按图 2 构成组合控制.

由数值仿真结果图 5, 采用组合控制后旋转机动需要的时间由 80 s 减小为 40 s, 可见并没有牺牲刚体控制性能以避免柔性梁振动被激发, 相反地, 该方法改善了刚体控制性能: 前三阶模态被激发的最大幅度分别减小为不加组合控制时的 0.31%, 2.08%, 3.76%, 持续时间也得到较大幅度的衰减. 而由中列曲线可见, 简单地将刚体运动控制和柔性结构控制各自构成闭环将导致整个闭环系统不稳定.

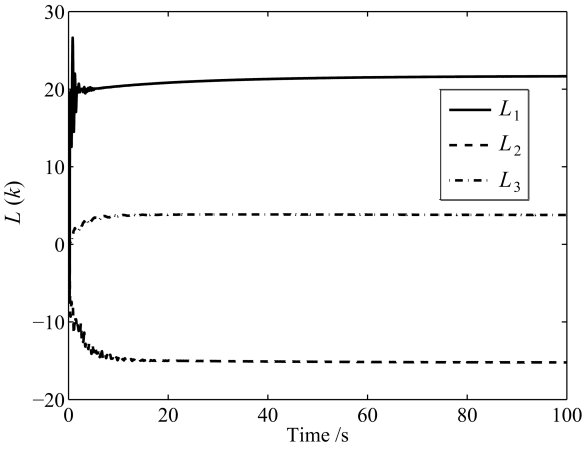

图 4　向量 $\boldsymbol{L}(k)$ 的学习过程曲线

Fig. 4　Learning history of the matrix $\boldsymbol{L}(k)$

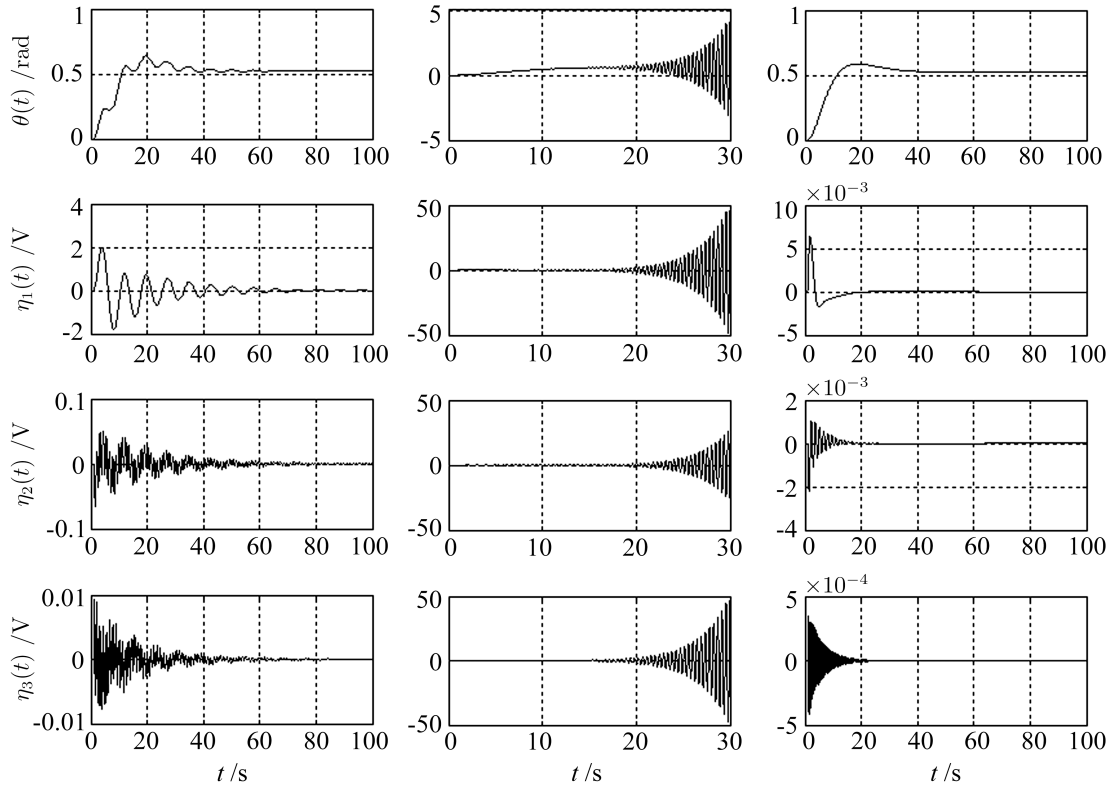

图 5　控制效果对比

Fig. 5　Comparison of the control performances

5 结论

本文针对一类动量交换刚柔耦合系统提出了自学习组合控制方法. 该方法通过自学习律和组合控制律将刚体转动和柔性结构振动控制器组成最终的控制律. 仿真算例表明, 该方法大大减小了刚体运动诱发的柔性部件振动, 同时对刚体运动和柔性结构振动均有良好的控制效果, 验证了自学习律和组合控制方法的有效性. 对于高速转动情形的自学习组合控制有待于进一步研究.

References

1 Hong Jia-Zhen, You Chao-Lan. Advances in dynamics of rigid-flexible coupling system. *Journal of Dynamics and Control*, 2004, **2**(2): 1−6
(洪嘉振, 尤超蓝. 刚柔耦合系统动力学研究进展. 动力学与控制学报, 2004, **2**(2): 1−6)

2 Cai Guo-Ping, Li Lin, Hong Jia-Zhen. Optimal tracking control of a flexible hub-beam system. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2006, **38**(1): 97−105
(蔡国平, 李琳, 洪嘉振. 中心刚体 - 柔性梁系统的最优跟踪控制. 力学学报, 2006, **38**(1): 97−105)

3 Jiang Jian-Ping, Li Dong-Xu. Research on rigid-flexible coupling dynamics of spacecraft with solar panel. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2006, **27**(3): 418−422
(蒋建平, 李东旭. 带太阳帆板航天器刚柔耦合动力学研究. 航空学报, 2006, **27**(3): 418−422)

4 Lu You-Fang. *Dynamics of Flexible Multibody Systems*. Beijing: Higher Education Press, 1996. 1−10
(陆佑方. 柔性多体系统动力学. 北京: 高等教育出版社, 1996. 1−10)

5 Tham Q, Lee F, Ly J, Chiang R. Robust pointing control of spacecraft with large appendages. In: Proceedings of IEEE Aerospace Conference. Aspen, USA: IEEE, 1997. 369−375

6 Yang Z H, Ma G F, Hu Q L. Multi-objective H_2/H_∞ control desing for flexible spacecraft. In: Proceedings of the 2nd International Conference on Machine Learning and Cybernetics. Xi′an, China: IEEE, 2003. 1039−1043

7 Albassam B A. Fast maneuver control design for flexible structures using concentrated masses. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, **273**(4-5): 755−775

8 Mohamed Z, Martins J M, Tokhi M O, da Costa J S, Botto M A. Vibration control of a very flexible manipulator system. *Control Engineering Practice*, 2005, **13**(3): 267−277

9 Wang Yong, Zhang Guo-Qing, Chen Guang, Dong Zhuo-Min. Parallel filtering control to prevent the spillover for distributed structures. *Journal of Vibration Engineering*, 2005, **18**(4): 524−529
(王永, 张国庆, 陈光, 董卓敏. 分布参数结构控制中溢出抑制的并行滤波法. 振动工程学报, 2005, **18**(4): 524−529)

10 Wang Yong, Dong Zhuo-Min, Sun De-Min. Multivariable frequency domain identification and experimental demonstration of active vibration control on a flexible plate. *Journal of Vibraion Engineering*, 2004, **17**(2): 141−146
(王永, 董卓敏, 孙德敏. 柔性板的多变量频域辨识及其主动控制. 振动工程学报, 2004, **17**(2): 141−146)

11 Gaudiller L, Bochard S. Adaptive active control of flexible structures subjected to rigid body displacements. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, **283**(1-2): 311−339

12 Hu Q L, Ma G F. Variable structure control and active vibration suppression of flexible spacecraft during attitude maneuver. *Aerospace Science and Technology*, 2005, **9**(4): 307−317

13 Zhang Ren-Wei. *Dynamics and Control of Satellite Orbit and Attitude*. Beijing: Beihang University Press, 1998. 271−272
(章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1998. 271−272)

14 Hong Jia-Zhen. *Computational Dynamics of Multibody Systems*. Beijing: Higher Education Press, 1999. 327−328
(洪嘉振. 计算多体系统动力学. 北京: 高等教育出版社, 1999. 327−328)

张国庆 中国科学技术大学自动化系博士研究生. 主要研究方向为柔性多体系统控制, 振动主动控制. E-mail: gtsing@mail.ustc.edu.cn
(**ZHANG Guo-Qing** Ph. D. candidate at Department of Automation, University of Science and Technology of China. His research interest covers control of flexible multibody systems and active control of vibration.)

王 永 中国科学技术大学自动化系教授. 主要研究方向为航空航天控制, 振动主动控制, 智能机器人控制. 本文通信作者.
E-mail: yongwang@ustc.edu.cn
(**WANG Yong** Professor at Department of Automation, University of Science and Technology of China. His research interest covers control in aeronautics and astronautics, active control of vibration, and control of intelligent robots. Corresponding author of this paper.)

梁 青 中国科学技术大学自动化系副教授. 主要研究方向为航空航天控制, 系统仿真. E-mail: liangq@ustc.edu.cn
(**LIANG Qing** Associate professor at Department of Automation, University of Science and Technology of China. His research interest covers control in aeronautics and astronautics and system simulation.)