



非重复受扰批次过程的自适应迭代学习经济模型预测控制

马乐乐 赵宇石 刘向杰 高福荣

Adaptive Iterative Learning Economic Model Predictive Control for Batch Processes With Non-repetitive Disturbances

MA Le-Le, ZHAO Yu-Shi, LIU Xiang-Jie, GAO Fu-Rong

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16383/j.aas.c250447>

您可能感兴趣的其他文章

基于改进扩展状态观测器的液压锚杆钻机滑模摆角控制

Sliding Mode Swing Angle Control for a Hydraulic Roofbolter Based on Improved Extended State Observer

自动化学报. 2023, 49(6): 1256–1271 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c220524>

非线性快速批次过程高效迭代学习预测函数控制

A High Efficiency Iterative Learning Predictive Functional Control for Nonlinear Fast Batch Processes

自动化学报. 2022, 48(2): 515–530 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c190621>

迭代学习模型预测控制研究现状与挑战

Status and Challenges of Iterative Learning Model Predictive Control

自动化学报. 2022, 48(6): 1385–1401 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c210818>

考虑交通流非线性特性的交通信号迭代学习控制策略

An Iterative Learning Control Strategy for Traffic Signals Considering Nonlinear Characteristics of Traffic Flow

自动化学报. 2021, 47(9): 2238–2249 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c190183>

非线性预测控制终端约束集的优化

Computation of Terminal Set for Nonlinear Model Predictive Control

自动化学报. 2022, 48(1): 144–151 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c200911>

有界扰动下约束非线性系统鲁棒经济模型预测控制

Robust Economic MPC of Constrained Nonlinear Systems With Bounded Disturbances

自动化学报. 2022, 48(2): 572–581 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c190879>

非重复受扰批次过程的自适应迭代学习经济模型预测控制

马乐乐¹ 赵宇石¹ 刘向杰¹ 高福荣²

摘要 迭代学习模型预测控制作为一种重要的批次过程先进控制方法, 具备较强的学习能力和闭环性能. 传统的迭代学习模型预测控制算法能有效消除重复扰动影响, 同时对小范围实时扰动鲁棒性较强. 当被控系统存在较大实时干扰时, 经济性能和系统稳定性通常难以保障. 对此, 提出一种面向非重复扰动的自适应迭代学习经济模型预测控制策略, 沿迭代方向和时间方向对系统动态进行分解, 将系统扰动拆分为重复部分和非重复部分, 分别建立批次间和批次内的动态经济优化问题. 批次间执行基于迭代学习控制的离线经济优化, 消除重复扰动影响; 批次内引入扩展状态观测器对非重复扰动进行估计, 基于批次间优化结果在线实施经济模型预测控制, 在抑制实时扰动的同时提高系统动态经济性. 论文结合观测器稳定性分析方法, 对所提自适应迭代学习经济模型预测控制策略的稳定性进行理论证明, 并通过间歇反应器仿真实验对算法实施有效性进行验证.

关键词 迭代学习控制; 经济模型预测控制; 非重复扰动; 扩展状态观测器; 稳定性

引用格式 马乐乐, 赵宇石, 刘向杰, 高福荣. 非重复受扰批次过程的自适应迭代学习经济模型预测控制. 自动化学报, 2026, 52(3): 541-554

DOI 10.16383/j.aas.c250447 **CSTR** 32138.14.j.aas.c250447

Adaptive Iterative Learning Economic Model Predictive Control for Batch Processes With Non-repetitive Disturbances

MA Le-Le¹ ZHAO Yu-Shi¹ LIU Xiang-Jie¹ GAO Fu-Rong²

Abstract Iterative learning model predictive control, as an important advanced control method for batch processes, has strong learning capability and closed-loop performance. The traditional iterative learning model predictive control algorithm can effectively eliminate the effect of repetitive disturbances, and at the same time, it is robust to small-scale real-time disturbances. When there is a large real-time disturbance in the controlled system, the economic performance and system stability are usually difficult to guarantee. In this paper, an adaptive iterative learning economic model predictive control strategy for non-repetitive disturbances is proposed to decompose the system dynamics along the iteration direction and time direction, to split the system disturbances into repetitive and non-repetitive parts, and to establish the dynamic economic optimization problems in the batch-to-batch design and within-batch design, respectively. The batch-to-batch design is to apply offline economic optimization based on iterative learning control to eliminate the effects of repetitive disturbances; and the within-batch design is to estimate the non-repetitive disturbances by introducing an extended state observer, and economic model predictive control is implemented online based on the batch-to-batch optimization results, which improves the dynamic economy of the system while suppressing real-time disturbances. The stability of the proposed adaptive iterative learning economic model predictive control strategy is theoretically demonstrated by combining the observer stability analysis method, and the effectiveness of the algorithm implementation is verified by batch reactor simulation experiments.

Keywords iterative learning control; economic model predictive control; non-repetitive disturbances; extended state observer; stability

Citation Ma Le-Le, Zhao Yu-Shi, Liu Xiang-Jie, Gao Fu-Rong. Adaptive iterative learning economic model predictive control for batch processes with non-repetitive disturbances. *Acta Automatica Sinica*, 2026, 52(3): 541-554

收稿日期 2025-09-03 录用日期 2025-12-19
Manuscript received September 3, 2025; accepted December 19, 2025
国家自然科学基金 (62573194, 62473150), 中央高校基本科研业务费 (2025JC007) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (62573194, 62473150) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (2025JC007)
本文责任编辑 赵旭东
Recommended by Associate Editor ZHAO Xu-Dong
1. 华北电力大学控制与计算机工程学院 北京 102206 2. 香港

在现代智能制造中, 批次生产过程占据着越来越重要的地位^[1], 广泛应用于化工、冶金、人工智能和生物制药等领域^[2-4]. 迭代学习模型预测控制 (iterative learning model predictive control, 科技大学化学与生物分子工程学系 香港 999077
1. School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206 2. Department of Chemical and Biomolecular Engineering, Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong 999077

ILMPC)^[5-8] 结合沿批次的迭代学习和沿时间的滚动预测机制, 能够通过学习历史批次和历史时刻的运行数据修正当前的控制输入, 在批次过程控制领域受到越来越多关注. 其学习机制依赖于批次间的重复性, 对重复扰动适应性强^[9], 对动态变化较大的实时扰动往往响应不足, 难以在批次过程中保持二维稳定和经济最优. 因此, 发展适应具有大范围实时扰动的批次过程的控制算法具有重要的理论意义和应用价值.

批次过程的生产目标是保证各批次持续产出高质量产品, 提高经济效益. 传统批次过程控制通常采用分层结构, 实时优化 (real time optimization, RTO) 层优化经济性能指标得到最优操作曲线, 再传递给动态控制层进行跟踪. 在分层结构下, 受上下层时间尺度不一的影响, 上层优化得到的操作曲线在下层控制向前滚动时会逐渐丧失最优性^[10], 从而导致控制系统无法达到全局动态经济最优^[11]. 经济模型预测控制 (economic model predictive control, EMPC) 将经济优化和动态跟踪这两个问题整合在一个框架下, 直接采用实时优化层的经济性能指标作为动态控制层在线优化问题的目标函数, 在动态跟踪过程中考虑系统的经济性能^[12-14]. 将 EMPC 算法与传统 ILMPC 相结合, 构造迭代学习经济模型预测控制 (iterative learning economic model predictive control, ILEMPC)^[15-17], 可以基于历史批次和历史时刻的过程数据从两个维度优化经济性能指标函数, 沿批次提高系统动态经济性能.

在 ILEMPC 实施过程中, 批次过程的外部扰动会直接影响批次间的二维迭代优化^[18], 批次间的工况差异使得学习效果变差, 产品质量降低, 无法达到预期的最大经济效益. ILEMPC 沿批次建立增量迭代关系, 可以依靠其迭代学习机制直接消除重复性扰动因素对控制性能的影响; 同时沿时间建立长时域预测模型, 通过滚动优化增强控制系统对实时干扰的鲁棒性. 其中, 重复性扰动的大小和时变特性不影响系统控制稳定性, 将随批次增加逐渐被完全抑制. 然而, 非重复扰动的大小和时变特性会影响批次内滚动优化的递归可行性, 进而破坏 ILEMPC 系统的稳定性^[19]. 当被控过程存在较大范围的非重复扰动时, 须增加扰动估计环节确保 ILEMPC 算法的可实施性.

近年来, 为抑制非重复扰动对迭代学习系统控制性能产生的影响, 许多学者将多种扰动抑制方案移植到迭代学习框架内. 卡尔曼滤波器最早被引入至 ILMPC 框架下处理非重复扰动问题, 文献 [5, 20] 在每个采样时刻及每个批次间隔通过最优卡尔曼增

益更新系统状态和协方差矩阵, 从而实现对随机干扰的抑制与补偿. 在高斯噪声环境下, 卡尔曼滤波器能够提供最优的状态估计, 面对非高斯环境其控制效果不佳. 扰动观测器对扰动类型无分布要求, 文献 [21-23] 将其引入模型预测控制 (model predictive control, MPC) 的时域控制中, 通过将受控对象的实际模型输出与名义模型输出间的差作为等效干扰, 通过反馈环节送入前端控制器进行前馈补偿, 从而实现对扰动的抑制. 扰动观测器的设计依赖精确的名义模型, 且性能受限于低通滤波器的频带选择, 难以系统性地处理高频扰动. 为在复杂扰动环境下进一步增强系统的鲁棒性, 文献 [24-25] 在 MPC 框架下结合 H_∞ 设计鲁棒控制器, 通过最小化 H_∞ 范数, 将扰动对系统输出的影响限制在预设的衰减水平内, 确保系统在扰动下仍能稳定运行. H_∞ 控制理论框架基于线性系统来搭建, 其方法难以直接应用于非线性系统, 且非线性 H_∞ 控制理论复杂, 难以在实际工况下实现. 针对非线性系统, 文献 [26-27] 设计不连续滑模控制律, 通过高频切换来抵消扰动, 使系统状态在有限时间内收敛到预设的滑模面. 其中, 高频切换会引起系统的振抖现象, 影响系统的控制精度, 虽然一些方法可以有效减少该问题, 但同时也会牺牲抗扰能力. 相比较而言, 扩展状态观测器 (extended state observer, ESO) 作为一种扰动抑制方法, 不需要依赖精确的名义模型, 可以适应非线性系统以及多种扰动类型, 该方法直接将扰动视为系统一个附加的“扩张状态”, 通过建立一个新的含状态观测的系统, 对系统状态和扰动进行实时估计. 该方法广泛应用于机器人控制、电力系统、航空航天等科技领域, 是一种实用的控制技术, 在工程控制领域具有广泛的应用价值和潜力^[28-30]. 为排除重复性扰动影响, 仅应用 ESO 估计非重复扰动部分以保证估计准确性, 本文引入严格重复的中间系统作为桥梁, 在相邻批次间分别构建批次间静态优化和批次内动态优化. 批次间执行基于迭代学习控制 (iterative learning control, ILC)^[31] 的离线经济优化, 消除重复扰动影响; 批次内融合 ESO 对非重复扰动进行估计, 基于批次间优化结果在线实施 EMPC, 在抑制实时扰动的同时提高系统动态经济性.

ILEMPC 的经济性能优势依赖于可靠的稳定性保障. 在非重复扰动下, ILEMPC 的稳定性分析须考虑 ESO 估计误差的时域收敛性和经济性能指标的迭代收敛性. 针对 ESO 观测系统, 须基于观测器估计状态与真实状态间的误差构造 Lyapunov 函数, 通过求解 Lyapunov 稳定条件转化的线性矩阵不等式 (linear matrix inequality, LMI) 获得观测器增益, 保证 ESO 估计误差沿时间轴收敛, 从而为

IEMPC 算法的稳定实施提供准确的扰动估计. 区别于传统 ILMPCC 策略, IEMPC 的经济目标函数具有非二次型形式, 为建立 IEMPC 在时间轴上的闭环稳定性, 许多学者进行了广泛研究. 文献 [32] 指出若目标函数满足强对偶性假设, 则带终端状态等式约束的 EMPC 可以保证闭环系统稳定性; 文献 [33] 放松了强对偶性这一假设条件, 指出当被控系统满足严格耗散假设条件时, 带终端等式约束的 EMPC 策略可实现闭环系统稳定, 但终端等式约束会减小 EMPC 吸引域并加重计算负担; 在此基础上, 文献 [34] 提出用终端代价函数和终端不等式约束来代替终端等式约束, 以保证 EMPC 闭环系统的稳定性; 进一步, 文献 [35-36] 基于耗散性假设提出在足够长的预测时域内闭环轨迹收敛到平衡点邻域内的无终端约束的 EMPC 稳定性策略, 长时域预测导致在线优化问题的自由度增大, 在线优化的计算量增加. 综上, 为保证计算效率, 本文针对 IEMPC 进行稳定性分析时引入耗散性假设, 并构造旋转阶段成本函数和旋转终端成本函数, 再结合终端不等式约束确保旋转终端成本函数在终端区域的闭环稳定性. 在此基础上, 以旋转成本函数为核心进一步构造 Lyapunov 函数, 严格证明 IEMPC 系统的时域稳定性^[37]. 基于时域稳定性, 可推出沿迭代轴真实状态增量的有界性, 利用该有界性条件可推出经济代价函数沿迭代轴收敛至由 ESO 估计精度决定的标称系统最优经济代价附近的有界范围内.

综上, 本文针对非重复受扰的批次过程, 构建一种自适应迭代学习经济模型预测控制策略. 通过引入中间系统, 将系统外部扰动拆分为重复部分和非重复部分, 分别建立批次间静态经济优化问题和批次内动态经济优化问题, 在批次内引入扩展状态观测器对非重复扰动进行实时估计, 保障系统的动态经济最优. 在保证观测器稳定性的基础上, 对具有非二次型目标函数的 IEMPC 稳定性进行严格理论推导. 通过间歇反应器仿真控制实验, 验证了本文所提出的算法在提高非重复扰动下经济效益方面的有效性.

1 基于最优 ILC 的批次间静态经济优化

1.1 批次过程数学模型

批次过程通常可由以下非线性离散状态空间模型描述:

$$x_k(t+1) = f(x_k(t), u_k(t)) \quad (1)$$

其中, k 表示批次生产次序; $t \in [0, T)$ 代表每个批次内的运行时间, T 为批次时间长度; $x_k(t) \in \mathbf{X}$ 为

$n_x \times 1$ 维的状态向量; $u_k(t) \in \mathbf{U}$ 为 $n_u \times 1$ 维的控制输入向量. 对于任意的 $x_k(t) \in \mathbf{X}$ 和 $u_k(t) \in \mathbf{U}$, 非线性函数 $f(x_k(t), u_k(t))$ 满足局部利普希茨连续性条件^[38].

假设存在历史状态参考轨迹 x_r 和对应的输入参考轨迹 u_r , 满足

$$x_r(t+1) = f(x_r(t), u_r(t)) \quad (2)$$

式 (1) 与式 (2) 作差可得

$$x_k^e(t+1) = f(x_k^e(t) + x_r(t), u_k^e(t) + u_r(t)) - f(x_r(t), u_r(t)) \quad (3)$$

其中, 状态误差 $x_k^e(t)$ 和输入误差 $u_k^e(t)$ 定义为

$$x_k^e(t) = x_k(t) - x_r(t)$$

$$u_k^e(t) = u_k(t) - u_r(t)$$

利用泰勒展开法将非线性系统 (3) 沿着历史参考轨迹线性化, 即在 $(x_k^e(t), u_k^e(t)) = 0$ 点处线性化, 可得

$$x_k^e(t+1) = A(t)x_k^e(t) + B(t)u_k^e(t) + \ell(x_k^e(t), u_k^e(t)) \quad (4)$$

其中, $A(t)$ 和 $B(t)$ 分别为系统矩阵和控制矩阵; $\ell(x_k^e(t), u_k^e(t))$ 为高阶项代表线性化过程中产生的误差.

联立式 (3) 和式 (4) 可得

$$\begin{aligned} \ell(x_k^e(t), u_k^e(t)) &= f(x_k^e(t) + x_r(t), u_k^e(t) + u_r(t)) - \\ & x_r(t+1) - A(t)x_k^e(t) - \\ & B(t)u_k^e(t) \end{aligned} \quad (5)$$

由于 $f(x_k(t), u_k(t))$ 满足利普希茨连续条件, 所以 $\ell(x_k^e(t), u_k^e(t))$ 满足

$$\|\ell(x_k^e(t), u_k^e(t))\|_2 \leq \mu^2 \begin{bmatrix} x_k^e(t) \\ u_k^e(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x_k^e(t) \\ u_k^e(t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中, μ 为利普希茨常数.

因此, 线性化误差 $\ell(x_k^e(t), u_k^e(t))$ 可视作系统的有界外部扰动, 可与系统其他外部扰动合并. 基于线性化系统 (4), 受扰批次过程可进一步由以下时变系统描述:

$$\begin{cases} x_k^e(t+1) = A(t)x_k^e(t) + B(t)u_k^e(t) + d_k(t) \\ y_k(t) = C(t)x_k^e(t) \end{cases} \quad (7)$$

其中, $C(t)$ 为输出矩阵; $d_k(t)$ 代表系统在第 k 批次的总外部扰动, 包含线性化误差 $\ell(x_k^e(t), u_k^e(t))$ 和其他外部扰动.

将扰动项 $d_k(t)$ 进一步拆分为两部分:

$$d_k(t) = d_{k-1}(t) + \Delta d_k(t) \quad (8)$$

其中, $d_{k-1}(t)$ 表示与第 $k-1$ 批次相同的重复扰动部分; $\Delta d_k(t)$ 表示第 k 批次相较于第 $k-1$ 批次的扰动增量, 即非重复扰动部分. 基于 ILC 的批次间控制主要解决重复扰动下沿批次的经济性能优化问题, 需相应地建立重复扰动下的批次间迭代模型.

1.2 批次间迭代模型

为建立批次间迭代模型, 在第 $k-1$ 批次和第 k 批次间引入一个中间系统, 该系统忽略扰动变化量 $\Delta d_k(t)$, 只考虑重复扰动 $d_{k-1}(t)$, 可表示为:

$$x_k^*(t+1) = A(t)x_k^*(t) + B(t)u_k^*(t) + d_{k-1}(t) \quad (9)$$

将中间系统 (9) 与在第 $k-1$ 批次的实际系统作差, 重复扰动项 $d_{k-1}(t)$ 被消除, 得到如下增量模型:

$$\bar{x}_k(t+1) = A(t)\bar{x}_k(t) + B(t)\bar{u}_k(t) \quad (10)$$

其中,

$$\bar{x}_k(t) = x_k^*(t) - x_{k-1}^e(t)$$

$$\bar{u}_k(t) = u_k^*(t) - u_{k-1}^e(t)$$

根据式 (10), 推导 1 到 T 时刻的预测方程:

$$\bar{x}_k|_1^T = \mathbf{F}\bar{x}_k(0) + \mathbf{\Phi}\bar{u}_k|_0^{T-1} \quad (11)$$

其中,

$$\bar{x}_k|_1^T = [\bar{x}_k^T(1), \bar{x}_k^T(2), \dots, \bar{x}_k^T(T)]^T$$

$$\bar{u}_k|_0^{T-1} = [\bar{u}_k^T(0), \bar{u}_k^T(1), \dots, \bar{u}_k^T(T-1)]^T$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} A(0) \\ A(1)A(0) \\ \vdots \\ \prod_{i=0}^{T-1} A(i) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} B(0) & 0 & \dots & 0 \\ A(1)B(0) & B(1) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A(T-1) \times & A(T-1) \times & \dots & B(T-1) \\ \dots \times A(1)B(0) & \dots \times A(2)B(1) & & \end{bmatrix}$$

1.3 批次间静态经济优化问题

基于批次间迭代预测模型 (11), 以最大化经济效益为目标构建批次间优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}_k^*|_0^{T-1}} V_k(\mathbf{x}_k^*|_1^T, \mathbf{u}_k^*|_0^{T-1}) = \\ \min_{\mathbf{u}_k^*|_0^{T-1}} l(\mathbf{x}_k^*|_1^T, \mathbf{u}_k^*|_0^{T-1}) + Q(y_k(T)) \end{aligned}$$

s.t.

$$\text{式(10), 式(11), } y_k(T) = \mathbf{\Gamma}\mathbf{x}_k^*|_1^T \quad (12)$$

其中, $l(\mathbf{x}_k^*|_1^T, \mathbf{u}_k^*|_0^{T-1})$ 表示第 k 批次运行的每个时间段的阶段成本的总和, $Q(y_k(T))$ 表示整个批次的终端成本, $y_k(T)$ 代表批次终点的产品质量, $\mathbf{\Gamma} = [0 \ \dots \ C(T)]$.

将优化求解得到的最优控制序列 $\mathbf{u}_k^*|_0^{T-1}$ 施加于中间系统 (9), 则中间系统在整个批次长度上的动态轨迹完全确定. 以中间系统 (9) 的最优经济运行轨迹为参考, 进一步执行第 k 批次内的动态经济优化.

2 基于 ILEMPC 的批次内动态经济优化

2.1 批次内标称 ILEMPC 优化问题

基于 ILC 的批次间静态经济优化消除了重复扰动的影响, 得到最优静态经济运行轨迹. 基于 ILEMPC 的批次内动态经济优化以最优静态经济运行轨迹为起始, 对系统的动态经济性能进行滚动时域的迭代优化, 同时抑制非重复扰动的影响.

将第 k 批次的实际系统与中间系统 (9) 作差, 得到如下的增量模型:

$$\begin{aligned} \Delta x_k(t+1) = A(t)\Delta x_k(t) + B(t)\Delta u_k(t) + \\ \Delta d_k(t) \end{aligned} \quad (13)$$

其中,

$$\Delta x_k(t) = x_k^e(t) - x_k^*(t)$$

$$\Delta u_k(t) = u_k^e(t) - u_k^*(t)$$

作差过程中两个系统的重复扰动 $d_{k-1}(t)$ 被消除, 剩余非重复扰动 $\Delta d_k(t)$ 待处理.

为抑制 $\Delta d_k(t)$ 对系统经济性能的影响, 在批次内引入 ESO, 在每个当前时刻假设 $\Delta d_k(t+1) = \Delta d_k(t)$, 通过增广状态建立了一个含状态观测的新系统:

$$\begin{cases} \tilde{x}_k(t+1) = \tilde{A}(t)\tilde{x}_k(t) + \tilde{B}(t)\Delta u_k(t) \\ y_k(t) = \tilde{C}(t) \begin{bmatrix} \Delta x_k(t) \\ \Delta d_k(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (14)$$

其中,

$$\tilde{x}_k(t) = \begin{bmatrix} \Delta x_k(t) \\ \Delta d_k(t) \end{bmatrix}, \tilde{A}(t) = \begin{bmatrix} A(t) & I \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}(t) = \begin{bmatrix} B(t) \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{C}(t) = [C(t) \ 0]$$

对系统 (14) 进行坐标变换:

$$z_k(t) = M\tilde{x}_k(t) \quad (15)$$

其中变换矩阵

$$M = \begin{bmatrix} I & -(I - \tilde{A}(t))^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

基于新的状态变量 $z_k(t)$ 设计状态观测器, 即可对非重复扰动 $\Delta d_k(t)$ 进行补偿^[39]. 经过坐标变换后的系统与原被控系统相比阶数增加, 变换后的系统表示为

$$\begin{cases} z_k(t+1) = A_z(t)z_k(t) + B_z(t)\Delta u_k(t) \\ y_k(t) = C_z(t)z_k(t) \end{cases} \quad (16)$$

其中, $A_z = M\tilde{A}M^{-1}$, $B_z = M\tilde{B}$, $C_z = \tilde{C}M^{-1}$.

基于系统 (16), 令其增广状态 $z_k(t)$ 中的非重复扰动 $\Delta d_k(t) = 0$, 引入标称系统:

$$\begin{cases} \bar{z}_k(t+1) = A_z(t)\bar{z}_k(t) + B_z(t)\bar{u}_k(t) \\ \bar{y}_k(t) = C_z(t)\bar{z}_k(t) \end{cases} \quad (17)$$

由上述标称状态空间模型可推导 $t+1$ 时刻到 $t+m$ 时刻的预测方程为

$$\bar{z}_k|_{t+1}^{t+m} = \mathbf{F}_z \bar{z}_k(t|t) + \Phi_z \bar{u}_k|_t^{t+m-1} \quad (18)$$

其中,

$$\bar{z}_k|_{t+1}^{t+m} = \begin{bmatrix} \bar{z}_k(t+1|t) \\ \bar{z}_k(t+2|t) \\ \vdots \\ \bar{z}_k(t+m|t) \end{bmatrix}$$

$$\bar{u}_k|_t^{t+m-1} = \begin{bmatrix} \bar{u}_k(t|t) \\ \bar{u}_k(t+1|t) \\ \vdots \\ \bar{u}_k(t+m-1|t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_z = \begin{bmatrix} A_z(t) \\ A_z(t+1)A_z(t) \\ \vdots \\ A_z(t+m-1)A_z(t+m-2) \times \cdots \times \\ A_z(t+1)A_z(t) \end{bmatrix}$$

基于预测模型 (18), 在每个当前时刻 t , 批次内 ILEMPC 优化问题可描述为

$$\begin{aligned} \min_{\bar{u}_k|_t^{t+m-1}} V_k(\bar{z}_k|_{t+1}^{t+m-1}, \bar{u}_k|_t^{t+m-1}) = \\ \min_{\bar{u}_k|_t^{t+m-1}} l(\bar{z}_k|_{t+1}^{t+m-1}, \bar{u}_k|_t^{t+m-1}) + Q(y_k(t+m)) \\ \text{s.t.} \\ \text{式(13), 式(15), 式(18)} \\ y_k(t+m) = \Gamma_z \bar{z}_k|_{t+1}^{t+m} \\ \bar{z}_k(t+m) \in \mathbf{Z}_f \end{aligned} \quad (19)$$

其中, $Q(y_k(t+m)) = (\bar{z}_k(t+m))^T P \bar{z}_k(t+m)$ 为终端成本, P 为正定矩阵; $\bar{z}_k(t+m) \in \mathbf{Z}_f$ 为终端不等式约束, $\mathbf{Z}_f = \{\bar{z}_k \in \mathbf{R}^{n_z} : (\bar{z}_k)^T P \bar{z}_k \leq \omega\}$ ($\omega > 0$); $\Gamma_z = [0 \quad \cdots \quad C_z(t+m)]$.

2.2 基于 ESO 补偿的实际控制量计算

针对第 2.1 节经过坐标变换后的线性模型 (16) 构造 Luenberger 观测器实现状态估计^[40], 观测器的状态方程和输出方程为

$$\begin{cases} \hat{z}_k(t+1) = A_z(t)\hat{z}_k(t) + B_z(t)\Delta u_k(t) + \\ L(y_k(t) - \hat{y}_k(t)) \\ \hat{y}_k(t) = C_z(t)\hat{z}_k(t) \end{cases} \quad (20)$$

其中, 向量 L 是观测器增益, 满足 $A_z(t) - LC_z(t)$ 严格稳定^[41].

在当前 t 时刻, 求解优化问题 (19) 可得到 t 时刻的标称输入 $\bar{u}_k(t)$, 将其施加到标称系统得

$$\bar{z}_k(t+1) = A_z(t)\bar{z}_k(t) + B_z(t)\bar{u}_k(t) \quad (21)$$

为对扰动进行补偿, 设计状态反馈控制律:

$$\Phi_z = \begin{bmatrix} B_z(t) & 0 & \cdots & 0 \\ A_z(t+1)B_z(t) & B_z(t+1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_z(t+m-1) \times & A_z(t+m-1) \times & & \\ A_z(t+m-2) \times & A_z(t+m-2) \times & \cdots & B_z(t+m-1) \\ \cdots \times A_z(t+1)B_z(t) & \cdots \times A_z(t+2)B_z(t+1) & & \end{bmatrix}$$

统的稳定性, 须首先保证 ESO 观测器的稳定性, 为 ILEMPC 算法提供准确的扰动估计. 基于扩展状态观测器估计的状态与真实系统之间的估计误差为

$$\begin{aligned} \varepsilon_k(t+1) &= z_k(t+1) - \hat{z}_k(t+1) = \\ & (A_z(t) - LC_z(t))\varepsilon_k(t) \end{aligned} \quad (26)$$

根据估计误差构造 Lyapunov 函数为

$$V_z(t) = \varepsilon_k^T(t)P_z\varepsilon_k(t) \quad (27)$$

其中, P_z 为对称正定矩阵.

沿时间差分可得

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= V_z(t+1) - V_z(t) = \\ & \varepsilon_k^T(t)(A_z(t) - LC_z(t))^T P_z (A_z(t) - LC_z(t))\varepsilon_k(t) - \\ & \varepsilon_k^T(t)P_z\varepsilon_k(t) \end{aligned} \quad (28)$$

引入 H_∞ 性能指标 ρ , 量化扰动对误差的具体影响为

$$\Delta V_1 + \varepsilon_k^T(t)\varepsilon_k(t) - \rho^2 \Delta d_k^T(t)\Delta d_k(t) < 0 \quad (29)$$

定义一个新的变量:

$$\xi(t) = \begin{bmatrix} \varepsilon_k(t) \\ \Delta d_k(t) \end{bmatrix}$$

对上述不等式进行整理得

$$\begin{aligned} \xi^T(t) \begin{bmatrix} (A_z(t) - LC_z(t))^T P_z (A_z(t) - LC_z(t)) - P_z + I & \\ & 0 \\ 0 & -\rho^2 I \end{bmatrix} \xi(t) < 0 \end{aligned} \quad (30)$$

为了保证所有的非零向量 $\xi(t)$ 成立, 需要系统负定. 由于上述矩阵不等式含有非线性部分, 因此先将上述问题转化为可以求解的 LMI 形式. 首先进行变量替换, 令 $Y = P_z L$, 则

$$(A_z(t) - LC_z(t))^T P_z = A_z^T(t)P_z - C_z^T(t)Y^T \quad (31)$$

此步骤是为了消除 P_z 和 L 的耦合, 但经过变量替换的系统还是存在非线性部分, 因此引入舒尔补引理^[42], 将 2 维矩阵扩展为 3 维, 表示为

$$\begin{bmatrix} -P_z + I & A_z^T(t)P_z - C_z^T(t)Y^T & 0 \\ * & -P_z & 0 \\ * & * & -\rho^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (32)$$

其中, “*” 表示该矩阵中对称部分的转置. 上述不等式展开后与 2 维非线性不等式等价. 若 LMI 有可行解 P_z 和 Y , 选取观测器增益 L 为

$$L = P_z^{-1}Y \quad (33)$$

此时观测系统稳定且满足 H_∞ 性能要求.

由该稳定性结论可知, 估计误差 $\varepsilon_k(t)$ 沿时间轴有界且假设其上界为 β ($\beta > 0$), 满足

$$\|\varepsilon_k(t)\|_2 \leq \beta \quad (34)$$

3.2 ILEMPC 稳定性

非线性 ILEMPC 系统的稳定性主要体现在动态经济性能沿迭代轴收敛至最优^[43], 其稳定性应从时间和迭代两个维度进行综合分析. 本文沿时间轴方向, 通过利用耗散性条件^[33], 设计出非二次型目标函数对应的旋转成本函数^[34], 并将其作为终端代价函数, 进而结合终端不等式约束, 确保闭环系统沿时间轴的稳定性. 沿迭代轴方向, 基于时域稳定性推导状态增量的有界性, 以中间系统为桥梁, 证明真实系统的经济代价收敛至标称系统最优经济代价附近的有界区域内.

3.2.1 时域稳定性

为构造旋转成本函数, 对标称系统 (17) 作以下假设:

假设 2. 存在一个存储函数 $\lambda(\cdot)$ 满足以下不等式

$$\begin{aligned} \lambda(\bar{z}_k(t+1)) - \lambda(\bar{z}_k(t)) \leq \\ -\rho(\bar{z}_k(t)) + l(\bar{z}_k(t), \bar{u}_k(t)) - l(z_k^s, u_k^s) \end{aligned} \quad (35)$$

其中, z_k^s 和 u_k^s 为系统达到稳态时的状态和控制输入. 存在 \mathcal{K} 类函数 $\gamma(\cdot)$ 使得 $\rho(\bar{z}_k(t))$ 满足

$$\rho(\bar{z}_k(t)) \geq \gamma(|\bar{z}_k(t) - z_k^s|) \geq 0 \quad (36)$$

此时系统被称为严格耗散的^[33].

假设 3. 存在辅助终端控制律 $u_k(t) = k_f(\bar{z}_k(t)) \in \mathbf{U}$, 在包含稳态点 z_k^s 的终端不变集 $\mathbf{Z}_f \subseteq \mathbf{X}$ 内, 对于任意的 $\bar{z}_k(t) \in \mathbf{Z}_f$, 使得终端代价函数 $Q(\cdot)$ 满足以下不等式^[44]

$$\begin{aligned} Q(\bar{z}_k(t+1), k_f(\bar{z}_k(t+1))) \leq Q(\bar{z}_k(t), \bar{u}_k(t)) - \\ l(\bar{z}_k(t), k_f(\bar{z}_k(t))) + (z_k^s, u_k^s) \end{aligned} \quad (37)$$

定理 1. 若标称 ILEMPC 系统 (17) 满足假设 2 和假设 3, 则该标称系统沿时间轴渐近稳定.

证明. 首先证明原经济目标函数与旋转后的成本函数具有相同的最优解. 基于原始经济目标函数设计旋转跟踪目标函数, 将经济优化问题等效为传统的 ILMPC 跟踪问题. 在构造旋转跟踪目标函数时, 需要分别构造旋转阶段成本函数和旋转终端成本函数. 其中, 旋转阶段成本函数定义为

$$\begin{aligned} L(\bar{z}_k(t), \bar{u}_k(t)) &= l(\bar{z}_k(t), \bar{u}_k(t)) + \lambda(\bar{z}_k(t)) - \\ & \lambda(\bar{z}_k(t+1)) - l(z_k^s, u_k^s) \end{aligned} \quad (38)$$

由假设 2 的耗散性条件 (35) 可以推导出

$$\begin{aligned}
 L(\bar{z}_k(t), \bar{u}_k(t)) &\geq l(\bar{z}_k(t), \bar{u}_k(t)) + \lambda(\bar{z}_k(t)) - \\
 &\quad l(z_k^s, u_k^s) - (\lambda(\bar{z}_k(t)) + \\
 &\quad l(\bar{z}_k(t), \bar{u}_k(t)) - l(z_k^s, u_k^s) - \\
 &\quad \rho(\bar{z}_k(t))) = \\
 &\quad l(\bar{z}_k(t), \bar{u}_k(t)) + \lambda(\bar{z}_k(t)) - \\
 &\quad \lambda(\bar{z}_k(t)) - l(\bar{z}_k(t), \bar{u}_k(t)) + \\
 &\quad l(z_k^s, u_k^s) + \rho(\bar{z}_k(t)) - l(z_k^s, u_k^s) = \\
 &\quad \rho(\bar{z}_k(t)) \geq 0 \tag{39}
 \end{aligned}$$

旋转终端成本函数定义为

$$Q_q(\bar{z}_k(t)) = Q(\bar{z}_k(t)) + \lambda(\bar{z}_k(t)) - \lambda(z_k^s) - Q(z_k^s) \tag{40}$$

由式 (38) 和式 (40) 构造旋转跟踪目标函数为

$$\bar{V}_k = \sum_{t=0}^{t+m-1} L(\bar{z}_k(t), \bar{u}_k(t)) + Q_q(\bar{z}_k(t+m)) \tag{41}$$

对其进行拆分可得

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_k &= \sum_{t=0}^{t+m-1} (l(\bar{z}_k(t), \bar{u}_k(t)) + \lambda(\bar{z}_k(t)) - \\
 &\quad \lambda(\bar{z}_k(t+1)) - l(z_k^s, u_k^s)) + \\
 &\quad Q(\bar{z}_k(t+m)) + \lambda(\bar{z}_k(t+m)) - \lambda(z_k^s) - Q(z_k^s) = \\
 &\quad \sum_{t=0}^{t+m-1} l(\bar{z}_k(t), \bar{u}_k(t)) + \lambda(\bar{z}_k(0)) - \lambda(\bar{z}_k(t+m)) - \\
 &\quad (t+m)l(z_k^s, u_k^s) + \\
 &\quad Q(\bar{z}_k(t+m)) + \lambda(\bar{z}_k(t+m)) - \lambda(z_k^s) - Q(z_k^s) = \\
 &\quad \sum_{t=0}^{t+m-1} l(\bar{z}_k(t), \bar{u}_k(t)) + Q(\bar{z}_k(t+m)) + \lambda(\bar{z}_k(0)) - \\
 &\quad \lambda(z_k^s) - Q(z_k^s) - (t+m)l(z_k^s, u_k^s) = \\
 &\quad V_k + \lambda(\bar{z}_k(0)) - \lambda(z_k^s) - Q(z_k^s) - \\
 &\quad (t+m)l(z_k^s, u_k^s) \tag{42}
 \end{aligned}$$

由式 (42) 可得, 在相同的系统状态和控制输入下, 旋转跟踪目标 \bar{V}_k 与原经济目标函数 V_k 之间的差为常数. 因此, 两者具有相同的最优解.

其次, 进一步证明沿时间轴标称 ILEMPC 闭环系统的稳定性. 将旋转终端成本函数 (40) 作为等效 ILMPC 跟踪问题的终端代价函数, 结合终端不等式约束, 保证终端区域的稳定性. 根据式 (37) 和式 (40) 推导出

$$\begin{aligned}
 &Q_q(\bar{z}_k(t+1), k_f(\bar{z}_k(t+1))) - Q_q(\bar{z}_k(t)) = \\
 &\quad (Q(\bar{z}_k(t+1), k_f(\bar{z}_k(t+1))) + \lambda(\bar{z}_k(t+1)) - \\
 &\quad \lambda(z_k^s) - Q(z_k^s)) - \\
 &\quad (Q(\bar{z}_k(t)) + \lambda(\bar{z}_k(t)) - \lambda(z_k^s) - Q(z_k^s)) = \\
 &\quad Q(\bar{z}_k(t+1), k_f(\bar{z}_k(t+1))) - Q(\bar{z}_k(t)) + \\
 &\quad \lambda(\bar{z}_k(t+1)) - \lambda(\bar{z}_k(t)) \leq \\
 &\quad - (l(\bar{z}_k(t), k_f(\bar{z}_k(t))) + \lambda(\bar{z}_k(t)) - \lambda(\bar{z}_k(t+1)) - \\
 &\quad l(z_k^s, u_k^s)) = \\
 &\quad - L(\bar{z}_k(t), k_f(\bar{z}_k(t))) \leq 0 \tag{43}
 \end{aligned}$$

由此证得, 旋转终端成本函数在终端区域是单调衰减的.

采用式 (41) 作为闭环系统的 Lyapunov 函数. 在第 k 批次 t 时刻对应的最优控制输入序列为 $\bar{u}_{k^*}|_t^{t+m-1} = [(\bar{u}_k(t|t))^T, (\bar{u}_k(t+1|t))^T, \dots, (\bar{u}_k(t+m-1|t))^T]^T$, 对应的目标函数为 $\bar{V}_{k^*}(t)$. 在同批次 $t+1$ 时刻, 控制输入序列 $\bar{u}_{k^*}|_{t+1}^{t+m} = [(\bar{u}_k(t+1|t))^T, (\bar{u}_k(t+2|t))^T, \dots, (k_f(\bar{z}_k(t+m|t)))^T]^T$ 为一组可行解, 其对应的目标函数为 $\check{V}_{k^*}(t+1)$, 在最优解 $\bar{u}_{k^*}|_{t+1}^{t+m}$ 输入下的最优目标函数为 $\bar{V}_{k^*}(t+1)$. 那么一定有

$$\bar{V}_{k^*}(t+1) \leq \check{V}_{k^*}(t+1) \tag{44}$$

展开 $\check{V}_{k^*}(t+1)$ 和 $\bar{V}_{k^*}(t)$, 可得

$$\begin{aligned}
 \check{V}_{k^*}(t+1) - \bar{V}_{k^*}(t) &= \\
 &\quad L(\bar{z}_k(t+m|t), k_f(\bar{z}_k(t+m|t))) - \\
 &\quad L(\bar{z}_k(t|t), \bar{u}_{k^*}(t|t)) + Q_q(\bar{z}_k(t+m+1|t)) - \\
 &\quad Q_q(\bar{z}_k(t+m|t)) \tag{45}
 \end{aligned}$$

联立式 (39) 和式 (43) 可得

$$\check{V}_{k^*}(t+1) - \bar{V}_{k^*}(t) \leq 0 \tag{46}$$

结合式 (44) 及式 (46), 相邻采样时间最优目标函数值具有以下关系

$$\bar{V}_{k^*}(t+1) \leq \bar{V}_{k^*}(t) \tag{47}$$

即目标函数沿时间轴递减, 稳定性得证. \square

上述不等式 (47) 表明标称系统 (17) 沿时间轴稳定. 因此, 标称状态 $\bar{z}_k(t)$ 有界且假设其上界为 δ ($\delta > 0$), 满足

$$\|\bar{z}_k(t)\|_2 \leq \delta \tag{48}$$

在给定状态反馈控制律 (22) 下, 利用第 3.1 节估计误差 $\varepsilon_k(t)$ 有界性结论, 可推出状态误差 $e_k(t)$ 随时间变化满足有界性条件. 假设初始时刻 $\Delta e_k(0)$ 的上界为 σ ($\sigma > 0$), 式 (23) 两边同时取范

数推导得

$$\|e_k(t)\|_2 \leq \|S(t-1)\|_2 \|e_k(t-1)\|_2 + \|W(t-1)\|_2 \beta \quad (49)$$

其中

$$\begin{aligned} S(t-1) &= A_z(t-1) + B_z(t-1)K \\ W(t-1) &= LC_z(t-1) \end{aligned}$$

对式 (49) 采用递推分析法可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\Delta e_k(t)\|_2 \leq \frac{1 - (\|S(t-1)\|_2)^t}{1 - \|S(t-1)\|_2} \|W(t-1)\|_2 \beta + (\|S(t-1)\|_2)^t \sigma \quad (50)$$

由于 $\|(A_z(t-1) + B_z(t-1)K)\|_2 < 1$, 则

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\Delta e_k(t)\|_2 \leq \frac{\|W(t-1)\|_2 \beta}{1 - \|S(t-1)\|_2} = \eta \quad (51)$$

因此, 沿时间轴的状态误差 $e_k(t)$ 有界且上界为 η ($\eta > 0$).

结合式 (23) 和式 (26) 可得

$$z_k(t) = \bar{z}_k(t) + e_k(t) + \varepsilon_k(t) \quad (52)$$

对式 (52) 两边同时取范数可得

$$\|z_k(t)\|_2 \leq \|\bar{z}_k(t)\|_2 + \|e_k(t)\|_2 + \|\varepsilon_k(t)\|_2 \quad (53)$$

结合式 (34), 式 (48) 及式 (51) 得

$$\|z_k(t)\|_2 \leq \delta + \frac{\|W(t-1)\|_2 \beta}{1 - \|S(t-1)\|_2} + \beta = \alpha \quad (54)$$

因此, $z_k(t)$ 沿时间轴有界且上界为 α .

结合式 (15) 可得

$$\|M\|_2 \|\Delta x_k(t)\|_2 \leq \alpha \quad (55)$$

整理式 (55) 得

$$\|\Delta x_k(t)\|_2 = \|x_k^e(t) - x_k^*(t)\|_2 \leq \frac{\alpha}{\|M\|_2} = \varepsilon \quad (56)$$

因此, 由上述推导可知沿迭代轴的状态增量 $\Delta x_k(t)$ 有界且上界为 ε .

3.2.2 迭代域经济收敛性分析

定理 2. 基于中间系统 (9) 求解第 k^* 批次优化问题 (12), 获得控制输入序列 $\mathbf{u}_k^*|_0^{T-1}$ 必优于第 $k-1$ 批次的系统优化解 $\mathbf{u}_{k-1}^e|_0^{T-1}$.

证明. 当控制输入增量 $\bar{\mathbf{u}}_k|_0^{T-1} = 0$ 时, 第 $k-1$ 批次的优化解 $\mathbf{u}_{k-1}^e|_0^{T-1}$ 必是优化问题 (12) 的一个可行解, 有下式成立

$$V_k^*(\mathbf{x}_k^*|_1^T, \mathbf{u}_k^*|_0^{T-1}) \leq V_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}^e|_1^T, \mathbf{u}_{k-1}^e|_0^{T-1}) \quad (57)$$

即优化得到的最优解 $\mathbf{u}_k^*|_0^{T-1}$ 必优于可行解 $\mathbf{u}_{k-1}^e|_0^{T-1}$. \square

定理 3. 批次内求解第 k 批次优化问题 (19) 得到的控制输入增量 $\Delta u_k(t)$ 沿批次有界.

证明. 将求解优化问题 (19) 得到的控制输入增量 $\Delta u_k(t)$ 施加于真实扩展系统 (16) 中, 对真实扩展系统的等式两边同时取范数可得

$$\|B_z(t)\Delta u_k(t)\|_2 = \|z_k(t+1) - A_z(t)z_k(t)\|_2 \quad (58)$$

整理可得

$$\|\Delta u_k(t)\|_2 \leq \frac{\|z_k(t+1)\|_2 + \|A_z(t)\|_2 \|z_k(t)\|_2}{\|B_z(t)\|_2} \quad (59)$$

为对真实系统的算法稳定性进行分析, 利用坐标变换 (15) 将式 (59) 转换成与真实状态有关的形式为

$$\|\Delta u_k(t)\|_2 \leq \frac{\|M\|_2 \|\Delta x_k(t+1)\|_2 + \|A_z(t)\|_2 \|M\|_2 \|\Delta x_k(t)\|_2}{\|B_z(t)\|_2} \quad (60)$$

结合式 (56), 则有

$$\|\Delta u_k(t)\|_2 \leq \frac{\|M\|_2 \varepsilon (1 + \|A_z(t)\|_2)}{\|B_z(t)\|_2} = \theta \quad (61)$$

因此, 批次间 $\Delta u_k(t)$ 有界且上界为 θ .

当系统存在非重复扰动且 ESO 估计误差为 0 时, 第 k 批次的真实系统的经济性能必然严格收敛, 且与标称系统的经济性能等同; 当系统存在非重复扰动且 ESO 估计误差不为 0 时, 第 k 批次的真实系统的经济性能收敛至标称系统最优经济代价附近的有界区域内, 且该上界由 ESO 的估计精度决定. 推导过程如下:

式 (10) 和式 (13) 相加可得

$$u_k^e(t) - u_{k-1}^e(t) = \Delta u_k(t) + \bar{u}_k(t) \quad (62)$$

将等式两边同时取范数可得

$$\begin{aligned} \|u_k^e(t) - u_{k-1}^e(t)\|_2 &= \|\Delta u_k(t) + \bar{u}_k(t)\|_2 \leq \\ &\|\Delta u_k(t)\|_2 + \|\bar{u}_k(t)\|_2 \end{aligned} \quad (63)$$

其中, 若 $\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta d_k(t) = 0$, 由最优性定理 2 可得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\bar{u}_k(t)\|_2 = 0 \quad (64)$$

当批次 k 趋于无穷时有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\Delta u_k^e(t)\|_2 \leq \lim_{k \rightarrow \infty} \|\Delta u_k(t)\|_2 \leq \theta \quad (65)$$

因此, 沿迭代轴 $\Delta u_k^e(t)$ 有界, 且上界由标称状态增量 $\Delta \bar{z}_k(t)$ 的上界和 ESO 估计误差的精度决定. 这意味着当批次 k 趋于无穷时, 整体系统的经济性能会收敛至标称系统最优经济代价附近的有界区域内, 该上界由 ESO 估计精度决定. \square

4 仿真研究

为了证明所提出的非重复扰动自适应迭代学习经济模型预测控制算法的有效性, 本文针对非线性间歇反应器系统展开仿真实验. 非线性间歇反应器是化工生产的常用设备, 其控制任务为通过调节冷却夹套温度来控制反应温度, 反应过程的非线性动态过程可由以下微分方程描述:

$$\begin{cases} \frac{dC_A}{dt} = -k_1 C_A^2 \\ \frac{dC_B}{dt} = k_1 C_A^2 - k_2 C_B \\ \frac{dT_r}{dt} = \frac{-\lambda_1}{\rho C_P} k_1 C_A^2 - \frac{-\lambda_2}{\rho C_P} k_2 C_B - \frac{Q_J}{V \rho C_P} \\ \frac{dT_J}{dt} = \frac{F_{ow}}{V_J} (T_{J0} - T_J) + \frac{Q_J}{C_J V_J \rho_J} \end{cases} \quad (66)$$

其中, $[C_A, C_B, T_r, T_J]^T$ 为系统的状态变量, C_A 为反应物 A 的浓度, C_B 为反应物 B 的浓度, T_r 为反应的温度, T_J 为冷却夹套的温度; F_{ow} 为控制系统的输入变量表示冷却水的流速. 式 (66) 中其他参数意义和取值见文献 [16].

采样时间选为 1 s, 反应器系统存在初始状态偏移, 将实际初始状态在每一个批次保持一致为 $[C_A, C_B, T_r, T_J]^T = [1 \text{ mol/L}, 0 \text{ mol/L}, 323 \text{ K}, 323 \text{ K}]^T$. 针对非线性系统实施离散化, 并沿轨迹进行线性化, 得到如第 1.2 节所述的预测模型.

在间歇反应器温度控制系统中, 温度控制的最终目的不在于温度本身, 而在于最终产品质量的调节. 为了使系统获得最佳的经济性能表现, 该系统的经济代价函数 l 可以描述为如下形式^[17]:

$$l = (C_B(T) - C_{B, sp})^2 V + \vartheta \sum_{t=0}^{T-1} F_{ow}^2(t) \quad (67)$$

其中

$$\begin{aligned} 298 \text{ K} &\leq T_r \leq 378 \text{ K} \\ 0 \text{ L/s} &\leq F_{ow} \leq 10 \text{ L/s} \end{aligned}$$

式中, $C_{B, sp} = 0.58 \text{ mol/L}$ 是反应物 B 浓度的设定值, $V = 1200 \text{ L}$ 代表反应器中液体体积, $\vartheta = 0.05$ 是冷却水价格的归一化值, $C_B(T)$ 是批次运行结束时反应物 B 的浓度. 在批次内 ILEMPC 滚动时域下, 控制系统的预测时域选为 T , 通过将式 (37) 和式 (43) 转化为 LMI 形式并联立求解, 可获得终端约束参数 P 和 ω .

间歇反应器系统进口处冷却水温度 T_{J0} 由于受上游水流的影响通常难以精确感知, 因此仿真设定

T_{J0} 作为系统的外部扰动因子^[16], 其初始值为 323 K. 设定扰动增加的方向为正方向, 扰动减小的方向为负方向. 为验证所提算法在解决批次过程不同类型扰动方面的优势, 本节设计两组仿真场景: 重复扰动场景和非重复扰动场景.

4.1 重复扰动作用下系统控制性能验证

在重复扰动场景下, 每个批次的冷却水温度均在初始值基础上增加 1 K. 图 2 至图 5 分别给出了 ILEMPC 策略下系统状态 C_A 、 C_B 、 T_r 、 T_J 随时间的变化曲线. 随着时间和批次的变化, 系统状态沿批次逐渐收敛至经济最优曲线, 相应的输入轨迹曲线如图 6 所示.

为验证 ILEMPC 的动态经济性能优势, 将其与采用分层结构的 ILMPC 算法进行对比. 其中, ILMPC 算法在 RTO 层优化经济目标函数获得全批次长度的经济运行轨迹, 再传递给底层 ILMPC 进行跟踪控制. 图 7 展示了 ILEMPC 和 ILMPC 两种控制策略下的系统经济成本对比结果. ILEM-

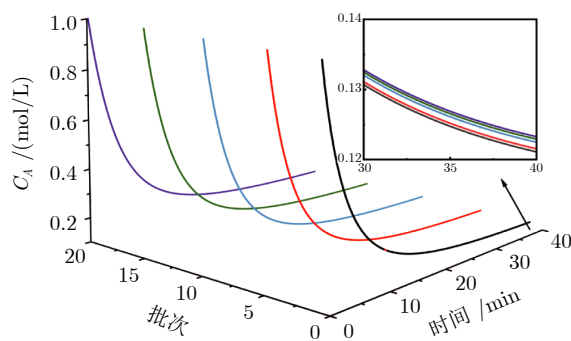


图 2 ILEMPC 下反应物 A 浓度 (C_A) 的变化曲线
Fig. 2 The change curves of the concentration of reactant A (C_A) under the ILEMPC

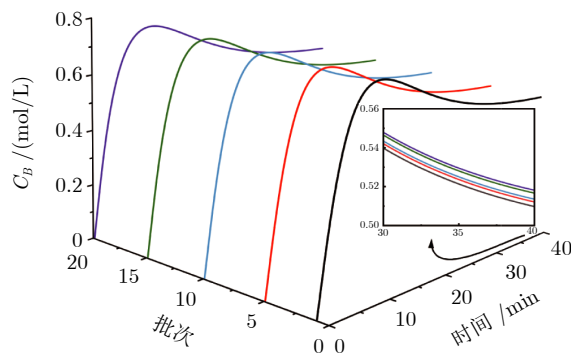


图 3 ILEMPC 下反应物 B 浓度 (C_B) 的变化曲线
Fig. 3 The change curves of the concentration of reactant B (C_B) under the ILEMPC

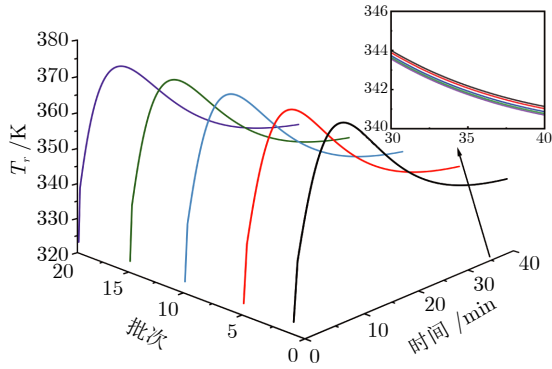


图 4 ILEMPC 下反应温度 (T_r) 的变化曲线

Fig.4 The change curves of the reaction temperature (T_r) under the ILEMPC

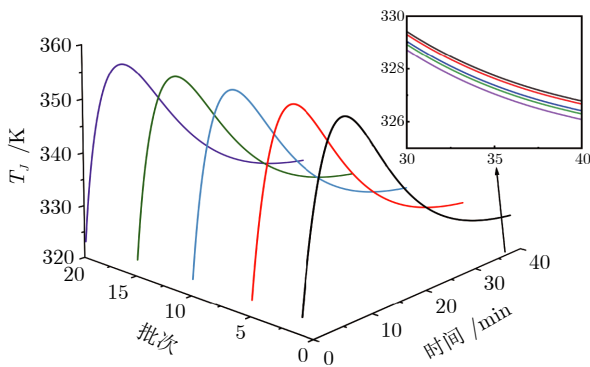


图 5 ILEMPC 下冷却夹套温度 (T_j) 的变化曲线

Fig.5 The change curves of the temperature of the cooling jacket (T_j) under the ILEMPC

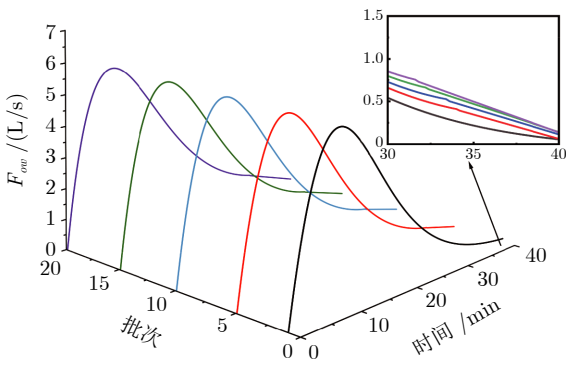


图 6 ILEMPC 下冷却水流速 (F_{ow}) 的变化曲线

Fig.6 The change curves of the cooling water flow rate (F_{ow}) under the ILEMPC

PC 和 ILMPC 均对重复性扰动具有较好的抑制效果, 经济性能沿批次逐渐提升. 然而, 由于 ILMPC 系统仅在 RTO 层考虑了经济性能, 导致其跟踪的经济运行轨迹在扰动作用下失去最优性, 其收敛后达到的经济目标值明显高于 ILEMPC 系统.

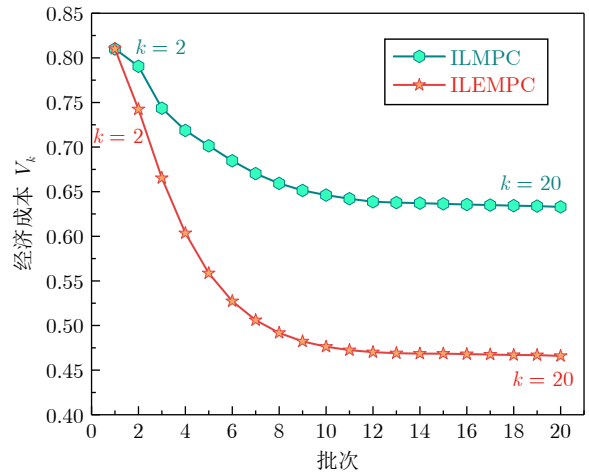


图 7 重复扰动下 ILEMPC 与 ILMPC 系统经济成本 (V_k) 变化曲线

Fig.7 The change curves of the economic cost (V_k) of ILEMPC and ILMPC systems under repetitive disturbances

4.2 非重复扰动作用下系统控制性能验证

在非重复扰动场景下, 仅在第 2 个批次设置冷却水温度在初始值基础上增加 2 K, 其他批次增加 1 K, 使得系统同时存在重复扰动和非重复扰动. 第 2 个批次含 ESO 实时估计的 ILEMPC (ESO-ILEMPC) 系统与 ILEMPC 系统的输入变化轨迹, 如图 8 所示. 由图 8 可知, 相比于仅存在重复扰动的场景, ESO-ILEMPC 系统在第 2 个批次检测到冷却水温度沿时间方向升高时, 增加冷却水流速以降低反应的温度来补偿扰动对系统产生的影响, 冷却水流速逐渐收敛. 而 ILEMPC 系统的控制输入

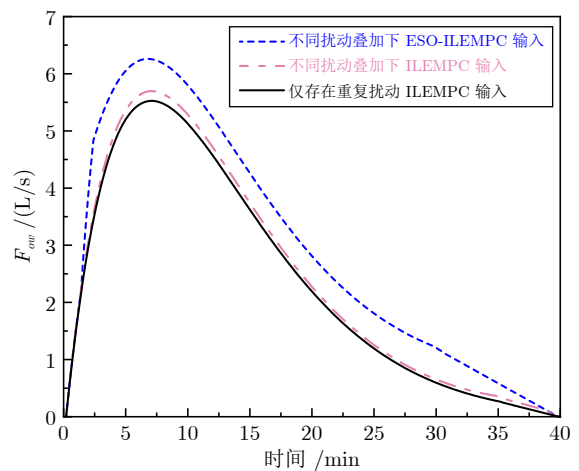


图 8 不同扰动下 ESO-ILEMPC 与 ILEMPC 系统输入 (F_{ow}) 变化曲线

Fig.8 The change curves of the input (F_{ow}) for ESO-ILEMPC and ILEMPC under different disturbances

在第 2 个批次动作不到位, 由于仅依赖反馈作用抑制非重复扰动, 响应速度较慢.

在上述非重复扰动发生的基础上, 在第 14 个批次的第 9 个时刻继续将冷却水的温度降低 1 K. 图 9 对比了 ESO-ILEMPC 系统与 ILEMPC 系统沿批次的经济成本变化曲线, 其对应的经济目标值示于表 1. 如图 9 所示, 当第 2 个批次非重复扰动产生时, 上述两个控制系统在第 2 个批次的经济成本均较前一个批次升高, 这是因为冷却水的温度增加导致冷却水流速增加, 从而造成系统运行成本升高而经济性能变差. 在非重复扰动下, 沿批次方向 ESO-ILEMPC 系统的收敛速度明显快于 ILEMPC 系统. 至第 13 个批次为止, 两个系统经冷却水温度升高扰动后经济成本均收敛到最优值. 如表 1 所示, 此时 ESO-ILEMPC 系统的经济性能较 ILEMPC 系统提升 18.15%. 在第 14 个批次中, 由于冷却水温度的降低导致冷却水流速减小, 使得两个系统在第 14 个批次的经济性能均好于第 13 个批次, 且沿批次方向 ESO-ILEMPC 系统的收敛速度快于 ILEMPC 系统. 至第 20 个批次为止, 两个系统经冷却水

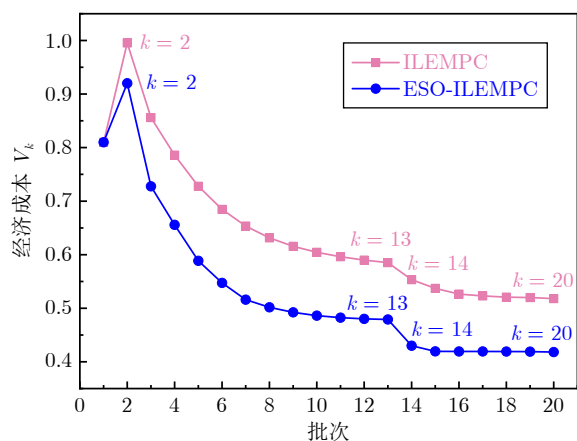


图 9 非重复扰动下 ESO-ILEMPC 与 ILEMPC 系统经济成本 (V_k) 变化曲线

Fig.9 The change curves of the economic cost (V_k) of ESO-ILEMPC and ILEMPC systems under non-repetitive disturbances

表 1 非重复扰动下 ESO-ILEMPC 与 ILEMPC 系统经济成本比较

Table 1 The comparison of the economic cost of ESO-ILEMPC and ILEMPC systems under non-repetitive disturbances

| 控制器 | 经济成本 ($k=2$) | 经济成本 ($k=13$) | 经济成本 ($k=20$) |
|------------|-----------------|------------------|------------------|
| ESO-ILEMPC | 0.9201 (-7.56%) | 0.4789 (-18.15%) | 0.4182 (-19.27%) |
| ILEMPC | 0.9954 | 0.5851 | 0.5180 |

温度降低扰动后再次均收敛到最优的经济成本值, ESO-ILEMPC 系统的经济性能较 ILEMPC 系统提升 19.27%. ILEMPC 系统由于未对非重复扰动做实时处理, 使得该扰动持续影响后续批次的经济性能. ESO-ILEMPC 系统通过 ESO 对非重复扰动进行实时估计和补偿, 使得该扰动的影响在当前批次基本被消除, 保证了系统经济性能沿批次的稳定增长. 综上, 非重复扰动自适应迭代学习经济模型预测控制策略实现了间歇反应器经济性能的动态提升, 对提高生产效益具有实际意义.

5 结束语

本文针对具有非重复扰动的非线性批次过程, 提出一种非重复扰动自适应迭代学习经济模型预测控制策略. 针对重复扰动和非重复扰动分别建立批次间和批次内经济优化问题, 并在批次内的优化过程中引入扩展状态观测器对非重复扰动进行估计和补偿. 结合观测器稳定性分析方法和耗散性假设对所提算法的有界稳定性进行了理论证明. 针对间歇反应器的仿真实验, 验证了所提策略在提高非重复扰动下动态经济性能方面的优势. 研究成果为迭代学习经济模型预测控制策略在真实运行环境中的应用提供了保障.

尽管本文所提算法在理论上能够保证有界稳定, 但闭环系统时域稳定性证明依赖于耗散性条件, 非线性系统存在难以找到满足严格耗散性的目标函数的情况. 因此, 在保证系统稳定和经济最优的同时, 去寻找宽松的稳定性收缩条件来提高算法的适应范围是未来研究的一个重要方向.

参考文献

- Lu Jing-Yi, Cao Zhi-Xing, Gao Fu-Rong. Batch process control—Overview and outlook. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(6): 933–943 (卢静宜, 曹志兴, 高福荣. 批次过程控制——回顾与展望. *自动化学报*, 2017, **43**(6): 933–943)
- Sahu J N, Gangadharan P, Patwardhan A V, Meikap B C. Catalytic hydrolysis of urea with fly ash for generation of ammonia in a batch reactor for flue gas conditioning and NO_x reduction. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2009, **48**(2): 727–734
- Zhou Y Q, Tang X P, Li D W, Lai X, Gao F R. Combined iterative learning and model predictive control scheme for nonlinear systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2024, **54**(6): 3558–3567
- Chi Rong-Hu, Hou Zhong-Sheng, Huang Biao. Optimal iterative learning control of batch processes: From model-based to data-driven. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(6): 917–932 (池荣虎, 侯忠生, 黄彪. 间歇过程最优迭代学习控制的发展: 从基于模型到数据驱动. *自动化学报*, 2017, **43**(6): 917–932)
- Oh S K, Lee J M. Iterative learning model predictive control for constrained multivariable control of batch processes. *Computers & Chemical Engineering*, 2016, **93**: 284–292
- Lee K S, Chin I S, Lee H J, Lee J H. Model predictive control

- technique combined with iterative learning for batch processes. *AIChE Journal*, 1999, **45**(10): 2175–2187
- 7 Zhang S Y, Li X D, Li X F. A novel event-triggered iterative learning model predictive control for linear systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2024, **54**(12): 7619–7632
 - 8 Cui P, Gao C S, An R M. Fault-observer-based iterative learning model predictive controller for trajectory tracking of hypersonic vehicles. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2025, **36**(3): 803–813
 - 9 Li X F, Shen D, Ding B C. Iterative learning control for output tracking of nonlinear systems with unavailable state information. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2022, **33**(9): 5085–5092
 - 10 Long Y S, Xie L H, Liu S. Nontracking type iterative learning control based on economic model predictive control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, **30**(18): 8564–8582
 - 11 Lawryńczuk M, Marusak P, Tatjewski P. Multilayer and integrated structures for predictive control and economic optimisation. *IFAC Proceedings Volumes*, 2007, **40**(9): 198–205
 - 12 He D F, Zhan W J, Kang Y, Li L M. Gaussian process-based economic MPC with delay compensation for SNCR-SCR combined denitration systems. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2024, **63**(45): 19628–19639
 - 13 Ellis M, Durand H, Christofides P D. A tutorial review of economic model predictive control methods. *Journal of Process Control*, 2014, **24**(8): 1156–1178
 - 14 Zhang S Z, Li J, Zhao D Y, Spurgeon S K. Output feedback distributed economic model predictive control for parallel system in process networks. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 2024, **41**(3): 564–589
 - 15 Cai X, Sun P, Chen J H, Xie L. ILC strategy for progress improvement of economic performance in industrial model predictive control systems. *Journal of Process Control*, 2014, **24**(12): 107–118
 - 16 Lu P C, Chen J H, Xie L. Iterative learning control (ILC)-based economic optimization for batch processes using helpful disturbance information. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2018, **57**(10): 3717–3731
 - 17 Lu P C, Chen J H, Xie L. Disturbance-based alternate feedback control scheme to enhance economic performance of batch processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2019, **58**(10): 4143–4153
 - 18 Zhou C Y, Jia L, Li J F. Improved iterative learning model predictive control for nonlinear batch processes. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2025, **35**(6): 2130–2141
 - 19 Monasterios P R B, Trodden P A. Model predictive control of linear systems with preview information: Feasibility, stability, and inherent robustness. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, **64**(9): 3831–3838
 - 20 Lee K S, Lee J H. Convergence of constrained model-based predictive control for batch processes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(10): 1928–1932
 - 21 Zan Xiao-Shu, Zhu Zhen-Yu, Yu Shu-Yun, Xu Rui-Dong, Leng Xu-Dong, Wang Huai-Qing. Research on experimental platform for model predictive control of switched reluctance motor based on double perturbation observer. *Research and Exploration in Laboratory*, 2025, **44**(7): 26–32
(管小舒, 朱震宇, 于书韵, 徐瑞东, 冷旭东, 王怀庆. 基于双扰动观测器的开关磁阻电动机模型预测控制实验平台研究. 实验室研究与探索, 2025, **44**(7): 26–32)
 - 22 Wei Xin-Wei, Tao Wan-Yu, Guo Xin-Yu, Huang Xu-Cheng. Robust model predictive control of three-phase grid-connected inverter based on sliding mode disturbance observer. *Acta Ener-*
ae Solaris Sinica, 2025, **46**(10): 117–127
(魏新伟, 陶万宇, 郭新宇, 黄旭程. 基于滑模扰动观测器的三相并网逆变器鲁棒模型预测控制. 太阳能学报, 2025, **46**(10): 117–127)
 - 23 Guo L, Chen W H. Disturbance attenuation and rejection for systems with nonlinearity via DOBC approach. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2005, **15**(3): 109–125
 - 24 Badie K, Alfidi M, Chalh Z. An LMI approach to design robust H_∞ controller for 2-D systems with delays. *International Journal of System of Systems Engineering*, 2019, **9**(2): 99–116
 - 25 Kothare M V, Balakrishnan V, Morari M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica*, 1996, **32**(10): 1361–1379
 - 26 Zhang G R, Xu Y J, Chew C M, Fu M Y. Discrete-time sliding mode-based finite-time trajectory tracking control of underactuated surface vessels with large sampling periods. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2024, **25**(12): 21545–21558
 - 27 Meng H, Zhang J H, Li S H, Sun Z Q. Adaptive receding horizon-based self-triggered constrained SMC. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2024, **71**(2): 737–741
 - 28 Liu Z T, He W K, Li X B, Liu C G, Shao H Z, Fu P. A mismatched composite disturbance observer-based adaptive tracking controller for robotic manipulators. *IET Control Theory & Applications*, 2024, **18**(11): 1357–1370
 - 29 Raouf A H, Yazdiniya F S, Ansarifard G R. Super-twisting ADRC for maximum power point tracking control of photovoltaic power generation system based on non-linear extended state observer. *Heliyon*, 2024, **10**(16): Article No. e36428
 - 30 Li Wei-Peng, Liu Ze-Shu, Bao Ze-Yu, Qiao Jian-Zhong, Zhu Yu-Kai. Adaptive ADRC for the fine tracking system in inter-satellite laser communication based on improved ESO. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(12): 2633–2647
(李伟鹏, 刘泽书, 包泽宇, 乔建忠, 朱玉凯. 基于改进 ESO 的星间激光通信跟踪自适应自抗扰控制. 自动化学报, 2025, **51**(12): 2633–2647)
 - 31 Li Z H, Shen D. Finite-iteration learning control for nonlinear systems with parameter uncertainties. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2025, **55**(9): 6409–6422
 - 32 Diehl M, Amrit R, Rawlings J B. A Lyapunov function for economic optimizing model predictive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(3): 703–707
 - 33 Angeli D, Amrit R, Rawlings J B. On average performance and stability of economic model predictive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(7): 1615–1626
 - 34 Amrit R, Rawlings J B, Angeli D. Economic optimization using model predictive control with a terminal cost. *Annual Reviews in Control*, 2011, **35**(2): 178–186
 - 35 Grüne L. Economic receding horizon control without terminal constraints. *Automatica*, 2013, **49**(3): 725–734
 - 36 Müller M A, Grüne L. Economic model predictive control without terminal constraints for optimal periodic behavior. *Automatica*, 2016, **70**: 128–139
 - 37 He De-Feng, Han Ping, Wang Qing-Song. Robust economic MPC of constrained nonlinear systems with bounded disturbances. *Acta Automatica Sinica*, 2022, **48**(2): 572–581
(何德峰, 韩平, 王青松. 有界扰动下约束非线性系统鲁棒经济模型预测控制. 自动化学报, 2022, **48**(2): 572–581)
 - 38 Ma Le-Le, Liu Xiang-Jie, Gao Fu-Rong. Data-driven iterative learning model predictive control based on knowledge transfer. *SCIENTIA SINICA Informationis*, 2024, **54**(7): 1752–1774
(马乐乐, 刘向杰, 高福荣. 基于知识迁移的数据驱动迭代学习模型预测控制. 中国科学: 信息科学, 2024, **54**(7): 1752–1774)
 - 39 Pannocchia G, Rawlings J B. Disturbance models for offset-free model-predictive control. *AIChE Journal*, 2003, **49**(2): 426–437
 - 40 Cannon M, Cheng Q F, Kouvaritakis B, Raković S V. Stochastic

- ic tube MPC with state estimation. *Automatica*, 2012, **48**(3): 536–541
- 41 Liu X J, Guo S F, Kong X B, Ma L L, Lee K Y. Offset-free stochastic MPC for uncertain wind energy conversion system. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2024, **20**(7): 9487–9496
- 42 Tan Cheng-Yuan, Wang Jing. Robust iterative learning control based on extended state observer. *Control Theory & Applications*, 2018, **35**(11): 1680–1686
(谭程元, 王晶. 基于扩张状态观测器的鲁棒迭代学习控制. 控制理论与应用, 2018, **35**(11): 1680–1686)
- 43 Ma Le-Le, Liu Xiang-Jie, Gao Fu-Rong. Status and challenges of iterative learning model predictive control. *Acta Automatica Sinica*, 2022, **48**(6): 1385–1401
(马乐乐, 刘向杰, 高福荣. 迭代学习模型预测控制研究现状与挑战. 自动化学报, 2022, **48**(6): 1385–1401)
- 44 Müller M A, Angeli D, Allgöwer F, Amrit R, Rawlings J B. Convergence in economic model predictive control with average constraints. *Automatica*, 2014, **50**(12): 3100–3111



马乐乐 华北电力大学控制与计算机工程学院副教授. 2016 年获得华北电力大学自动化专业学士学位. 2021 年获得华北电力大学控制理论与控制工程专业博士学位. 主要研究方向为迭代学习模型预测控制及其应用.

E-mail: malele@ncepu.edu.cn

(**MA Le-Le** Associate professor at the School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University. She received her bachelor degree in automation from North China Electric Power University in 2016, and her Ph.D. degree in control theory and control engineering from North China Electric Power University in 2021. Her main research interest is iterative learning model predictive control and its applications.)



赵宇石 华北电力大学控制与计算机工程学院硕士研究生. 主要研究方向为迭代学习经济模型预测控制及其应用.

E-mail: zyshd042418@163.com

(**ZHAO Yu-Shi** Master student at the School of Control and Computer Engineering, North China Elec-

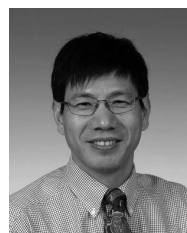
tric Power University. Her main research interest is iterative learning economic model predictive control and its applications.)



刘向杰 华北电力大学控制与计算机工程学院教授. 1989 年获得东北大学学士学位. 1997 年获得东北大学自动化研究中心博士学位. 主要研究方向为先进控制策略在电力过程控制中的应用. 本文通信作者.

E-mail: liuxj@ncepu.edu.cn

(**LIU Xiang-Jie** Professor at the School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University. He received his bachelor degree from Northeastern University in 1989, and his Ph.D. degree from the Research Center of Automation, Northeastern University in 1997. His main research interest is the application of advanced control strategies in power process control. Corresponding author of this paper.)



高福荣 香港科技大学化学与生物分子工程学系讲座教授. 1985 年获得中国石油大学自动化专业学士学位. 1989 年和 1993 年获得加拿大麦吉尔大学硕士和博士学位. 主要研究方向为过程检测与故障诊断, 批次过程控制, 高分子材料加工控制及优化.

E-mail: kefgao@ust.hk

(**GAO Fu-Rong** Chair professor in the Department of Chemical and Biomolecular Engineering, Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong, China. He received his bachelor degree in automation from China University of Petroleum in 1985, and his master and Ph.D. degrees from McGill University, Montreal, Canada in 1989 and 1993, respectively. His research interests include process monitoring and fault diagnosis, batch process control, and polymer processing control and optimization.)