



螺旋桨转速受限多四旋翼无人机的编队运输分层控制方案

武权伟 王翔宇 刘金浩

A Hierarchical Control Scheme for Formation Transportation of Multiple Quadrotors With Propeller Speed Constraints

WU Quan-Wei, WANG Xiang-Yu, LIU Jin-Hao

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16383/j.aas.c250439>

您可能感兴趣的其他文章

性能约束下的四旋翼无人机协同吊挂系统分布式避碰跟踪控制

Distributed Collision Avoidance Tracking Control for Quadrotor Cooperative Suspension System Under Performance Constraints

自动化学报. 2024, 50(12): 2392–2406 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c240349>

基于干扰估计的非对称运动下飞机刹车系统模型预测控制

Model Predictive Control of Aircraft Braking System Under Asymmetric Motion Based on Disturbance Estimation

自动化学报. 2022, 48(7): 1690–1703 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c210852>

基于模型预测控制的子母式无人机编队飞行控制方法

Model Predictive Control-based Formation Flight Control Method for Composite UAVs

自动化学报. 2025, 51(2): 312–326 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c240405>

基于自适应多尺度超螺旋算法的无人机集群姿态同步控制

Attitude Consensus Control of UAV Swarm Based on Adaptive Multi-scale Super-twisting Algorithm

自动化学报. 2023, 49(8): 1656–1666 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c220759>

基于固定时间模型参考方法的倾转旋翼无人机姿态控制

Attitude Control of Tilt-rotor Unmanned Aerial Vehicle Based on Fixed-time Model Reference Method

自动化学报. 2025, 51(5): 972–984 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c240621>

基于神经网络ODE和非线性MPC的DEA建模与控制

Modeling and Control of Dielectric Elastomer Actuator Based on Neural Ordinary Differential Equation and Nonlinear Model Predictive Control

自动化学报. 2025, 51(1): 186–196 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c240223>

螺旋桨转速受限多四旋翼无人机的编队运输分层控制方案

武权伟^{1,2} 王翔宇^{1,2} 刘金浩³

摘要 多四旋翼无人机协同编队运输技术因其高容错性和强灵活性等特点,近年来受到广泛关注.针对受到螺旋桨转速约束和外界环境干扰影响的多四旋翼无人机系统,提出一种分层控制方案以实现多无人机协同编队运输.该方案设计主要包含分布式协调器设计和跟踪控制器设计.在分布式协调器中,位置协调器基于虚拟领导者的位置、速度等信息生成各带载无人机的期望位置,然后由微分平坦器输出无人机的期望无偏轨迹;跟踪控制器采用非线性模型预测控制、角速度控制以及螺旋桨转速分配算法相结合的策略,为各带载无人机生成合理的螺旋桨转速指令,确保无人机精确跟踪其期望轨迹.在所提方案作用下,多带载无人机能维持期望编队队形并跟踪虚拟领导者,从而实现多无人机协同编队运输.特别地,当省略位置协调器时,该方案可简化为单无人机轨迹跟踪控制器.数值仿真包括单机轨迹跟踪和多机协同运输两个场景,结果表明,在单机跟踪任务中,所提方案展现出良好的跟踪精度;在多机运输场景下,多无人机系统能够有效实现协同编队运输.

关键词 多四旋翼无人机;协同编队运输;螺旋桨转速约束;分层控制;抗干扰控制;非线性模型预测控制

引用格式 武权伟,王翔宇,刘金浩.螺旋桨转速受限多四旋翼无人机的编队运输分层控制方案.自动化学报,2026,52(2):322-334

DOI 10.16383/j.aas.c250439 **CSTR** 32138.14.j.aas.c250439

A Hierarchical Control Scheme for Formation Transportation of Multiple Quadrotors With Propeller Speed Constraints

WU Quan-Wei^{1,2} WANG Xiang-Yu^{1,2} LIU Jin-Hao³

Abstract The cooperative formation transportation technology of multiple quadrotors has attracted widespread attention in recent years due to its high fault tolerance and remarkable flexibility. This paper proposes a hierarchical control scheme for multiple quadrotors subject to propeller speed constraints and external disturbances to achieve cooperative formation transportation. The design of the proposed scheme primarily consists of developing a distributed coordinator and some tracking controllers. In the distributed coordinator, position coordinators generate the desired positions for all quadrotors with payload using information such as the position and velocity of a virtual leader. This is followed by differential flatness-based trajectory planners, which further derive the desired offset-free trajectories. The tracking controllers combine the nonlinear model predictive control, angular velocity control, and a propeller speed allocation algorithm to generate appropriate propeller speed commands for all quadrotors with payload, ensuring accurate trajectory tracking. Under the proposed scheme, multiple quadrotors with payload maintain the desired formation while tracking the virtual leader, thereby achieving cooperative formation transportation. Notably, when the position coordinators are omitted, the scheme simplifies to a single-quadrotor trajectory tracking controller. Numerical simulation results, including both single-quadrotor trajectory tracking and multiple quadrotors cooperative transportation scenarios, demonstrate the effectiveness of the proposed scheme. Specifically, it achieves remarkable tracking performance in single-quadrotor operations, while enabling cooperative formation transportation in multiple quadrotors systems.

Keywords multiple quadrotors; cooperative formation transportation; propeller speed constraints; hierarchical control; anti-disturbance control; nonlinear model predictive control

Citation Wu Quan-Wei, Wang Xiang-Yu, Liu Jin-Hao. A hierarchical control scheme for formation transportation of multiple quadrotors with propeller speed constraints. *Acta Automatica Sinica*, 2026, 52(2): 322-334

收稿日期 2025-08-31 录用日期 2025-11-14

Manuscript received August 31, 2025; accepted November 14, 2025

国家自然科学基金(62533012, 62373099, 62025302), 东南大学未来技术学院“太湖创新基金项目”资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (62533012, 62373099, 62025302) and Taihu Innovation Fund Project for the School of Future Technology of Southeast University

本文责任编辑 葛泉波

Recommended by Associate Editor GE Quan-Bo

1. 东南大学自动化学院 南京 210096 2. 复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室 南京 210096 3. 中国矿业大学信息与控制工程学院 徐州 221116

1. School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096
2. Key Laboratory of Measurement and Control of Complex Systems of Engineering, Ministry of Education, Nanjing 210096
3. School of Information and Control Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116

近年来, 基于四旋翼无人机的货物运输系统在智能物流等领域获得广泛关注并展现出较大的应用潜力^[1-5]. 相比于传统的单无人机运输模式, 多无人机协同运输模式在运输效率、可靠性以及系统容错性等方面具有显著优势^[3-4]. 例如, 多无人机系统可并行作业, 大幅提升单位时间内的运输量, 从而提高运输效率. 这些优势使得多无人机运输在应急物资配送、偏远地区物流等应用场景中具有重要的实用价值.

多无人机协同运输主要有两种模式: 1) 多无人机联合吊运单一大型货物^[5-6]; 2) 分布式载运模式, 即各无人机独立运输货物的组成部分并通过协同编队完成整体运输任务^[7]. 相较于联合吊运模式, 分布式协同编队运输具有以下优势: 一方面, 编队系统具有更强的容错能力, 单一节点故障不会导致任务失败; 另一方面, 该模式更适应复杂地形环境, 可通过动态重构编队实现避障, 提升运输灵活性. 多无人机分布式载运模式的关键技术之一为多无人机协同编队控制技术.

针对多无人机协同编队控制问题, 国内外学者已开展研究并取得丰富成果^[8-12]. 文献 [9] 针对无人机位置子系统, 基于控制障碍函数和预设性能控制等方法, 提出一种安全编队框架, 实现了多无人机在复杂环境下的编队. 文献 [10] 考虑带有时延的无人机位置环和姿态环模型, 提出一种简化的多无人机编队控制器设计框架. 进一步, 一些学者研究了外界干扰对多无人机协同编队的影响. 文献 [12] 针对外界环境干扰影响下的多无人机系统, 提出一种次优 H_∞ 编队控制器. 与文献 [12] 中直接对干扰进行压制不同, 文献 [13] 基于主动抗干扰控制理论, 设计一种基于干扰观测器的分布式编队控制算法, 实现了外界环境干扰影响下的多无人机高精度编队. 文献 [14] 同时考虑外界干扰对多无人机位置和姿态的影响, 设计一种基于干扰观测器的安全编队控制算法, 解决了狭小空间下的多无人机编队问题.

在实际应用中, 多无人机系统不仅需要应对外界干扰, 还需要处理各种物理约束条件^[15-20]. 文献 [17] 研究线速度约束和输入约束下多无人机系统的编队控制问题, 提出一种分布式编队控制器. 针对受速度约束、加速度约束和输入约束的多无人机系统, 文献 [18] 提出一种编队控制算法, 实现了切换拓扑下多无人机编队. 文献 [19] 进一步考虑无人机的姿态环模型, 针对受到推力约束和力矩约束的多无人机系统, 结合事件触发机制与命令滤波反步法, 设计一种自适应编队控制算法. 需要指出的是, 无人

机推力和力矩约束本质上源于螺旋桨转速约束, 且二者存在耦合关系. 现有研究大多将推力和力矩作为独立约束处理, 独立约束通常采用较为保守的边界, 其中, 推力-力矩的可行域是一个矩形, 但实际推力-力矩可行域比这个矩形范围要大. 因此, 采用独立约束在充分发挥无人机机动性能等方面还有提升空间. 为此, 本文从螺旋桨转速约束这一本质特性出发, 研究多无人机协同编队控制问题, 以充分地挖掘无人机的机动潜能.

值得注意的是, 不少无人机编队控制算法都是直接基于编队误差进行设计的. 虽然这种设计方法是解决编队控制问题的常见方法, 但在复杂性和灵活性等方面仍存在改进的空间. 一方面, 这种方法将协同控制与个体控制问题耦合, 当需要同时满足多种约束条件、抗干扰等多项功能要求时, 编队控制算法的设计难度会随功能需求的增加而成倍增加; 另一方面, 若需为无人机新增避障、避碰等新功能, 往往需对整个编队控制算法进行重新设计, 且当无人机的控制器被封装时, 算法将难以部署实施.

为解决传统编队控制设计方法存在的局限性, 嵌入式控制技术提供了一种可行的解决思路^[21]. 嵌入式控制技术采用分层设计理念, 将单个智能体的控制与多个个体之间的协作“解耦”. 其通过构建一个分布式协调器来协调各智能体的参考输入以实现多个个体之间的协作. 然后, 设计单个体控制器使得各智能体跟踪上其参考输入. 通过这种“解耦”方式, 不仅降低了多智能体系统编队算法设计的复杂度, 还具有良好的可扩展性^[22]. 近年来, 嵌入式控制技术主要被应用于多智能体系统的分布式协同控制和分布式优化领域^[23-28].

本文利用嵌入式技术的分层思想并结合非线性模型预测控制 (nonlinear model predictive control, NMPC) 技术提出一种分层控制方案, 解决了受外部干扰影响和螺旋桨约束的多无人机协同编队运输控制问题. 所提分层控制框架包含分布式协调器和跟踪控制器: 分布式协调器以领导者的位置、各无人机的初始位置等信息为各无人机规划期望位置, 并利用微分平坦理论^[29] 生成各无人机的无偏期望轨迹. 跟踪控制器融合干扰观测器、NMPC 算法、角速度控制器和螺旋桨转速分配算法. 在跟踪控制器的作用下, 携带负载的无人机即使面临螺旋桨转速约束和外部干扰, 仍能跟踪其期望轨迹, 从而完成编队运输任务. 值得注意的是, 本方案在分层架构设计中引入信息交互机制: 分布式协调器可实时

调用跟踪控制器输出的干扰估计等信息, 动态调整期望轨迹, 为 NMPC 优化问题提供更精确的参考轨迹. 所提方案不仅能用于多无人机协同编队运输, 还能用于单无人机轨迹跟踪任务. 文献 [30] 也利用 NMPC 算法实现了外部干扰影响下的单无人机轨迹跟踪任务. 与之不同, 所提方案通过考虑无人机螺旋桨转速约束来挖掘无人机性能的同时, 还通过生成无偏轨迹以提高跟踪控制精度. 本文所提分层控制框架具有以下优势:

- **解耦设计.** 该分层控制方案将单个无人机控制和多无人机之间的协作“解耦”, 具有设计方便、可拓展性高等优势.

- **精准编队控制.** 基于无人机的微分平坦特性, 将期望位置及其 (高阶) 导数信息、干扰估计值等信息转换为 NMPC 算法所需的无偏期望轨迹, 并自适应调整 NMPC 算法状态误差权重和输入权重, 从而实现多无人机精准编队控制.

- **性能优化.** 融合了 NMPC 算法、角度速度控制器和螺旋桨转速分配算法, 在严格满足螺旋桨转速约束的前提下, 充分挖掘无人机的运动潜能.

本文内容安排为: 第 1 节给出预备知识并对所研究的多无人机协同编队运输问题进行描述. 第 2 节设计分层控制方案, 其包含分布式协调器和跟踪控制器. 第 3 节利用有限时间理论、Lyapunov 定理等工具对闭环系统进行稳定性分析. 第 4 节展示单无人机轨迹跟踪控制和多无人机协同编队运输仿真结果. 第 5 节对本文设计进行总结并展望未来工作.

1 预备知识和问题描述

1.1 符号说明

定义 $\mathbf{0}_m = [0, \dots, 0]^T \in \mathbf{R}^m$ 为 m 维零向量; 对于向量 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, 其 1-范数、2-范数和无穷范数分别定义为 $\|\mathbf{x}\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$, $\|\mathbf{x}\|_2 = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{x}}$, $\|\mathbf{x}\|_\infty = \max_{i=1, \dots, n} |x_i|$; 记 $\|\mathbf{x}\|_W^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{W} \mathbf{x}$ 为向量 \mathbf{x} 在权重矩阵 \mathbf{W} 下的加权二次型; 对于向量 $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbf{R}^n$, 向量不等式 $\mathbf{x} > \mathbf{y}$ 表示对所有 $i = 1, \dots, n$ 均有 $x_i > y_i$ (类似地, 符号 $<$ 、 \leq 和 \geq 也按分量逐一比较); $[\mathbf{x}]_\times$ 表示向量 \mathbf{x} 的斜对称矩阵; \otimes 表示 Kronecker product.

1.2 预备知识

多无人机系统由 n 架四旋翼无人机组成, 无人机由节点 $1, 2, \dots, n$ 表示. 所有无人机均为跟随者, 虚拟领导者由节点 0 表示. 虚拟领导者可以是

一条被规划的轨迹或者是一个轨迹规划器. 无人机之间的通信拓扑由无向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ 进行描述, 其中, $\mathcal{V} = \{1, \dots, n\}$ 为多无人机系统的点集, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示其边集, $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是其邻接矩阵. 若 $(j, i) \in \mathcal{E}$, 则边权重 $a_{ij} = a_{ji} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$ ($a_{ii} = 0, \forall i \in \mathcal{V}$). 若 $(j, i) \in \mathcal{E}$, 则节点 j 是节点 i 的邻居节点. 节点 i 的邻居集合表示为 $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V} | (j, i) \in \mathcal{E}\}$. 顶点集 $\bar{\mathcal{V}} = \{0, \mathcal{V}\}$ 的图为 $\bar{\mathcal{G}}$. 虚拟领导者与无人机之间的通信是单向的, 即只有一些无人机能获取虚拟领导者的消息, 而虚拟领导者不获取这些无人机的消息. 若无人机 i 能直接获取虚拟领导者的消息, 则 $b_i > 0$, 否则 $b_i = 0$. 图 $\bar{\mathcal{G}}$ 的图矩阵为 $\bar{\mathcal{L}} = [\bar{l}_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 其中, $\bar{l}_{ii} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} + b_i$, $\bar{l}_{ij} = -a_{ij}, i \neq j, i, j = 1, \dots, n$. 在有向图中, 若一个节点没有任何边指向它, 且从该节点出发, 通过有向边可以到达图中任何节点, 则称该节点为根节点. 取一个根节点, 若除该根节点以外的任意一个节点, 都存在一条有向路径 (路径是由边连接起来的节点序列) 从根节点到达该节点, 则称该有向图包含有向生成树.

假设 1. 虚拟领导者-无人机系统的通信拓扑图 $\bar{\mathcal{G}}$ 中至少包含一个以虚拟领导者为根的有向生成树.

引理 1^[31]. 当通信拓扑图 $\bar{\mathcal{G}}$ 满足假设 1 时, $0 < \lambda_{\min}(\bar{\mathcal{L}}) = \lambda_1(\bar{\mathcal{L}}) \leq \dots \leq \lambda_n(\bar{\mathcal{L}}) = \lambda_{\max}(\bar{\mathcal{L}})$. $\lambda_l(\bar{\mathcal{L}})$ ($l = 1, 2, \dots, n$) 是 $\bar{\mathcal{L}}$ 的第 l 个特征值.

引理 2^[32]. 考虑如下系统 $\dot{x} = f(x)$, 其中 $f: U \rightarrow \mathbf{R}^m$ 是在原点 $x = \mathbf{0}_m$ 的开邻域 U 上连续的函数, 且 $f(\mathbf{0}_m) = \mathbf{0}_m, x \in U \subseteq \mathbf{R}^m$. 对于该系统, 若存在实数 $d > 0, 0 < \beta < 1$, 正定连续函数 $V(x): U \rightarrow \mathbf{R}$ 和一个开邻域 $U_0 \subseteq U$ 使得 $x \in U_0 \setminus \{\mathbf{0}_m\}$ 时 $\dot{V}(x) + dV^\beta(x) \leq 0$, 则原点是该系统的有限时间稳定平衡点. 若 $U_0 = U = \mathbf{R}^m$ 且 $V(x)$ 是径向无界的, 则原点是全局有限时间稳定的.

1.3 问题描述

每架无人机均搭载固定负载, 其具体结构以第 i 架为例示于图 1. 其中, 惯性坐标系记为 \mathcal{F}_I , 第 i 架无人机的机体坐标系记为 \mathcal{F}_{B_i} . 从惯性坐标系到机体坐标系的旋转变换采用 Z - X - Y 内旋顺序的欧拉角实现. 本文使用的主要符号及其意义见表 1.

通过数学推导, 可获得第 i 架无人机的运动学-动力学模型, 表达式为

$$\dot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{v}_i \quad (1a)$$

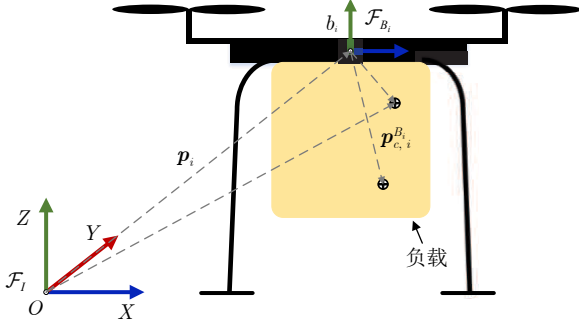


图1 携带负载的四旋翼无人机示意图

Fig.1 Schematic diagram of the quadrotor with payload

表1 变量符号表

Table 1 Nomenclature table

符号	物理意义
$\mathbf{p}_0, \mathbf{v}_0, \mathbf{a}_0, \mathbf{j}_0 \in \mathbf{R}^3$	虚拟领导者在惯性系 \mathcal{F}_I 下的位置、速度、加速度、加加速度
$\mathbf{p}_{r,i}, \mathbf{v}_{r,i}, \mathbf{a}_{r,i}, \mathbf{j}_{r,i} \in \mathbf{R}^3$	无人机 i 参考轨迹在惯性系 \mathcal{F}_I 下的位置、速度、加速度、加加速度
$\Theta_{r,i}, \boldsymbol{\omega}_{r,i}$	无人机 i 参考轨迹的姿态和角速度
$f_{r,i}, \boldsymbol{\tau}_{r,i}$	无人机 i 参考轨迹的推力和力矩
$\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{a}_i, \mathbf{j}_i \in \mathbf{R}^3$	无人机 i 在惯性系 \mathcal{F}_I 下的位置、速度、加速度、加加速度
$\Theta_i = [\psi_i, \theta_i, \phi_i]^T, \boldsymbol{\omega}_i$	无人机 i 的姿态和角速度
$\boldsymbol{\omega}_{de,i} \in \mathbf{R}^3$	无人机 i NMPC 算法输出的角速度信号
$\mathbf{f}_{c,i}, \boldsymbol{\tau}_{c,i} \in \mathbf{R}^3$	无人机 i 受到来自负载的耦合力和力矩
$\mathbf{f}_{d,i}, \boldsymbol{\tau}_{d,i} \in \mathbf{R}^3$	无人机 i 受到的外部力干扰和力矩干扰
$\mathbf{p}_{c,i}^{B_i}$	在体坐标系 \mathcal{F}_{B_i} 下, 无人机 i 负载的质心
$J_{b,i} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$	在体坐标系 \mathcal{F}_{B_i} 下, 无人机 i 的惯量张量
$J_{c,i} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$	在体坐标系 \mathcal{F}_{B_i} 下, 无人机 i 负载的惯量张量
$m_{b,i}, m_{c,i}$	无人机 i 的质量和其负载的质量
$f_i, \boldsymbol{\tau}_i$	无人机 i 的推力和力矩
$\Omega_{i,j}$	无人机 i 的第 j 个螺旋桨的转速
$R_{B_i}^I \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$	从惯性系 \mathcal{F}_I 到体坐标系 \mathcal{F}_{B_i} 的旋转矩阵

$$\dot{\mathbf{v}}_i = -g\mathbf{e}_3 + \frac{1}{m_{b,i} + m_{c,i}}(f_i R_{B_i}^I \mathbf{e}_3 + \mathbf{f}_{c,i} + \mathbf{f}_{d,i}) \quad (1b)$$

$$\dot{\Theta}_i = W_i \boldsymbol{\omega}_i \quad (1c)$$

$$(J_{b,i} + J_{c,i})\dot{\boldsymbol{\omega}}_i = -[\boldsymbol{\omega}_i]_{\times}(J_{b,i} + J_{c,i})\boldsymbol{\omega}_i + \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\tau}_{c,i} + \boldsymbol{\tau}_{d,i} \quad (1d)$$

其中, $i \in \mathcal{V}$, $\mathbf{p}_i = [p_{x,i}, p_{y,i}, p_{z,i}]^T$ 表示无人机 i 在惯性系下的位置; $\mathbf{v}_i = [v_{x,i}, v_{y,i}, v_{z,i}]^T$ 表示无人机 i 在惯性系下的速度; g 是重力加速度; $m_{b,i}$ 是无人机 i 的质量; $\Theta_i = [\psi_i, \theta_i, \phi_i]^T$ 表示无人机 i 的姿

态 (ψ_i 是偏航角, θ_i 是俯仰角, ϕ_i 是翻滚角); W_i 为角速度从机体坐标系到惯性坐标系的转移矩阵; $\boldsymbol{\omega}_i$ 是无人机 i 在体坐标系 \mathcal{F}_{B_i} 下相对点 b_i 的角速度; $J_{b,i}$ 和 $J_{c,i}$ 分别是无人机 i 和其负载在体坐标系 \mathcal{F}_{B_i} 下相对于点 b_i 的惯量张量; $\mathbf{f}_{d,i}$ 和 $\boldsymbol{\tau}_{d,i}$ 分别是无人机 i 受到的外部力干扰和力矩干扰; $\mathbf{f}_{c,i} = -m_{c,i} R_{B_i}^I [\boldsymbol{\omega}_i]_{\times} (\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{p}_{c,i}^{B_i}) - m_{c,i} R_{B_i}^I [\dot{\boldsymbol{\omega}}_i]_{\times} \mathbf{p}_{c,i}^{B_i}$ 和 $\boldsymbol{\tau}_{c,i} = m_{c,i} \mathbf{p}_{c,i}^{B_i} \times R_{B_i}^I (g\mathbf{e}_3 - \dot{\mathbf{v}}_i)$ 分别是来自负载的耦合力和耦合力矩; f_i 和 $\boldsymbol{\tau}_i = [\tau_{x,i}, \tau_{y,i}, \tau_{z,i}]^T$ 分别是无人机 i 的推力和力矩; $R_{B_i}^I$ 是从惯性系 \mathcal{F}_I 到体坐标系 \mathcal{F}_{B_i} 的旋转矩阵; $\mathbf{e}_3 = [0, 0, 1]^T$ 是沿着惯性系 z 轴的单位向量。

无人机均为“X”型, 第 i 个无人机的推力和力矩与螺旋桨转速的关系描述为

$$\begin{bmatrix} f_i \\ \tau_{x,i} \\ \tau_{y,i} \\ \tau_{z,i} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_T & c_T & c_T & c_T \\ \frac{\sqrt{2}}{2}dc_T & -\frac{\sqrt{2}}{2}dc_T & -\frac{\sqrt{2}}{2}dc_T & \frac{\sqrt{2}}{2}dc_T \\ \frac{\sqrt{2}}{2}dc_T & \frac{\sqrt{2}}{2}dc_T & -\frac{\sqrt{2}}{2}dc_T & -\frac{\sqrt{2}}{2}dc_T \\ c_M & -c_M & c_M & -c_M \end{bmatrix}}_M \begin{bmatrix} \Omega_{i,1}^2 \\ \Omega_{i,2}^2 \\ \Omega_{i,3}^2 \\ \Omega_{i,4}^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中, c_T 是无量纲的拉力系数; c_M 是转矩系数; $d \in \mathbf{R}_+$ 表示机体中心和任一电机的距离; $\Omega_{i,j}$ 是无人机 i 的螺旋桨 j 的转速; 无人机 i 的螺旋桨转速满足 $0 \leq \Omega_i \leq \Omega_{\max} = \tilde{\Omega}_{\max} \mathbf{1}_4$ ($\tilde{\Omega}_{\max}$ 是正常数), Ω_{\max} 为无人机螺旋桨转速约束的上界。

假设 2. 对于虚拟领导者, 存在正常数 H 满足 $H > \sup_t \|\dot{\mathbf{j}}_0(t)\|_{\infty}$.

假设 3. 无人机受到外部干扰 $\boldsymbol{\tau}_{d,i}$ 和 $\mathbf{f}_{d,i}$ 为斜坡干扰, 其满足 $-\dot{\tau}_{d,\max} \leq \dot{\tau}_{d,i} \leq \dot{\tau}_{d,\max}$, $-\dot{f}_{d,\max} \leq \dot{f}_{d,i} \leq \dot{f}_{d,\max}$, 其中, $\dot{\tau}_{d,\max}$ 和 $\dot{f}_{d,\max}$ 中各元素均为正常数。

假设 4. 已知负载的重心 $\mathbf{p}_{c,i}^{B_i}$ 和惯量张量 $J_{c,i}$.

控制目标. 本文研究带有固定负载的多无人机在螺旋桨转速约束和外部干扰影响下的协同编队控制问题. 在建立带有固定负载的无人机数学模型基础上, 设计分层控制方案, 使多无人机跟踪虚拟领导者并维持期望队形运动。

注 1. 在工厂环境作业中, 无人机往往需重复运输相同的货物. 这种情况下, 精确测量负载 (即货物) 的重心位置和惯量张量至关重要, 此举可显著

提升无人机的控制精度.

2 分层控制方案

针对受螺旋桨转速约束和外部干扰影响下的带固定负载的多无人机系统协同编队控制问题, 本文提出一种分层控制方案. 如图 2 所示, 分层控制方案包括分布式协调器和跟踪控制器两部分.

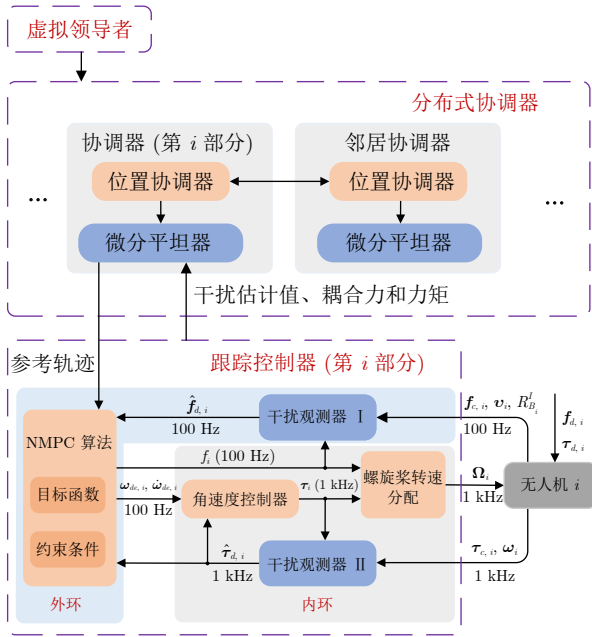


图 2 分层控制方案设计结构图

Fig. 2 Schematic diagram of the hierarchical control scheme design

分布式协调器由位置协调器和微分平坦器构成. 基于虚拟领导者的轨迹和各无人机的初始位置, 各位置协调器之间相互协调并生成各无人机的期望位置及其(高阶)导数信号. 利用位置协调器的输出、期望偏航角及其高阶导数、干扰估计值、耦合力和耦合力矩等信息, 微分平坦器为各无人机提供参考轨迹的姿态等信息. 位置环干扰 $f_{d,i}$ 和姿态环干扰 $\tau_{d,i}$ 的估计值分别由跟踪控制器中的两个干扰观测器估计得到. 基于干扰的估计值和参考轨迹, NMPC 算法在螺旋桨转速约束下, 生成 f_i , $\omega_{de,i}$ 和 $\dot{\omega}_{de,i}$. 通过设计无人机的角速度控制器, 使得其角速度 ω_i 渐近地跟踪 $\omega_{de,i}$. 为避免在 ω_i 收敛于 $\omega_{de,i}$ 的过程中出现不满足 $0_4 \leq \Omega_i \leq \Omega_{\max}$ 的情况, 将采用一种混合优化螺旋桨转速分配算法. 螺旋桨转速分配算法输出螺旋桨转速指令, 螺旋桨旋转产生推力和力矩, 以驱动无人机运动到期望位置.

在分布式协调器求解各无人机的无偏期望轨迹过程中, 需依赖外部力干扰与力矩干扰的估计值. 为此, 首先介绍跟踪控制器中的干扰观测器, 随后

依次阐述分布式协调器的设计及跟踪控制器的其余组成部分.

2.1 干扰观测器

为估计无人机受到的外部力干扰和力矩干扰, 设计两种干扰观测器. 干扰观测器 I 估计力干扰 $f_{d,i}$, 其描述为

$$\begin{cases} \dot{\rho}_{p,i} = -(m_{b,i} + m_{c,i})g\mathbf{e}_3 + f_i R_{B_i}^I \mathbf{e}_3 + \mathbf{f}_{c,i} + \hat{\mathbf{f}}_{d,i} \\ \hat{\mathbf{f}}_{d,i} = k_{o1} [(m_{b,i} + m_{c,i})\mathbf{v}_i - \rho_{p,i}] + \\ k_{o2} \int_0^t [(m_{b,i} + m_{c,i})\mathbf{v}_i - \rho_{p,i}] d\tau \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\hat{\mathbf{f}}_{d,i}$ 是 $f_{d,i}$ 的估计值, $k_{o1} = \text{diag}\{k_{o1,x}, k_{o1,y}, k_{o1,z}\}$ 和 $k_{o2} = \text{diag}\{k_{o2,x}, k_{o2,y}, k_{o2,z}\}$ 是观测器 I 的增益参数. 干扰观测器 II 估计力矩干扰 $\tau_{d,i}$, 其描述为

$$\begin{cases} \dot{\rho}_{a,i} = -[\omega_i]_{\times} (J_{b,i} + J_{c,i})\omega_i + \tau_i + \tau_{c,i} + \hat{\tau}_{d,i} \\ \hat{\tau}_{d,i} = l_{o1} [(J_{b,i} + J_{c,i})\omega_i - \rho_{a,i}] + \\ l_{o2} \int_0^t [(J_{b,i} + J_{c,i})\omega_i - \rho_{a,i}] d\tau \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\hat{\tau}_{d,i}$ 是 $\tau_{d,i}$ 的估计值, $l_{o1} = \text{diag}\{l_{o1,x}, l_{o1,y}, l_{o1,z}\}$ 和 $l_{o2} = \text{diag}\{l_{o2,x}, l_{o2,y}, l_{o2,z}\}$ 是观测器 II 的增益参数.

2.2 分布式协调器

在本节中, 设计分布式协调器为各无人机规划无偏参考轨迹. 首先, 位置协调器分别在 x, y, z 三个方向上协调无人机参考轨迹的位置. 然后, 基于参考轨迹的位置及其(高阶)导数、期望偏航角及其(高阶)导数、干扰估计值等信息, 利用无人机微分平坦特性得到各无人机的无偏参考轨迹.

设计如下的四阶位置协调器来协调各无人机的参考位置.

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{i,0} = \omega_{i,1} - \beta_1 \left[\sum_{k=1}^n a_{ik} (\omega_{i,0} - \omega_{k,0}) + b_i \omega_{i,0} \right] \\ \dot{\omega}_{i,1} = \omega_{i,2} - \beta_2 \left[\sum_{k=1}^n a_{ik} (\omega_{i,1} - \omega_{k,1}) + b_i \omega_{i,1} \right] \\ \dot{\omega}_{i,2} = \omega_{i,3} - \beta_3 \left[\sum_{k=1}^n a_{ik} (\omega_{i,2} - \omega_{k,2}) + b_i \omega_{i,2} \right] \\ \dot{\omega}_{i,3} = \dot{j}_0 - \beta_4 \text{sgn} \left(\sum_{k=1}^n a_{ij} (\omega_{i,3} - \omega_{k,3}) + b_i \omega_{i,3} \right), i \in \mathcal{V} \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\omega_{i,\Delta} = [x_0^{(\Delta)} + m_{x,i}^{(\Delta)} - x_{r,i}^{(\Delta)}, y_0^{(\Delta)} + m_{y,i}^{(\Delta)} -$

$y_{r,i}^{(\Delta)}, z_0^{(\Delta)} + m_{z,i}^{(\Delta)} - z_{r,i}^{(\Delta)}]^T$ ($\Delta = 0, 1, 2, 3$); $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 均为控制增益, 并且 $\beta_4 \geq H$.

基于上述位置协调器的输出 $\mathbf{p}_{r,i}, \mathbf{v}_{r,i}, \mathbf{a}_{r,i}, \mathbf{j}_{r,i}$, 耦合力 $\mathbf{f}_{c,i}$, 耦合力矩 $\boldsymbol{\tau}_{c,i}$ 和干扰估计值 $\hat{\mathbf{f}}_{d,i}, \hat{\boldsymbol{\tau}}_{d,i}$, 微分平坦器可得到无人机参考轨迹的其他状态. 首先, 推导得到参考轨迹的姿态和推力

$$\theta_{r,i} = \arcsin(R_{B_i}^I(3, 2)), \phi_{r,i} = -\arctan\left(\frac{R_{B_i}^I(3, 1)}{R_{B_i}^I(3, 3)}\right) \quad (6)$$

$$f_{r,i} = \mathbf{Z}_{B_i}^T \left[(m_{b,i} + m_{c,i})(\mathbf{a}_{r,i} + g\mathbf{e}_3) - \hat{\mathbf{f}}_{d,i} - \mathbf{f}_{c,i} \right] \quad (7)$$

其中,

$$R_{B_i}^I = [\mathbf{X}_{B_i}, \mathbf{Y}_{B_i}, \mathbf{Z}_{B_i}]$$

$$\mathbf{Z}_{B_i} = \frac{(m_{b,i} + m_{c,i})(\mathbf{a}_{r,i} + g\mathbf{e}_3) - \hat{\mathbf{f}}_{d,i} - \mathbf{f}_{c,i}}{\|(m_{b,i} + m_{c,i})(\mathbf{a}_{r,i} + g\mathbf{e}_3) - \hat{\mathbf{f}}_{d,i} - \mathbf{f}_{c,i}\|_2}$$

$$\mathbf{Y}_{B_i} = \frac{\mathbf{Z}_{B_i} \times \mathbf{X}_{C_i}}{\|\mathbf{Z}_{B_i} \times \mathbf{X}_{C_i}\|_2}$$

$$\mathbf{X}_{C_i} = [\cos(\psi_{r,i}), \sin(\psi_{r,i}), 0]^T$$

$$\mathbf{X}_{B_i} = \mathbf{Y}_{B_i} \times \mathbf{Z}_{B_i}$$

其中, $\mathbf{X}_{B_i}, \mathbf{Y}_{B_i}$ 和 \mathbf{Z}_{B_i} 分别为机体坐标系 3 个坐标轴在惯性系下的坐标分量. 然后, 得到参考轨迹的角速度

$$\begin{cases} \omega_{xr,i} = \frac{\mathbf{Y}_{B_i}^T(\dot{\mathbf{f}}_{c,i} + \dot{\hat{\mathbf{f}}}_{d,i}) - (m_{b,i} + m_{c,i})\mathbf{Y}_{B_i}^T \mathbf{j}_{r,i}}{f_{r,i}} \\ \omega_{yr,i} = \frac{(m_{b,i} + m_{c,i})\mathbf{X}_{B_i}^T \mathbf{j}_{r,i} - \mathbf{X}_{B_i}^T(\dot{\mathbf{f}}_{c,i} + \dot{\hat{\mathbf{f}}}_{d,i})}{f_{r,i}} \\ \omega_{zr,i} = \frac{1}{\|\tilde{\mathbf{Y}}_{B_i}\|_2} (\omega_{xr,i} \mathbf{X}_{C_i}^T \mathbf{Z}_{B_i} + \dot{\psi}_{r,i} \mathbf{Y}_{C_i}^T \mathbf{Y}_{B_i}) \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\tilde{\mathbf{Y}}_{B_i} = \mathbf{Z}_{B_i} \times \mathbf{X}_{C_i}$,

$$\mathbf{Y}_{C_i} = [-\sin(\psi_{r,i}), \cos(\psi_{r,i}), 0]^T$$

最后, 得到参考轨迹的力矩 $\boldsymbol{\tau}_{r,i} = [\boldsymbol{\omega}_{r,i}]_{\times} \mathbf{J}_{b,i} \boldsymbol{\omega}_{r,i} + \mathbf{J}_{b,i} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{r,i}$. $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{r,i}$ 的分量 $\dot{\omega}_{xr,i}$ 和 $\dot{\omega}_{yr,i}$ 分别描述为

$$\dot{\omega}_{xr,i} = \frac{-\mathbf{Y}_{B_i}^T(m_{b,i} + m_{c,i})\dot{\mathbf{j}}_{r,i} - 2\dot{f}_{r,i}\omega_{xr,i} + f_{r,i}\dot{\omega}_{yr,i} + \mathbf{Y}_{B_i}^T \ddot{\mathbf{f}}_{c,i}}{f_{r,i}}$$

$$\dot{\omega}_{yr,i} = \frac{\mathbf{X}_{B_i}^T(m_{b,i} + m_{c,i})\dot{\mathbf{j}}_{r,i} - 2\dot{f}_{r,i}\omega_{yr,i} - f_{r,i}\dot{\omega}_{zr,i} + \mathbf{X}_{B_i}^T \ddot{\mathbf{f}}_{c,i}}{f_{r,i}}$$

其中, $\dot{f}_{r,i} = \mathbf{Z}_{B_i}^T(m_{b,i} + m_{c,i})\dot{\mathbf{j}}_{r,i} - \mathbf{Z}_{B_i}^T(\dot{\mathbf{f}}_{c,i} + \dot{\hat{\mathbf{f}}}_{d,i})$.

$\dot{\omega}_{zr,i}$ 描述为

$$\dot{\omega}_{zr,i} = \frac{1}{\|\tilde{\mathbf{Y}}_{B_i}\|_2} (\dot{\omega}_{xr,i} \mathbf{X}_{C_i}^T \mathbf{Z}_{B_i} + 2\omega_{xr,i} \dot{\psi}_{r,i} \mathbf{Y}_{C_i}^T \mathbf{Z}_{B_i} + \dot{\psi}_{r,i} \mathbf{Y}_{C_i}^T \mathbf{Y}_{B_i} + \omega_{xr,i} \dot{\omega}_{yr,i} \mathbf{X}_{C_i}^T \mathbf{X}_{B_i} - 2\omega_{zr,i} \dot{\psi}_{r,i} \mathbf{Y}_{C_i}^T \mathbf{X}_{B_i} + \omega_{zr,i} \dot{\omega}_{yr,i} \mathbf{X}_{C_i}^T \mathbf{Z}_{B_i})$$

2.3 跟踪控制器

跟踪控制器主要包含 NMPC 算法、角速度控制器和螺旋桨转速分配算法. NMPC 算法负责控制无人机的位置、姿态等状态跟踪其期望值, 并输出推力和角速度信号. 角速度控制器负责控制无人机的角速度跟踪 NMPC 算法输出的角速度信号. 为了避免在 $\boldsymbol{\omega}_i$ 收敛于 $\boldsymbol{\omega}_{de,i}$ 的过程中出现不满足 $\mathbf{0}_4 \leq \boldsymbol{\Omega}_i \leq \boldsymbol{\Omega}_{\max}$ 的情况, 故采用一种混合优化螺旋桨转速分配算法.

首先, 针对无人机的角速度动态 (1d), 设计如下角速度控制器

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_i &= -\boldsymbol{\tau}_{c,i} - \hat{\boldsymbol{\tau}}_{d,i} + [\boldsymbol{\omega}_i]_{\times} (\mathbf{J}_{b,i} + \mathbf{J}_{c,i}) \boldsymbol{\omega}_i + \\ &\quad (\mathbf{J}_{b,i} + \mathbf{J}_{c,i}) \dot{\boldsymbol{\omega}}_{de,i} + k_{a,i} (\mathbf{J}_{b,i} + \mathbf{J}_{c,i}) \cdot \\ &\quad (\boldsymbol{\omega}_{de,i} - \boldsymbol{\omega}_i), i \in \mathcal{V} \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $\boldsymbol{\omega}_{de,i}$ 是 NMPC 算法输出的角速度信号; $k_{a,i}$ 是正常数.

考虑无人机 i ($i \in \mathcal{V}$) 位置-姿态动态 (1a) ~ (1c), 建立如下 NMPC 优化问题模型

$$\min_{\mathbf{u}_i} \int_0^{T_p} (\|\mathbf{s}_i(t) - \mathbf{s}_{r,i}(t)\|_{Q_i}^2 + \|\mathbf{u}_i(t) - \mathbf{u}_{r,i}(t)\|_{R_i}^2) dt \quad (10a)$$

$$\text{s.t. } \dot{\mathbf{s}}_i = h(\mathbf{s}_i, \mathbf{u}_i) \quad (10b)$$

$$\mathbf{s}_i(0) = \mathbf{s}_i(t_0) \quad (10c)$$

$$M^{-1}[\mathbf{f}_i, \boldsymbol{\eta}_i]^T \leq \boldsymbol{\Omega}_{\max} \quad (10d)$$

$$\mathbf{0}_4 \leq M^{-1}[\mathbf{f}_i, \boldsymbol{\eta}_i]^T \quad (10e)$$

其中, $\mathbf{s}_i = [\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, \boldsymbol{\Theta}_i]^T$; $\mathbf{s}_{r,i} = [\mathbf{p}_{r,i}, \mathbf{v}_{r,i}, \boldsymbol{\Theta}_{r,i}]^T$; $\mathbf{u}_i = [\mathbf{f}_i, \boldsymbol{\omega}_{de,i}]^T$; $\mathbf{u}_{r,i} = [\mathbf{f}_{r,i}, \boldsymbol{\omega}_{r,i}]^T$; T_p 是 NMPC 算法的预测时域; Q_i 和 R_i 分别是正定的状态误差权重矩阵和控制输入误差权重矩阵; $h(\mathbf{s}_i, \mathbf{u}_i)$ 表示无人机 i 位置-姿态动态 (1a) ~ (1c).

式 (10d) 和 (10e) 与螺旋桨转速约束有关. 基于角速度控制器 (9), 令 $\boldsymbol{\eta}_i = \lim_{t \rightarrow +\infty} \boldsymbol{\tau}_i(t) = -\boldsymbol{\tau}_{c,i} - \hat{\boldsymbol{\tau}}_{d,i} + [\boldsymbol{\omega}_{de,i}]_{\times} (\mathbf{J}_{b,i} + \mathbf{J}_{c,i}) \boldsymbol{\omega}_{de,i} + (\mathbf{J}_{b,i} + \mathbf{J}_{c,i}) \dot{\boldsymbol{\omega}}_{de,i}$. 然后, 结合 $\mathbf{0}_4 \leq M^{-1}[\mathbf{f}_i, \boldsymbol{\tau}_i]^T \leq \boldsymbol{\Omega}_{\max}$, 可得到 (10d) 和 (10e).

针对无人机参考轨迹是否满足螺旋桨转速约束的不同情况, 为实现最优跟踪控制性能, 本文将 NMPC 算法的状态误差权重 Q_i 和输入误差权重 R_i 设计为动态可调的. 该设计通过自适应调整控制权重, 确保无人机在各种情况下均能拥有良好的轨

迹跟踪性能. 具体而言, 当 $M^{-1}[f_i, \tau_i]^T > \Omega_{\max}$ 或 $\mathbf{0}_4 > M^{-1}[f_i, \tau_i]^T$ 时, NMPC 算法的输入误差权重减小、状态误差权重增大, 以确保无人机在 NMPC 算法作用下实现精准地跟踪其参考轨迹.

NMPC 算法输出的 f_i 和角速度控制器输出的 τ_i , 共同输入至螺旋桨转速分配算法, 经计算后生成满足约束条件的各螺旋桨目标转速. 首先, 根据 $\Omega_i = M^{-1}[f_i, \tau_i]^T$ 直接计算各螺旋桨的转速. 然后, 检查各螺旋桨转速是否满足 $\mathbf{0}_4 \leq \Omega_i \leq \Omega_{\max}$. 若满足, 则直接输出螺旋桨转速; 否则, 将采用加权最小二乘 (weighted least squares, WLS) 分配方法^[33] 对螺旋桨转速进行优化分配. 该方法在优化分配中优先考虑无人机的力矩, 以维持无人机姿态的稳定. 具体描述如下

$$\begin{aligned} \min_{\Omega_i} \quad & \left\| M\Omega_i - \begin{bmatrix} f_i \\ \tau_i \end{bmatrix} \right\|_{E_i}^2, \quad i \in \mathcal{V} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{0}_4 \leq \Omega_i \leq \Omega_{\max} \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $E_i \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$ 为满秩权重矩阵.

注 2. 所提方案不仅可应用于多无人机协同编队运输任务, 同样可有效应用于单无人机的轨迹跟踪场景. 对于单无人机的轨迹跟踪任务, 无人机直接跟踪虚拟领导者, 无需分布式协调器中的位置协调器. 与文献 [30] 不同, 所提方案基于微分平坦理论, 将领导者的位置信息及其各阶导数、干扰估计值等信息作为关键输入, 为 NMPC 算法提供无偏参考轨迹, 从而确保无人机能够实现对领导者的较高精度跟踪.

注 3. 值得注意的是, 与传统无偏 NMPC 方案相比, 本方案在生成无偏期望轨迹时 (即无偏 NMPC 算法的目标计算环节^[34]), 利用微分平坦原理且不考虑螺旋桨约束来获得无人机的期望轨迹, 从而避免大量优化计算, 显著提升了算法的实时性. 而传统无偏 NMPC 方案在目标计算环节需要求解带约束的优化问题, 计算复杂度较高, 这对于计算资源有限的无人机系统而言将带来较大挑战. 本方案通过合理的架构设计, 在保证控制精度的同时有效降低了计算负担, 更适用于实际工程. 需要指出的是, 由于位置协调器为虚拟系统, 不存在真实物理对象所面临的外界干扰与内部不确定性问题, 其稳态误差可维持在较小范围内, 且该误差量级满足所研究的多无人机协同运输任务要求, 故未对如何修正该误差展开深入讨论. 若将本方案拓展应用于多无人机协同精细化作业等对编队精度要求严苛的场景, 则需进一步研究位置协调器输出误差的修正策略.

3 稳定性分析

本文在分层控制方案的基础上, 得到以下定理, 并给出证明.

定理 1. 考虑由式 (1b) 和 (1d) 描述的动力学模型, 在假设 3 和假设 4 成立的情况下, 观测器 (3) 和 (4) 的输出满足 $\lim_{t \rightarrow +\infty} (\hat{f}_{d,i}(t) - f_{d,i}(t)) = \mathbf{0}_3$ 和

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} (\hat{\tau}_{d,i}(t) - \tau_{d,i}(t)) = \mathbf{0}_3$$

证明. 令 $e_{f_{d,i}} = \hat{f}_{d,i} - f_{d,i}$. 两边求导可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_{f_{d,i}} &= \dot{\hat{f}}_{d,i} - \dot{f}_{d,i} = \\ & -k_{o1}(\hat{f}_{d,i} - f_{d,i}) + \\ & k_{o2}(m_{b,i}v_i - \rho_{p,i}) - \dot{f}_{d,i} \end{aligned}$$

再次对上式求导可得

$$\ddot{e}_{f_{d,i}} = -k_{o1}\dot{e}_{f_{d,i}} - k_{o2}e_{f_{d,i}}$$

通过选取合适的参数 $[k_{o1,x}, k_{o2,x}]$ 使得 $\ddot{e}_{f_{d,i,x}} + k_{o1}\dot{e}_{f_{d,i,x}} + k_{o2}e_{f_{d,i,x}} = 0$ 的极点位于相平面左半平面内. 然后, 可以得到 $\lim_{t \rightarrow +\infty} (\hat{f}_{d,i,x}(t) - f_{d,i,x}(t)) = 0$. 类似地, $\lim_{t \rightarrow +\infty} e_{f_{d,i,y}}(t) = 0$ 和

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e_{f_{d,i,z}}(t) = 0$$

因此, 可以得到 $\lim_{t \rightarrow +\infty} (\hat{f}_{d,i}(t) - f_{d,i}(t)) = 0$. 因为 $\lim_{t \rightarrow +\infty} (\hat{\tau}_{d,i}(t) - \tau_{d,i}(t)) = 0$ 的证明过程也是类似的, 所以这里省略其证明. \square

定理 2. 考虑虚拟领导者-多无人机系统, 位置协调器 (5) 的输出满足 $\lim_{t \rightarrow +\infty} p_{r,i} = [x_0 + m_{x,i}, y_0 + m_{y,i}, z_0 + m_{z,i}]^T, i \in \mathcal{V}$.

证明. 令 $\varpi_{\Delta} = [\varpi_{1,\Delta}^T, \dots, \varpi_{n,\Delta}^T]^T (\Delta = 0, 1, 2, 3)$. 考虑位置协调器最后一项, 选取能量函数 $V_4 = \varpi_3^T (\bar{\mathcal{L}} \otimes I_3) \varpi_3 / 2$. 对 V_4 求一阶时间导数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 &= \varpi_3^T (\bar{\mathcal{L}} \otimes I_3) (\mathbf{1}_n \otimes \dot{\mathbf{j}}_0) - \beta_4 \|(\bar{\mathcal{L}} \otimes I_3) \varpi_3\|_1 \leq \\ & \| \varpi_3^T (\bar{\mathcal{L}} \otimes I_3) \|_1 \| \mathbf{1}_n \otimes \dot{\mathbf{j}}_0 \|_{\infty} - \beta_4 \|(\bar{\mathcal{L}} \otimes I_3) \varpi_3\|_1 \leq \\ & -(\beta_4 - \| \mathbf{1}_n \otimes \dot{\mathbf{j}}_0 \|_{\infty}) \|(\bar{\mathcal{L}} \otimes I_3) \varpi_3\|_1 \end{aligned}$$

根据假设 2, $H > \sup_t \| \dot{\mathbf{j}}_0(t) \|_{\infty}$, 可得 $\dot{V}_4 \leq -(\beta_4 - H) \|(\bar{\mathcal{L}} \otimes I_3) \varpi_3\|_2$. 由引理 1 可推导得 $\|(\bar{\mathcal{L}} \otimes I_3) \varpi_3\|_2 = [\varpi_3^T (\bar{\mathcal{L}} \otimes I_3)^2 \varpi_3]^{1/2} \geq \lambda_{\min}(\bar{\mathcal{L}}) (\varpi_3^T \varpi_3)^{1/2}$. 由 $V_4 \leq (1/2) \lambda_{\max}(\bar{\mathcal{L}}) \varpi_3^T \varpi_3$, 可得 $\|(\bar{\mathcal{L}} \otimes I_3) \varpi_3\|_2 \geq \sqrt{2/\lambda_{\max}(\bar{\mathcal{L}})} \lambda_{\min}(\bar{\mathcal{L}}) V_4^{1/2}$. 因此, 可得

$$\dot{V}_4 \leq -(\beta_4 - H) \sqrt{\frac{2}{\lambda_{\max}(\bar{\mathcal{L}})}} \lambda_{\min}(\bar{\mathcal{L}}) V_4^{1/2}$$

由引理 2, 存在有限时间 T_1 使得 $\lim_{t \rightarrow T_1} \varpi_3(t) = \mathbf{0}_{3n}$, 并且 $\forall t \in [0, T_1)$, $\varpi_3(t)$ 是有界的. 考虑位置协调器的第三项, 选取能量函数 $V_3 = \varpi_2^T \varpi_2 / 2$. 对

V_3 求一阶时间导数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \boldsymbol{\omega}_2^T \left\{ \boldsymbol{\omega}_3 - \beta_3 [(\bar{\mathcal{L}} \otimes I_3) \boldsymbol{\omega}_2] \right\} \leq \\ &\boldsymbol{\omega}_2^T \boldsymbol{\omega}_3 \leq \\ &\|\boldsymbol{\omega}_2^T\|_1 \|\boldsymbol{\omega}_3\|_\infty \leq \\ &\sqrt{3n} \|\boldsymbol{\omega}_2^T\|_2 \|\boldsymbol{\omega}_3\|_\infty \leq \\ &\sqrt{6n} \|\boldsymbol{\omega}_3\|_\infty V_3^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

根据上式可知, 当 $t \leq T_1$ 时, $\boldsymbol{\omega}_2$ 是有界的. 当 $t > T_1$, 位置协调器的第三项可简化为 $\dot{\boldsymbol{\omega}}_2 = -\beta_3 [(\bar{\mathcal{L}} \otimes I_3) \boldsymbol{\omega}_2]$. 进一步, V_3 的导数满足

$$\dot{V}_3 = \boldsymbol{\omega}_2^T \left\{ -\beta_3 [(\bar{\mathcal{L}} \otimes I_3) \boldsymbol{\omega}_2] \right\} \leq -2\beta_3 \lambda_{\min}(\bar{\mathcal{L}}) V_3$$

因此, $\boldsymbol{\omega}_2$ 可以渐近收敛到 $\mathbf{0}_{3n}$. 对于位置协调器的第 1 项和第 2 项, 可分别选取能量函数 $V_1 = \boldsymbol{\omega}_0^T \boldsymbol{\omega}_0 / 2$ 和 $V_2 = \boldsymbol{\omega}_1^T \boldsymbol{\omega}_1 / 2$ 以证明 $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\omega}_0(t) = \mathbf{0}_{3n}$ 和 $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\omega}_1(t) = \mathbf{0}_{3n}$. 这两部分证明过程和位置协调器的第三项证明过程类似, 因此不再赘述.

根据上述针对位置协调器 (5) 各项的分析, 可得其各状态能渐近收敛到 $\mathbf{0}_{3n}$. \square

定理 3. 考虑无人机姿态动力学模型 (1d), 若假设 3 和假设 4 成立, 那么角速度控制器 (9) 可以使各无人机的角速度 $\boldsymbol{\omega}_i$ 渐近收敛到其目标角速度 $\boldsymbol{\omega}_{de, i}$.

证明. 选取如下 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned} V_{a, i} &= \frac{1}{2} [(J_{b, i} + J_{c, i})(\boldsymbol{\omega}_i - \boldsymbol{\omega}_{de, i})]^T [(J_{b, i} + \\ &J_{c, i})(\boldsymbol{\omega}_i - \boldsymbol{\omega}_{de, i})] \end{aligned}$$

求其一阶时间导数可得

$$\dot{V}_{a, i} = -k_{a, i} \|(J_{b, i} + J_{c, i})(\boldsymbol{\omega}_i - \boldsymbol{\omega}_{de, i})\|_2$$

当控制增益 $k_{a, i} > 0$ 时, $\dot{V}_{a, i}(t)$ 是负定的. 因此, 在角速度控制器 (9) 作用下, 各无人机的角速度都可以渐近收敛到其目标角速度. \square

4 仿真验证

仿真验证包含两部分. 在第一部分中, 将所提控制方案应用于单无人机轨迹跟踪任务, 并与 DOB (disturbance observer-based)-PID (proportional integral derivative)^[30] 方法进行对比. 第二部分将所提方案应用于多无人机编队任务验证其有效性. 仿真中所使用的无人机均相同, 其参数如表 2 所示, 其中, $J_{b, i} = \text{diag}\{J_{x, i}, J_{y, i}, J_{z, i}\}$.

4.1 单无人机轨迹跟踪

在单无人机轨迹跟踪任务中, 受到螺旋桨转速约束的无人机 1 携带固定负载在有干扰的情况下跟踪虚拟领导者从起点到达目的地. 干扰描述为

表 2 无人机参数

Table 2 Quadrotor parameters

参数	数值	参数	数值
$m_{b, i}$	1.0 kg	d	0.3 m
$J_{x, i}$	2.64×10^{-3} kg · m ²	c_T	1.984×10^{-7} N/RPM ²
$J_{y, i}$	2.64×10^{-3} kg · m ²	c_M	3.733×10^{-9} N/RPM ²
$J_{z, i}$	4.96×10^{-3} kg · m ²		

$$\boldsymbol{f}_{d, 1} = \begin{cases} [0.3(t-5), 0.15(t-5), 0.05(t-5)]^T \text{ N}, & 5 \text{ s} < t < 8 \text{ s} \\ [0.3(11-t), 0.15(11-t), 0.05(11-t)]^T \text{ N}, & 8 \text{ s} \leq t < 11 \text{ s} \\ \mathbf{0}_3 \text{ N}, & \text{其他} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{d, 1} = \begin{cases} [0.1(t-5), 0.01(t-5), 0.05(t-5)]^T \text{ N} \cdot \text{m}, & 5 \text{ s} < t < 8 \text{ s} \\ [0.1(11-t), 0.01(11-t), 0.05(11-t)]^T \text{ N} \cdot \text{m}, & 8 \text{ s} \leq t < 11 \text{ s} \\ \mathbf{0}_3 \text{ N} \cdot \text{m}, & \text{其他} \end{cases}$$

无人机 1 所携带负载的质量为 0.1 kg, 其质心是 $\boldsymbol{p}_{c, 1}^{B_1} = [-0.05, 0.03, -0.10]^T$ m, 其惯量张量为

$$J_{c, 1} = \begin{bmatrix} 0.010 \ 83 & 0.005 \ 00 & -0.005 \ 00 \\ 0.005 \ 00 & 0.010 \ 83 & 0.005 \ 00 \\ -0.005 \ 00 & 0.005 \ 00 & 0.010 \ 83 \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

虚拟领导者和无人机 1 的初始位置为 $[x_0, y_0, z_0]^T = [x_1, y_1, z_1]^T = [-3\pi, -6\pi, 0]^T$ m; 所提方案中观测器增益为 $k_{o1} = \text{diag}\{15, 15, 10\}$, $k_{o2} = \text{diag}\{60, 60, 70\}$, $l_{o1} = \text{diag}\{10, 10, 10\}$, $l_{o2} = \text{diag}\{60, 60, 60\}$; 角速度控制器增益为 $k_{a, 1} = 100$; WLS 分配方法的权重矩阵为 $E_1 = \text{diag}\{0.1, 1.0, 1.0, 1.0\}$; NMPC 算法的预测时域 $T_p = 0.1$ s; NMPC 算法的权重矩阵为 $Q_1 = \text{diag}\{(1200 + 400\mu_1) \times \mathbf{1}_3, (100 + 40\mu_1) \times \mathbf{1}_3, (5 + 3\mu_2) \times \mathbf{1}_3\} \times 10^3$, $R_1 = 5\text{diag}\{3 + \mu_2, 5 + 2\mu_2, 5 + 2\mu_2, 5 + 2\mu_2\}$; $\mu_1 = -1.3 \cdot \text{sign}(\min(\mu_a, \mu_b))$; $\mu_2 = 1.3 \min(\mu_a, \mu_b)$. 令 $\boldsymbol{\Omega}_{r, 1} = M^{-1}[f_1, \boldsymbol{\tau}_1]^T$,

$$\begin{cases} \mu_a = \begin{cases} \frac{\tilde{\Omega}_{\max} - \max(\boldsymbol{\Omega}_{r, 1})}{\tilde{\Omega}_{\max} + \max(\boldsymbol{\Omega}_{r, 1})}, & \max(\boldsymbol{\Omega}_{r, 1}) \geq \tilde{\Omega}_{\max} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ \mu_b = \begin{cases} \frac{\min(\boldsymbol{\Omega}_{r, 1})}{\tilde{\Omega}_{\max} - \min(\boldsymbol{\Omega}_{r, 1})}, & \min(\boldsymbol{\Omega}_{r, 1}) \leq 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \end{cases}$$

为验证所提方案 (proposed scheme, PS) 的有效性和良好跟踪性能, 本文将其与 DOB-PID 和 DOB-NMPC 方案进行了对比, 其中, DOB-PID 和

DOB-NMPC 方案的干扰观测器也为 (3) 和 (4). 三种方案的区别如表 3 所示.

表 3 各方案对比
Table 3 Comparison of various schemes

方案	分布式协调器是否考虑干扰	动态 (1a) ~ (1c) 的控制算法
DOB-PID	—	PID
DOB-NMPC	—	NMPC
PS	✓	NMPC

对比结果如图 3 ~ 7 所示. 图 3 展示了无人机的轨迹与领导者的轨迹 (星形表示起始点, 圆形表示目的地). 图 4 呈现了三种方案下无人机轨迹跟踪距离误差对比. 图 5 为干扰 $f_{d,1}$, $\tau_{d,1}$ 和干扰估计 $\hat{f}_{d,1}$, $\hat{\tau}_{d,1}$ 的曲线. 图 6 给出了三种方案下无人机螺旋桨的转速响应曲线. 图 7 则采用箱线图对三种方案的跟踪误差分布进行定量比较分析. 在箱线图中, 中间矩形箱体代表中间 50% 数据, 上和下线段分别代表前 25% 和后 25% 的数据, 矩形箱体内横线为中位数. 箱线图外围曲线的宽度反映数据在不同取值区间的集中程度: 曲线越宽的区域, 表示该范围的数据点越密集; 曲线越窄或凹陷, 则表明数据分布越稀疏或存在缺口.

仿真实验结果 (图 3 ~ 7) 表明, 在螺旋桨转速约束条件下, 三种方案均能实现无人机跟踪虚拟领导者从起始点运动到目标点. 然而, 定量分析显示, 本文所提算法在跟踪精度方面具有显著优势. 一方面, 其最大跟踪误差较对比方法显著降低; 另一方面, 误差分布统计表明, 本文算法的误差集中分布在更接近零附近, 具有更优的统计特性. 这些结果充分验证了所提方法在轨迹跟踪性能上的优越性.

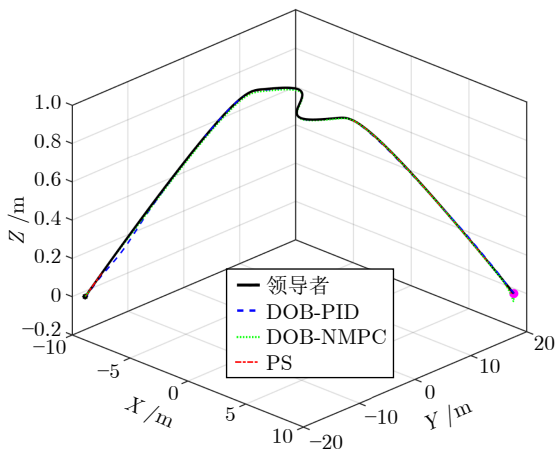


图 3 无人机 1 和虚拟领导者的轨迹
Fig.3 The trajectories of the quadrotor 1 and virtual leader

4.2 多无人机编队

在多无人机编队控制任务中, 5 架携带负载的无人机保持期望编队构型并跟踪虚拟领导者, 实现从起始点到目的地的协同编队运动. 具体而言, 无

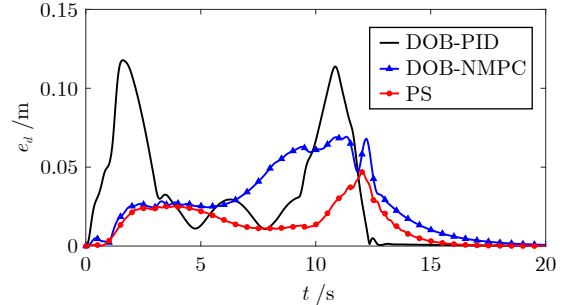


图 4 无人机 1 的跟踪距离误差 e_d 响应曲线
Fig.4 The response curves of tracking distance errors e_d for the quadrotor 1

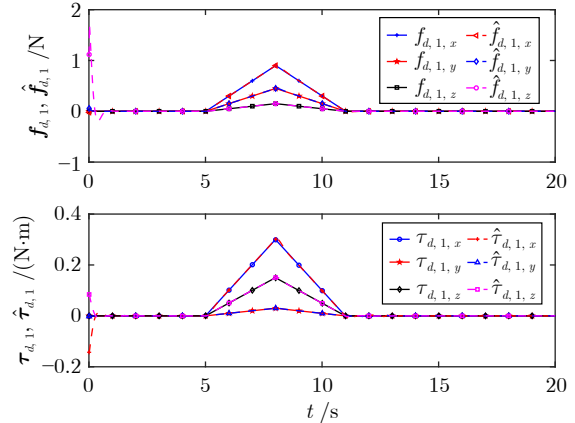


图 5 干扰和干扰的估计
Fig.5 The disturbance and estimate of disturbance

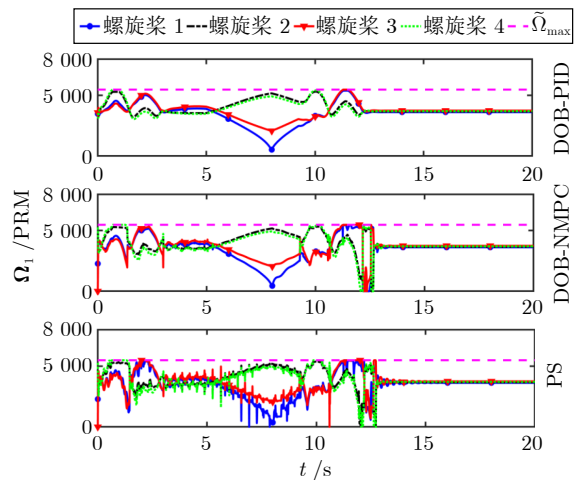
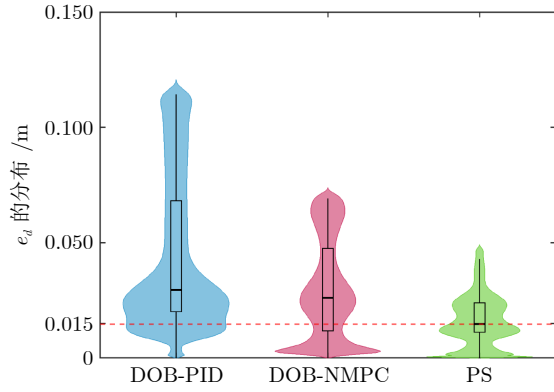


图 6 螺旋桨转速响应曲线
Fig.6 The response curves for propeller speed

图7 各方案的距离误差 e_d 的分布对比Fig.7 Comparison of the distribution of distance errors e_d among various schemes

人机 2~5 以无人机 1 为中心, 形成边长为 $\sqrt{2}$ m 的正方形空间构型. 各无人机与领导者之间的通信拓扑结构如图 8 所示. 各无人机的硬件配置与控制参数均与单机轨迹跟踪任务保持一致. 为验证系统鲁棒性, 所有无人机均受到相同的时变外部干扰, 其具体描述为 ($i = 1, \dots, 5$)

$$f_{d,i} = \begin{cases} [0.3(t-5), 0.05(t-5), 0.05(t-5)]^T \text{ N}, & 5 \text{ s} < t < 8 \text{ s} \\ [0.3(11-t), 0.05(11-t), 0.05(11-t)]^T \text{ N}, & 8 \text{ s} \leq t < 11 \text{ s} \\ \mathbf{0}_3 \text{ N}, & \text{其他} \end{cases}$$

$$\tau_{d,i} = \begin{cases} [0.1(t-5), 0.1(t-5), 0.01(t-5)]^T \text{ N}\cdot\text{m}, & 5 \text{ s} < t < 8 \text{ s} \\ [0.1(11-t), 0.1(11-t), 0.01(11-t)]^T \text{ N}\cdot\text{m}, & 8 \text{ s} \leq t < 11 \text{ s} \\ \mathbf{0}_3 \text{ N}\cdot\text{m}, & \text{其他} \end{cases}$$

各无人机携带具体负载信息如表 4 所示. 分布式

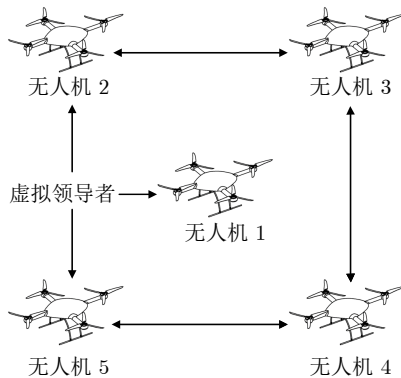


图8 虚拟领导者-无人机系统的通信拓扑

Fig.8 The communication topology of the virtual leader-quadrotors system

协调器增益为 $[\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4]^T = [12, 12, 12, 20]^T$, 领导者和无人机的初始位置为 $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_1 = [-9.42, -18.85, 0]^T \text{ m}$, $\mathbf{p}_2 = [-9.42, -18.85, 0]^T \text{ m}$, $\mathbf{p}_3 = [-10.13, -18.14, 0]^T \text{ m}$, $\mathbf{p}_4 = [-8.72, -18.42, 0]^T \text{ m}$, $\mathbf{p}_5 = [-10.13, -19.56, 0]^T \text{ m}$.

表4 所有无人机携带的负载

Table 4 The payloads carried by all the quadrotors

无人机负载质量	负载质心	负载惯量张量
1, 2, 3	0.10 kg	$\begin{bmatrix} -0.05 & 0.03 & -0.10 \\ 0.010 & 0.005 & 0.010 \\ -0.10 & 0.005 & 0.010 \end{bmatrix} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
4, 5	0.13 kg	$\begin{bmatrix} -0.05 & 0.05 & -0.12 \\ 0.014 & 0.007 & 0.014 \\ -0.007 & 0.007 & 0.014 \end{bmatrix} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

无人机带载编队飞行结果如图 9~12 所示. 图 9 和图 10 分别为三维视角和俯视视角下领导者和无人机的轨迹, 其中 * 标记无人机 2~5 在起点 ($t = 0 \text{ s}$)、中间点 ($t = 8 \text{ s}$)、终点 ($t = 20 \text{ s}$) 的位置. 图 11 呈现多无人机编队误差曲线. 为了全面评估多无人机编队的效果, 采用一种基于几何特征的综合误差评价方法, 通过归一化处理将形状误差、间距误差和角度误差整合为统一的编队误差指标. 编队误差定义为

$$e_f = \frac{1}{3} \left(\sqrt{\frac{1}{8} \sum_{i=1}^4 (L_i - \sqrt{2})^2} + \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (D_i - \frac{1}{4}D)^2} + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^4 \left| \alpha_i - \frac{\pi}{2} \right| \right)$$

其中, L_i 为无人机 2~5 所形成正方形的四个边长;

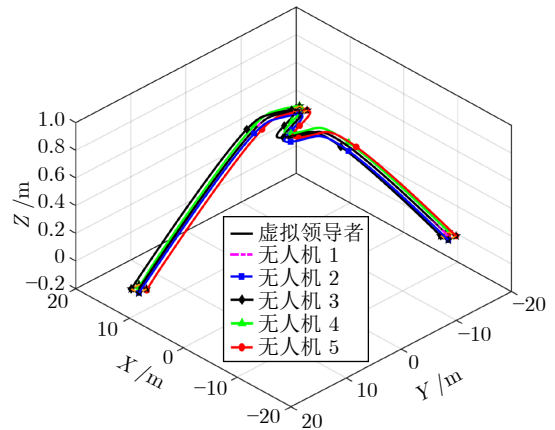


图9 无人机和虚拟领导者的轨迹

Fig.9 Trajectories of the quadrotors and the virtual leader

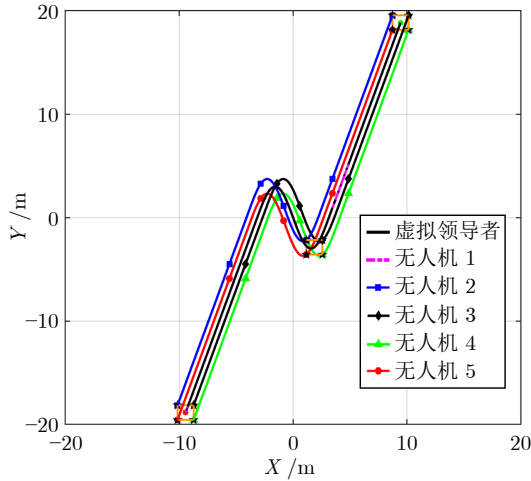


图 10 无人机和虚拟领导者的轨迹 (俯视)
Fig.10 Trajectories of the quadrotors and the virtual leader (planform)

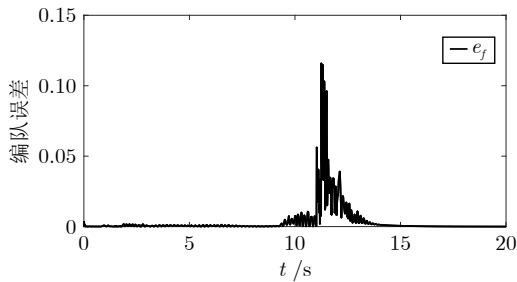


图 11 编队误差响应曲线
Fig.11 The response curve for formation error

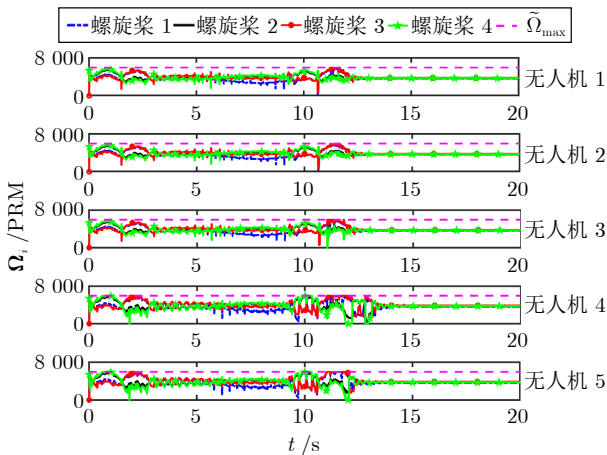


图 12 所有无人机螺旋桨的转速曲线
Fig.12 The propeller speed curves of all the quadrotors

D_i 为外围四架无人机到中心无人机的距离, $\bar{D} = \sum_{i=1}^4 D_i$; α_i 为四个外围无人机与中心无人机连线之间的夹角. 误差函数由三个归一化项组成: 第 1

项为形状误差项, 通过计算实际边长与理想边长的均方根误差, 评估编队几何形状的相似性; 第 2 项为间距误差项, 采用相对距离偏差的均方根值, 衡量外围无人机到编队中心的距离一致性; 第 3 项为角度误差项, 通过实际夹角与直角的绝对偏差均值, 量化编队角度的准确性. 图 12 为 5 架无人机的螺旋桨转速曲线.

从图 9 ~ 12 的实验结果可以看出, 在本文所提控制方案作用下, 5 架携带负载的无人机能够有效保持期望队形并跟踪虚拟领导者从起始点运动至目的地. 特别地, 图 11 所示的编队误差曲线表明, 当系统在 5 ~ 11 s 期间受到外部干扰时, 编队误差始终维持在较小范围内, 这充分验证了所提控制方案具有优良的抗干扰性能. 值得注意的是, 系统在 10 ~ 13 s 时段的编队误差达到最大值. 分析其原因, 主要是虚拟领导者在降落阶段速度变化较快, 部分无人机受限于螺旋桨转速约束而无法精准跟踪期望轨迹. 这一现象在图 12 中得到了进一步验证, 可以看到无人机 4 和无人机 5 的 1 号与 3 号螺旋桨在此期间基本都运行在最大转速.

注 4. 本文所提方法在设计中特别注重系统的可证明稳定性与低计算开销, 这两点是多无人机协同运输任务中的关键需求. 因此, 选择与同样具备这些优势的 DOB-PID 和 DOB-NMPC 方法进行对比. 强化学习方法虽在复杂环境适应与高层决策中表现突出, 但其依赖大量训练数据且稳定性保障仍存在挑战, 与本文的研究重点和适用场景有所不同, 故未纳入本次对比. 我们将在后续工作中, 在一些恰当的工况下开展与强化学习等先进方法的对比研究.

5 结束语

本文针对受螺旋桨转速约束和外界干扰影响的多四旋翼无人机协同编队运输问题, 提出一种分层控制方案. 该方案采用分布式协调器和跟踪控制器相结合的思路: 包含位置协调器和微分平坦器的分布式协调器为各无人机生成无偏期望轨迹, 而跟踪控制器通过 NMPC 算法、角速度控制器及螺旋桨转速分配算法, 确保无人机能跟踪上其期望轨迹. 针对无人机的螺旋桨转速约束, 基于所设计的角速度控制器, 推导出 NMPC 算法的状态约束条件. 在角速度控制器的作用下, 角速度收敛至期望角速度时, 无人机的螺旋桨转速严格满足约束条件. 此外, 采用了螺旋桨转速分配算法来避免角速度在收敛过程中可能出现的螺旋桨转速越界现象. 仿真表明, 所提方案在单机轨迹跟踪任务中具有良好的跟踪精度, 在多机协同运输场景下能有效维持期望编队队形并跟踪虚拟领导者. 未来研究将进一步探索虚拟

领导者轨迹的优化策略等方向, 以期进一步降低多无人机系统在执行任务过程中的编队误差, 提升协同控制性能。

参考文献

- Wang Shi-Zhang, Xian Bin, Yang Sen. Anti-swing controller design for an unmanned aerial vehicle with a slung-load. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(10): 1771–1780
(王诗章, 鲜斌, 杨森. 无人机吊挂飞行系统的减摆控制设计. 自动化学报, 2018, **44**(10): 1771–1780)
- Khosravi M, Enayati S, Saeedi H, Pishro-Nik H. Multi-purpose drones for coverage and transport applications. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, **20**(6): 3974–3987
- Li G R, Ge R D, Loianno G. Cooperative transportation of cable suspended payloads with MAVs using monocular vision and inertial sensing. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2021, **6**(3): 5316–5323
- Zhang Y, Xu J, Zhao C, Dong J X. IF-based trajectory planning and cooperative control for transportation system of cable suspended payload with multi UAVs. In: Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Detroit, USA: IEEE, 2023. 635–642
- Lee H, Kim H, Kim H J. Planning and control for collision-free cooperative aerial transportation. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2018, **15**(1): 189–201
- Tagliabue A, Kamel M S, Siegwart R, Nieto J. Robust collaborative object transportation using multiple MAVs. *The International Journal of Robotics Research*, 2019, **38**(9): 1020–1044
- Wang Z J, Hu T F, Long L J. Multi-UAV safe collaborative transportation based on adaptive control barrier function. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, **53**(11): 6975–6983
- Dong X W, Zhou Y, Ren Z, Zhong Y. Time-varying formation tracking for second-order multi-agent systems subjected to switching topologies with application to quadrotor formation flying. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, **64**(6): 5014–5024
- Fang Hao, Zhao Xin-Yue, Chen Jie. Autonomous control of unmanned aerial vehicle swarms: Prescribed performance driven safety formation control. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(5): 931–941
(方浩, 赵欣悦, 陈杰. 无人飞行器集群自主控制: 预设性能驱动的安全编队控制. 自动化学报, 2025, **51**(5): 931–941)
- Abdessameud A, Tayebi A. Formation control of VTOL unmanned aerial vehicles with communication delays. *Automatica*, 2011, **47**(11): 2383–2394
- Wang Yao-Nan, Hua He-An, Zhang Hui, Zhong Hang, Fan Ye-Xin, Liang Hong-Tao, et al. Performance function-guided deep reinforcement learning control for UAV swarm. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(5): 905–916
(王耀南, 华和安, 张辉, 钟杭, 樊叶心, 梁鸿涛, 等. 性能函数引导的无人机集群深度强化学习控制方法. 自动化学报, 2025, **51**(5): 905–916)
- Jasim W, Gu D B. Robust team formation control for quadrotors. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, **26**(4): 1516–1523
- Ai X L, Yu J Q. Flatness-based finite-time leader-follower formation control of multiple quadrotors with external disturbances. *Aerospace Science and Technology*, 2019, **92**: 20–33
- Guo K X, Liu C, Zhang X, Yu X, Zhang Y M, Xie L H, et al. A bio-inspired safety control system for UAVs in confined environment with disturbance. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, **54**(2): 1308–1320
- Eliker K, Groumi S, Tadjine M, Zhang W D. Quadcopter nonsingular finite-time adaptive robust saturated command-filtered control system under the presence of uncertainties and input saturation. *Nonlinear Dynamics*, 2021, **104**: 1363–1387
- Gao Z Y, Guo G. A novel strategy to solve communication constraints for formation control of multi-AUVs. *Science China Information Sciences*, 2021, **64**: Article No. 179204
- Fu J J, Wen G H, Yu W W, Huang T W, Yu X H. Consensus of second-order multiagent systems with both velocity and input constraints. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, **66**(10): 7946–7955
- Wang Z X, Liu T F, Jiang Z P. Cooperative formation control under switching topology: An experimental case study in multirotors. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, **51**(12): 6141–6153
- Xu H, Cui G, Ma Q, Li Z. Event-triggered distributed adaptive fixed-time formation control of QUAVs with input constraints. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024, **73**(5): 6357–6367
- Shao X Y, Sun G H, Yao W R, Liu J X, Wu L G. Adaptive sliding mode control for quadrotor UAVs with output saturation. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2022, **27**(3): 1498–1509
- Dimitrios H V, William S L. *Handbook of Networked and Embedded Control Systems*. Boston: Birkhäuser, 2005.
- Wang X Y, Xu Y J, Cao Y, Li S H. A hierarchical design framework for distributed control of multi-agent systems. *Automatica*, 2024, **160**: Article No. 111402
- Tang Y T, Deng Z H, Hong Y G. Optimal output consensus of high-order multiagent systems with embedded technique. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, **49**(5): 1768–1779
- Wu Q W, Wang X Y, Qiu X C. Embedded technique-based formation control of multiple wheeled mobile robots with application to cooperative transportation. *Control Engineering Practice*, 2024, **150**: Article No. 106002
- Zadeh H N, Naseri R, Menhaj M B, Suratgar A A. Heterogeneous unknown multiagent systems of different relative degrees: A distributed optimal coordination design. *IEEE Systems Journal*, 2024, **18**(3): 1570–1580
- Guo G, Kang J. Distributed optimization of multiagent systems against unmatched disturbances: A hierarchical integral control framework. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, **52**(6): 3556–3567
- Guerrero J M, Vasquez J C, Matas J, de Vicuna L G, Castilla M. Hierarchical control of droop-controlled AC and DC microgrids—A general approach toward standardization. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, **58**(1): 158–172
- Wu Q W, Wang G D, Wang X Y. A formation strategy relying on monotrajectory planning for velocity-constrained wheeled mobile robots with application to cooperative transportation. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2025, **33**(6): 2080–2091
- Faessler M, Franchi A, Scaramuzza D. Differential flatness of quadrotor dynamics subject to rotor drag for accurate tracking of high-speed trajectories. *IEEE Robotics and Automation Letters*

- ters*, 2018, **3**(2): 620–626
- 30 Xu L W, Tian B L, Wang C, Lu J J, Wang D D, Li Z Y, et al. Fixed-time disturbance observer-based MPC robust trajectory tracking control of quadrotor. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2025, **30**(6): 4272–4282
- 31 Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, **49**(9): 1520–1533
- 32 Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, **38**(3): 751–766
- 33 Monteiro J C, Lizarralde F, Liu H. Optimal control allocation of quadrotor UAVs subject to actuator constraints. In: Proceedings of the American Control Conference (ACC). Boston, USA: IEEE, 2016. 500–505
- 34 Wang Hao-Kun, Xu Zu-Hua, Zhao Jun, Jiang Ai-Peng. A survey on offset-free model predictive control. *Acta Automatica Sinica*, 2020, **46**(5): 858–877
(王浩坤, 徐祖华, 赵均, 江爱朋. 无偏模型预测控制综述. 自动化学报, 2020, **46**(5): 858–877)



武权伟 东南大学自动化学院博士研究生. 主要研究方向为多机器人协同规划与控制技术.

E-mail: w_qw@seu.edu.cn

(**WU Quan-Wei** Ph.D. candidate at the School of Automation, Southeast University. His research in-

terests include cooperative planning and control technology of multiple robots.)



王翔宇 东南大学自动化学院教授. 主要研究方向为非光滑控制, 抗干扰控制及在多机器人协同系统、电力电子系统中的应用. 本文通信作者.

E-mail: w.x.y@seu.edu.cn

(**WANG Xiang-Yu** Professor at the School of Automation, Southeast University. His research interests include non-smooth control, anti-disturbance control and their applications in multi-robot cooperative systems and power electronic systems. Corresponding author of this paper.)



刘金浩 中国矿业大学信息与控制工程学院博士后研究员. 主要研究方向为抗干扰控制, 模型预测控制及其在运动控制系统与机器人系统中的应用.

E-mail: liujinhao@cumt.edu.cn

(**LIU Jin-Hao** Postdoctoral researcher at the School of Information and Control Engineering, China University of Mining and Technology. His research interests include disturbance rejection control, model predictive control, and their applications in motion control systems and robotic systems.)