

合作-竞争广义不确定异构多智能体系统的二分输出一致

张捷^{1,2} 姚瑶^{1,2} 王健安^{1,2} 丁大伟³ 李晓磊⁴ 李志强⁵

摘要 针对符号有向图下合作-竞争广义不确定异构多智能体系统的二分输出一致问题, 基于协同鲁棒输出调节原理提出新型分布式控制算法, 使得具有竞争关系和不同动态的两组智能体能够分别跟踪幅值相等、符号相反的外系统输出. 首先, 为对不确定系统参数的动态补偿, 引入基于外系统观测器的动态内模补偿器, 进而设计分布式状态反馈控制协议. 区别于传统协同输出调节问题, 通过将二分一致性问题转化为增广闭环广义系统的稳定性问题, 证明了在不依赖广义调节方程精确解的情况下, 提出的控制器能够实现小范围参数摄动下的二分输出跟踪. 其次, 在状态不可获知条件下, 通过重构动态内模补偿器, 设计分布式二分输出反馈控制协议. 最后, 通过仿真算例证明了所提出的分布式协同控制算法的有效性.

关键词 广义不确定系统, 多智能体系统, 协同输出调节, 内模原理, 二分输出一致

引用格式 张捷, 姚瑶, 王健安, 丁大伟, 李晓磊, 李志强. 合作-竞争广义不确定异构多智能体系统的二分输出一致. 自动化学报, 2025, 51(11): 2553-2568

DOI 10.16383/j.aas.c240750 **CSTR** 32138.14.j.aas.c240750

Bipartite Output Consensus of Cooperative-Competitive Descriptor Uncertain Heterogeneous Multi-agent Systems

ZHANG Jie^{1,2} YAO Yao^{1,2} WANG Jian-An^{1,2} DING Da-Wei³ LI Xiao-Lei⁴ LI Zhi-Qiang⁵

Abstract For the bipartite output consensus problem of cooperative-competitive descriptor uncertain heterogeneous multi-agent systems under signed directed topology, a new distributed control algorithm is proposed based on the cooperative robust output regulation principle, enabling two groups of agents with competitive relationships and different dynamics to track the outputs of an exosystem with equal magnitude and opposite signs, respectively. Firstly, to achieve dynamic compensation for uncertain system parameters, a dynamic internal model compensator based on an exosystem observer is introduced, and then a distributed state feedback control protocol is designed. Distinguished from traditional cooperative output regulation problems, by transforming the bipartite consensus problem into the stability problem of an augmented closed-loop descriptor system, it can be proven that the proposed controller can achieve bipartite output tracking under small-range parameter perturbations without relying on the exact solution of the descriptor regulation equation. Secondly, under the condition that the state is unmeasurable, by reconstructing the dynamic internal model compensator, a distributed bipartite output feedback control protocol is designed. Finally, the effectiveness of the proposed distributed cooperative control algorithm is demonstrated through simulation examples.

Key words Descriptor uncertain system, multi-agent systems, cooperative output regulation, internal model principle, bipartite output consensus

Citation Zhang Jie, Yao Yao, Wang Jian-An, Ding Da-Wei, Li Xiao-Lei, Li Zhi-Qiang. Bipartite output consensus of cooperative-competitive descriptor uncertain heterogeneous multi-agent systems. *Acta Automatica Sinica*, 2025, 51(11): 2553-2568

收稿日期 2024-11-24 录用日期 2025-09-18

Manuscript received November 24, 2024; accepted September 18, 2025

山西省基础研究计划 (202203021222186), 山西省重点研发计划 (202202100401002, 2022ZDYF069) 资助

Supported by Basic Research Program of Shanxi Province (202203021222186) and Key Research and Development Program of Shanxi Province (202202100401002, 2022ZDYF069)

本文责任编辑 魏庆来

Recommended by Associate Editor WEI Qing-Lai

1. 太原科技大学电子信息工程学院 太原 030024 2. 先进控制与工业智能山西省重点实验室 太原 030024 3. 北京科技大学自动化学院 北京 100083 4. 燕山大学电气工程学院 秦皇岛 066004 5. 中国电子科技集团公司第 32 研究所 上海 201808

1. School of Electronic Information Engineering, Taiyuan Uni-

近年来, 随着新一代信息技术、高端制造技术和人工智能技术的飞速发展, 多智能体系统的协同控制^[1-3]已成为国内外学者的研究热点之一. 一致性作为协同控制的核心理论, 其主要目标是通过设计

iversity of Science and Technology, Taiyuan 030024 2. Shanxi Key Laboratory of Advanced Control and Industrial Intelligence, Taiyuan 030024 3. School of Automation and Electrical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083 4. School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004 5. The 32nd Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Shanghai 201808

分布式控制算法,使每个智能体的某一特征状态渐近收敛至相同值,进一步可分为状态一致性和输出一致性问题.例如,文献[4]利用分布式自适应事件触发控制方法,实现具有未知动态和外部干扰的高阶多智能体系统的状态一致性.文献[5]针对受有向拓扑和干扰影响的多智能体系统,研究有限时间领导跟随输出一致性问题.

传统一致性控制协议设计主要依赖智能体间的协同交互作用,通常采用非负图进行描述.然而,竞争关系也广泛存在于生物网络^[6]和社交网络^[7]等复杂系统中,因此通过引入负权重机制建立相应的协同算法.例如,在公交运输网络中,公交车采用相同路线意味着竞争关系,若乘客需要转乘才能抵达目的地则存在合作关系,基于这种合作-竞争交互作用公交系统能够实现复杂高峰路况时的高效协同运输^[8].在现代工业生产过程中,每个子流程可归类为合作-竞争型群体,参与大规模生产线的生产单元根据需要完成的多制造任务进行分组,相比通用定点控制方案具有显著优势^[9].在如图1所示的灾害救援场景中,地面无人车与空中无人机共同组成合作-竞争分组系统,其中无人机作为探测组用于快速扫描灾区的不同区域,地面无人车将覆盖不同区域作为竞争目标,同时作为运输组根据无人机扫描离场后生成的热力图运送物资实现协同救援.因此,探索竞争与合作关系共存下的多智能体系统协同控制具有重要意义.为解决该类问题,Altafini于2012年在文献[10]中引入带有正、负权值的符号图并首次提出新型二分一致性概念.作为传统一致性的重要延伸,许多学者解决了符号图下的多种二分一致性问题^[11-13].例如,文献[11]解决了模型参数不确定下多无人艇系统的固定时间二分编队跟踪控制问题.在有向符号通信网络下,文献[12]基于分布式估计器研究多欧拉-拉格朗日系统的固定时间二分一致性问题.文献[13]提出分布式事件触发二分一致性策略并应用于多卫星编队.然而,上述文献中

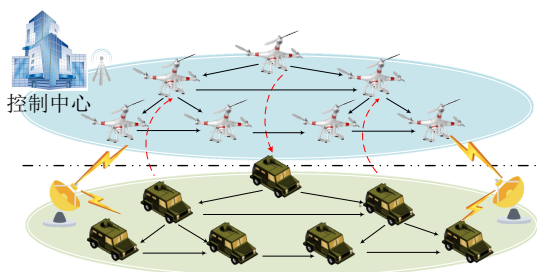


图1 地面无人车与空中无人机共同组成的协同救援
Fig.1 Cooperative rescue consisting of ground unmanned vehicle and air unmanned aerial vehicle

提出的控制协议主要用于实现同构多智能体系统的二分状态一致,如何实现更复杂的异构动态下的二分输出一致仍是一个值得关注的方向.

输出调节原理^[14]是实现输出一致的一个有效方法.将单个系统推广到多智能体系统时,对应的输出跟踪问题称为协同输出调节问题^[15].由于输出调节方法能够利用分离原理将反馈控制和前馈控制有效结合起来,因此在实现异构动态的输出一致上有着独特优势.基于此,学者们针对更符合实际的合作-竞争异构多智能体系统,解决了所谓的二分协同输出调节问题.例如,文献[16]基于状态反馈和输出反馈给出二分输出调节控制方法,文献[17]通过自适应动态事件触发控制实现二分变输出编队跟踪.然而,上述成果中需要依赖调节方程的精确解构造静态控制器,难以应对系统存在参数不确定的扰动情形.相对于协同输出调节中常用的前馈控制法,内模法由于其能够有效处理参数不确定性问题更具优势.例如,文献[18]基于 p -重内模原理解决了一类输出一致性问题,文献[19]进一步实现了多领导者下的分布式输出包含控制.然而,上述文献难以实现更一般合作-竞争网络下的鲁棒输出调节.特别地,文献[20]研究符号有向图下一类线性不确定多智能体系统的二分输出调节问题.然而,该研究主要依赖邻居智能体间的输出交互,没有引入外系统观测器,难以适用更一般的一致性场景.

在实际情况中,智能体间的合作可能会受通信限制和环境制约,这些限制因素可以看作是一种代数约束.因此,相比于大多数文献主要研究的微分系统,当耦合变量间存在代数约束或者同时含有变化较快及缓慢的因子时,由微分-代数方程组成的具有广泛形式的广义系统(也称奇异系统或者隐式系统)更适合于描述实际物理系统,如电路系统、地震预测装置、水上漂浮设备以及三连杆平面机械手等.因此,研究人员开始关注广义多智能体系统,并得到诸多一致性结果^[21-25].例如,文献[21-22]基于观测器技术分别解决了线性和非线性广义同构多智能体系统的二分状态一致性问题.相应地,文献[23]基于输出调节原理实现广义异构多智能体系统的输出一致.然而,上述文献均基于传统非负通信拓扑图进行研究,并未考虑合作-竞争关系共存情况下的复杂协同行为.进一步,文献[24]解决了合作-竞争广义异构连续多智能体系统的二分输出一致性问题.文献[25]针对合作-竞争广义异构离散多智能体系统,研究分布式二分输出编队控制问题.然而,针对更为复杂的广义不确定异构多

智能体系统, 如何基于输出调节理论设计先进二分一致性控制策略, 在不依赖传统调节方程精确解的同时, 能够容忍足够小的不确定参数, 值得深入研究.

基于上述分析, 本文在更一般的符号有向拓扑图下, 考虑广义不确定异构多智能体系统的二分输出一致性问题. 区别于传统一致性问题, 通过引入 p -重内模原理, 在结构平衡条件下, 利用正交变换法将增广闭环广义系统的二分一致性问题转化为鲁棒输出调节问题. 考虑只有部分跟随者能够得到外系统的跟踪信号, 设计相应的分布式外系统观测器, 进而基于状态反馈和输出反馈提出新型一致性控制器, 能够在不依赖传统无向图下拉普拉斯矩阵对称性和调节方程精确解情况下, 实现小范围不确定参数下的二分一致, 设计的控制协议也更具有普适性. 具体而言, 本文有如下创新点:

1) 针对具有广义异构动态、不确定参数和合作竞争交互的复杂多智能体系统, 研究一类分布式二分输出一致性问题, 能够在精确表征实际动态系统物理特性的同时, 满足复杂动态环境下的多任务需求.

2) 提出基于 p -重内模和线性矩阵不等式的新外系统观测器, 通过构建动态内模补偿器, 设计基于状态反馈和输出反馈的二分一致性控制协议, 能够实现对不确定性参数的动态补偿, 并且不依赖调节方程精确解.

3) 基于协同鲁棒输出调节理论构造广义不确定异构动态的二分输出一致框架, 通过去除符号有向图中竞争作用的负权值, 设计的控制协议能够易于推广并解决符号/非负拓扑下同构系统的二分/传统状态/输出一致性问题.

本文其余部分如下: 第 1 节给出符号说明、代数图论、问题描述和理论基础; 第 2 节基于输出调节和内模原理分别提出分布式状态反馈和输出反馈二分控制协议; 第 3 节给出仿真算例验证提出的两个分布式控制策略的有效性; 第 4 节总结本文并对未来进一步的研究方向进行展望.

1 预备知识和问题描述

1.1 符号说明

\mathbf{R} 、 \mathbf{R}^n 、 I_N 和 $\mathbf{1}_N$ 分别代表实数集、 n 维实向量、 N 维单位矩阵和元素全为 1 的 N 维列向量. 对于任意非零实矩阵 $P \in \mathbf{R}^{n \times n}$, P^{-1} 和 P^* 分别代表矩阵 P 的逆矩阵和共轭转置矩阵. $\text{block diag}\{P_1, \dots, P_N\}$ 和 $\text{diag}\{a_1, \dots, a_N\}$ 分别表示块对角矩

阵和对角矩阵, 其中 P_i , $i = 1, \dots, N$ 代表矩阵, a_i , $i = 1, \dots, N$ 代表常数. 若 P 为对称矩阵, 则 $P > 0$ ($P \geq 0$) 表示为正定 (半正定) 矩阵, 反之 $P < 0$ ($P \leq 0$) 为负定 (半负定) 矩阵. 将对称矩阵 A 的特征值从大到小排列, 用 $\lambda_m(A)$ 、 $\lambda_{\max}(A)$ 和 $\lambda_{\min}(A)$ 分别代表矩阵 A 的第 m 个特征值、最大特征值和最小特征值. $\text{sgn}(\cdot)$ 为标准符号函数. \otimes 代表 Kronecker 积, 对于具有合适维数的常数矩阵 M 、 N 、 K 、 L 以及常数 v , 满足如下运算法则:

- 1) $(vM) \otimes N = M \otimes (vN)$
- 2) $(M \otimes N)(K \otimes L) = (MK) \otimes (NL)$
- 3) $M \otimes N + M \otimes K = M \otimes (N + K)$

$\text{vec}(\cdot)$ 表示矩阵的向量化运算符, 对于矩阵 $X \in \mathbf{R}^{m \times n}$, 有 $\text{vec}(X) = [X_1^T, \dots, X_n^T]^T$, 其中 X_i , $i = 1, \dots, n$ 是矩阵 X 的第 i 个列向量. 对于矩阵 $A \in \mathbf{R}^{n \times q}$, $B \in \mathbf{R}^{p \times m}$, $X \in \mathbf{R}^{m \times n}$, 有

$$\text{vec}(BXA) = (A^T \otimes B) \text{vec}(X)$$

1.2 代数图论

针对多智能体系统一致性问题研究中, 代数图论通常用于分析智能体系统的拓扑关系. 考虑一个包含 N 个智能体的系统, 每个智能体间的信息交流用符号有向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ 进行描述. 其中, $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ 表示节点集, 每个节点可视为一个智能体. $\mathcal{E} = \{(v_i, v_j) | v_i, v_j \in \mathcal{V}, v_i \neq v_j\}$ 表示每两个不同节点组成的边集, 其中每一条边可视为一个智能体对间的信息交流. $\mathcal{E}_{ji} = (v_j, v_i) \in \mathcal{E}$ 表示节点 v_j 可单向将信息传递给节点 v_i . 相应地, 节点 v_i 的邻居集可定义为 $\mathcal{N}_i = \{v_j \in \mathcal{V} | (v_j, v_i) \in \mathcal{E}, i \neq j\}$, $|\mathcal{N}_i|$ 表示节点 v_i 的邻居数量. 此外, $\mathcal{A} = (a_{ij}) \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 表示符号有向图 \mathcal{G} 的邻接矩阵, a_{ij} 可视为对应边 $\mathcal{E}_{ij} \in \mathcal{E}$ 的权值. 其中, $a_{ij} > 0$ 和 $a_{ij} < 0$ 分别代表智能体间合作和竞争关系. 并且, 本文多智能体系统不考虑含有自环的情况, 即 $\forall i \in \mathcal{V}, a_{ii} = 0$. 对于传统一致性问题非负拓扑, 拉普拉斯矩阵可记为 $\tilde{\mathcal{L}}^s = [l_{ij}]_{N \times N}$, 其中, $l_{ij} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}$, $i = j$ 和 $l_{ij} = -a_{ij}$, $i \neq j$. 本文考虑的每个智能体之间不仅存在合作也存在竞争, 即符号有向图 \mathcal{G} 对应边的权值可为负. 基于此, 拉普拉斯矩阵 \mathcal{L}^s 的元素可记为 $l_{ij}^s = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} |a_{ij}|$, $i = j$ 和 $l_{ij}^s = -a_{ij}$, $i \neq j$.

在领导-跟随者框架下, 引入节点 v_0 作为领导者, 与某些跟随者可进行信息交流. 构造增广符号有向图 $\tilde{\mathcal{G}} = (\tilde{\mathcal{V}}, \tilde{\mathcal{E}}, \tilde{\mathcal{A}})$, 其中节点集为 $\tilde{\mathcal{V}} = \{v_0, v_1, \dots, v_N\}$. 为描述领导者与跟随的作用关系, 定义牵引矩

阵 $G^s = \text{diag}\{g_1, g_2, \dots, g_N\} \in \mathbf{R}^{N \times N}$. 并且, 若跟随者 v_i 可以接收到外系统 v_0 传递的信息, 则权值 $g_i > 0$, 否则 $g_i = 0$. 本文考虑更符合实际场景的情况, 即 $G \neq I$, 表示只有部分跟随者能够获知外系统信息. 当且仅当存在一个节点有可达到其他任意节点的有向路径, 则称图 $\tilde{\mathcal{G}}$ 包含一个以节点 v_0 为根节点的有向生成树. 增广符号有向图 $\tilde{\mathcal{G}}$ 的拉普拉斯矩阵进一步定义为

$$\tilde{\mathcal{L}}^s = \mathcal{L}^s + G^s = \begin{bmatrix} l_{11}^s + g_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & l_{22}^s + g_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & l_{NN}^s + g_N \end{bmatrix} \quad (1)$$

本文考虑的通信拓扑满足以下假设.

假设 1. 领导者与每个跟随者间至少有一条有向路径, 即符号有向图 $\tilde{\mathcal{G}}$ 包含一个以领导者 v_0 为根节点的有向生成树.

定义 1 (结构平衡^[10]). 节点集 \mathcal{V} 划分为两个非空子集合 \mathcal{V}_1 和 \mathcal{V}_2 , 并且同时满足如下条件:

- 1) $\mathcal{V}_1 \cup \mathcal{V}_2 = \mathcal{V}, \mathcal{V}_1 \cap \mathcal{V}_2 = \emptyset$
- 2) $\begin{cases} a_{ij} > 0, \forall i, j \in \mathcal{V}_l, l \in \{1, 2\} \\ a_{ij} < 0, \forall i \in \mathcal{V}_l, j \in \mathcal{V}_k, l \neq k, l, k \in \{1, 2\} \end{cases}$

则称符号图 $\tilde{\mathcal{G}}$ 是结构平衡的.

进一步有如下引理.

引理 1^[10]. 对于满足结构平衡条件的符号有向图 $\tilde{\mathcal{G}}$, 存在用于区分两个子组的对角矩阵 $\tilde{\mathcal{D}} = \text{diag}\{\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, \dots, \tilde{d}_N\}$, 其中, $\tilde{d}_i \in \{1, -1\}$, 当 $v_i \in \mathcal{V}_l, l \in \{1, 2\}$ 时, $\tilde{d}_i = 1$; 反之, $v_j \in \mathcal{V}_{3-l}$ 时, $\tilde{d}_j = -1$.

引理 2^[16]. 若增广符号有向图 $\tilde{\mathcal{G}}$ 存在一个有向生成树, 则矩阵 $\tilde{\mathcal{L}}^s = \mathcal{L}^s + G$ 的特征值均具有正实部. 此外, 有 $\tilde{\mathcal{D}}\tilde{\mathcal{L}}^s\tilde{\mathcal{D}} > 0$.

当考虑的通信拓扑 $\tilde{\mathcal{G}}$ 满足假设 1 的结构平衡条件时, 可知网络中的智能体由于不同组的竞争性能够分为两个对立子组, 而同一子组内的智能体保持协同作用. 此外, 引入引理 1 中的矩阵 $\tilde{\mathcal{D}}$ 后, 可通过元素 1 或 -1 对两个子组进行区分. 在该框架下, 通过设计合适的分布式控制器, 若可实现不同子组的跟随者分别以大小相等、方向相反的轨迹跟踪领导者信号, 就可称系统实现了二分一致性.

1.3 问题描述

在增广符号有向图 $\tilde{\mathcal{G}}$ 下, 若系统通信拓扑满足结构平衡条件, 则系统分为两个对立关系的子

组, 合作-竞争关系共存于智能体中, 即同一子组内智能体的交互 $a_{ij} > 0$, 而不同组间的智能体交互 $a_{ij} < 0$. 在该合作-竞争网络下, 考虑一个由 N 个跟随者和 1 个领导者组成的高阶广义不确定异构多智能体系统, 且第 i 个跟随者的动力学方程可直接描述为

$$\begin{cases} \tilde{E}_i \dot{x}_i(t) = \tilde{A}_i x_i(t) + \tilde{B}_i u_i(t) \\ y_i(t) = \tilde{C}_i x_i(t) \end{cases}, \quad i = 1, \dots, N \quad (2)$$

其中, $x_i(t) \in \mathbf{R}^{n_i}$ 代表第 i 个跟随者的状态信息, $u_i(t) \in \mathbf{R}^{m_i}$ 代表第 i 个跟随者的控制输入, $y_i(t) \in \mathbf{R}^q$ 代表第 i 个跟随者的输出信息. $\tilde{E}_i \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$ 为奇异矩阵, 即不可逆矩阵, 满足 $\text{rank}(\tilde{E}_i) < n_i$. 显然, 若矩阵 $\tilde{E}_i = I_{n_i}$ 时, 则系统 (2) 为一般线性连续时间系统. 进一步, 外系统的动力学方程可描述为

$$\begin{cases} \dot{r}(t) = S_r r(t) \\ y_r(t) = R_r r(t) \end{cases} \quad (3)$$

其中, $r(t) \in \mathbf{R}^h$ 代表外系统的状态信息, $y_r(t) \in \mathbf{R}^q$ 代表外系统的参考输出. $S_r \in \mathbf{R}^{h \times h}$ 和 $R_r \in \mathbf{R}^{q \times h}$ 为系统矩阵.

注 1. 在传统协同输出调节理论框架^[15] 下, 外系统可生成参考轨迹和外部干扰信号, 通常由一类自治动态构成. 同时, 外系统也可视为领导-跟随框架下的领导者, 在本文的合作-竞争网络下可生成两个对立子组所跟踪的输出参考轨迹. 在符号有向图 $\tilde{\mathcal{G}}$ 中, 外系统记为 v_0 , 相应的牵引矩阵 G^s 可描述系统间只有部分跟随者能获知领导者信息的实际场景.

由式 (2) 和式 (3) 组成的广义不确定异构多智能体系统中不确定矩阵 $\tilde{A}_i, \tilde{B}_i, \tilde{C}_i$ 和 \tilde{E}_i 定义为

$$\begin{aligned} \tilde{A}_i &= A_i + \Delta A_i \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}, \quad \tilde{B}_i = B_i + \Delta B_i \in \mathbf{R}^{n_i \times m_i} \\ \tilde{C}_i &= C_i + \Delta C_i \in \mathbf{R}^{q \times n_i}, \quad \tilde{E}_i = E_i + \Delta E_i \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i} \end{aligned} \quad (4)$$

其中, 矩阵 $\Delta A_i, \Delta B_i, \Delta C_i$ 和 ΔE_i 分别代表标称矩阵 $\tilde{A}_i, \tilde{B}_i, \tilde{C}_i$ 和 \tilde{E}_i 的不确定参数, 也可视为扰动矩阵. 进一步, 跟随者系统参数的不确定部分可描述为

$$\tilde{\Delta} = \begin{bmatrix} \text{vec}(\Delta A_1, \Delta A_2, \dots, \Delta A_N) \\ \text{vec}(\Delta B_1, \Delta B_2, \dots, \Delta B_N) \\ \text{vec}(\Delta C_1, \Delta C_2, \dots, \Delta C_N) \\ \text{vec}(\Delta E_1, \Delta E_2, \dots, \Delta E_N) \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, $\tilde{\Delta} \in \mathbf{R}^{Nn_i(2n_i+m_i)+Nqn_i}$ 位于 0 附近的开邻域 W 内. 如果 $\tilde{\Delta} = 0$, 则系统 (2) 称为标称系统. 若系统在小范围参数不确定情况下, 能实现对外系统输

出 $y_r(t)$ 的二分轨迹跟踪, 则本文的二分输出一致性问题可解.

为实现具有竞争关系的两个子组的输出一致, 为每个跟随者定义如下的输出跟踪误差:

$$e_i(t) = y_i(t) - \tilde{d}_i y_r(t) = \tilde{C}_i x_i(t) - \tilde{d}_i R_r r(t) \quad (6)$$

本文主要的研究问题可整理如下:

问题 1. 在增广符号有向图 $\tilde{\mathcal{G}}$ 下, 针对由式 (2) 和式 (3) 组成的合作-竞争广义不确定异构多智能体系统, 设计分布式控制器 $u_i(t)$, $i = 1, \dots, N$ 使得所有跟随者的 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$, 则可称二分输出一致性问题能够得到解决. 最终, 在 $\tilde{\Delta} \in W$ 范围内, 不同组的跟随者能够以模值相等、大小相反的方式跟踪领导者, 即

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} y_i(t) = y_r(t), & \forall i \in \mathcal{V}_1 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} y_i(t) = -y_r(t), & \forall j \in \mathcal{V}_2 \end{cases} \quad (7)$$

注 2. 在多智能体系统的一致性控制研究中, 竞争关系的引入会显著增加问题的复杂性. 与纯粹合作的情形相比, 其面临的困难不仅体现在理论分析的层面, 更体现在系统拓扑和算法设计层面. 具体而言, 在智能体间竞争与合作作用共存情况下, 传统的非负图已无法表示出这种作用关系, 因此通常需要引入带有正、负权值的符号图进行分析, 而基于该拓扑矩阵的特征值性质则更为复杂. 在控制器设计层面, 由于竞争关系的引入, 往往需要合理处理邻居信息交互权值 $a_{ij} < 0$ 的情况, 以实现相应的一致性控制.

1.4 理论基础

基于鲁棒输出调节和广义系统理论, 根据本文要实现的二分输出一致目标, 后续证明需用到的定义和假设如下.

定义 2^[26]. 对于矩阵 $A_i \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$, $B_i \in \mathbf{R}^{n_i \times m_i}$, $C_i \in \mathbf{R}^{q \times n_i}$ 和 $E_i \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$, 有:

1) 若 $\deg(\det[sE_i - A_i]) = \text{rank}(E_i)$ 和 $\det[sE_i - A_i] \neq 0, \forall s \in \mathbf{C}$ 均成立时, 矩阵对 (E_i, A_i) 是正则和无脉冲的.

2) 若 $\text{rank}[sE_i - A_i, B_i] = n_i, \forall s \in \mathbf{C}$ 成立时, 矩阵对 (E_i, A_i, B_i) 是可镇定的.

3) 若 $\text{rank} \begin{bmatrix} sE_i - A_i \\ C_i \end{bmatrix} = n_i, \forall s \in \mathbf{C}$ 成立时, 矩阵对 (E_i, A_i, C_i) 是可检测的.

假设 2. 外系统矩阵 S_r 的特征值没有负实部.

假设 3. 矩阵对 $(E_i, A_i), i = 1, \dots, N$ 是正则和无脉冲的.

假设 4. 矩阵对 $(E_i, A_i, B_i), i = 1, \dots, N$ 是

可镇定的.

假设 5. 矩阵对 $(E_i, A_i, C_i), i = 1, \dots, N$ 是可检测的.

根据鲁棒输出调节理论, p -重内模原理对解决系统参数不确定性问题起着重要作用, 具体形式定义如下.

定义 3 (p -重内模^[14]). 矩阵对 (M_1, M_2) 称为关于矩阵 S_r 的一个 p -重内模, 若满足

$$M_1 = S \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ 0 & G_1 \end{bmatrix} S^{-1}, M_2 = S \begin{bmatrix} S_3 \\ G_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中, S 是任意非奇异矩阵, $S_i, i = 1, 2, 3$ 是具有恰当维数的任意常数矩阵. 此外, 对于所有的 $i = 1, \dots, p$, 矩阵对 (G_1, G_2) 满足如下形式:

$$\begin{cases} G_1 = \text{block diag} \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p\} \\ G_2 = \text{block diag} \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p\} \end{cases} \quad (9)$$

其中, β_l 和 α_l 分别是维数为 $\mathbf{R}^{s_l \times s_l}$ 的常数方阵和维数为 \mathbf{R}^{s_l} 的常数列向量, $l = 1, 2, \dots, p$, 且满足:

- 1) 矩阵对 $(\beta_l, \alpha_l), l = 1, 2, \dots, p$ 是能控的;
- 2) 外系统矩阵 S_r 的最小多项式能够整除 β_l 的特征多项式.

注 3. (G_1, G_2) 可视为 (M_1, M_2) 的一种特殊形式, 即 (G_1, G_2) 包含外系统矩阵 S_r 的一个 p -重内模. 一般来说, 满足式 (9) 的矩阵对 (G_1, G_2) 可由其定义获得. 令

$$\min \det(\lambda I - S_r) = \lambda^{s_m} + a_1 \lambda^{s_m-1} + \dots + a_{s_m-1} \lambda + a_{s_m} \quad (10)$$

是矩阵 S_r 的最小多项式. 不失一般性, 当 $p = 1$ 时, 令 $G_1 = \beta_1$ 和 $G_2 = \sigma_1$. 由于矩阵对 (G_1, G_2) 的能控性, 总可以得到如下形式:

$$\beta_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_{s_m} & -a_{s_m-1} & \dots & -a_1 \end{bmatrix}, \sigma_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

特别地, 矩阵对 (β_1, σ_1) 包含矩阵 S_r 的 1-重内模.

基于鲁棒输出调节理论, 给出如下假设:

假设 6. 如下广义调节方程组

$$\begin{cases} \tilde{E}_{wi} X_{wi} S_r = A_{wi} X_{wi} + B_{wi} Z_{wi} \\ Z_{wi} S_r = G_1 Z_{wi} + G_2 (C_{wi} X_{wi} - \tilde{d}_i R_r) \end{cases} \quad (12)$$

存在矩阵解 (X_{wi}, Z_{wi}) . 其中, 常数矩阵 A_{wi}, B_{wi}, C_{wi} 和 \tilde{E}_{wi} 具有合适维数, 且 \tilde{E}_{wi} 为奇异矩阵, 矩

阵对 (G_1, G_2) 包含 S_r 的 p -重内模.

进一步有如下引理:

引理 3^[14, 19]. 如果矩阵对 (G_1, G_2) 包含外系统矩阵 S_r 的 p -重内模, 且线性西尔维斯特方程

$$ZS_r = G_1Z + G_2F \quad (13)$$

有矩阵解 Z , 则有 $F = 0$.

注 4. 引理 3 常用于鲁棒输出调节问题的实现^[18-20], 通过利用内模原理相关性实现输出跟踪误差渐近趋于零. 当调节方程组 (12) 有解时, 令 $Z = Z_{wi}$, $F = C_{wi}X_{wi} - \tilde{d}_iR_r$, 则有

$$0 = C_{wi}X_{wi} - \tilde{d}_iR_r \quad (14)$$

注 5. 调节方程组 (12) 是实现外系统渐近跟踪的必要条件, 具有不同形式的调节方程广泛应用于协同输出调节问题中. 为实现广义多智能体系统的输出跟踪, 文献 [23-25] 均引入广义调节方程作为假设条件之一, 相应的形式为

$$\begin{cases} \tilde{E}_{ri}\Pi_{ri}S_r = A_{ri}\Pi_{ri} + E_{ri} \\ 0 = C_{ri}\Pi_{ri} + F_{ri} \end{cases} \quad (15)$$

令

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{ri} &= \begin{bmatrix} \tilde{E}_{wi} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, & \Pi_{ri} &= \begin{bmatrix} X_{wi} \\ Z_{wi} \end{bmatrix} \\ A_{ri} &= \begin{bmatrix} A_{wi} & B_{wi} \\ G_2C_{wi} & G_1 \end{bmatrix}, & E_{ri} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\tilde{d}_rG_2R_r \end{bmatrix} \\ C_{ri} &= [C_{wi} \quad 0], & F_{ri} &= -\tilde{d}_rR_r \end{aligned} \quad (16)$$

则式 (15) 可等价写为由式 (12) 和式 (14) 组成的广义调节方程组. 另一方面, 对式 (15) 的第一行等式两边作 $\text{vec}(\cdot)$ 运算, 则有

$$\left(S_r^T \otimes \tilde{E}_{ri} - I \otimes A_{ri} \right) \text{vec}(\Pi_{ri}) = \text{vec}(E_{ri}) \quad (17)$$

由线性方程组有解的秩条件可知, 当

$$\begin{aligned} \text{rank} \left(S_r^T \otimes \tilde{E}_{ri} - I \otimes A_{ri} \right) &= \\ \text{rank} \left(S_r^T \otimes \tilde{E}_{ri} - I \otimes A_{ri}, E_{ri} \right) & \end{aligned} \quad (18)$$

满足时, 结合式 (13), 可知式 (12) 和式 (15) 存在矩阵解, 进而式 (14) 成立.

注 6. 当奇异矩阵为单位阵时, 即 $\tilde{E}_{ri} = I$, 则式 (15) 转化为传统协同输出调节问题中具有更一般形式的如下调节方程:

$$\begin{cases} \Pi_{ri}S_r = A_{ri}\Pi_{ri} + E_{ri} \\ 0 = C_{ri}\Pi_{ri} + F_{ri} \end{cases} \quad (19)$$

当 A_{ri} 是 Hurwitz 矩阵时, 结合假设 2 中外系统矩

阵 S_r 的特征值性质, 可知矩阵 A_{ri} 和 S_r 没有公共特征值. 根据西尔维斯特方程有解性质, 则退化后的调节方程 (19) 有唯一矩阵解. 需要指出的是, 矩阵 A_{ri} 在输出调节问题中通过设计合适的控制增益可轻松实现调节方程有解. 此外, 对于非广义标称多智能体系统, 若所有的 $\lambda \in \sigma(S_r)$, 传输零点条件

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A_i - \lambda I_{n_i} & B_i \\ C_i & 0 \end{bmatrix} = n_i + q \quad (20)$$

也是用于保证调节方程 (19) 有解的常见假设, 其中 $\sigma(S_r)$ 为矩阵 S_r 的谱, 可见文献 [17-22]. 因此, 本文的广义调节方程 (12) 可退化为一般形式 (19), 进而用于解决非广义系统的协同输出调节问题, 传统输出调节问题也可看成是本文的一种特殊形式.

引理 4^[14]. 如果假设 2 和假设 4 同时成立, 且矩阵对 (G_1, G_2) 包含外系统矩阵 S_r 的一个 p -重内模, 令

$$\Xi_i = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ G_2C_i & G_1 \end{bmatrix}, \quad \Pi_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

那么矩阵 (Ξ_i, Π_i) 是可镇定的.

基于上述引理, 可得:

推理 1. 如果矩阵对式 (21) 是可镇定的, 那么在足够小的参数扰动 $\tilde{\Delta} \in W$ 范围内存在增益矩阵对 (K_{1i}, K_{2i}) 使得如下矩阵

$$A_{wi} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_i + \tilde{B}_iK_{1i} & \tilde{B}_iK_{2i} \\ G_2\tilde{C}_i & G_1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

是 Hurwitz 的.

证明. 由引理 4 可知, 存在增益矩阵 $K_i = [K_{1i}, K_{2i}]$, 使得

$$\begin{aligned} \Xi_i + \Pi_iK_i &= \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ G_2C_i & G_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} [K_{1i}, K_{2i}] = \\ & \begin{bmatrix} A_i + B_iK_{1i} & B_iK_{2i} \\ G_2C_i & G_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

是 Hurwitz 的. 由于标称矩阵 (23) 是 Hurwitz 的, 因此在 $\tilde{\Delta}$ 处存在充分小的开邻域 W , 使得对于任意的 $\tilde{\Delta} \in W$, 矩阵 (22) 是 Hurwitz 的. \square

2 主要结果

2.1 分布式状态反馈二分输出一致性控制

本节提出一种基于状态反馈的分布式二分一致性控制协议. 首先, 考虑部分跟随者无法直接获知

外系统轨迹信息的实际场景, 设计如下的分布式外系统观测器:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_i(t) = & S_r \xi_i(t) + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \Omega_r (\xi_j(t) - \text{sgn}(a_{ij}) \cdot \\ & \xi_i(t)) + g_i \Omega_r (\tilde{d}_i r(t) - \xi_i(t)) \end{aligned} \quad (24)$$

其中, $\Omega_r \in \mathbf{R}^{h \times h} > 0$ 为待设计的外系统观测器增益, $\xi_i \in \mathbf{R}^h$ 为分布式观测器状态, 其本质为对外系统状态 r_i 的估计.

基于假设 1 和引理 1, 由于考虑的符号有向图中两个智能体之间只存在一种作用关系, 因此有如下等价关系:

$$\begin{cases} |a_{ij}| = a_{ij} \text{sgn}(a_{ij}) \\ a_{ij} \tilde{d}_i = |a_{ij}| \tilde{d}_j \\ |a_{ij}| \tilde{d}_i = a_{ij} \tilde{d}_i \text{sgn}(a_{ij}) = |a_{ij}| \tilde{d}_j \text{sgn}(a_{ij}) \end{cases} \quad (25)$$

进一步, 定义如下动态内模补偿器:

$$\dot{z}_i(t) = G_1 z_i(t) + G_2 (\tilde{C}_i x_i(t) - R_r \xi_i(t)) \quad (26)$$

其中, $z_i \in \mathbf{R}^{n_z}$ 为内模补偿器状态, 矩阵对 (G_1, G_2) 包含外系统矩阵 S_r 的一个 p -重内模.

注 7. 在传统协同输出调节文献 [15] 中, 用于实现外系统状态跟踪的观测器通常设计为

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_i(t) = & S_r \xi_i(t) + \mu \left(\sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (\xi_j(t) - \xi_i(t)) + \right. \\ & \left. g_i (r(t) - \xi_i(t)) \right) \end{aligned} \quad (27)$$

其中, $\mu > 0$ 为足够大的观测器增益. 然而, μ 的范围通常比较模糊, 过大的增益也无法满足实际需求. 本文的观测器增益 (24) 基于符号函数和正定增益矩阵 Ω_r 设计, 能够根据邻居智能体间的交互关系进行动态调整. 此外, 将观测器过嵌入至动态内模补偿器 (26) 中, 可将研究问题转化为由给定标称对象和内部模型组成的增广系统的同时特征值放置问题. 由于特征值放置的鲁棒性, 使得具有相同标称动力学的不确定跟随者在小范围参数扰动范围内实现二分输出轨迹跟踪. 特别地, 当 $\text{sgn}(a_{ij}) = 1$, $\Omega_r = \mu I$ 和 $\tilde{d}_i = 1$ 时, 观测器 (24) 可退化为式 (27) 并可实现非负图下的外系统跟踪.

为实现广义不确定异构多智能体系统二分输出一致, 基于邻居信息和分离原理为每个跟随者 v_i 设计如下分布式状态反馈控制协议:

$$u_i(t) = K_{1i} x_i(t) + K_{2i} z_i(t) \quad (28)$$

其中, $K_{1i} \in \mathbf{R}^{m_i \times n_i}$ 和 $K_{2i} \in \mathbf{R}^{m_i \times n_z}$ 为控制增益.

注 8. 分布式状态反馈控制协议 (28) 中, 控制增益 K_{1i} 的作用为实现反馈控制, 用于保证系统的稳定性; 控制增益 K_{2i} 的作用为实现前馈控制, 用于保证系统能够跟踪外系统状态. 控制器 (28) 在解决传统输出调节问题中具有相似的形式, 但是通常需要依赖于调节方程的精确解, 特别是增益 K_{2i} 需要由调节方程矩阵解和 K_{1i} 共同构成. 然而, 由于动态内模补偿器 (26) 的引入, 本文的控制器 (28) 可以不依赖于调节方程精确解, 只需满足调节方程存在解即可, 即假设 6 成立.

定理 1. 对于由式 (2) 和式 (3) 组成的合作-竞争广义不确定异构多智能体系统, 若满足假设 1 ~ 4 和假设 6. 那么, 当如下两个条件同时满足时, 在 $\tilde{\Delta} \in W$ 范围内分布式状态反馈控制协议可实现多智能体系统的二分输出一致:

1) 观测器 (24) 的增益 $\Omega_r = \Omega_r^T > 0$ 满足如下线性矩阵不等式

$$S_r^T \Omega_r + \Omega_r S_r - \delta_r \Omega_r^2 < 0 \quad (29)$$

其中, $\delta_r = 2\text{Re}(\lambda_{\min}(\tilde{\mathcal{L}}^s))$.

2) 控制器 (28) 的增益矩阵对 (K_{1i}, K_{2i}) 可得式 (22) 的矩阵 A_{wi} 满足 Hurwitz 稳定.

证明. 为证明分布式状态反馈控制协议 (28) 的有效性, 将证明分为三个步骤.

步骤 1. 定义矩阵

$$\begin{cases} \tilde{A} = \text{block diag}\{\tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_N\} \\ \tilde{B} = \text{block diag}\{\tilde{B}_1, \dots, \tilde{B}_N\} \\ \tilde{C} = \text{block diag}\{\tilde{C}_1, \dots, \tilde{C}_N\} \\ \tilde{E} = \text{block diag}\{\tilde{E}_1, \dots, \tilde{E}_N\} \end{cases} \quad (30)$$

和向量

$$\begin{cases} x(t) = [x_1^T(t), x_2^T(t), \dots, x_N^T(t)]^T \\ z(t) = [z_1^T(t), z_2^T(t), \dots, z_N^T(t)]^T \\ \varphi(t) = [x^T(t), z^T(t)]^T \end{cases} \quad (31)$$

令 $\tilde{a} = \sum_{i=1}^N n_i$, $\tilde{b} = Nh + \sum_{i=1}^N n_i$, 紧凑向量 (31) 的维数分别为

$$x(t) \in \mathbf{R}^{\tilde{a}}, z(t) \in \mathbf{R}^{Nh}, \varphi(t) \in \mathbf{R}^{\tilde{b}} \quad (32)$$

根据式 (2) 和式 (28) 可直接计算出如下全局闭环系统方程的紧凑形式:

$$\tilde{E} \dot{x}(t) = (\tilde{A} + \tilde{B} K_1) x(t) + \tilde{B} K_2 z(t) \quad (33)$$

同理, 式 (26) 的紧凑形式可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) = & (I_N \otimes G_2) \tilde{C} x(t) + (I_N \otimes G_1) z(t) - \\ & (I_N \otimes G_2 R_r) \xi(t) \end{aligned} \quad (34)$$

结合式 (33) 和式 (34) 可得到如下增广闭环广
义系统:

$$\begin{aligned} \hat{E}\dot{\varphi}(t) &= \left[\left[\tilde{E}\dot{x}(t) \right]^T, [\dot{z}(t)]^T \right]^T = \\ & \begin{bmatrix} \tilde{A} + \tilde{B}K_1 & \tilde{B}K_2 \\ (I_N \otimes G_2)\tilde{C} & I_N \otimes G_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} 0 \\ -(I_N \otimes G_2R_r) \end{bmatrix} \xi(t) = \\ & A_0\varphi(t) + B_0\xi(t) \end{aligned} \quad (35)$$

其中,

$$\begin{aligned} A_0 &= \begin{bmatrix} \tilde{A} + \tilde{B}K_1 & \tilde{B}K_2 \\ (I_N \otimes G_2)\tilde{C} & I_N \otimes G_1 \end{bmatrix} \\ B_0 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -I_N \otimes G_2R_r \end{bmatrix}, \hat{E} = \begin{bmatrix} \tilde{E} \\ I_{Nh} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (36)$$

为对系统 (35) 进一步分析, 定义如下向量:

$$\begin{aligned} x_c(t) &= [\varphi^T(t), \xi^T(t)]^T \\ r_0(t) &= \mathbf{1}_N \otimes r(t) \\ x_g(t) &= \left[[x_1^T, z_1^T]^T, \dots, [x_N^T, z_N^T]^T, \xi_1^T, \dots, \xi_N^T \right]^T \end{aligned} \quad (37)$$

根据式 (24) 和式 (25), 外系统观测器的紧凑形
式可写为

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= (I_N \otimes S_r - (\mathcal{L}^s + G) \otimes \Omega_r) \cdot \\ & \xi(t) + (G\tilde{D} \otimes \Omega_r) r_0(t) = \\ & (\tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s) \xi(t) + (G\tilde{D} \otimes \Omega_r) r_0(t) \end{aligned} \quad (38)$$

其中,

$$\tilde{S}_r = I_N \otimes S_r, \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s = (\mathcal{L}^s + G) \otimes \Omega_r \quad (39)$$

结合式 (35) 和式 (38) 可得

$$\begin{aligned} \tilde{E}\dot{x}_c(t) &= \left[\left[\hat{E}\dot{\varphi}(t) \right]^T, \left[\dot{\xi}(t) \right]^T \right]^T = \\ & \begin{bmatrix} \tilde{A} + \tilde{B}K_1 & \tilde{B}K_2 & \vdots & 0 \\ (I_N \otimes G_2)\tilde{C} & I_N \otimes G_1 & \vdots & -(I_N \otimes G_2R_r) \\ \hline 0 & \vdots & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s & \vdots \end{bmatrix} \cdot \\ & x_c(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ G\tilde{D} \otimes \Omega_r \end{bmatrix} r_0(t) = \\ & \begin{bmatrix} A_0 & \vdots & B_0 \\ \hline 0 & \vdots & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s \end{bmatrix} x_c(t) + \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ G\tilde{D} \otimes \Omega_r \end{bmatrix} r_0(t) = A_c x_c(t) + B_c r_0(t) \quad (40)$$

其中,

$$\begin{aligned} A_c &= \begin{bmatrix} \tilde{A} + \tilde{B}K_1 & \tilde{B}K_2 & \vdots & 0 \\ (I_N \otimes G_2)\tilde{C} & I_N \otimes G_1 & \vdots & -(I_N \otimes G_2R_r) \\ \hline 0 & \vdots & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s & \vdots \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} A_0 & \vdots & B_0 \\ \hline 0 & \vdots & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s \end{bmatrix} \\ B_c &= \begin{bmatrix} 0 \\ G\tilde{D} \otimes \Omega_r \end{bmatrix}, \tilde{E} = \begin{bmatrix} \hat{E} \\ I_{Nh} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (41)$$

进一步, 对式 (40) 进行相似变换可得

$$\begin{aligned} \tilde{E}\dot{x}_g(t) &= \begin{bmatrix} A_{w1} & \vdots & B_{01} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hline 0 & \vdots & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s \end{bmatrix} \cdot \\ & x_g(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ G\tilde{D} \otimes \Omega_r \end{bmatrix} r_0(t) = \\ & \begin{bmatrix} F_1 & \vdots & F_2 \\ \hline 0 & \vdots & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s \end{bmatrix} x_g(t) + \\ & \begin{bmatrix} 0 \\ G\tilde{D} \otimes \Omega_r \end{bmatrix} r_0(t) = \\ & A_g x_g(t) + B_c r_0(t) \end{aligned} \quad (42)$$

其中,

$$\begin{aligned} A_g &= \begin{bmatrix} F_1 & \vdots & F_2 \\ \hline 0 & \vdots & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s \end{bmatrix} \\ F_1 &= \text{block diag} \{A_{w1}, \dots, A_{wN}\} \\ F_2 &= \text{block diag} \{B_{01}, \dots, B_{0N}\} \end{aligned} \quad (43)$$

显然, 经过变换后系统 (40) 与系统 (42) 相似且稳
定性相同.

步骤 2. 为分析全局系统 (42) 的稳定性, 定义
如下误差向量:

$$\begin{cases} \bar{\varphi}_i(t) = \varphi_i(t) - X_{ci}r(t) \\ \bar{\xi}_i(t) = \xi_i(t) - \tilde{d}_i r(t) \end{cases}, i = 1, 2, \dots, N \quad (44)$$

其中, $X_{ci} = [X_{wi}^T, Z_{wi}^T]^T$. 特别地, 误差向量

$\bar{\varphi}_i(t)$ 和 $\bar{\xi}_i(t)$ 分别表示跟随系统状态和外系统观测器的收敛性. 此外, 选择如下矩阵:

$$\begin{cases} A_{wi} = \tilde{A}_i + \tilde{B}_i K_{1i}, B_{wi} = \tilde{B}_i K_{2i} \\ C_{wi} = \tilde{C}_i, \tilde{E}_{wi} = \tilde{E}_i \end{cases} \quad (45)$$

将式 (45) 代入假设 6 的广义调节方程 (12) 中, 可得

$$\begin{cases} \tilde{E}_i X_{wi} S_r = (\tilde{A}_i + \tilde{B}_i K_{1i}) X_{wi} + \tilde{B}_i K_{2i} Z_{wi} \\ Z_{wi} S_r = G_1 Z_{wi} + G_2 (\tilde{C}_i X_{wi} - \tilde{d}_i R_r) \end{cases} \quad (46)$$

再结合式 (44), 误差向量 $\bar{\varphi}_i(t)$ 的动态方程可表示为

$$\begin{aligned} \hat{E}_i \dot{\bar{\varphi}}_i(t) &= \hat{E}_i \dot{\varphi}_i(t) - \hat{E}_i X_{ci} \dot{r}(t) = \\ &\begin{bmatrix} \tilde{A}_i + \tilde{B}_i K_{1i} & \tilde{B}_i K_{2i} \\ G_2 \tilde{C}_i & G_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i(t) \\ z_i(t) \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} 0 \\ -G_2 R_r \end{bmatrix} \xi_i(t) - \begin{bmatrix} \tilde{E}_i X_{wi} S_r \\ Z_{wi} S_r \end{bmatrix} r(t) = \\ &\begin{bmatrix} \tilde{A}_i + \tilde{B}_i K_{1i} & \tilde{B}_i K_{2i} \\ G_2 \tilde{C}_i & G_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i(t) \\ z_i(t) \end{bmatrix} - \\ &\begin{bmatrix} A_{wi} X_{wi} + B_{wi} Z_{wi} \\ G_1 Z_{wi} + G_2 C_{wi} X_{wi} - \tilde{d}_i G_2 R_r \end{bmatrix} r(t) + \\ &\begin{bmatrix} 0 \\ -G_2 R_r \end{bmatrix} \xi_i(t) = \\ &\begin{bmatrix} \tilde{A}_i + \tilde{B}_i K_{1i} & \tilde{B}_i K_{2i} \\ G_2 \tilde{C}_i & G_1 \end{bmatrix} \bar{\varphi}_i(t) + \\ &\begin{bmatrix} 0 \\ -G_2 R_r \end{bmatrix} \bar{\xi}_i(t) = \\ &A_{wi} \bar{\varphi}_i(t) + B_{0i} \bar{\xi}_i(t) \end{aligned} \quad (47)$$

进一步, 结合式 (25), 误差向量 $\bar{\xi}_i(t)$ 的动态方程可计算为

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\xi}}(t) &= \dot{\xi}_i(t) - \tilde{d}_i \dot{r}(t) = \\ &S_r \xi_i(t) + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \Omega_r (\xi_j(t) - \text{sgn}(a_{ij}) \cdot \\ &\xi_i(t)) + g_i \Omega_r (\tilde{d}_i r(t) - \xi_i(t)) - \tilde{d}_i S_r r(t) = \\ &S_r \bar{\xi}_i(t) + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \Omega_r (\bar{\xi}_j(t) - \text{sgn}(a_{ij}) \cdot \\ &\bar{\xi}_i(t)) + g_i \Omega_r \bar{\xi}_i(t) \end{aligned} \quad (48)$$

定义如下全局误差矩阵:

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}(t) &= [\bar{\varphi}_1^T(t), \bar{\varphi}_2^T(t), \dots, \bar{\varphi}_N^T(t)]^T \\ \bar{\xi}(t) &= [\bar{\xi}_1^T(t), \bar{\xi}_2^T(t), \dots, \bar{\xi}_N^T(t)]^T \\ \bar{x}_c(t) &= [\bar{\varphi}^T(t), \bar{\xi}^T(t)]^T \end{aligned} \quad (49)$$

结合式 (47) ~ (49), 可得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{E}} \dot{\bar{x}}_c(t) &= \\ &\begin{bmatrix} A_{w1} & & & B_{01} \\ & \ddots & & \\ & & A_{wN} & \\ \hline & & 0 & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s \end{bmatrix} \bar{x}_c(t) = \\ &\begin{bmatrix} F_1 & & F_2 \\ \hline 0 & & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s \end{bmatrix} \bar{x}_c(t) = \\ &A_g \bar{x}_c(t) \end{aligned} \quad (50)$$

由此可知, 系统 (50) 的稳定性由块对角矩阵 A_g 的对角元素 F_1 和 $\tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s$ 决定. 如果假设 1 ~ 4 和假设 6 均满足, 结合推理 1 可知, 当矩阵 $\tilde{\Delta}$ 位于一个充分小的开邻域 W 内时, 存在合适的控制增益 K_{1i} 和 K_{2i} , 使得矩阵 F_1 的对角元素 A_{wi} 的特征值均存在负实部, 即 A_{wi} 是 Hurwitz 的. 因此, 系统 (50) 的稳定性取决于矩阵 $\tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s$.

步骤 3. 根据引理 2 可知, 存在非奇异矩阵 $T \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 使得 $J_N = T^{-1} \tilde{\mathcal{L}}^s T = \text{diag} \{ \lambda_1^s, \dots, \lambda_N^s \}$, 其中, $\lambda_i^s, i = 1, \dots, N$ 为矩阵 $\tilde{\mathcal{L}}^s$ 的特征值且满足 $\text{Re}(\lambda_i^s) > 0$, 因此存在如下非奇异变换:

$$\begin{aligned} &\text{diag}(T^{-1} \otimes I_h) (\tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s) \text{diag}(T \otimes I_h) = \\ &\text{diag}(T^{-1} \otimes I_h) (I_N \otimes S_r - \\ &(\mathcal{L}^s + G) \otimes \Omega_r) \text{diag}(T \otimes I_h) = \\ &\tilde{S}_r - J \end{aligned} \quad (51)$$

其中, $J = (T^{-1} \tilde{\mathcal{L}}^s T) \otimes \Omega_r = J_N \otimes \Omega_r$. 可知, 矩阵 $\tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s$ 的稳定性与矩阵 $\tilde{S}_r - J$ 中的块对角元素 $S_r - \lambda_i^s \Omega_r$ 相同.

在满足假设 2 条件下, 矩阵对 (S_r, I_h) 是可检测的. 因此, 存在正定对称矩阵 $P = P^T > 0$, 使得矩阵 $S_r - sP, s \in \mathbf{C}$ 是 Hurwitz 的. 定义

$$\Pi = (S_r - sP)^* P + P (S_r - sP) \quad (52)$$

令 $s = \text{Re}(\lambda_i^s) + \text{Im}(\lambda_i^s)j$, 根据 Lyapunov 稳定性原理, 可得关于矩阵 Π 的如下变换:

$$\begin{aligned} \Pi &= (S_r - sP)^* P + P(S_r - sP) = \\ &S_r^T P - (\operatorname{Re}(\lambda_i^s) - \operatorname{Im}(\lambda_i^s)j) P^2 + \\ &P S_r - (\operatorname{Re}(\lambda_i^s) + \operatorname{Im}(\lambda_i^s)j) P^2 = \\ &S_r^T P + P S_r - 2\operatorname{Re}(\lambda_i^s) P^2 < 0 \end{aligned} \quad (53)$$

可知, 若矩阵 $\Pi < 0$ 成立, 即 $S_r - \lambda_i^s P$ 是 Hurwitz 的. 令 $P = \Omega_r = \Omega_r^T > 0$, $2\operatorname{Re}(\lambda_{\min}(\tilde{L}^s)) = \delta_r > 0$, 可知若式 (29) 满足, 矩阵 $S_r - \lambda_i^s \Omega_r$ 是 Hurwitz 的, 即矩阵 $\tilde{S}_r - \tilde{L}_{\Omega_r}^s$ 也是 Hurwitz 的, 因此系统 (50) 是渐近稳定的. 进一步由引理 3、式 (14) 和式 (46), 可得

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) &= \lim_{t \rightarrow \infty} (y_i(t) - \tilde{d}_i y_{ri}(t)) = \\ &\lim_{t \rightarrow \infty} (\tilde{C}_i x_i(t) - \tilde{d}_i R_r r(t)) = \\ &\lim_{t \rightarrow \infty} (\tilde{C}_i X_{wi} - \tilde{d}_i R_r) r(t) = 0 \end{aligned} \quad (54)$$

因此, 由式 (2) 和式 (3) 组成的高阶广义不确定异构多智能体系统可实现二分输出一致. 可以看出, 通过定义全局误差变量构造增广闭环广义系统后, 在给出的控制协议 (28) 下能够不依赖无向图拉普拉斯矩阵的对称性对整体误差动态进行稳定性分析, 实现小范围不确定参数下的二分输出一致性控制. \square

注 9. 在本节的分布式状态反馈控制协议设计过程中, 需要求解观测器 (24) 中的正定增益 Ω_r . 定理 1 给出增益 Ω_r 的求解条件, 其依赖的线性矩阵不等式 (29) 本质是 Lyapunov 不等式的推广. 通过相似变换 (如 $P = kI$ 或更一般的正定矩阵), 可以证明当 S_r 的特征值实部非负且 $\delta_r > 0$ 时, 不等式 (29) 恒有解. 由于 $\Omega_r = \Omega_r^T > 0$, 因此对不等式 (29) 两端同时左乘、右乘 Ω_r^{-1} , 可得

$$\Omega^{-1} S_r^T + S_r \Omega^{-1} - \delta_r I < 0 \quad (55)$$

根据定理 1 和拓扑矩阵信息, 可确定参数 δ_r , 同时外系统矩阵 S_r 也是已知的. 因此, 式 (55) 作为典型的线性矩阵不等式, 可利用 MATLAB 中的 LMI 工具箱求解, 增益矩阵 Ω_r 通过预定义为对称正定矩阵直接解出.

2.2 分布式输出反馈二分输出一致性控制

本节将考虑一般符号有向图下基于输出反馈的输出二分一致问题. 首先, 为使系统中所有跟随者均能获得参考信号, 设计形式同式 (24) 的外系统观测器, 其中, $\Omega_r \in \mathbf{R}^{h \times h} > 0$ 为观测器增益. 进一步, 基于邻居信息设计如下动态内模补偿器:

$$\dot{\hat{z}}_i(t) = \hat{G}_{1i} \hat{z}_i(t) + \hat{G}_{2i} (\tilde{C}_i x_i(t) - R_r \xi_i(t)) \quad (56)$$

其中, $\hat{z}_i \in \mathbf{R}^{n_z}$ 为内模补偿器状态, $\xi_i \in \mathbf{R}^h$ 为分布式观测器状态, $(\hat{G}_{1i}, \hat{G}_{2i})$ 是包含 S_r 的一个 p -重内模的待定矩阵对.

基于 p -重内模原理, 对每个跟随者 v_i 设计如下分布式输出反馈控制协议:

$$u_i(t) = K_i \hat{z}_i(t) \quad (57)$$

其中, $K_i = (K_{1i}, K_{2i}) \in \mathbf{R}^{m_i \times (n_i + n_z)}$ 为控制增益, 并且在 $\tilde{\Delta} \in W$ 范围内使得矩阵 A_{wi} 是 Hurwitz 的. 进一步, 若假设 5 成立, 那么存在矩阵 L_i 使得 $A_i - L_i C_i$ 的所有特征值均分布在左半复平面, 那么增益 \hat{G}_{1i} 和 \hat{G}_{2i} 可设计为

$$\begin{cases} \hat{G}_{1i} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_i + \tilde{B}_i K_{1i} - L_i \tilde{C}_i & \tilde{B}_i K_{2i} \\ 0 & G_1 \end{bmatrix} \\ \hat{G}_{2i} = \begin{bmatrix} L_i \\ G_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (58)$$

其中, 矩阵 G_1 和 G_2 设计如式 (26). 显然 $(\hat{G}_{1i}, \hat{G}_{2i})$ 包含外系统矩阵 S_r 的一个 p -重内模. 进一步, 定义如下矩阵和向量:

$$\begin{cases} \hat{G}_1 = \text{block diag} \{ \hat{G}_{11}, \dots, \hat{G}_{1N} \} \\ \hat{G}_2 = \text{block diag} \{ \hat{G}_{21}, \dots, \hat{G}_{2N} \} \\ \hat{\varphi}(t) = [x^T(t), \hat{z}^T(t)]^T \end{cases} \quad (59)$$

根据式 (2) 和式 (57), 可以计算出如下全局闭环系统:

$$\tilde{E} \dot{\hat{x}}(t) = \tilde{A} \hat{x}(t) + \tilde{B} K \hat{z}(t) \quad (60)$$

同理, 式 (56) 的紧凑形式计算为

$$\dot{\hat{z}}(t) = \hat{G}_2 \tilde{C} x(t) + \hat{G}_1 \hat{z}(t) - \hat{G}_2 (I_N \otimes R_r) \xi(t) \quad (61)$$

进一步, 根据式 (60) 和式 (61) 可直接计算得到

$$\begin{aligned} \hat{E} \dot{\hat{\varphi}}(t) &= \left[[\tilde{E} \hat{x}(t)]^T, [\hat{z}(t)]^T \right]^T = \\ &\begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B} K \\ \hat{G}_2 \tilde{C} & \hat{G}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{z}(t) \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} 0 \\ -\hat{G}_2 (I_N \otimes R_r) \end{bmatrix} \xi(t) = \\ &\hat{A}_0 \hat{\varphi}(t) + \hat{B}_0 \xi(t) \end{aligned} \quad (62)$$

其中,

$$\hat{A}_0 = \begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B}K \\ \hat{G}_2\tilde{C} & \hat{G}_1 \end{bmatrix}, \hat{B}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\hat{G}_2(I_N \otimes R_r) \end{bmatrix} \quad (63)$$

定理 2. 对于由式 (2) 和式 (3) 组成的合作-竞争广义不确定异构多智能体系统, 若满足假设 1~6, 那么, 当如下两个条件同时满足时, 在 $\tilde{\Delta} \in W$ 范围内分布式状态反馈控制协议可实现多智能体系统的二分输出一致.

1) 外系统观测器 (24) 的增益 $\Omega_r = \Omega_r^T > 0$ 满足线性矩阵不等式 (29).

2) 控制器 (57) 的增益矩阵对 (K_{1i}, K_{2i}) 可使得式 (22) 的矩阵

$$\hat{A}_{vi} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_i & \tilde{B}_iK_i \\ \hat{G}_{2i}C_i & \hat{G}_{1i} \end{bmatrix} \quad (64)$$

是 Hurwitz 的. 其中, \hat{G}_{1i} 和 \hat{G}_{2i} 形式如式 (58).

证明. 为证明分布式状态反馈控制协议 (57) 的有效性, 将本证明分为两个步骤.

步骤 1. 定义如下向量:

$$\begin{cases} \hat{x}_c(t) = [\hat{\varphi}^T(t), \xi^T(t)]^T \\ \hat{x}_g(t) = [x_1^T, \hat{z}_1^T]^T, \dots, [x_N^T, \hat{z}_N^T]^T, \xi_1^T, \dots, \xi_N^T \end{cases}^T \quad (65)$$

在式 (38) 中已计算出外系统观测器式 (24) 的紧凑形式. 结合式 (38)、(62) 和 (65), 可得

$$\begin{aligned} \tilde{E}\dot{\hat{x}}_c(t) &= \left[\left[\hat{E}\dot{\hat{\varphi}}(t) \right]^T, \left[\dot{\xi}(t) \right]^T \right]^T = \\ & \begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B}K & | & 0 \\ \hat{G}_2\tilde{C} & \hat{G}_1 & | & -\hat{G}_2(I_N \otimes R_r) \\ \hline 0 & & | & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s \end{bmatrix} \hat{x}_c(t) + \\ & \begin{bmatrix} 0 \\ G\tilde{\mathcal{D}} \otimes \Omega_r \end{bmatrix} r_0(t) = \\ & \begin{bmatrix} \hat{A}_0 & | & \hat{B}_0 \\ \hline 0 & | & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s \end{bmatrix} x_c(t) + \\ & \begin{bmatrix} 0 \\ G\tilde{\mathcal{D}} \otimes \Omega_r \end{bmatrix} r_0(t) = \\ & \hat{A}_c \hat{x}_c(t) + B_c r_0(t) \end{aligned} \quad (66)$$

其中,

$$\hat{A}_c = \begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B}K & | & 0 \\ \hat{G}_2\tilde{C} & \hat{G}_1 & | & -\hat{G}_2(I_N \otimes R_r) \\ \hline \hat{A}_0 & | & \hat{B}_0 \\ 0 & | & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s \end{bmatrix} = \quad (67)$$

进一步对式 (66) 进行相似变换, 可得如下向量:

$$\begin{aligned} \tilde{E}\dot{\hat{x}}_g(t) &= \begin{bmatrix} \hat{A}_{v1} & & | & \hat{B}_{01} \\ & \ddots & & \vdots \\ \hline & & \hat{A}_{vN} & \hat{B}_{0N} \\ 0 & & & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s \end{bmatrix} \cdot \\ \hat{x}_g(t) &+ \begin{bmatrix} 0 \\ G\tilde{\mathcal{D}} \otimes \Omega_r \end{bmatrix} r_0(t) = \\ & \begin{bmatrix} \Gamma_1 & | & \Gamma_2 \\ \hline 0 & | & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s \end{bmatrix} \hat{x}_g(t) + \\ & \begin{bmatrix} 0 \\ G\tilde{\mathcal{D}} \otimes \Omega_r \end{bmatrix} r_0(t) = \\ & \hat{A}_g \hat{x}_g(t) + \hat{B}_c r_0(t) \end{aligned} \quad (68)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{A}_g &= \begin{bmatrix} \Gamma_1 & | & \Gamma_2 \\ \hline 0 & | & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s \end{bmatrix}, \hat{B}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ G\tilde{\mathcal{D}} \otimes \Omega_r \end{bmatrix} \\ \Gamma_1 &= \text{block diag} \{ \hat{A}_{v1}, \dots, \hat{A}_{vN} \} \\ \Gamma_2 &= \text{block diag} \{ \hat{B}_{01}, \dots, \hat{B}_{0N} \} \end{aligned} \quad (69)$$

步骤 2. 经过变换后系统 (66) 与系统 (68) 稳定性相同. 定义如下误差向量:

$$\begin{cases} \tilde{\varphi}_i(t) = \hat{\varphi}_i(t) - X_{ci}r(t) \\ \tilde{\xi}_i(t) = \xi_i(t) - \tilde{d}_i r(t) \end{cases}, i = 1, 2, \dots, N \quad (70)$$

此外, 分别选择如下矩阵:

$$A_{wi} = \tilde{A}_i, B_{wi} = \tilde{B}_iK_i, C_{wi} = \tilde{C}_i, \tilde{E}_{wi} = \tilde{E}_i \quad (71)$$

将式 (71) 代入假设 6 的广义调节方程 (12) 中, 由 $K_i = (K_{1i}, K_{2i})$, 可得

$$\begin{cases} \tilde{E}_i X_{wi} S_r = \tilde{A}_i X_{wi} + \tilde{B}_i (K_{1i}, K_{2i}) Z_{wi} \\ Z_{wi} S_r = G_1 Z_{wi} + G_2 (\tilde{C}_i X_{wi} - \tilde{d}_i R_r) \end{cases} \quad (72)$$

结合引理 4, 式 (58)、(62) 和 (70), 误差向量 $\tilde{\varphi}_i(t)$ 的动态方程可计算为

$$\begin{aligned} \hat{E}_i \dot{\hat{\varphi}}_i(t) &= \hat{E}_i \dot{\hat{\varphi}}_i(t) - \hat{E}_i X_{ri} \dot{r}(t) = \\ &\begin{bmatrix} \tilde{A}_i & \tilde{B}_i K_i \\ \hat{G}_{2i} \tilde{C}_i & \hat{G}_{1i} \end{bmatrix} \hat{\varphi}_i(t) + \\ &\begin{bmatrix} 0 \\ -\hat{G}_{2i} R_r \end{bmatrix} \xi_i(t) - \begin{bmatrix} E_i X_{wi} S_r \\ Z_{wi} S_r \end{bmatrix} r(t) = \\ &\begin{bmatrix} \tilde{A}_i & \tilde{B}_i K_i \\ \hat{G}_{2i} \tilde{C}_i & \hat{G}_{1i} \end{bmatrix} \hat{\varphi}_i(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\hat{G}_{2i} R_r \end{bmatrix} \xi_i(t) - \\ &\begin{bmatrix} \hat{A}_{wi} X_{wi} + \hat{B}_{wi} Z_{wi} \\ \hat{G}_1 Z_{wi} + \hat{G}_2 \tilde{C}_{wi} X_{wi} - \tilde{d}_i \hat{G}_2 R_r \end{bmatrix} r(t) = \\ &\begin{bmatrix} \tilde{A}_i & \tilde{B}_i \\ \hat{G}_{2i} \tilde{C}_i & \hat{G}_{1i} \end{bmatrix} \tilde{\varphi}_i(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\hat{G}_{2i} R_r \end{bmatrix} \tilde{\xi}_i(t) = \\ &\hat{A}_{vi} \tilde{\varphi}_i(t) + \hat{B}_{0i} \tilde{\xi}_i(t) \end{aligned} \quad (73)$$

定义如下全局误差矩阵:

$$\begin{cases} \tilde{\varphi}(t) = [\tilde{\varphi}_1^T(t), \tilde{\varphi}_2^T(t), \dots, \tilde{\varphi}_N^T(t)]^T \\ \tilde{x}_c(t) = [\tilde{\varphi}_N^T(t), \tilde{\xi}_N^T(t)]^T \end{cases} \quad (74)$$

结合式 (48)、(73) 和 (74), 可得

$$\begin{aligned} \tilde{E} \dot{\tilde{x}}_c(t) &= \begin{bmatrix} \hat{A}_{v1} & & & \hat{B}_{01} \\ & \ddots & & \\ & & \hat{A}_{vN} & \\ 0 & & & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s \end{bmatrix} \tilde{x}_c(t) = \\ &\begin{bmatrix} \Gamma_1 & & & \Gamma_2 \\ 0 & & & \tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s \end{bmatrix} \tilde{x}_c(t) = \\ &\hat{A}_g \tilde{x}_c(t) \end{aligned} \quad (75)$$

与定理 1 类似, 对角块矩阵 \hat{A}_g 稳定性依赖于对角元素 Γ_1 和 $\tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s$. 进一步, 为分析在 $\tilde{\Delta} \in W$ 范围内矩阵 Γ_1 的稳定性, 将式 (58) 代入式 (64) 中, 可得

$$\hat{A}_{vi} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_i & \tilde{B}_i K_{1i} & \tilde{B}_i K_{2i} \\ L_i \tilde{C}_i & \tilde{A}_i + \tilde{B}_i K_{1i} - L_i \tilde{C}_i & \tilde{B}_i K_{2i} \\ G_2 \tilde{C}_i & 0 & G_1 \end{bmatrix} \quad (76)$$

对其进行相似变化, 进而可得

$$\hat{A}_{vi} \sim \begin{bmatrix} \tilde{A}_i + \tilde{B}_i K_{1i} & \tilde{B}_i K_{1i} & \tilde{B}_i K_{2i} \\ 0 & \tilde{A}_i - L_i \tilde{C}_i & 0 \\ G_2 \tilde{C}_i & 0 & G_1 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_i + \tilde{B}_i K_{1i} & \tilde{B}_i K_{2i} & \tilde{B}_i K_{1i} \\ G_2 \tilde{C}_i & G_1 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{A}_i - L_i \tilde{C}_i \end{bmatrix} \quad (77)$$

结合推理 1 和假设 6 可知, 矩阵 \hat{A}_{vi} 和 $\tilde{A}_i - L_i \tilde{C}_i$ 均是 Hurwitz 的, 因此矩阵 Γ_1 是稳定的. $\tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s$ 稳定性证明同定理 1, 可证得矩阵 $\tilde{S}_r - \tilde{\mathcal{L}}_{\Omega_r}^s$ 是 Hurwitz 的. 因此系统 (75) 是渐近稳定的, 即由式 (2) 和式 (3) 组成的广义不确定异构多智能体系统可实现二分输出一致, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$. 因此, 跟随者输出误差在时间趋于无穷时会渐近收敛至零. \square

3 仿真算例

本节将给出两个仿真算例分别验证状态反馈和输出反馈下的二分输出一致性控制策略的有效性. 在如图 2 所示的通信拓扑图下, 选取由五个跟随者和一个外系统组成的广义不确定异构多智能体系统. 其中, 节点 1~5 代表跟随者, 节点 0 代表外系统, 可知仅有跟随者 1 和 5 能获知外系统 0 的信息. 由图 2 可知, 合作-竞争共存于各智能体, 且满足结构平衡条件. 跟随者分为具有竞争关系的两个子组 $\mathcal{V}_1 = \{1, 2, 3\}$, $\mathcal{V}_2 = \{4, 5\}$, 且子组内的跟随者是合作关系.

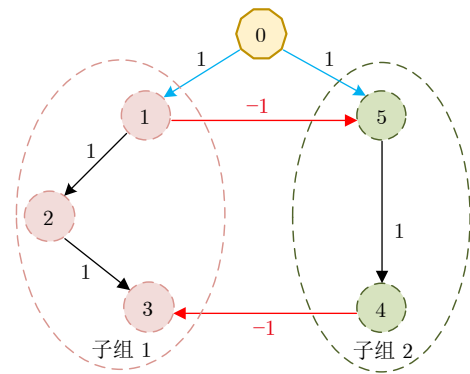


图 2 系统通信拓扑图

Fig.2 System communication topology

进一步, 图 2 的拓扑矩阵 \mathcal{L}^s 和牵引矩阵 G^s 分别写为

$$\mathcal{L}^s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G^s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

因此, 对应的拉普拉斯矩阵为

$$\tilde{\mathcal{L}}^s = \mathcal{L}^s + G^s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (78)$$

3.1 分布式状态反馈二分一致性结果

基于状态反馈控制协议, 由式 (2) 描述的跟随者系统矩阵参数 $\tilde{E}_i, \tilde{A}_i, \tilde{B}_i$ 和 \tilde{C}_i 分别如下.

1) 子组 1 各跟随者系统参数

a) 智能体 1

$$\tilde{E}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{e}_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{a}_i \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_1 = [0, \tilde{b}_i]^T, \tilde{C}_1 = [1, 0]$$

b) 智能体 2

$$\tilde{E}_2 = \begin{bmatrix} \tilde{e}_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & \tilde{a}_i \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_2 = [1, \tilde{b}_i]^T, \tilde{C}_2 = [1, 0]$$

c) 智能体 3

$$\tilde{E}_3 = \begin{bmatrix} \tilde{e}_i & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{A}_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & \tilde{a}_i \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_3 = [0, 1, \tilde{b}_i]^T, \tilde{C}_3 = [1, 0, 0]$$

2) 子组 2 各跟随者系统参数

a) 智能体 4

$$\tilde{E}_4 = \begin{bmatrix} \tilde{e}_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{A}_4 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & \tilde{a}_i \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_4 = [1, \tilde{b}_i]^T, \tilde{C}_4 = [1, 0]$$

b) 智能体 5

$$\tilde{E}_5 = \begin{bmatrix} \tilde{e}_i & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{A}_5 = \begin{bmatrix} -1.1 & 0 & 1 \\ 0 & \tilde{a}_i & -1.1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_5 = [0, \tilde{b}_i, -1]^T, \tilde{C}_5 = [1, 0, 0]$$

其中, $(\tilde{e}_i, \tilde{a}_i, \tilde{b}_i) = 1 + (\Delta\tilde{e}_i, \Delta\tilde{a}_i, \Delta\tilde{b}_i), i = 1, \dots, 5$, 各跟随者系统的不确定参数 $(\Delta\tilde{e}_i, \Delta\tilde{a}_i, \Delta\tilde{b}_i)$ 可分别选为 $(-0.3, -0.1, 0.1), (0.2, -0.3, -0.1), (-0.1, 0.1, 0), (0.1, 0, -0.3)$ 和 $(-0.1, 0.1, 0.2)$.

外系统的系统矩阵为

$$S_r = \begin{bmatrix} 0 & 0.2 \\ -0.3 & 0 \end{bmatrix}, R_r = [1, 0]$$

为选择合适的控制器增益, 首先根据外系统矩阵 S_r 得到其最小多项式为 $s^2 + 0.06$. 由注 3 可知, 分别构建矩阵对 (G_1, G_2) 为

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.06 & 0 \end{bmatrix}, G_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

能够包含矩阵 S_r 的 1-重内模.

进一步, 外系统观测器的正定对称增益 Ω_r 可根据定理 1 计算为

$$\Omega_r = \begin{bmatrix} 1.8322 & 0.1409 \\ 0.1409 & 1.6912 \end{bmatrix}$$

此外, 各跟随者的控制器增益可计算为

$$K_{11} = [-0.2694, 0.1667], K_{21} = [0.0133, 0.0029]$$

$$K_{12} = [-0.2941, -0.7037], K_{22} = [0.0139, -0.0629]$$

$$K_{14} = [-1.3423, 1.1747], K_{24} = [0.0185, -0.4555]$$

$$K_{23} = [-0.0660, 0.1924], K_{25} = [-0.0715, 0.2199]$$

$$K_{13} = [1.0295, -0.0510, 0.4090]$$

$$K_{15} = [1.0048, -0.0750, 0.3775]$$

基于状态反馈的二分一致性仿真结果如图 3 和图 4 所示. 图 3 给出了具有竞争关系的两个子组中所有智能体的输出轨迹, 可以看出每个跟随者均能精准跟踪至领导者, 并且具有竞争关系的两组智能体分别渐近跟踪模值相同但符号相反的参考信号. 图 4 给出了五个跟随者与一个领导者的输出轨迹跟踪误差, 可知输出跟踪误差曲线在时间趋于无穷时渐近趋于零, 进一步验证了本文提出的分布式二分控制器 (28) 的有效性.

3.2 分布式输出反馈二分一致性结果

基于输出反馈, 由式 (2) 描述的跟随者系统矩

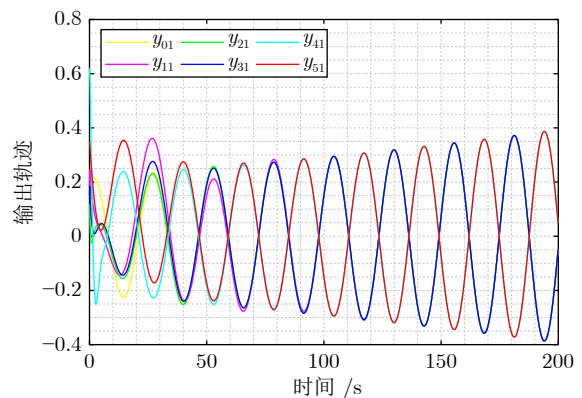


图 3 分布式二分控制器 (28) 下的输出轨迹
Fig.3 The output trajectories under the distributed bipartite controller (28)

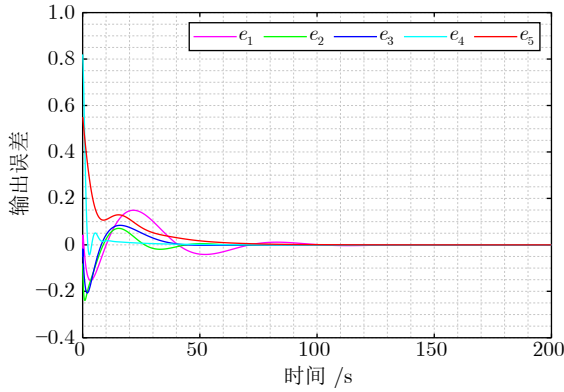


图 4 分布式二分控制器 (28) 下的输出误差
Fig.4 The output errors under the distributed bipartite controller (28)

阵 $\tilde{E}_i, \tilde{A}_i, \tilde{B}_i$ 和 \tilde{C}_i 分别如下.

1) 子组 1 各跟随者系统参数

a) 智能体 1

$$\tilde{E}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{e}_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{a}_i \\ 0 & -1.2 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_1 = [0, \tilde{b}_i]^T, \tilde{C}_1 = [1, 0]$$

b) 智能体 2

$$\tilde{E}_2 = \begin{bmatrix} \tilde{e}_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{a}_i \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_2 = [0, \tilde{b}_i]^T, \tilde{C}_2 = [1, 0]$$

c) 智能体 3

$$\tilde{E}_3 = \begin{bmatrix} \tilde{e}_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & \tilde{a}_i \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_3 = [0, \tilde{b}_i]^T, \tilde{C}_3 = [1, 0]$$

2) 子组 2 各跟随者系统参数

a) 智能体 4

$$\tilde{E}_4 = \begin{bmatrix} 1.3 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{e}_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{A}_4 = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{a}_i & 1 \\ 0 & 0 & 0.9 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_4 = [0, 1, \tilde{b}_i]^T, \tilde{C}_4 = [1, 0, 0]$$

b) 智能体 5

$$\tilde{E}_5 = \begin{bmatrix} \tilde{e}_i & 0 & 0 \\ 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{A}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \tilde{a}_i \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_5 = [0, 1, \tilde{b}_i]^T, \tilde{C}_5 = [1, 0, 0]$$

其中, $(\tilde{e}_i, \tilde{a}_i, \tilde{b}_i) = 1 + (\Delta\tilde{e}_i, \Delta\tilde{a}_i, \Delta\tilde{b}_i), i = 1, \dots,$

5, $(\Delta\tilde{e}_i, \Delta\tilde{a}_i, \Delta\tilde{b}_i)$ 为系统不确定参数, 分别为 $(0.1, 0.1, 0.2), (0.2, 0.2, 0.1), (-0.25, 0.1, 0.1), (-0.3, 0.2, 0.1)$ 和 $(0.25, 0.1, -0.1)$.

外系统的系统矩阵为

$$S_r = \begin{bmatrix} 0 & 1.2 \\ -0.2 & 0 \end{bmatrix}, R_r = [-1, 0]$$

根据外系统矩阵 S_r 得到其最小多项式为 $s^2 + 0.24$, 因此矩阵对 (G_1, G_2) 分别构建为

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.24 & 0 \end{bmatrix}, G_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

进一步, 基于定理 2, 外系统观测器增益 Ω_r 和控制器增益 K_i 分别可计算为

$$\Omega_r = \begin{bmatrix} 1.5074 & -0.9663 \\ -0.9663 & 4.2131 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = [-0.1690, -0.1690, 0.0363, 0.1603]$$

$$K_2 = [-0.4634, -0.5333, 0.1039, -0.0227]$$

$$K_3 = [-1.8783, 1.5778, 0.4063, 0.1812]$$

$$K_4 = [-1.0195, -1.4314, -1.2286, 0.1913, -0.1517]$$

$$K_5 = [-0.2981, -0.0710, 0.1310, 0.0556, -0.0082]$$

各跟随者的增益 \hat{G}_{1i} 和 \hat{G}_{2i} 可根据式 (58) 分别得出.

基于输出反馈的二分一致性仿真结果如图 5 和图 6 所示. 图 5 描述了具有竞争关系的两组跟随者分别跟踪至领导者的正、负参考轨迹. 图 6 描述了跟随者与领导者间输出轨迹跟踪误差曲线在时间趋于无穷时渐近趋于零, 进一步验证了本文提出的分布式二分控制器 (57) 的有效性.

4 结束语

本文解决了合作-竞争广义不确定异构线性多

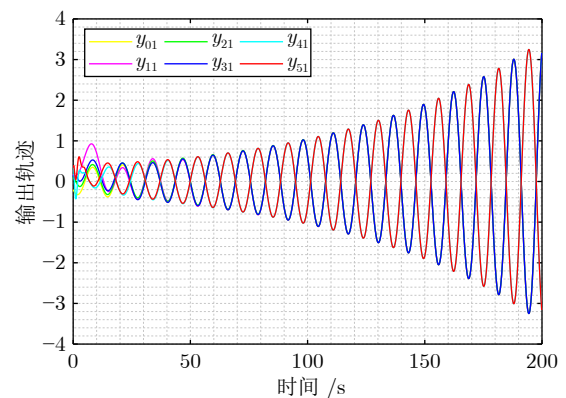


图 5 分布式二分控制器 (57) 下的输出轨迹
Fig.5 The output trajectories under the distributed bipartite controller (57)

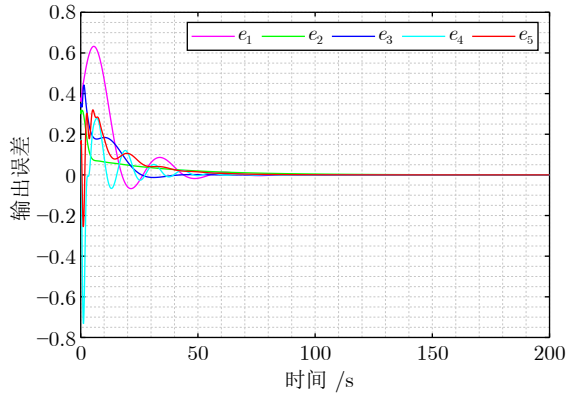


图 6 分布式二分控制器 (57) 下的误差轨迹

Fig.6 The output errors under the distributed bipartite controller (57)

智能体系统的分布式二分输出一致性问题. 首先, 在结构平衡有向拓扑图的结构平衡下, 基于内模原理和线性矩阵不等式构造动态内模补偿器, 设计不依赖调节方程精确解的分布式二分状态反馈和输出反馈控制协议; 其次, 应用 Lyapunov 稳定性定理分析增广闭环广义系统的稳定性, 当系统参数在相对范围内小幅度扰动时, 系统理想的二分输出一致性问题可得到解决; 最后, 给出设计的两种二分控制协议的仿真结果. 未来工作将研究切换拓扑下离散线性多智能体系统二分容错一致性问题.

References

- Wan M Y, Xu Y, Wu Z G. Dynamic event-triggered resilient control of nonlinear multi-agent systems against asynchronous DoS attacks. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, **22**: 13633–13643
- Sun Ya-Ping, Yang Xin-Song, Su Hou-Sheng. Consensus tracking control of heterogeneous nonlinear multi-agent systems with random switching and uncertain targets (in Chinese). *SCIENTIA SINICA Informationis*, 2024, **11**(54): 2674–2688 (孙亚平, 杨鑫松, 苏厚胜. 随机切换和不确定目标下异质非线性多智能体系统的一致跟踪控制. *中国科学: 信息科学*, 2024, **11**(54): 2674–2688)
- Wang X J, Niu B, Shang Z H, Niu Y. Distributed resilient adaptive consensus tracking control of nonlinear multi-agent systems dealing with deception attacks via K-filters approach. *Automatica*, 2024, **169**: Article No. 111871
- Deng C, Xu L, Yang T, Yue D, Chai T Y. Distributed cooperative optimization for nonlinear heterogeneous MASs under intermittent communication. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2024, **69**(4): 2737–2744
- Wang Y J, Yuan Y, Liu J G. Finite-time leader-following output consensus for multi-agent systems via extended state observer. *Automatica*, 2021, **124**: Article No. 109133
- Schellinck J, White T. A review of attraction and repulsion models of aggregation: Methods, findings and a discussion of model validation. *Ecological Modelling*, 2011, **222**(11): 1897–1911
- Shang Y L. Consensus formation of two-level opinion dynamics. *Acta Mathematica Scientia*, 2014, **34**(4): 1029–1040
- Li K Y, Ji L H, Zhang C J, Li H Q. Fully distributed event-triggered pinning group consensus control for heterogeneous multi-agent systems with cooperative-competitive interaction strength. *Neurocomputing*, 2021, **464**: 273–281
- Liu J, Li H Y, Ji J C, Luo J. Group-bipartite consensus in the networks with cooperative-competitive interactions. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2020, **67**(12): 3292–3296
- Altafini C. Consensus problems on networks with antagonistic interactions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **58**(4): 935–946
- Wen Guang-Hui, Yu Xing-Huo, Huang Ting-Wen, Zhou Yan. Fixed-time bipartite formation tracking control for multi-USV systems with uncertain model parameters. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(3): 669–677 (温广辉, 余星火, 黄廷文, 周艳. 模型参数不确定下多无人艇系统固定时间二分编队跟踪控制. *自动化学报*, 2025, **51**(3): 669–677)
- Zhao X F, Han T, Zhan X S, Yan H C. Distributed estimator-based fixed-time bipartite consensus of multiple Euler-Lagrange systems over a signed digraph. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, **69**(6): 2847–2851
- Zhao G L, Cui H L, Hua C C. Hybrid event-triggered bipartite consensus control of multiagent systems and application to satellite formation. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2023, **20**(3): 1760–1771
- Huang J. *Nonlinear Output Regulation: Theory and Applications*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2004.
- Su Y F, Huang J. Cooperative output regulation of linear multi-agent systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **57**(4): 1062–1066
- Han T, Zheng W X. Bipartite output consensus for heterogeneous multi-agent systems via output regulation approach. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2020, **68**(1): 281–285
- Zhang J, Zhang H G, Sun S X. Adaptive dynamic event-triggered bipartite time-varying output formation tracking problem of heterogeneous multiagent systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2024, **54**(1): 12–22
- Wang X L, Hong Y G, Huang J, Jiang Z P. A distributed control approach to a robust output regulation problem for multi-agent linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, **55**(12): 2891–2895
- Huang W C, Liu H L, Huang J. Distributed robust containment control of linear heterogeneous multi-agent systems: An output regulation approach. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2022, **9**(5): 864–877
- Liang D, Huang J. Robust bipartite output regulation of linear uncertain multi-agent systems. *International Journal of Control*, 2022, **95**(1): 42–49
- Han Tao, Guan Zhi-Hong, Zhan Xi-Sheng, Yan Huai-Cheng, Chen Jie. Observer-based bipartite consensus of descriptor multi-agent systems. *Control Theory and Applications*, 2023, **40**(1): 32–38 (韩涛, 关治洪, 詹习生, 严怀成, 陈洁. 带有观测器的广义多智能体系统二分一致性. *控制理论与应用*, 2023, **40**(1): 32–38)
- Yuan T, Li L. Observer-based consensus control for a class of nonlinear singular multi-agent systems. *Journal of the Franklin Institute*, 2024, **361**(14): Article No. 107061
- Liu X F, Xie Y F, Li F B, Gui W H. Cooperative output regulation of singular multi-agent systems under adaptive distributed protocol and general entirety method. *Systems and Control Letters*, 2020, **138**: Article No. 104628
- Wu J, Deng Q, Han T, Yan H C. Bipartite output regulation for singular heterogeneous multi-agent systems on signed graph. *Asian Journal of Control*, 2022, **24**(5): 2452–2460
- Zhang J, Yao Y, Wang J A, Li X L, Ding D W. Bipartite output formation tracking control for discrete-time singular heterogeneous multi-agent systems. *IEEE Transactions on Automation*

Science and Engineering, 2025, **22**: 19037–19050

26 Duan G R. *Analysis and Design of Descriptor Linear Systems*. New York: Springer, 2010.



张捷 太原科技大学电子信息工程学院副教授. 主要研究方向为多智能体系统协同输出调节和容错控制. 本文通信作者.

E-mail: 2022042@tyust.edu.cn

(**ZHANG Jie** Associate professor at the School of Electronic Information Engineering, Taiyuan University of Science and Technology. His research interest covers cooperative output regulation and fault-tolerant control of multi-agent systems. Corresponding author of this paper.)



姚瑶 太原科技大学电子信息工程学院硕士研究生. 主要研究方向为多智能体系统协同控制.

E-mail: s202215210600@stu.tyust.edu.cn

(**YAO Yao** Master student at the School of Electronic Information Engineering, Taiyuan University of Science and Technology. Her main research interest is cooperative control of multi-agent systems.)



王健安 太原科技大学电子信息工程学院教授. 主要研究方向为多智能体系统协同控制和复杂网络.

E-mail: jiananwang@tyust.edu.cn

(**WANG Jian-An** Professor at the School of Electronic Information Engineering, Taiyuan University of

Science and Technology. His research interest covers cooperative control of multi-agent systems and complex networks.)



丁大伟 北京科技大学自动化学院教授. 主要研究方向为信息物理系统安全控制和多智能体系统协同控制.

E-mail: dingdawei@ustb.edu.cn

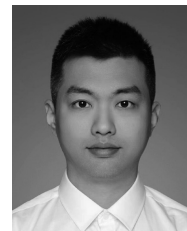
(**DING Da-Wei** Professor at the School of Automation and Electrical Engineering, University of Science and Technology Beijing. His research interest covers secure control of cyber-physical systems and cooperative control of multi-agent systems.)



李晓磊 燕山大学电气工程学院副教授. 主要研究方向为分布式安全控制和水下机器人控制.

E-mail: xiaolei@ysu.edu.cn

(**LI Xiao-Lei** Associate professor at the School of Electrical Engineering, Yanshan University. His research interest covers distributed security control and underwater robotic vehicle control.)



李志强 中国电子科技集团公司第32研究所工程师. 主要研究方向为信息物理系统安全控制.

E-mail: lizhiqiang@ecict.com.cn

(**LI Zhi-Qiang** Engineer at the 32nd Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation. His main research interest is secure control of cyber-physical systems.)