

# 无人飞行器集群自主控制: 预设性能驱动的安全编队控制

方浩<sup>1</sup> 赵欣悦<sup>1</sup> 陈杰<sup>1,2</sup>

**摘要** 针对障碍环境下多无人机编队跟踪问题, 提出一种兼顾编队跟踪性能与安全的控制框架. 在该框架中, 首先利用性能边界可调的预设性能控制方法生成期望控制信号, 使无人机跟踪虚拟领导者的期望轨迹, 跟踪过程中满足瞬态与稳态误差约束. 进一步, 基于控制障碍函数描述无人机的安全状态集合并建立二次规划问题, 利用 Karush-Kuhn-Tucker 条件得到最小干预安全控制器的闭式解. 最后, 利用安全控制的闭式解构造辅助系统, 实现性能函数的自适应更新. 理论分析表明, 该算法能够在编队跟踪与安全性冲突条件下确保系统安全, 在不发生冲突时实现性能约束下的编队跟踪. 仿真结果验证了提出算法的有效性.

**关键词** 多无人机编队跟踪, 安全控制, 预设性能控制, 控制障碍函数, 辅助系统

**引用格式** 方浩, 赵欣悦, 陈杰. 无人飞行器集群自主控制: 预设性能驱动的安全编队控制. 自动化学报, 2025, 51(5): 931-941

**DOI** 10.16383/j.aas.c240603

**CSTR** 32138.14.j.aas.c240603

## Autonomous Control of Unmanned Aerial Vehicle Swarms: Prescribed Performance Driven Safety Formation Control

FANG Hao<sup>1</sup> ZHAO Xin-Yue<sup>1</sup> CHEN Jie<sup>1,2</sup>

**Abstract** A control framework that balances formation tracking performance and safety is proposed to address the problem of multiple unmanned aerial vehicles (UAVs) formation tracking within obstacle environments. In this framework, a prescribed performance control method with adjustable performance boundaries is first used to generate the desired control signals, ensuring that the UAVs track the desired trajectory generated by the virtual leader while satisfying transient and steady-state error constraints during the tracking process. Furthermore, the control barrier function is used to describe the safety state set of the UAVs, and a quadratic programming problem is formulated. The closed-form solution of the minimum intervention safety controller is obtained by using the Karush-Kuhn-Tucker conditions. Finally, an auxiliary system is constructed based on the closed-form solution of the safety control to achieve adaptive updating of the performance function. Theoretical analysis shows that this algorithm can ensure system safety under conditions of conflict between formation tracking and safety, while achieving formation tracking under performance constraints when there is no conflict. Simulation results validate the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words** Multiple unmanned aerial vehicles formation tracking, safety control, prescribed performance control, control barrier function, auxiliary system

**Citation** Fang Hao, Zhao Xin-Yue, Chen Jie. Autonomous control of unmanned aerial vehicle swarms: Prescribed performance driven safety formation control. *Acta Automatica Sinica*, 2025, 51(5): 931-941

近年来, 无人机 (Unmanned aerial vehicle,

UAV) 编队作为多机器人领域中的重要研究课题之一, 受到越来越多学者的关注. 相对于单机作业, 其具有协作高效、覆盖广泛、冗余可靠、信息综合和灵活适应等特点, 因此被广泛应用于协同运输<sup>[1]</sup>、目标搜索<sup>[2]</sup> 和区域覆盖<sup>[3]</sup> 等领域. 在编队跟踪问题中, 一组无人机被视为一个整体, 按照期望构型跟踪时变的参考轨迹, 组内的每个无人机要自主决定其动作, 保持整体的队形. 随着编队应用的日益广泛, 各行业对无人机的自主性提出了更高的要求, 尤其在编队性能和安全性等方面<sup>[4]</sup>.

在实际应用中, 通常不仅要保证编队的稳态性能, 还希望系统的暂态性能满足要求, 例如: 编队误差超调量、收敛速度和稳定时间等. 为解决这个问

收稿日期 2024-08-30 录用日期 2024-12-13

Manuscript received August 30, 2024; accepted December 13, 2024

国家重点研发计划 (2022YFA1004703, 2022YFB4702000), 国家自然科学基金 (62373048, 62133002, U1913602, 62088101), 上海市重大科技专项 (2021SHZDZX0100) 资助

Supported by National Key Research and Development Program of China (2022YFA1004703, 2022YFB4702000), National Natural Science Foundation of China (62373048, 62133002, U1913602, 62088101), and Shanghai Major Science and Technology Special Project (2021SHZDZX0100)

本文责任编辑 程龙

Recommended by Associate Editor CHENG Long

1. 北京理工大学自动化学院 北京 100081 2. 自主智能无人系统全国重点实验室/同济大学 上海 201210

1. School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081 2. National Key Laboratory of Autonomous Intelligent Unmanned Systems/Tongji University, Shanghai 201210

题, Bechlioulis 等<sup>[5]</sup>首次提出预设性能控制 (Prescribed performance control, PPC) 方法, 用于确保被控系统的暂态和稳态性能. 在 PPC 中, 核心思想是将系统的性能指标视为对跟踪误差的约束, 通过设计性能函数作为跟踪误差的边界, 约束跟踪误差变化. 利用误差转换将被约束的动态系统转化为等价的无约束系统, 该系统稳定即可使原系统满足预先设定的性能指标要求. 在过去几年中, 许多学者将 PPC 应用到多智能体系统的编队控制中. 针对具有 Leader-Follower 结构的多体系统, Chen 和 Dimarogonas 在文献 [6] 中提出一类面向一阶和二阶系统的分布式编队控制器, 实现了预设暂态性能下的编队控制. 文献 [7] 通过将扩展状态观测器设计与 PPC 结合, 实现了领导者机动性和外部扰动未知条件下的编队控制. Li 等在文献 [8] 中提出一种固定时间的多旋翼无人机编队跟踪控制方法, 通过设计一类固定时间的性能函数, 确保编队跟踪误差能够在确定时间内收敛. 然而, 上述工作仅考虑编队的性能, 忽略了系统的安全性, 例如: 无人机间或无人机与环境中的障碍物的避碰. 最近, 一些学者开始研究如何在 PPC 框架中考虑安全性. 文献 [9] 针对基于距离的多智能体编队, 通过分析智能体间的安全距离与编队误差的关系, 设计合适的性能函数确保编队过程中能够实现拓扑的连通性保持和智能体间的避碰. 为实现无碰撞下多固定翼无人机的有限时间编队, Liu 等<sup>[10]</sup>利用无人机间的位置关系, 构造无人机安全运行区域, 进而利用性能函数与障碍李雅普诺夫方法设计使无人机安全避碰的控制器. 文献 [11] 利用 PPC 方法使相机坐标系下的误差满足预设条件, 从而维持编队过程中感知拓扑的连通. Zhao 等<sup>[12]</sup>利用与 PPC 相似的思想, 将系统的状态约束转化为无约束变量, 能够确保跟踪过程中满足系统的全状态非对称时变约束. 文献 [13] 提出一种基于滑模控制与 PPC 结合的预设性能编队控制方法, 通过性能函数实现无人机间的避碰. 考虑集群的连通性与智能体间的避碰, Huang 等<sup>[14]</sup>通过设计合适的性能函数实现了拓扑的连通性保持, 并在后端考虑了智能体间的避碰. 上述研究本质上都是将安全约束 (避碰、连通性保持等) 转化为对编队误差的约束, 进而通过设计合适的时变性能函数, 再利用 PPC 方法设计同时满足编队性能和安全的控制器. 然而, 这种方法的局限性在于性能函数的设计不仅要考虑系统应满足的性能, 还要能够刻画出系统满足约束时跟踪误差的边界. 一方面, 大部分性能函数是对误差的每一维分量单独约束, 而一般的状态约束往往表征为多个误差分量的耦合,

例如避障, 这增加了性能函数的设计难度; 另一方面, 当性能指标与安全性发生冲突时, 性能函数的设计往往会为系统带来保守性. 因此, 在 PPC 框架下同时考虑编队性能和系统安全性可能不是最优的方案.

为解决一般状态约束下系统安全性问题, 控制障碍函数 (Control barrier function, CBF) 近年来受到广泛关注<sup>[15-17]</sup>. CBF 方法通过将系统状态的约束转化为关于输入的约束, 求得满足约束的输入能够确保以标量函数表征的状态安全集的前向不变性, 即系统任意初始状态在安全集中, 其未来一定时间内的状态都在该集合中. 已有学者用 CBF 保证编队过程中安全性的问题<sup>[18-23]</sup>. 文献 [18] 针对编队鲁棒性问题, 考虑集群通信图约束, 利用 CBF 确保编队过程中图的  $\gamma$ -鲁棒性. Zhao 等<sup>[19]</sup>考虑集群感知受限与障碍环境下的编队安全性, 利用 CBF 实现了感知图的连通性保持和与障碍物的避碰. 文献 [20-22] 针对二阶非线性系统, 利用 CBF 实现了分布式编队导航、输入饱和下一致性编队跟踪与全状态约束下的编队控制. 文献 [23] 提出有限时间 CBF 方法, 并将其应用于多智能体编队的行为协调与安全避碰. 上述工作虽在集群安全性方面取得显著进展, 但对控制性能与安全性的权衡仍缺乏深入探讨. 为实现安全性和性能的权衡, Dong 等<sup>[24]</sup>从非线性控制的角度出发, 设计一类指标函数并证明其为 CBF, 利用该指标函数可以实现跟踪和安全的权衡. 但该方法只关注稳态性能, 并没有对跟踪的暂态性能有所考量. 文献 [25] 提出一类 PPC 和 CBF 融合方法, 将性能函数的边界约束构建为 CBF, 通过动态生成安全的边界实现输入饱和下的编队控制, 且能够保证暂态性能. 但由于其 CBF 的构造基于性能函数, 考虑一般状态约束时仍然存在上述设计困难的问题.

本文针对一般约束下的编队跟踪控制问题, 提出一类新的兼顾编队跟踪性能与安全的控制框架, 在保证安全的同时确保暂态和稳态性能满足预先设定要求, 实现编队跟踪过程中性能和安全的平衡. 本文的主要贡献归纳为如下几个方面:

- 1) 不同于文献 [9-11, 25], 本文研究带有一般状态约束的预设性能编队跟踪控制, 提出一种将编队性能和安全性解耦设计的跟踪控制框架, 将 PPC 与 CBF 结合, 分别发挥二者在保证性能与安全控制方面的优势, 避免了为确保安全而导致性能函数设计的复杂性.

- 2) 不同于文献 [25-26], 本文考虑安全控制对性能的影响, 构建边界辅助系统并将二次规划的闭

式解作为辅助系统的输入, 量化了确保安全带来的性能损失. 当系统安全性遭到威胁时, 能够自适应调整误差边界, 避免由于安全控制与期望控制差异造成的 PPC 奇异问题, 有效权衡系统的暂态/稳态性能与安全性.

本文内容安排如下: 第 1 节对研究问题和相关预备知识进行介绍; 第 2 节提出一种预设性能安全编队跟踪控制框架, 包括自适应边界预设性能控制、安全避障控制和辅助系统的设计; 第 3 节对算法的稳定性进行证明; 第 4 节对所提算法进行仿真验证; 最后, 第 5 节总结本文的工作并得出结论.

**符号说明.** 本文分别使用  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{R}_{\geq 0}$  和  $\mathbf{R}_{> 0}$  代表实数、非负实数和正实数.  $\mathbf{R}^n$  表示  $n$  维向量,  $\mathbf{R}^{m \times m}$  代表  $m \times m$  维矩阵.  $\|\cdot\|$  代表向量的欧几里得范数,  $\mathbf{I}$  为单位矩阵,  $\mathbf{0}$  代表零向量, 其维度等同于赋值向量的维度. 若矩阵  $A$  可逆,  $A^{-1}$  代表  $A$  的逆.  $\lambda_{\min}(A)$  代表矩阵  $A$  的最小特征值. 若两个向量  $\mathbf{a} \leq \mathbf{b}$ , 则  $\mathbf{a}$  的任一维分量皆小于等于  $\mathbf{b}$ ,  $\geq$ ,  $=$ ,  $>$ ,  $<$  同理.  $\sup$  表示计算集合的上确界.  $\text{col}$  代表将向量按列排列.  $\min$ ,  $\max$  表示取最小和最大值.  $\nabla_{\mathbf{x}}H$  代表  $H$  对  $\mathbf{x}$  的梯度.  $\mathbf{x}^+$  为保留  $\mathbf{x}$  中非负元素不变, 其余为 0;  $\mathbf{x}^- = \mathbf{x}^+ - \mathbf{x}$ . 若一个连续函数  $\kappa: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  满足  $\kappa(0) = 0$ ,  $\lim_{s \rightarrow \pm\infty} \kappa(s) = \pm\infty$ , 且是严格单调递增的, 则称为扩展  $\mathcal{K}$  类函数, 表示为  $\kappa \in \mathcal{K}_{\infty}$ .

## 1 预备知识与问题描述

### 1.1 预备知识

#### 1.1.1 预设性能控制

预设性能控制的目的是使被控系统的误差严格在所定义的范围内进行演化. 该方法通常分为三个部分: 1) 性能函数设计; 2) 误差等价转换; 3) 控制器设计. 为了约束系统误差在一定范围内, 通常定义如下指数收敛性能函数  $P(t)$ :

$$P(t) = (p_0 - p_{\infty})e^{-\kappa_p t} + p_{\infty} \quad (1)$$

其中,  $p_0, p_{\infty}, \kappa_p \in \mathbf{R}_{> 0}$  是定义参数, 分别代表性能函数的初值、终值以及收敛速度. 性能函数  $P(t)$  具有以下两个特性<sup>[27]</sup>:

**性质 1.**  $P(t)$  是光滑的、符号为正且随着时间减小.

**性质 2.**  $\lim_{t \rightarrow 0} P(t) = p_0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = p_{\infty}$ , 并且  $p_0 > p_{\infty} > 0$ .

为了满足暂态和稳态性能约束, 希望跟踪误差  $e(t)$  能够在下述约束范围内演化:

$$-\underline{p}(t) < e(t) < \bar{p}(t) \quad (2)$$

其中,  $\underline{p}(t), \bar{p}(t)$  都为性能函数  $P(t)$ . 在本文中为了方便讨论, 令  $\underline{p}(t) = \bar{p}(t)$ .

直接针对式 (2) 设计满足性能约束的控制器是困难的. 为此, 通常采用的方法是利用下述误差转换等式将受约束的  $e(t)$  转化为无约束变量  $z \in \mathbf{R}$ :

$$e = 0.5(\bar{p} + \underline{p})T(z) + 0.5(\bar{p} - \underline{p}) \quad (3)$$

其中,  $T(z)$  为误差转换函数, 满足: 1)  $T(z)$  是光滑的、有界的且严格递增的; 2) 当  $-\infty < z < \infty$  时,  $-1 < T(z) < 1$ ; 3)  $\lim_{z \rightarrow \infty} T(z) = 1$ ,  $\lim_{z \rightarrow -\infty} T(z) = -1$ .

根据上述误差转换方法以及  $T(z)$  的性质可以得出, 当  $-\infty < z < \infty$  时,  $-\underline{p}(t) < e(t) < \bar{p}(t)$ . 因此, 只需设计控制器使得  $z$  保持有界, 即可确保系统误差  $e(t)$  满足预设的性能约束.

#### 1.1.2 控制障碍函数

针对一类非线性仿射控制系统:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{f}, \mathbf{g}$  局部 Lipschitz 连续,  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ ,  $\mathbf{u} \in \mathcal{U} \subset \mathbf{R}^m$  分别为系统的状态和输入. 存在连续可微的标量函数  $h(\mathbf{x}, t): \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbf{R}$ , 安全集合定义为:

$$\begin{cases} \mathcal{C} = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n : h(\mathbf{x}, t) \geq 0\} \\ \partial\mathcal{C} = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n : h(\mathbf{x}, t) = 0\} \\ \text{Int}(\mathcal{C}) = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n : h(\mathbf{x}, t) > 0\} \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $\partial\mathcal{C}, \text{Int}(\mathcal{C})$  分别为安全集合  $\mathcal{C}$  的边界和内部.

**定义 1.** 如果系统 (4) 的状态始于安全集, 即  $\mathbf{x}(t_0) \in \mathcal{C}$ , 且  $\forall t \geq t_0$ , 都有  $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{C}$ , 则称该系统是安全的.

**定义 2.** 对于安全集合  $\mathcal{C}$  和连续可微的标量函数  $h(\mathbf{x}, t): \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbf{R}$ , 若存在  $\kappa \in \mathcal{K}_{\infty}$  使下式成立

$$\sup_{\mathbf{u} \in \mathcal{U}} \left[ \frac{\partial h(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \mathcal{L}_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x}, t) + \mathcal{L}_{\mathbf{g}}h(\mathbf{x}, t)\mathbf{u} \right] > -\kappa(h(\mathbf{x}, t)) \quad (6)$$

则称  $h(\mathbf{x}, t)$  是一个 CBF, 其中  $\mathcal{L}_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x}, t) = (\nabla_{\mathbf{x}}h) \times \mathbf{f}(\mathbf{x})$ ,  $\mathcal{L}_{\mathbf{g}}h(\mathbf{x}, t) = (\nabla_{\mathbf{x}}h)\mathbf{g}(\mathbf{x})$  为李导数.

**引理 1**<sup>[16]</sup>. 如果  $h$  是  $\mathcal{C}$  上的 CBF, 且  $\forall \mathbf{x} \in \partial\mathcal{C}$ ,  $\nabla_{\mathbf{x}}h(\mathbf{x}) \neq \mathbf{0}$ , 那么任何满足 (6) 且 Lipschitz 连续的  $\mathbf{u}$  都能保证系统 (4) 的安全.

#### 1.1.3 相关引理

**引理 2**<sup>[26]</sup>. 对于一个 Metzler 矩阵  $M \in \mathbf{R}^{m \times m}$  (非对角线元素非负) 和向量  $\mathbf{q}(t) \in \mathbf{R}_{\geq 0}^m, \forall t \geq 0$ , 系统  $\dot{\mathbf{y}} = M\mathbf{y} + \mathbf{q}$  存在唯一解  $\mathbf{y}(t)$ . 且对于任意  $\mathbf{y}(0) \in \mathbf{R}_{\geq 0}^m$ , 都有  $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}_{\geq 0}^m, \forall t \geq 0$ .

## 1.2 问题描述

本文主要研究多 UAV 的编队跟踪问题, 忽略

其姿态控制和外部扰动,采用如下二阶积分器模型来描述单个 UAV:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{p}}_i(t) = \mathbf{v}_i(t) \\ \dot{\mathbf{v}}_i(t) = \mathbf{u}_i(t), \quad i \in N \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  为  $n$  个 UAV 的编号.  $\mathbf{p}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ ,  $\mathbf{v}_i = [v_{ix}, v_{iy}, v_{iz}]^T$ ,  $\mathbf{u}_i = [u_{ix}, u_{iy}, u_{iz}]^T$  分别为无人机在空间中的位置、速度和控制输入.

本文采用虚拟结构的思想来描述队形,为了跟踪期望轨迹,假设存在编号为 0 的虚拟领导者沿期望轨迹运动,其位置和速度可由期望轨迹的非线性动态方程  $\mathbf{f}_r: \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbf{R}^n$  描述<sup>[24]</sup>:

$$\dot{\mathbf{p}}_0(t) = \mathbf{f}_r(\mathbf{p}_0(t), t) \quad (8)$$

**假设 1.** 虚拟领导者的状态是二阶可微分且有界的,并且可以被所有 UAV 获取.

所有 UAV 与虚拟领导者间的期望相对位置关系由一组向量  $\{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n\}$  表示,其中  $\mathbf{r}_i = \mathbf{p}_i^* - \mathbf{p}_0$  表示第  $i$  个 UAV 与虚拟领导者的期望相对位置,编队结构示意图如图 1 所示.

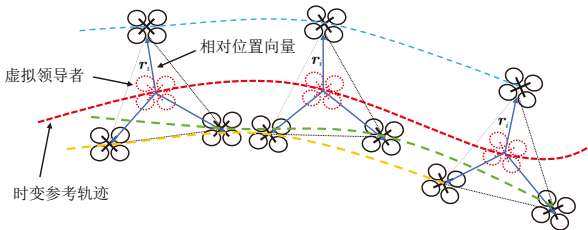


图 1 队形定义与编队跟踪示意图

Fig.1 Formation definition and formation tracking diagram

为保证编队跟踪过程中的安全性,本文主要考虑的约束为 UAV 与环境中的障碍物避碰.假设环

境中的障碍物为球体,用  $\mathbf{p}_{ok} = [x_{ok}, y_{ok}, z_{ok}]^T$  表示  $l$  个障碍物中第  $k$  个障碍物的中心,其半径用  $r_{ok}$  来表示.

**假设 2.** 所有障碍物的位置和大小是已知的,且每个 UAV 能够获得自身的全状态反馈.

本文的控制目标是为每个 UAV 设计控制器,实现以下目标:

1) 每个 UAV 能够收敛到与虚拟领导者的期望相对位置附近,实现期望队形的编队跟踪,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_0 - \mathbf{r}_i\| \leq \delta$$

其中,  $\delta \in \mathbf{R}_{>0}$  为一个小的正数.在编队过程中,UAV 的每个跟踪误差分量都要满足如 (11)、(12) 定义的预设性能约束,即,  $-E_{ihl}(t) < e_{ih}(t) < E_{ihu}(t)$ ,  $h = x, y, z, i = 1, 2, \dots, n$ .

2) 每个 UAV 要保证自身的安全性,需与任意障碍物圆心间的距离大于等于障碍物半径,即,  $\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{ok}\| \geq r_{ok}, \forall k = 1, 2, \dots, l, i = 1, 2, \dots, n$ .

## 2 预设性能安全编队控制器设计

本节针对带有一般约束的编队跟踪问题,提出如图 2 所示的预设性能安全控制框架,将跟踪性能与安全性解耦,并引入辅助系统量化由安全性造成的性能损失,实现跟踪性能与安全性的平衡.

### 2.1 自适应预设性能编队跟踪控制

根据期望队形的定义,第  $i$  个 UAV 要与虚拟领导者形成期望的相对位置,跟踪误差  $\mathbf{e}_i = [e_{ix}, e_{iy}, e_{iz}]^T$  可以表示为:

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_0 - \mathbf{r}_i \quad (9)$$

通过对误差求导,可以得到:

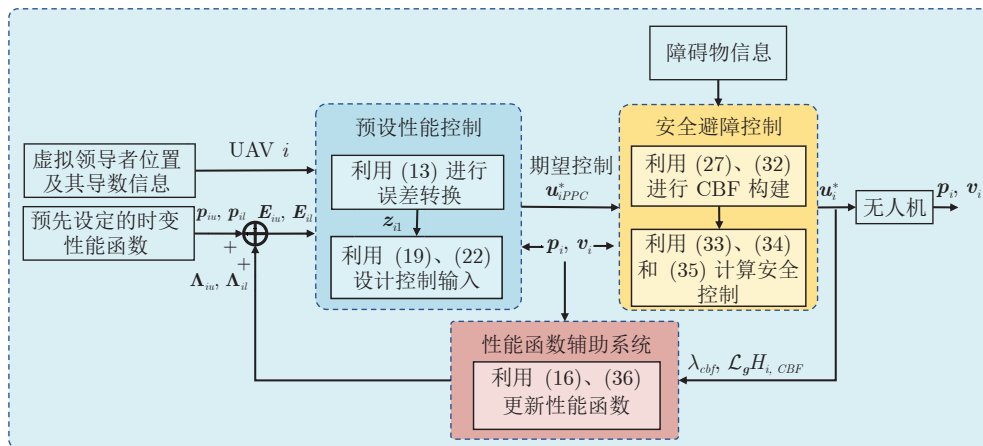


图 2 预设性能安全控制框架

Fig.2 Prescribed performance safety control framework

$$\dot{\mathbf{e}}_i = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_0 - \dot{\mathbf{r}}_i \quad (10)$$

在 UAV 跟踪虚拟领导者的过程中, 希望跟踪误差的每一维都满足如下性能约束:

$$-E_{ihl}(t) < e_{ih}(t) < E_{ihu}(t), h \in H \quad (11)$$

其中,  $H = \{x, y, z\}$ ,  $E_{ihl}$ ,  $E_{ihu}$  代表第  $i$  个 UAV 在  $h$  方向上跟踪误差的下界和上界. 为了简洁, 后文中将不再标注  $t$ . 该性能约束包含如下两部分:

$$E_{ihl} = p_{ihl} + \Lambda_{ihl}, E_{ihu} = p_{ihu} + \Lambda_{ihu} \quad (12)$$

$p_{ihl}$ ,  $p_{ihu}$  为形如 (2) 的时变性能函数;  $\Lambda_{ihl}$ ,  $\Lambda_{ihu}$  为辅助系统产生的性能函数变化量.

**注 1.** 由于本文将避障与跟踪解耦设计, 当期望跟踪性能与安全性发生冲突时, 为了保证安全性, 无法按照期望的预设性能进行编队跟踪. 为了避免由于确保安全而违反性能约束, 故在性能函数中引入可调节的辅助变量, 实现性能函数的调节, 用于平衡安全性和跟踪性能.

根据 PPC 方法, 为了使误差满足 (11), 首先利用误差转换函数  $T(\cdot)$  将带约束的  $\mathbf{e}_i$  转化为无约束变量  $\mathbf{z}_{i1} = [z_{ix}, z_{iy}, z_{iz}]^T$ . 一个满足要求的转换方法如下:

$$z_{ih1} = \ln \frac{E_{ihl} + e_{ih}}{E_{ihu} - e_{ih}} \quad (13)$$

上述定义满足当  $e_{ih} = 0$  时,  $z_{ih1} = 0$ . 故只需设计能够使  $z_{ih1}$  稳定的控制器  $\mathbf{u}_i$ , 则能够保证编队按照期望的性能实现跟踪.

将  $z_{ih1}$ ,  $E_{ihl}$ ,  $E_{ihu}$  表示成向量形式, 并对  $\mathbf{z}_{i1}$  求导可以得到:

$$\dot{\mathbf{z}}_{i1} = \Omega_{\mathbf{e}_i} \dot{\mathbf{e}}_i + \Omega_{\mathbf{E}_{iu}} \dot{\mathbf{E}}_{iu} + \Omega_{\mathbf{E}_{il}} \dot{\mathbf{E}}_{il} \quad (14)$$

其中,  $\Omega_{\mathbf{e}_i} = \frac{\partial \mathbf{z}_{i1}}{\partial \mathbf{e}_i}$ ,  $\Omega_{\mathbf{E}_{iu}} = \frac{\partial \mathbf{z}_{i1}}{\partial \mathbf{E}_{iu}}$ ,  $\Omega_{\mathbf{E}_{il}} = \frac{\partial \mathbf{z}_{i1}}{\partial \mathbf{E}_{il}}$ . 根据 (13) 可得,  $\Omega_{\mathbf{e}_i}$ ,  $\Omega_{\mathbf{E}_{iu}}$ ,  $\Omega_{\mathbf{E}_{il}}$  分别为正定、负定和正定对角矩阵.

将 (10)、(12) 代入 (14), 得:

$$\dot{\mathbf{z}}_{i1} = \Omega_{\mathbf{e}_i}(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_0 - \dot{\mathbf{r}}_i) + \Omega_{\mathbf{E}_{iu}}(\dot{\mathbf{p}}_{iu} + \dot{\mathbf{\Lambda}}_{iu1}) + \Omega_{\mathbf{E}_{il}}(\dot{\mathbf{p}}_{il} + \dot{\mathbf{\Lambda}}_{il1}) \quad (15)$$

在设计使  $\mathbf{z}_{i1}$  稳定的控制器前, 首先给出辅助系统的定义. 受文献 [26] 启发, 定义第  $i$  个 UAV 的辅助系统如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{\Lambda}}_{iu1} = -\Omega_{\mathbf{E}_{iu}}^{-1} \Omega_{\mathbf{e}_i}(-\Gamma_1 \mathbf{\Lambda}_{iu1} + \mathbf{\Lambda}_{iu2}), \mathbf{\Lambda}_{iu1}(0) = \mathbf{0} \\ \dot{\mathbf{\Lambda}}_{iu2} = -\Gamma_2 \mathbf{\Lambda}_{iu2} + \boldsymbol{\omega}_{iu}, \mathbf{\Lambda}_{iu2}(0) = \mathbf{0} \\ \dot{\mathbf{\Lambda}}_{il1} = \Omega_{\mathbf{E}_{il}}^{-1} \Omega_{\mathbf{e}_i}(-\Gamma_1 \mathbf{\Lambda}_{il1} + \mathbf{\Lambda}_{il2}), \mathbf{\Lambda}_{il1}(0) = \mathbf{0} \\ \dot{\mathbf{\Lambda}}_{il2} = -\Gamma_2 \mathbf{\Lambda}_{il2} + \boldsymbol{\omega}_{il}, \mathbf{\Lambda}_{il2}(0) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (16)$$

其中,  $\mathbf{\Lambda}_{iu1} = [\Lambda_{ixu}, \Lambda_{iyu}, \Lambda_{izu}]^T$ ,  $\mathbf{\Lambda}_{il1} = [\Lambda_{ixl}, \Lambda_{iy l}, \Lambda_{izl}]^T$ ;  $\Gamma_1, \Gamma_2$  为正定对角增益矩阵;  $\boldsymbol{\omega}_{iu}, \boldsymbol{\omega}_{il}$  为辅助系统的输入, 具体将在第 2.2 节给出.

由于 UAV 与虚拟领导者间的期望相对位置不随时间变化, 将上述辅助系统代入 (15), 得:

$$\dot{\mathbf{z}}_{i1} = \Omega_{\mathbf{e}_i}(\mathbf{v}_i + \mathbf{\Lambda}_{il2} - \mathbf{\Lambda}_{iu2}) - \Omega_{\mathbf{e}_i} \mathbf{v}_0 + \Omega_{\mathbf{E}_{iu}} \dot{\mathbf{p}}_{iu} + \Omega_{\mathbf{E}_{il}} \dot{\mathbf{p}}_{il} + \Gamma_1 \Omega_{\mathbf{e}_i}(\mathbf{\Lambda}_{iu1} - \mathbf{\Lambda}_{il1}) \quad (17)$$

根据上述  $\dot{\mathbf{z}}_{i1}$  的动力学方程, 采用反步法设计使其稳定的控制器. 令  $\mathbf{v}_i^* = \boldsymbol{\zeta}_i + \mathbf{\Lambda}_{iu2} - \mathbf{\Lambda}_{il2}$ , 其中引入  $\boldsymbol{\zeta}_i$  实现对虚拟控制器  $\boldsymbol{\alpha}_i$  的跟踪, 避免复杂度爆炸问题.  $\boldsymbol{\zeta}_i$  的动力学方程如下:

$$\rho \dot{\boldsymbol{\zeta}}_i + \boldsymbol{\zeta}_i = \boldsymbol{\alpha}_i, \boldsymbol{\zeta}_i(0) = \boldsymbol{\alpha}_i(0) \quad (18)$$

其中,  $\rho$  为一个正数,  $\boldsymbol{\alpha}_i$  设计如下:

$$\boldsymbol{\alpha}_i = -\Omega_{\mathbf{e}_i}^{-1}(K_1 \mathbf{z}_{i1} + \Omega_{\mathbf{E}_{iu}} \dot{\mathbf{p}}_{iu} + \Omega_{\mathbf{E}_{il}} \dot{\mathbf{p}}_{il}) - \Gamma_1(\mathbf{\Lambda}_{iu1} - \mathbf{\Lambda}_{il1}) + \mathbf{v}_0 - \frac{1}{2} \Omega_{\mathbf{e}_i}^T \mathbf{z}_{i1} \quad (19)$$

其中,  $K_1$  为正定增益矩阵.

令  $\mathbf{z}_{i2} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_i^*$ ,  $\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i = \boldsymbol{\zeta}_i - \boldsymbol{\alpha}_i$ , 并将 (18)、(19) 代入 (17) 中, 得:

$$\dot{\mathbf{z}}_{i1} = -K_1 \mathbf{z}_{i1} + \Omega_{\mathbf{e}_i} \mathbf{z}_{i2} + \Omega_{\mathbf{e}_i} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i - \frac{1}{2} \Omega_{\mathbf{e}_i} \Omega_{\mathbf{e}_i}^T \mathbf{z}_{i1} \quad (20)$$

为得到控制器  $\mathbf{u}_i$ , 对  $\mathbf{z}_{i2}$  求导, 可得:

$$\dot{\mathbf{z}}_{i2} = \dot{\mathbf{v}}_i - \dot{\boldsymbol{\zeta}}_i + \dot{\mathbf{\Lambda}}_{il2} - \dot{\mathbf{\Lambda}}_{iu2} = \mathbf{u}_i + \Gamma_2(\mathbf{\Lambda}_{iu2} - \mathbf{\Lambda}_{il2}) - \boldsymbol{\omega}_{iu} + \boldsymbol{\omega}_{il} - \dot{\boldsymbol{\zeta}}_i \quad (21)$$

根据第 2.2 节设计的  $\boldsymbol{\omega}_{iu}, \boldsymbol{\omega}_{il}$ , 有  $\mathbf{u}_{iPPC}^* = \mathbf{u}_i + \boldsymbol{\omega}_{il} - \boldsymbol{\omega}_{iu}$  成立, 其中  $\mathbf{u}_{iPPC}^*$  为标称期望控制器, 其设计如下:

$$\mathbf{u}_{iPPC}^* = \dot{\boldsymbol{\zeta}}_i - \Gamma_2(\mathbf{\Lambda}_{iu2} - \mathbf{\Lambda}_{il2}) - K_2 \mathbf{z}_{i2} - \Omega_{\mathbf{e}_i}^T \mathbf{z}_{i1} \quad (22)$$

其中,  $K_2$  为正定增益矩阵.

将 (22) 代入 (21), 得:

$$\dot{\mathbf{z}}_{i2} = -K_2 \mathbf{z}_{i2} - \Omega_{\mathbf{e}_i}^T \mathbf{z}_{i1} \quad (23)$$

## 2.2 安全避障控制

针对环境中可能存在的障碍物, 为了保证 UAV 编队跟踪过程中的安全, 需要 UAV 与任意障碍物圆心间的距离大于等于障碍物的半径. 为了实现这个目标, 采用基于 CBF 的方法实现无人机与障碍物的避障. 首先, 根据  $l$  个障碍物的位置和大小信息, 定义第  $i$  个无人机的约束函数为:

$$h_{ik} = \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{ok}\|^2 - r_{ok}^2 \geq 0, k \in M \quad (24)$$

其中,  $M = \{1, 2, \dots, l\}$ . 由于每个 UAV 要与  $l$  个

障碍物避碰, 为了便于后续分析与求解, 采用 softmin 函数对多个约束函数进行组合, softmin 函数定义如下:

$$\text{softmin}_{\delta_s}(h_{i1}, h_{i2}, \dots, h_{il}) = -\frac{1}{\delta_s} \ln \sum_{k=1}^l e^{-\delta_s h_{ik}} \quad (25)$$

其中,  $\delta_s$  为一个大于 0 的数.

**事实 1**<sup>[28]</sup>. 若  $h_{i1}, \dots, h_{il} \in \mathbf{R}$ , 则有下列不等式恒成立:

$$\min\{h_{i1}, \dots, h_{il}\} - \frac{\ln l}{\delta_s} \leq \text{softmin}_{\delta_s}(h_{i1}, \dots, h_{il}) < \min\{h_{i1}, \dots, h_{il}\} \quad (26)$$

根据以上关系, 定义第  $i$  个 UAV 的避障约束函数  $H_i$  为:

$$H_i = -\frac{1}{\delta_s} \ln \sum_{k=1}^l e^{-\delta_s h_{ik}} \quad (27)$$

对应的安全状态集合为  $\mathcal{C}_i = \{\mathbf{p}_i \in \mathbf{R}^3 : H_i(\mathbf{p}_i) \geq 0\}$ .

根据事实 1, 若  $\forall i \in N$ ,  $H_i \geq 0$  满足, 则所有 UAV 距离任意障碍物圆心的距离大于等于其半径, 即 UAV 是安全的. 由于本文考虑 UAV 模型为二阶系统, 而约束函数是根据 UAV 的位置定义的, 其相对度为 2<sup>1</sup>, 故无法直接使用引理 1 得到使 UAV 安全的控制  $\mathbf{u}_i$ . 因此, 采用安全反步法<sup>[29-30]</sup> 构造适用于 (7) 的 CBF.

针对 (7) 的一阶子系统  $\dot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{v}_i$ , 首先根据  $H_i$  求出能够使集合  $\mathcal{C}_i$  中状态安全的控制器  $\mathbf{k}_{i0}$ , 作为一阶子系统的安全速度. 为求出该控制器, 需要验证约束函数  $H_i$  为一阶子系统的 CBF, 对其求导得:

$$\dot{H}_i = (\nabla_{\mathbf{p}_i} H_i) \dot{\mathbf{p}}_i = (\nabla_{\mathbf{p}_i} H_i) \mathbf{v}_i \quad (28)$$

其中,  $\nabla_{\mathbf{p}_i} H_i$  展开如下:

$$\nabla_{\mathbf{p}_i} H_i = \sum_{k=1}^l e^{\delta_s(H_i - h_{ik})} \nabla_{\mathbf{p}_i} h_{ik} \quad (29)$$

将  $\mathbf{v}_i$  视作一阶子系统输入, 若  $\forall \mathbf{p}_i \in \mathcal{C}_i$ ,  $\nabla_{\mathbf{p}_i} H_i \neq \mathbf{0}$ , 则一定能够找到  $\mathbf{k}_{i0} \in \mathbf{R}^m$  和  $\kappa_{i0}$  满足 (6), 根据引理 1, 一阶子系统是安全的. 下面引理 3 给出一个  $\nabla_{\mathbf{p}_i} H_i \neq \mathbf{0}$  的充分条件:

**引理 3**<sup>[28]</sup>. 若  $\forall k \in M$ ,  $\forall \mathbf{p}_i \in \mathcal{C}_i$ ,  $\nabla_{\mathbf{p}_i} h_{ik}$  的凸组合与  $\{\mathbf{0}\}$  的交集为空集, 则  $\nabla_{\mathbf{p}_i} H_i \neq \mathbf{0}$ .

**假设 3**. 对于环境中的障碍物分布, 每个 UAV 不落入到使  $\nabla_{\mathbf{p}_i} H_i = \mathbf{0}$  的状态中.

使一阶子系统安全的控制器  $\mathbf{k}_{i0}$  可以由下式表示:

$$\mathbf{k}_{i0} = \mathbf{k}_{id} + \lambda(a, b)(\nabla_{\mathbf{p}_i} H_i)^T \quad (30)$$

其中,  $\mathbf{k}_{id}$  是可设计的一阶子系统的标称控制器, 一般情况下可设置为  $\mathbf{0}_{3 \times 1}$ , 本文为了减少避障过程中出现的死锁问题, 将其设置为  $\mathbf{k}_{id} = -k_d(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_0 - \mathbf{r}_i)$ ,  $k_d$  为正的增益. 给定  $\sigma > 0$ ,  $\lambda(a, b) : \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  是一个光滑安全滤波函数<sup>[32]</sup>, 定义如下:

$$\lambda(a, b) = \begin{cases} 0, & b \leq 0 \\ \sigma \ln(1 + e^{-\frac{a}{\sigma b}}), & b > 0 \end{cases} \quad (31)$$

在式 (30) 中,  $a = (\nabla_{\mathbf{p}_i} H_i) \mathbf{k}_{id} + \kappa_1 H_i$ ,  $b = \|\nabla_{\mathbf{p}_i} H_i\|^2$ ,  $\kappa_1 \in \mathcal{K}_\infty$ .

下面给出能确保系统 (7) 安全的 CBF. 与文献 [29-30] 不同的是, 由于  $\mathbf{k}_{id}$  中引入了虚拟领导者的位置, 故引入了时变信号, 得到如下时变约束:

$$H_{i, CBF}(\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, t) = H_i(\mathbf{p}_i) - \frac{1}{2\mu} \|\mathbf{v}_i - \mathbf{k}_{i0}\|^2 \quad (32)$$

其中,  $\mu > 0$ . 对应的安全集合为:  $\mathcal{S}_i(t) = \{(\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, t) \in \mathbf{R}^6 \times \mathbf{R}_{\geq 0} : H_{i, CBF}(\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, t) \geq 0\}$ .

给定  $H_{i, CBF}$ , 可以设计如下最小干预的二次规划问题, 实现跟踪期望预设性能控制  $\mathbf{u}_{iPPC}^*$  的同时, 使 UAV 避开环境中的障碍物.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i^* &= \arg \min_{\mathbf{u}_i \in \mathbf{R}^m} \frac{1}{2} \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_{iPPC}^*\|^2 \\ \text{s.t. } \dot{H}_{i, CBF}(\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{u}_i, t) &\geq -\kappa_2 H_{i, CBF}(\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, t) \end{aligned} \quad (33)$$

其中,  $\kappa_2 \in \mathcal{K}_\infty$ . 针对二次规划问题 (33), 由于  $H_{i, CBF}$  是一个 CBF (由下文定理 3 证明), 则一定存在可行解, Slater's 条件满足, (33) 最优解满足 KKT 条件. 上述问题的闭式解可以表示为:

$$\mathbf{u}_i^* = \mathbf{u}_{iPPC}^* + \lambda_{cbf}(a_{cbf}, b_{cbf}) \mathcal{L}_g H_{i, CBF}^T \quad (34)$$

其中,  $\lambda_{cbf}(a_{cbf}, b_{cbf})$  是 (33) 约束对应的拉格朗日乘子, 形式如下:

$$\lambda_{cbf}(a_{cbf}, b_{cbf}) := \begin{cases} 0, & b_{cbf} \leq 0 \\ \max(0, -\frac{a_{cbf}}{b_{cbf}}), & b_{cbf} > 0 \end{cases} \quad (35)$$

其中,  $a_{cbf} = \frac{\partial H_{i, CBF}}{\partial t} + \mathcal{L}_f H_{i, CBF} + \mathcal{L}_g H_{i, CBF} \times \mathbf{u}_{iPPC}^* + \kappa_2 H_{i, CBF}$ ;  $b_{cbf} = \|\mathcal{L}_g H_{i, CBF}\|^2$ ;  $\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{g}$  为系统 (7) 对应的向量场.

根据式 (34) 中实际作用在 UAV 上的安全控制输入  $\mathbf{u}_i^*$  和期望预设性能控制输入  $\mathbf{u}_{iPPC}^*$  的关系, 可以定义第 2.1 节中辅助系统 (16) 的输入  $\omega_{il}$  和  $\omega_{iu}$  如下:

<sup>1</sup> 针对系统 (4), 关于其状态的连续可微标量函数  $b(\mathbf{x}) : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$  的相对度指的是沿着系统动力学求导直至出现  $\mathbf{u}$  时的求导次数<sup>[31]</sup>.

$$\begin{cases} \boldsymbol{\omega}_{iu} = \lambda_{cbf}(a_{cbf}, b_{cbf})(\mathcal{L}_g H_i^T, CBF)^+ \\ \boldsymbol{\omega}_{il} = \lambda_{cbf}(a_{cbf}, b_{cbf})(\mathcal{L}_g H_i^T, CBF)^- \end{cases} \quad (36)$$

**注 2.** 与文献 [26] 不同的是, 本文中预设性能控制  $\mathbf{u}_{iPPC}^*$  和作用于 UAV 的实际安全控制输入  $\mathbf{u}_i^*$  二者间没有饱和关系, 因此无法直接利用文献 [26] 中的方法设计辅助系统的输入. 而借助二次规划的闭式解, 可以将系统由于保证安全而牺牲掉的且不可测量的部分性能通过上述输入与辅助系统映射到性能函数上. 当 UAV 的安全性受到威胁时,  $\mathbf{u}_i^* \neq \mathbf{u}_{iPPC}^*$ , 安全性得到保证; 当不发生危险时,  $\mathbf{u}_i^* = \mathbf{u}_{iPPC}^*$ , UAV 按照既定性能实现编队跟踪.

### 3 稳定性分析

本节给出本文设计控制器的稳定性分析, 首先给出辅助系统的证明.

**定理 1.** 考虑 (16)、(36) 定义的辅助系统及 (13) 定义的误差转换方法, 若存在  $\epsilon \in \mathbf{R}_{>0}^3$  使得输入满足  $|\boldsymbol{\omega}_{il}|, |\boldsymbol{\omega}_{iu}| \leq \epsilon$  且跟踪误差  $\mathbf{e}_i$  满足 (11), 则辅助变量满足  $\mathbf{0} \leq \boldsymbol{\Lambda}_{iuk}, \boldsymbol{\Lambda}_{ilk} \leq \prod_k^2 (\Gamma_k^{-1}) \epsilon, k = 1, 2$ .

**证明 1.** 根据引理 2, 由于  $-\Gamma_2$  是 Metzler 矩阵且  $\boldsymbol{\omega}_{iu}, \boldsymbol{\omega}_{il} \in \mathbf{R}_{\geq 0}^3$ , 所以  $\boldsymbol{\Lambda}_{iu2}, \boldsymbol{\Lambda}_{il2} \geq \mathbf{0}$ . 根据式 (16), 有:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\Lambda}}_{iu2} = -\Gamma_2 \boldsymbol{\Lambda}_{iu2} + \boldsymbol{\omega}_{iu} \leq -\Gamma_2 \boldsymbol{\Lambda}_{iu2} + \epsilon \\ \dot{\boldsymbol{\Lambda}}_{il2} = -\Gamma_2 \boldsymbol{\Lambda}_{il2} + \boldsymbol{\omega}_{il} \leq -\Gamma_2 \boldsymbol{\Lambda}_{il2} + \epsilon \end{cases} \quad (37)$$

考虑  $\boldsymbol{\Lambda}_{iu2}, \boldsymbol{\Lambda}_{il2}$  中的每个元素,  $\Gamma_2 = \text{diag}\{\Gamma_{2h}\}$ ,  $h \in H$ ,  $\epsilon = [\epsilon_h]^T$ , 若  $\Lambda_{ihu2}, \Lambda_{ihl2} > \epsilon_h / \Gamma_{2h}$ , 则  $\dot{\Lambda}_{ihu2}, \dot{\Lambda}_{ihl2} < 0$ . 因此,  $\mathbf{0} \leq \boldsymbol{\Lambda}_{iu2}, \boldsymbol{\Lambda}_{il2} \leq \Gamma_2^{-1} \epsilon$ . 当跟踪误差  $\mathbf{e}_i$  满足式 (11) 时,  $\Omega_{E_{iu}}^{-1} \Omega_{\mathbf{e}_i} \Gamma_1, -\Omega_{E_{il}}^{-1} \Omega_{\mathbf{e}_i} \Gamma_1$  为 Metzler 矩阵, 且  $\boldsymbol{\Lambda}_{iu2}, \boldsymbol{\Lambda}_{il2} \geq \mathbf{0}$ , 故有  $\boldsymbol{\Lambda}_{iu1}, \boldsymbol{\Lambda}_{il1} \geq \mathbf{0}$ . 此外:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\Lambda}}_{iu1} = -\Omega_{E_{iu}}^{-1} \Omega_{\mathbf{e}_i} (-\Gamma_1 \boldsymbol{\Lambda}_{iu1} + \boldsymbol{\Lambda}_{iu2}) \leq \\ \quad -\Omega_{E_{iu}}^{-1} \Omega_{\mathbf{e}_i} (-\Gamma_1 \boldsymbol{\Lambda}_{iu1} + \Gamma_2^{-1} \epsilon) \\ \dot{\boldsymbol{\Lambda}}_{il1} = \Omega_{E_{il}}^{-1} \Omega_{\mathbf{e}_i} (-\Gamma_1 \boldsymbol{\Lambda}_{il1} + \boldsymbol{\Lambda}_{il2}) \leq \\ \quad \Omega_{E_{il}}^{-1} \Omega_{\mathbf{e}_i} (-\Gamma_1 \boldsymbol{\Lambda}_{il1} + \Gamma_2^{-1} \epsilon) \end{cases} \quad (38)$$

同样地, 考虑  $\boldsymbol{\Lambda}_{iu1}, \boldsymbol{\Lambda}_{il1}$  中的每个元素,  $\Gamma_1 = \text{diag}\{\Gamma_{1h}\}$ , 若  $\Lambda_{ihu1} > \epsilon_h / (\Gamma_{1h} \Gamma_{2h}), \Lambda_{ihl1} > \epsilon_h / (\Gamma_{1h} \times \Gamma_{2h})$ , 则  $\dot{\Lambda}_{ihu1}, \dot{\Lambda}_{ihl1} < 0$ . 因此,  $\mathbf{0} \leq \boldsymbol{\Lambda}_{iu1}, \boldsymbol{\Lambda}_{il1} \leq \prod_{k=1}^2 (\Gamma_k^{-1}) \epsilon$ .  $\square$

下面证明预设性能控制的稳定性.

**定理 2.** 对于由 (7) 表示的系统, 若满足假设 1 和假设 2, 其中性能的上下界由 (11) 给出, 误差转换方法按照 (13) 定义, 辅助系统由 (16) 和 (36) 给出, (19) 和 (22) 作为控制器, 则闭环系统的解是一

致有界的, 并且跟踪误差满足 (11).

**证明 2.** 本部分证明思路与文献 [26] 相似. 针对  $\mathbf{z}_{i1}$ , 定义如下李雅普诺夫函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{z}_{i1}^T \mathbf{z}_{i1} \quad (39)$$

根据式 (20), 可以得到  $V_1$  的导数如下:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \mathbf{z}_{i1}^T \dot{\mathbf{z}}_{i1} = -\mathbf{z}_{i1}^T K_1 \mathbf{z}_{i1} + \mathbf{z}_{i1}^T \Omega_{\mathbf{e}_i} \mathbf{z}_{i2} + \\ &\quad \mathbf{z}_{i1}^T \Omega_{\mathbf{e}_i} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i - \frac{1}{2} \mathbf{z}_{i1}^T \Omega_{\mathbf{e}_i} \Omega_{\mathbf{e}_i}^T \mathbf{z}_{i1} \leq \\ &\quad -\mathbf{z}_{i1}^T K_1 \mathbf{z}_{i1} + \mathbf{z}_{i1}^T \Omega_{\mathbf{e}_i} \mathbf{z}_{i2} + \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i \end{aligned} \quad (40)$$

上式中不等号成立是由于使用了如下杨氏不等式对原式进行放缩:

$$\mathbf{z}_{i1}^T \Omega_{\mathbf{e}_i} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i \leq \frac{1}{2} \mathbf{z}_{i1}^T \Omega_{\mathbf{e}_i} \Omega_{\mathbf{e}_i}^T \mathbf{z}_{i1} + \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i \quad (41)$$

定义关于  $\mathbf{z}_{i2}$  的李雅普诺夫函数:

$$V_2 = \frac{1}{2} \mathbf{z}_{i2}^T \mathbf{z}_{i2} \quad (42)$$

根据式 (23), 可以得到  $V_2$  的导数如下:

$$\dot{V}_2 = \mathbf{z}_{i2}^T \dot{\mathbf{z}}_{i2} = -\mathbf{z}_{i2}^T K_2 \mathbf{z}_{i2} - \mathbf{z}_{i2}^T \Omega_{\mathbf{e}_i} \mathbf{z}_{i1} \quad (43)$$

考虑虚拟控制跟踪 (18) 与误差  $\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i$ , 定义如下李雅普诺夫函数:

$$V = V_1 + V_2 + \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i \quad (44)$$

根据 (40)、(43) 和 (44),  $\dot{V}$  可以表示为:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i^T \dot{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_i \leq \\ &\quad -\mathbf{z}_{i1}^T K_1 \mathbf{z}_{i1} - \mathbf{z}_{i2}^T K_2 \mathbf{z}_{i2} + \\ &\quad \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i - \frac{1}{\rho} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i^T \dot{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_i - \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i^T \dot{\boldsymbol{\alpha}}_i \leq \\ &\quad -\mathbf{z}_{i1}^T K_1 \mathbf{z}_{i1} - \mathbf{z}_{i2}^T K_2 \mathbf{z}_{i2} + \\ &\quad \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i - \frac{1}{2\rho} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i + \frac{1}{2} \rho \dot{\boldsymbol{\alpha}}_i^2 \leq \\ &\quad -\mathbf{z}_{i1}^T K_1 \mathbf{z}_{i1} - \mathbf{z}_{i2}^T K_2 \mathbf{z}_{i2} - \\ &\quad \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho} - 1 \right) \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i + \Delta \leq -K_V V + \Delta \end{aligned} \quad (45)$$

其中,  $K_V = \min\{\lambda_{\min}(2K_1), \lambda_{\min}(2K_2), \frac{1}{\rho} - 1\}$ ,  $\Delta$  是一个正数, 满足  $\frac{1}{2} \rho \|\dot{\boldsymbol{\alpha}}_i^2\| \leq \Delta$ . 第一个小于等于号成立来自于将 (18)、(40) 和 (43) 代入  $\dot{V}$  中; 第二个小于等于号成立是由于  $-\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i^T \dot{\boldsymbol{\alpha}}_i \leq \frac{1}{2\rho} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i + \frac{1}{2} \rho \dot{\boldsymbol{\alpha}}_i^2$ ; 最终得到  $\dot{V} \leq -K_V V + \Delta$  的形式.

下面分两种情况进行讨论.

1) 当 CBF 不生效时. 根据式 (34),  $\mathbf{u}_i^* = \mathbf{u}_{iPPC}^*$ , 此时辅助系统 (16) 的输入信号为  $\mathbf{0}$ , 且  $\boldsymbol{\Lambda}_{iu1}, \boldsymbol{\Lambda}_{il1} = \mathbf{0}$ . 由式 (45), 当  $V \geq \frac{\Delta}{K_V}$  时,  $\dot{V} \leq 0$ , 为此系统存在由  $\Delta, K_V$  表征的不变集. 令  $\mathbf{Z}_i =$

$\text{col}(z_{i1}, z_{i2}, \tilde{c}_i)$ , 则不变集  $\mathcal{Z}_i = \{\mathbf{Z}_i : \|\mathbf{Z}_i\|^2 \leq 2\frac{\Delta}{KV}\}$ . 通过设计足够小的参数  $\rho$ , 可以使得任意增益  $K_1, K_2$  下满足  $\mathbf{Z}_i(0) \in \mathcal{Z}_i$ , 则  $\mathbf{Z}_i(t) \in \mathcal{Z}_i, \forall t > 0$ . 则闭环系统的解是一致有界的, 且由于  $z_{i1}$  有界, 根据 (13) 表征的  $e_i$  与  $z_{i1}$  之间的关系, 可知跟踪误差满足式 (11) 的约束.

2) 当 CBF 生效时. 此时二次规划的闭式解为 (34). 假设每次 CBF 生效的时间有限, 使得存在  $\epsilon \in \mathbf{R}_{>0}^3, |\omega_{il}|, |\omega_{iu}| \leq \epsilon$ . 根据定理 1 可知, 辅助变量满足  $\mathbf{0} \leq \Lambda_{iuk}, \Lambda_{ilk} \leq \prod_k^2(\Gamma_k^{-1})\epsilon, k = 1, 2$ . 令  $\mathbf{M}_i = \text{col}(\Lambda_{iu1}, \Lambda_{il1}, \Lambda_{iu2}, \Lambda_{il2})$ , 存在关于辅助变量的不变集  $\mathcal{M}_i = \{\mathbf{M}_i : \mathbf{0} \leq \Lambda_{iuk}, \Lambda_{ilk} \leq \prod_k^2(\Gamma_k^{-1})\epsilon\}$ . 由于初始时满足  $\mathbf{M}_i(0) = \mathbf{0} \in \mathcal{M}_i, \mathbf{Z}_i(0) \in \mathcal{Z}_i$ , 则  $\mathbf{M}_i(t) \in \mathcal{M}_i, \mathbf{Z}_i(t) \in \mathcal{Z}_i$ , 闭环系统的解一致有界, 跟踪误差满足式 (11) 的约束.  $\square$

下面提出关于 CBF 的定理.

**定理 3.** 针对二阶系统 (7), 其一阶子系统的约束函数  $H_i$  由 (27) 定义, 若假设 3 满足, 则由 (32) 定义的约束函数  $H_{i, CBF}$  在集合  $\mathcal{S}_i$  上是一个 CBF.

**证明 3.** 根据式 (27) 定义, 若假设 3 满足, 则  $\nabla_{\mathbf{p}_i} H_i \neq \mathbf{0}$ , 即存在如式 (30) 表示的连续可微  $\mathbf{k}_{i0}$  满足 (6). 为验证  $H_{i, CBF}$  是否为 CBF, 求其关于 (7) 的梯度和关于时间  $t$  的偏导数, 如下:

$$\nabla_{(\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i)} H_{i, CBF}(\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, t) = \begin{bmatrix} \nabla H_i(\mathbf{p}_i) + \frac{1}{\mu} \frac{\partial(\mathbf{k}_{i0}(\mathbf{p}_i, t))^T}{\partial \mathbf{p}_i} (\mathbf{v}_i - \mathbf{k}_{i0}(\mathbf{p}_i, t)) \\ -\frac{1}{\mu} (\mathbf{v}_i - \mathbf{k}_{i0}(\mathbf{p}_i, t)) \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\frac{\partial H_{i, CBF}(\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, t)}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial(\mathbf{k}_{i0}(\mathbf{p}_i, t))^T}{\partial t} (\mathbf{v}_i - \mathbf{k}_{i0}(\mathbf{p}_i, t)) \quad (47)$$

若  $\mathcal{L}_g H_{i, CBF} = -\frac{1}{\mu} (\mathbf{v}_i - \mathbf{k}_{i0}(\mathbf{p}_i, t))^T = \mathbf{0}$ , 则  $\mathbf{v}_i = \mathbf{k}_{i0}(\mathbf{p}_i, t)$ , 且  $\frac{\partial H_{i, CBF}(\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, t)}{\partial t} = 0$ . 此时根据式 (32),  $H_{i, CBF}(\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, t) = H_i(\mathbf{p}_i)$ . 故有:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_{i, CBF}(\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, t)}{\partial t} + \mathcal{L}_f H_{i, CBF}(\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, t) &= \\ (\nabla H_i(\mathbf{p}_i))\mathbf{v}_i &= (\nabla H_i(\mathbf{p}_i))\mathbf{k}_{i0}(\mathbf{p}_i, t) > \\ -\kappa_0(H_i(\mathbf{p}_i)) &= -\kappa_0(H_{i, CBF}(\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, t)) \end{aligned} \quad (48)$$

根据式 (48) 和定义 2 可知,  $H_{i, CBF}$  是一个 CBF.  $\square$

下面给出系统安全性的证明.

**定理 4.** 对于系统为 (7) 的第  $i$  个 UAV, 初始条件满足  $(\mathbf{p}_i(0), \mathbf{v}_i(0)) \in \mathcal{S}_i$ , 假设 2、假设 3 满足, 约束函数由 (24)、(27)、(32) 定义. 若采用式 (34) 作为

控制输入, 则能够保证编队跟踪的安全性, 即每个 UAV 都不与环境中的任意障碍物发生碰撞.

**证明 4.** 根据约束函数 (32) 定义可知,  $H_{i, CBF} \geq 0 \Rightarrow H_i \geq 0$ , 即  $(\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i) \in \mathcal{S}_i \Rightarrow \mathbf{p}_i \in \mathcal{C}_i$ , 故若能够保证  $H_{i, CBF}$  对应的集合  $\mathcal{S}_i$  安全, 则说明  $H_i$  对应的集合  $\mathcal{C}_i$  安全, 即 UAV 不与环境中的任意障碍物发生碰撞. 根据定理 3,  $H_{i, CBF}$  为系统 (7) 的一个 CBF. 当初始条件满足  $(\mathbf{p}_i(0), \mathbf{v}_i(0)) \in \mathcal{S}_i$ , 且假设 2、假设 3 满足时, 由引理 1 可知, 存在满足 (6) 的  $\mathbf{u}_i^*$  使  $\mathcal{S}_i$  定义下的状态安全. 因为式 (34) 是满足二次规划 (33) 约束的闭式解, 因此  $\mathbf{u}_i^*$  作为控制输入能够使  $(\mathbf{p}_i(t), \mathbf{v}_i(t)) \in \mathcal{S}_i, \mathbf{p}_i(t) \in \mathcal{C}_i$ , 即编队跟踪安全.  $\square$

## 4 仿真实验

为验证所提算法的有效性, 本节考虑由 4 个 UAV 组成的集群在空间中编队跟踪一个虚拟 UAV. 此外, 环境中还存在球形障碍物, 每个 UAV 要避免与其发生碰撞. 选择螺旋上升形轨迹作为虚拟 UAV 的参考轨迹, 如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = -2\pi \sin(0.5\pi t) \\ \dot{y} = 2\pi \cos(0.5\pi t) \\ \dot{z} = 0.2 \end{cases} \quad (49)$$

4 个 UAV 在三维空间中的初始状态分别为  $[-5, 2, 2.8, 0, 0, 0]^T, [2, 1, 2, 0, 0, 0]^T, [3, 3.5, 3.1, 0, 0, 0]^T$  和  $[1, 4, 1, 0, 0, 0]^T$ , 虚拟 UAV 的初始位置为  $[2, 0, 0]^T$ . 每个 UAV 与虚拟 UAV 的期望相对位置分别设置为  $\mathbf{r}_1 = [0, 0, h]^T, \mathbf{r}_2 = [2\sqrt{2}/3h, 0, -h/3]^T, \mathbf{r}_3 = [-\sqrt{2}/3h, \sqrt{6}/3h, -h/3]^T$  和  $\mathbf{r}_4 = [-\sqrt{2}/3h, -\sqrt{6}/3h, -h/3]^T$ . 该期望相对位置描述的是空间中的一个正四面体, 其中  $h$  是一个标度因子, 用于确定队形的大小, 仿真中取  $h = 1$ . 障碍物的位置为  $[-2, 0, 0.45]^T, [2, -2, 0]^T$ , 半径为 1. 本文提出的预设性能安全控制算法的相关参数为:  $p_0 = 12, p_\infty = 0.5, \kappa_p = 2, \Gamma_1 = 5\mathbf{I}, \Gamma_2 = 10\mathbf{I}, K_1 = K_2 = 5\mathbf{I}, \delta_s = 3, \sigma = 0.8, \rho = 0.01, \mu = 2, \kappa_1 = 0.8, \kappa_2 = 10, k_d = 2$ .

图 3 展示了在所提控制器作用下, 4 个 UAV 与虚拟 UAV 的轨迹演化过程. 如图 3 所示, 虚拟 UAV 在运动过程中, 其轨迹穿过了由绿色球体表示的障碍物. 在此情况下, 其他 UAV 的跟踪性能约束与避障安全性之间产生了冲突. 如果严格遵循既定性能对虚拟 UAV 进行跟踪, 将不可避免地导致碰撞. 本文提出的算法以安全性为硬约束, 从局部放大图中可以观察到, UAV 能够成功避开障碍物. 图中蓝色正四面体表示 4 个 UAV 在  $t = 30$  s 时所

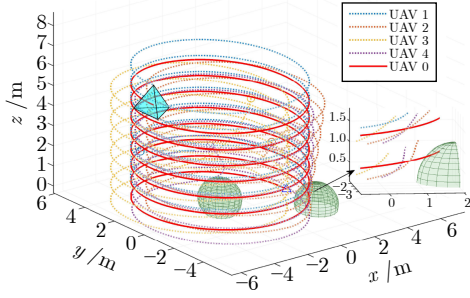


图 3 编队跟踪轨迹

Fig.3 Formation tracking trajectory

形成的编队, 实现了预期队形. 这证明了当 UAV 安全的前提下, 该算法能够实现预设性能约束的编队跟踪目标.

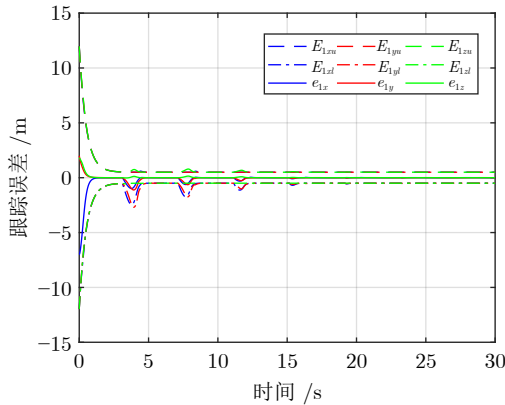
图 4 展示了 4 个 UAV 跟踪误差随时间的变化过程. 由图 4(a) ~ 4(d) 可见, 当 UAV 每次接近障碍物时, 为了躲避障碍物, 在控制器  $u_i^*$  的作用下会暂时偏离与虚拟 UAV 的期望相对位置, 导致跟踪误差短暂增加. 在此情况下, 作用于第  $i$  个 UAV 的

控制输入  $u_i^* \neq u_{iPPC}^*$ . 由图 4(b) 可见, 性能约束边界在辅助系统的调节下能够自适应调整, 有效避免因确保安全引致的控制奇异问题. 当 UAV 远离障碍物时, 性能边界迅速恢复为预设值, 且跟踪误差收敛到零的较小邻域内. 从图 4(d) 可以进一步观察到, 随着 UAV 轨迹逐渐远离障碍物, 跟踪误差的波动逐渐减小, 这是由于 CBF 生效时间减少, 使得  $u_i^*$  与  $u_{iPPC}^*$  差异减小. 在这种情况下, UAV 的跟踪误差持续收敛, 实现了在既定性能约束下的期望编队跟踪目标.

图 5 展示了各 UAV 与障碍物之间的距离变化情况. 可以看出, 在本文提出的控制方法作用下, 即使期望轨迹穿越障碍物 (即期望轨迹本身不满足安全性要求), 但是 UAV 与障碍物圆心之间的距离始终保持不低于预设安全阈值, 从而实现了安全与性能平衡下的编队跟踪目标.

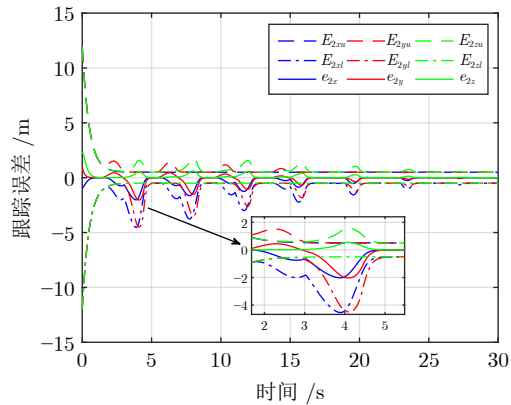
### 5 结论

针对无人机编队跟踪过程中性能与安全性均受



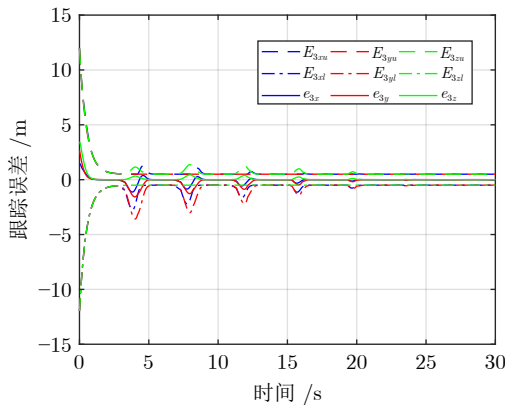
(a) UAV 1 三维跟踪误差及性能函数

(a) Tracking error and performance function of UAV 1 in 3D



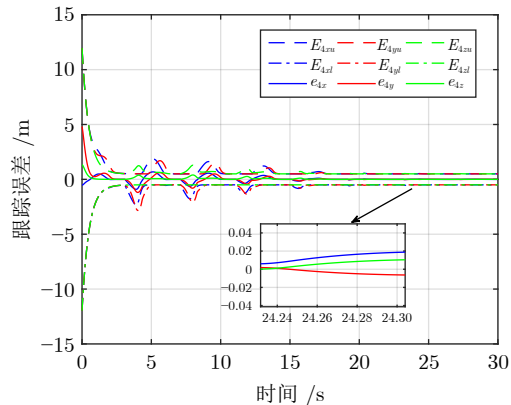
(b) UAV 2 三维跟踪误差及性能函数

(b) Tracking error and performance function of UAV 2 in 3D



(c) UAV 3 三维跟踪误差及性能函数

(c) Tracking error and performance function of UAV 3 in 3D



(d) UAV 4 三维跟踪误差及性能函数

(d) Tracking error and performance function of UAV 4 in 3D

图 4 编队跟踪误差曲线

Fig.4 Formation tracking error curves

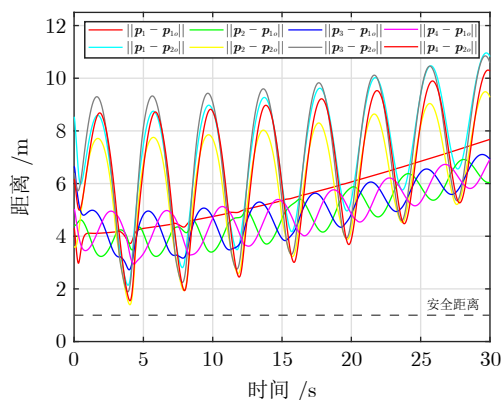


图 5 UAVs 与障碍物之间距离的变化

Fig.5 Evolution of distances between UAVs and obstacles

约束的难题, 本文提出一种将预设性能与安全性解耦的控制框架. 该框架分别基于预设性能控制和障碍函数, 设计满足性能和安全要求的控制器. 同时, 利用安全控制的闭式解构建性能函数自适应辅助系统, 量化了为保证安全性而导致的性能损失, 从而实现安全性与跟踪性能之间的动态平衡, 避免传统设计方法同时考虑性能和安全性复杂性. 通过仿真验证了控制算法的有效性, 实现预设性能下多无人机的安全编队跟踪.

## References

- Alonso-Mora J, Baker S, Rus D. Multi-robot formation control and object transport in dynamic environments via constrained optimization. *The International Journal of Robotics Research*, 2017, **36**(9): 1000–1021
- Luo Q Y, Luan T H, Shi W S, Fan P Z. Edge computing enabled energy-efficient multi-UAV cooperative target search. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2023, **72**(6): 7757–7771
- Funada R, Santos M, Maniwa R, Yamauchi J, Fujita M, Sampei M, et al. Distributed coverage hole prevention for visual environmental monitoring with quadcopters via nonsmooth control barrier functions. *IEEE Transactions on Robotics*, 2024, **40**: 1546–1565
- Liu Y F, Liu J J, He Z P, Li Z H, Zhang Q C, Ding Z T. A survey of multi-agent systems on distributed formation control. *Unmanned Systems*, 2024, **12**(5): 913–926
- Bechlioulis C P, Rovithakis G A. Robust adaptive control of feedback linearizable MIMO nonlinear systems with prescribed performance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, **53**(9): 2090–2099
- Chen F, Dimarogonas D V. Leader-follower formation control with prescribed performance guarantees. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2021, **8**(1): 450–461
- An B H, Wang B, Fan H J, Liu L, Hu H, Wang Y J. Fully distributed prescribed performance formation control for UAVs with unknown maneuver of leader. *Aerospace Science and Technology*, 2022, **130**: Article No. 107886
- Li B, Gong W Q, Yang Y S, Xiao B. Distributed fixed-time leader-following formation control for multi-quadrotors with prescribed performance and collision avoidance. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, **59**(5): 7281–7294
- Mehdifar F, Bechlioulis C P, Hashemzadeh F, Baradarannia M. Prescribed performance distance-based formation control of multi-agent systems. *Automatica*, 2020, **119**: Article No. 109086
- Liu B J, Li A J, Guo Y, Wang C Q. Adaptive distributed finite-time formation control for multi-UAVs under input saturation without collisions. *Aerospace Science and Technology*, 2022, **120**: Article No. 107252
- Miao Z Q, Zhong H, Lin J, Wang Y N, Chen Y J, Fierro R. Vision-based formation control of mobile robots with FOV constraints and unknown feature depth. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2021, **29**(5): 2231–2238
- Zhao K, Song Y D, Chen C L P, Chen L. Control of nonlinear systems under dynamic constraints: A unified barrier function-based approach. *Automatica*, 2020, **119**: Article No. 109102
- Zhao X Y, Tian B L, You M, Ma L. Adaptive distributed sliding mode control for multiple unmanned aerial vehicles with prescribed performance. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2022, **71**(11): 11480–11490
- Huang Y, Meng Z Y, Dimarogonas D V. Prescribed performance formation control for second-order multi-agent systems with connectivity and collision constraints. *Automatica*, 2024, **160**: Article No. 111412
- Ames A D, Xu X R, Grizzle J W, Tabuada P. Control barrier function based quadratic programs for safety critical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, **62**(8): 3861–3876
- Ames A D, Coogan S, Egerstedt M, Notomista G, Sreenath K, Tabuada P. Control barrier functions: Theory and applications. In: Proceedings of the 18th European Control Conference (ECC). Naples, Italy: IEEE, 2019. 3420–3431
- Chen Jie, Lv Zi-Liang, Huang Xin-Yuan, Hong Yi-Guang. Safety analysis and safety-critical control of nonlinear systems: Barrier function approach. *Acta Automatica Sinica*, 2023, **49**(3): 567–579  
(陈杰, 吕梓亮, 黄鑫源, 洪奕光. 非线性系统的安全分析与控制: 障碍函数方法. *自动化学报*, 2023, **49**(3): 567–579)
- Guerrero-Bonilla L, Kumar V. Realization of  $\gamma$ -robust formations in the plane using control barrier functions. *IEEE Control Systems Letters*, 2020, **4**(2): 343–348
- Zhao X Y, Yang Q K, Liu Q, Yin Y H, Wei Y, Fang H. Minimally persistent graph generation and formation control for multi-robot systems under sensing constraints. *Electronics*, 2023, **12**(2): Article No. 317
- Fu J J, Wen G H, Yu X H, Wu Z G. Distributed formation navigation of constrained second-order multiagent systems with collision avoidance and connectivity maintenance. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, **52**(4): 2149–2162
- Fu J J, Wen G H, Yu X H, Huang T W. Robust collision-avoidance formation navigation of velocity and input-constrained multirobot systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, **54**(3): 1734–1746
- Fu J J, Wen G H, Yu X H. Safe consensus tracking with guaranteed full state and input constraints: A control barrier function-based approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, **68**(12): 8075–8081
- Pierpaoli P, Li A Q, Srinivasan M, Cai X Y, Coogan S, Egerstedt M. A sequential composition framework for coordinating multirobot behaviors. *IEEE Transactions on Robotics*, 2021, **37**(3): 864–876
- Dong Y, Wang X Y, Hong Y G. Safety critical control design for nonlinear system with tracking and safety objectives. *Automatica*, 2024, **159**: Article No. 111365
- Wang P, Liang X L, Peng X H, Lu Y, Ge S S. Control barrier performance function-based cooperative formation with parallel dynamic event-triggering strategy. *IEEE Transactions on Sys-*

- tems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2024, **54**(7): 4552–4564
- 26 Yong K N, Chen M, Shi Y, Wu Q X. Flexible performance-based robust control for a class of nonlinear systems with input saturation. *Automatica*, 2020, **122**: Article No. 109268
- 27 Bu X W. Prescribed performance control approaches, applications and challenges: A comprehensive survey. *Asian Journal of Control*, 2023, **25**(1): 241–261
- 28 Rabiee P, Hoagg J B. Composition of control barrier functions with differing relative degrees for safety under input constraints. In: Proceedings of the American Control Conference (ACC). Toronto, Canada: IEEE, 2024. 3692–3697
- 29 Taylor A J, Ong P, Molnar T G, Ames A D. Safe backstepping with control barrier functions. In: Proceedings of the 61st Conference on Decision and Control (CDC). Cancun, Mexico: IEEE, 2022. 5775–5782
- 30 Cohen M H, Molnar T G, Ames A D. Safety-critical control for autonomous systems: Control barrier functions via reduced-order models. *Annual Reviews in Control*, 2024, **57**: Article No. 100947
- 31 Xiao W, Belta C. Control barrier functions for systems with high relative degree. In: Proceedings of the 58th Conference on Decision and Control (CDC). Nice, France: IEEE, 2019. 474–479
- 32 Cohen M H, Ong P, Bahati G, Ames A D. Characterizing smooth safety filters via the implicit function theorem. *IEEE Control Systems Letters*, 2023, **7**: 3890–3895



**方浩** 北京理工大学自动化学院教授。1995 年获得西安理工大学学士学位, 1998 年和 2002 年分别获得西安交通大学硕士学位和博士学位。主要研究方向为全地形移动机器人, 机器人控制和多智能体系统。本文通信作者。E-mail: [fangh@bit.edu.cn](mailto:fangh@bit.edu.cn)

**(FANG Hao** Professor at the School of Automation, Beijing Institute of Technology. He received his bachelor degree from Xi'an University of Technology in 1995, and received his master and Ph.D. degrees from Xi'an Jiaotong University in 1998 and 2002, respectively. His research interest covers all-terrain mobile ro-

bots, robotic control, and multi-agent systems. Corresponding author of this paper.)



**赵欣悦** 北京理工大学自动化学院博士研究生。2019 年获得沈阳理工大学自动化专业学士学位。主要研究方向为安全控制, 多智能体系统。

E-mail: [xinyue.zhao@bit.edu.cn](mailto:xinyue.zhao@bit.edu.cn)

**(ZHAO Xin-Yue** Ph.D. candidate at the School of Automation, Beijing Institute of Technology. He received his bachelor degree in automation from Shenyang Ligong University in 2019. His research interest covers safety control and multi-agent systems.)



**陈杰** 中国工程院院士, 北京理工大学自动化学院教授, 同济大学教授, 自主智能无人系统全国重点实验室教授。1986 年、1996 年和 2001 年分别获得北京理工大学控制理论与控制工程专业学士学位、硕士学位和博士学位。主要研究方向为复杂系统, 多智能体系统, 多目标优化与决策和约束非线性控制。

E-mail: [chenjie@bit.edu.cn](mailto:chenjie@bit.edu.cn)

**(CHEN Jie** Academician of Chinese Academy of Engineering, professor at the School of Automation, Beijing Institute of Technology, Tongji University, and National Key Laboratory of Autonomous Intelligent Unmanned Systems. He received his bachelor, master, and Ph.D. degrees in control theory and control engineering from Beijing Institute of Technology in 1986, 1996, and 2001, respectively. His research interest covers complex systems, multi-agent systems, multi-objective optimization and decision, and constrained nonlinear control.)