自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

基于变阻抗控制的冗余驱动并联机器人多目标内力优化

梁旭 苏婷婷 侯增广 刘圣达 章杰 何广平

A Multi-objective Internal Preload Optimization Method of Redundantly Actuated Parallel Robots Based on Variable Impedance Control

LIANG Xu, SU Ting-Ting, HOU Zeng-Guang, LIU Sheng-Da, ZHANG Jie, HE Guang-Ping

在线阅读 View online: https://doi.org/10.16383/j.aas.c210963

您可能感兴趣的其他文章

基于参考点预测的动态多目标优化算法

Dynamic Multi-objective Optimization Algorithm Based on Reference Point Prediction

自动化学报. 2017, 43(2): 313-320 https://doi.org/10.16383/j.aas.2017.c150811

动态多目标优化进化算法研究进展

Research Progress of Dynamic Multi-objective Optimization Evolutionary Algorithm

自动化学报. 2020, 46(11): 2302-2318 https://doi.org/10.16383/j.aas.c190489

燃料电池有轨电车能量管理Pareto多目标优化

Pareto-based Multi-objective Optimization of Energy Management for Fuel Cell Tramway

自动化学报. 2019, 45(12): 2378-2392 https://doi.org/10.16383/j.aas.c190044

LSTM逐层多目标优化及多层概率融合的图像描述

Multi-objective Layer-wise Optimization and Multi-level Probability Fusion for Image Description Generation Using LSTM

自动化学报. 2018, 44(7): 1237-1249 https://doi.org/10.16383/j.aas.2017.c160733

基于非支配排序差异演化的应急资源多目标分配算法

Multi-objective Approach to Emergency Resource Allocation Using None-dominated Sorting Based Differential Evolution

自动化学报. 2017, 43(2): 195-214 https://doi.org/10.16383/j.aas.2017.c160076

基于知识的污水生化处理过程智能优化方法

Knowledge-based Intelligent Optimal Control for Wastewater Biochemical Treatment Process

自动化学报. 2017, 43(6): 1038-1046 https://doi.org/10.16383/j.aas.2017.c170088

基于变阻抗控制的冗余驱动并联机器人多目标内力优化

梁 旭[1] 苏婷婷[2] 侯增广[3] 刘圣达[3] 章 杰[1] 何广平[1]

摘 要 由于冗余驱动的存在, 冗余驱动并联机器人系统逆动力学模型存在无限组可跟踪期望轨迹的控制力矩解, 这使得机器人在运行过程中具有完成附加任务的能力. 以实现骨科机器人的安全精准操控为目的, 提出了基于变阻抗控制的冗余驱动并联机器人多目标内力优化方法. 首先, 采用支链分解法对冗余驱动并联机器人的动力学进行建模. 其次, 为实现机器人的安全操作, 设计了冗余驱动并联机器人时变阻抗控制器, 利用李雅普诺夫理论分析了系统的稳定性; 在此基础上, 以消除冗余驱动并联机器人运动过程中的传动间隙为附加任务, 提出了一种以力矩传递性能、驱动功率和控制力为优化目标的多目标融合驱动力优化方法. 最后, 通过仿真实验与对比分析, 验证了所提方法的有效性, 实现了机器人系统传动间隙的消除.

关键词 冗余驱动, 并联机器人, 时变阻抗控制, 间隙消除, 多目标优化

引用格式 梁旭, 苏婷婷, 侯增广, 刘圣达, 章杰, 何广平. 基于变阻抗控制的冗余驱动并联机器人多目标内力优化. 自动化学报, 2023, **49**(5): 1099−1115

DOI 10.16383/j.aas.c210963

A Multi-objective Internal Preload Optimization Method of Redundantly Actuated Parallel Robots Based on Variable Impedance Control

LIANG Xu[1] SU Ting-Ting[2] HOU Zeng-Guang[3] LIU Sheng-Da[3] ZHANG Jie[1] HE Guang-Ping[1]

Abstract Due to the existence of redundant actuation, the inverse dynamics model of the robot system has an infinite set of control torque solutions that can track the desired trajectory, which makes the redundantly actuated parallel manipulators capable of completing additional tasks during operation. In order to realize safe and precise operation of orthopedic robot, a multi-objective internal preload optimization method of redundantly actuated parallel robots based on variable impedance control is proposed in this paper. First, the dynamics of redundantly actuated parallel manipulator is modeled by using the branch chain decomposition method. Second, in order to realize safe operation, a time-varying impedance controller for redundantly actuated parallel robot is designed, and the stability of the robot system is analyzed by using the Lyapunov theory. On this basis, a multi-objective fusion internal preload optimization method is proposed, which takes torque transmission performance, driving power and control force as optimization objectives, to eliminate the backlash during the movement of redundantly actuated parallel robot. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified through simulation experiments and comparative analysis, and the backlash of the robot system is eliminated.

Key words Redundant actuation, parallel robot, time-varying impedance control, backlash prevention, multi-objective optimization

Citation Liang Xu, Su Ting-Ting, Hou Zeng-Guang, Liu Sheng-Da, Zhang Jie, He Guang-Ping. A multi-objective internal preload optimization method of redundantly actuated parallel robots based on variable impedance control. *Acta Automatica Sinica*, 2023, **49**(5): 1099−1115

收稿日期 2021-10-13 录用日期 2023-01-18

Manuscript received October 13, 2021; accepted January 18, 2023

国家自然科学基金 (62003005, 62103007, 62203442), 北京市教育委员会科学研究计划项目 (KM202110009009, KM202210009010), 北京市自然科学基金 (L202020, L222058, 4204097), 国家重点研发计划 (2020AAA0105800), 北京市科技计划 (Z211100007921021), 中国博士后科学基金 (2021M693404), 北方工业大学毓优人才支持计划, 复杂系统管理与控制国家重点实验室开放课题 (20210103), 北京市教委基本科研业务费资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (62003005, 62103007, 62203442), R&D Program of Beijing Municipal Education Commission (KM202110009009, KM202210009010), Natural Science Foundation of Beijing (L202020, L222058, 4204097), National Key Research and Development Program of China (2020AAA0105800), Beijing Sci&Tech Program (Z211100007921021), China Postdoctoral Science Foundation (2021M693404), Yuyou Talent Support Project of North China University of Technology, Open Research Fund of the State Key Laboratory for Management and Control of Complex Systems (20210103), and Fundamental Research Funds for Beijing Municipal Universities

本文责任编委 贺威

Recommended by Associate Editor HE Wei

1. 北方工业大学机械与材料工程学院 北京 100144 2. 北京工业大学信息学部 北京 100124 3. 中国科学院自动化研究所复杂系统管理与控制国家重点实验室 北京 100190

1. School of Mechanical and Materials Engineering, North China University of Technology, Beijing 100144 2. Faculty of Information Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124 3. State Key Laboratory for Management and Control of Complex Systems, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190

随着现代社会人口老龄化程度的不断加深、交通工具的广泛应用、人们生活工作方式的不断变化, 骨科疾病已成为普通民众的常见病和多发病, 严重影响人们生活质量[1]. 为改善传统骨科手术操作不稳定、抗疲劳性弱等难题, 避免手术中因疲劳、生理震颤等原因导致的手术操作不确定性, 将先进机器人技术用于骨科手术领域, 可提高手术操作精准性和安全性, 保证手术成功率, 帮助患者早日康复. 骨科领域著名机器人系统有 SpineAssist、ROSA、天玑、RoboDoc、Mako、RAFS 等, 其中串联机器人、并联机器人和混联机器人均有. 传统骨科机器人常采用刚性串联工业机器人, 各连杆串联连接, 导致误差累积使得定位精度相对较低, 且单个关节故障容易导致机械臂末端出现较大偏差, 故障概率相对较高, 同时难以为机械臂的整臂位形空间提供接触力感知能力, 且承载能力相对较差, 安全性难以保证. 近年来已有学者研究基于并联机器人的骨科手术机器人[2−3]. 与一般的串联工业机器人相比, 并联机器人[4] 具有刚度高、负载能力强、结构稳定以及操作精度高等优点[5−7], 这些优点扩展了机器人的应用领域, 使其不仅广泛应用于工业领域[8−9], 还在电子医药、医疗手术等领域发挥重要作用[10−11]. 并联机器人由多个分支并联连接, 定位精度相对较高, 单一关节故障通常不会导致机器人末端出现较大偏差, 且承载能力相对较好, 因此安全性也相对较高. 目前, 并联机器人和串并混联机器人构型正在成为骨科手术机器人的一大研究方向.

基于并联机构的骨科机器人常用于磨骨/钻骨/削骨、骨折复位及固定、脊柱外科、微创骨科等骨科手术领域[12−13], 这些领域需要机器人实现安全精准的手术操作, 具体如下.

1) 在磨骨/削骨/钻骨领域: 目前已有文献研究手持式并联机器人并将其用于骨科钻骨领域[2]. 骨科机器人系统应为骨科患者提供精准的骨骼磨削/切削/钻骨等操作, 不恰当的磨削/切削会影响骨科手术操作精度, 可能导致骨骼错位、炎症等. 因此需要对不同的骨质进行不同的刚度/力控制, 这有利于改善内固定物与骨骼的排列与分布, 帮助患者治疗部位的愈合和保护, 提高骨科机器人的安全性.

2) 在复位/定位领域: 骨折复位包括股骨骨折、骨盆骨折、胫骨骨折等. 已有研究将并联机器人用于骨折复位/定位领域, 如文献 [14] 将一种基于标准 Stewart 平台的新型并联机器人用于牵引台进行股骨骨折复位, 该机器人的定平台将骨折受伤部位固定, 动平台带动腿部实现骨折另一端的牵引, 系统可实现对骨折复位和对齐的定量控制. 类似机构还有基于 Stewart-Gough 平台的新型骨折复位机器人[15], 基于 hexapod 平台的新型骨折复位机器人[16] 等. 北京航空航天大学研制的双平面机器人针对胫骨髓内钉手术、股骨髓内钉手术、股骨颈空心钉手术和骨盆骶髂关节螺钉手术这 4 种骨科适应症进行了应用研究[17], 该机器人系统采用的是模块化并联结构, 静平台、动平台和支链均可随时拆卸和安装, 通过不同机械结构辅助可以满足不同骨科手术适应症的需求. 骨科复位对机器人的力学性能如刚度、力度有较高的要求. 因此需研究并联骨科机器人力学性能改善方法以提高系统的安全性.

3) 在脊柱外科领域: Mazor Robotics 公司研制了 SpineAssist 及 Renaissance 机器人系统, 其基于六自由度 Stewart 并联构型, 系统结构紧凑、占用空间小, 目前可实现活检、脊柱侧弯矫正、脊椎融合术、椎弓根置钉等手术[18−19]. 文献 [19] 将 Renaissance 机器人系统用于辅助医生进行椎弓根置钉手术. 在脊柱外科领域, 脊柱侧凸是常见的脊柱畸形疾病, 通常认为脊柱侧凸的特征是脊柱刚度的异常空间变化, 而侧弯压力可以矫正脊柱侧凸, 因此可将并联机构作为一个工具为脊柱提供横向负荷使脊柱逐步恢复, 这需要机器人在手术操作中动态调整其力操作性能, 以实现安全精准操作, 提高脊柱的稳定性.

4) 在微创骨科领域: 目前已有研究将连续体机器人用于微创骨科介入治疗手术, 而现有连续体机器人单段常为冗余驱动并联机器人. 文献 [20] 通过连续体机器人的主动转向灵活性实现微创骨科介入治疗中的铣削和弯曲钻孔, 最大限度减少对健康组织的切割. 由于连续体机器人常用于内窥/狭小空间手术领域, 操作空间受限, 通常需要进行力控制, 因此研究可实现该操作的控制方法. 此外还有研究机构利用并联机器人在有限工作空间内的高精度、高灵活性的操作特点, 将六自由度并联机器人应用于关节镜/腹腔镜手术定位[21].

5) 在整形辅助骨科领域: 已有机构研发了整形辅助机器人 CRIGOS, 该骨科机器人系统在其动平台处安装了一个穿刺针, 可用于骨科关节修复等手术[22]. 该机器人系统也需实现手术操作中的安全精准控制.

上述骨科手术机器人应用领域均需实现骨科机器人的安全精准操作. 已有研究表明, 采用冗余驱动方式, 可以改善并联机器人力矩传递性能, 调整机构刚度, 优化驱动器间的负载分配, 消除传动间

隙等[23−25]. 本文拟研究基于冗余驱动方案的并联机器人内力优化方法以提高机器人操作精度; 研究阻抗控制方法以提高机器人的安全性和可靠性, 改善力操作性能, 实现安全交互操作.

已有研究表明利用机器人的冗余性可以实现更多的附加任务[26]. 因为冗余驱动的存在, 基于冗余驱动并联机构的骨科机器人的逆动力学模型存在无限组可跟踪期望轨迹的控制力矩解, 这使得系统在完成轨迹和力跟踪任务的同时, 还具有完成附加任务的能力. 并联机器人无累计误差[10], 可以实现高精度运动, 但机器人运动过程中的传动间隙一定程度上降低了机器人精度. 因此研究以消除运动过程中传动间隙为附加任务的内力优化方法. 文献 [27] 提出了一种冗余驱动并联机器人基于预载力矩优化的消除传动间隙控制方法, 该方法下机器人满足了消除传动间隙的条件. 文献 [28] 提出了一种基于冗余驱动 Stewart 机器人的消除传动间隙的优化控制方法, 通过放大无间隙约束条件进行合理的流程作业控制避开间隙区, 该方法提高了机器人的操作精度.

骨科机器人操作对象组织硬度变化范围较大, 骨骼力学性能受年龄大小、身高、性别以及运动量等因素的影响有所不同, 机器人需要具备一定的力操作能力, 以适应复杂空间操作环境. 已有研究对冗余驱动并联机器人采用力位混合控制方法, 但是力位混合控制只能实现力位解耦操作[29]. 阻抗控制可以实现力位耦合约束操作任务, 可分为固定阻抗控制和时变阻抗控制[30]. 以往学者较多研究固定阻抗控制方法, 该方法下期望闭环阻抗控制系统的刚度、阻尼和惯性矩阵均为定常矩阵[31]. 然而在很多骨科手术操作中, 机器人的刚度需要动态变化. 此时使用固定阻抗控制难以满足系统要求, 甚至可能对患者造成伤害; 采用时变阻抗控制则可根据实际任务调节机器人运动与接触力之间的动态关系, 以保证系统满足期望的时变刚度和交互力, 实现良好的动态交互性能, 进而处理手术过程中的不同骨质结构情况, 改善机器人力学性能, 减少医源性伤害, 提高系统的安全性.

基于上述研究, 为实现基于冗余驱动并联机构的骨科机器人的安全精准操作, 本文首次提出了一种基于变阻抗控制的冗余驱动并联机器人多目标内力优化方法. 1) 首先研究时变阻抗控制器, 传统力位混合控制只能解决力位解耦问题; 传统定常阻抗控制不能动态调节阻抗参数; 已有部分时变阻抗控制器面向具体作业任务开展时变阻抗轨迹规划研究; 已有部分时变阻抗控制器通过试验验证其稳定性而缺少严谨的理论证明、难以借鉴推广. 本文提出了一种冗余驱动并联机器人时变阻抗控制器用以保证骨科机器人的安全交互性能, 所提控制器设计简便、可直接给出控制器参数, 无需复杂的求解, 易于实现. 2) 冗余驱动并联机器人系统的逆动力学模型存在无限组可跟踪期望轨迹的控制力矩解, 这使得系统在完成轨迹跟踪任务的同时, 还具有完成附加任务的能力. 为提高并联机器人操作精度, 研究冗余驱动并联机器人不影响其末端执行器运动的拮抗内力优化方法. 以往研究主要考虑单一性能指标的优化, 本文创新性提出了以机器人力矩传递性能、驱动器驱动功率和控制力为优化目标的可消除传动间隙的多目标内力优化方法. 3) 传统机器人的驱动空间与位形空间这两个不同维空间点之间为一一可逆映射, 而冗余驱动并联机器人的驱动空间与位形空间的空间点映射具有不可逆特征, 这增加了冗余驱动并联机器人控制器设计难度. 为了实现冗余驱动并联机器人这两个空间的一一可逆映射, 本文首次提出将时变阻抗控制与内力优化相结合的机器人控制律设计方法, 实现了机器人安全精准操作任务与控制律的唯一对应.

文章首先建立了冗余驱动并联机构的动力学模型. 然后, 为实现骨科机器人的安全交互操作, 提出冗余驱动并联机器人的时变阻抗控制方法, 并分析了系统的稳定性; 在此基础上, 为实现骨科机器人的精准操作, 以消除冗余驱动并联机构传动间隙为附加任务, 进行以力矩传递性能、驱动功率和控制力为优化目标的多目标内力优化. 最后通过仿真实验与对比分析验证所提方法的有效性.

1　冗余驱动并联机器人动力学模型

为实现冗余驱动并联机器人的安全精准操控, 首先建立图 1 所示的平面二自由度冗余驱动并联机器人的动力学模型. 基于该机器人动力学模型, 建立一般冗余驱动并联机器人动力学模型.

1.1　平面二自由度冗余驱动并联机器人动力学模型

图 1 所示的平面二自由度冗余驱动并联机器人为常见冗余驱动并联机构, 它由三条运动支链构成, 每条支链均为平面二连杆串联机构, 三条运动支链末端铰接到同一个轴上, 即末端执行器 D. 设机器人第 i ($i = 1, 2, 3$) 个支链的主动连杆长度为 l_{i1}, 主动连杆质量为 m_{i1}, 主动连杆质心位置与主动关节

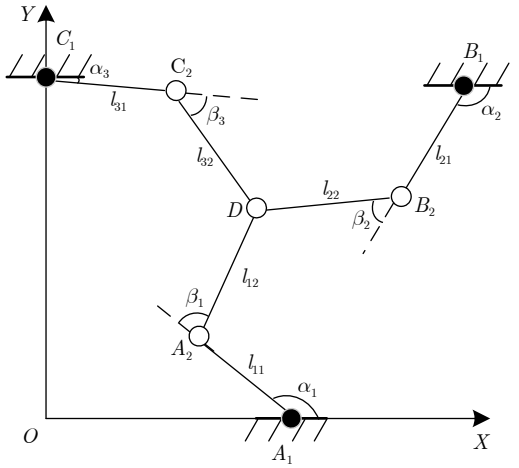


图 1 平面二自由度冗余驱动并联机器人结构简图

Fig. 1 Schematic of the planar 2-DOF redundantly actuated parallel robot

点距离为 r_{i1}, OX 方向与主动连杆夹角为 α_i, 主动连杆转动惯量为 I_{i1}, 被动连杆长度为 l_{i2}, 被动连杆质量为 m_{i2}, 被动连杆质心位置与被动关节点距离为 r_{i2}, 主被动连杆之间夹角为 β_i, 被动连杆转动惯量为 I_{i2}.

由图 1 中并联机构的几何约束关系可得平面二自由度冗余驱动并联机器人正向运动学模型

$$\begin{cases} x = x_{ai} + l_{i1}\cos(\alpha_i) + l_{i2}\cos(\alpha_i+\beta_i) \\ y = y_{ai} + l_{i1}\sin(\alpha_i) + l_{i2}\sin(\alpha_i+\beta_i) \end{cases} \tag{1}$$

其中 $(x_{ai},\, y_{ai})$ 表示图 1 所示的 XOY 坐标系下的并联机器人第 i 条支链的电机位置, 即 A_1, B_1 和 C_1 所在位置; $(x,\, y)$ 表示图 1 所示的 XOY 坐标系下的并联机器人末端执行器位置, 即 D 所在位置.

由图 1 中并联机构支链 A_1A_2D 的几何关系可得平面二自由度冗余驱动并联机器人逆向运动学模型

$$\begin{cases} \cos(\pi-\|\beta_1\|) = \dfrac{l_{11}^2+l_{12}^2-((x-x_{a1})^2+(y-y_{a1})^2)}{2l_{11}l_{12}} \\ \alpha_1 = \arccos\left(\dfrac{l_{11}^2+((x-x_{a1})^2+(y-y_{a1})^2)-l_{12}^2}{2l_{11}\sqrt{(x-x_{a1})^2+(y-y_{a1})^2}}\right)+ \\ \qquad \arctan\left(\dfrac{y-y_{a1}}{x-x_{a1}}\right) \end{cases} \tag{2}$$

同理可得所有支链的 α_i 和 β_i, 进而可求解平面二自由度冗余驱动并联机器人逆向运动学模型.

由运动学模型 (1) 可得机器人速度微分矩阵

$$W = \frac{\partial(\alpha_1,\, \alpha_2,\, \alpha_3,\, \beta_1,\, \beta_2,\, \beta_3)}{\partial(x,\, y)} = \begin{bmatrix} \dfrac{\eta_1}{\chi_1} & \dfrac{\eta_2}{\chi_2} & \dfrac{\eta_3}{\chi_3} & \dfrac{e_1}{\chi_1} & \dfrac{e_2}{\chi_2} & \dfrac{e_3}{\chi_3} \\ \dfrac{f_1}{\chi_1} & \dfrac{f_2}{\chi_2} & \dfrac{f_3}{\chi_3} & \dfrac{\gamma_1}{\chi_1} & \dfrac{\gamma_2}{\chi_2} & \dfrac{\gamma_3}{\chi_3} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

$$S = \frac{\partial(\alpha_1,\, \alpha_2,\, \alpha_3)}{\partial(x,\, y)} = \begin{bmatrix} \dfrac{\eta_1}{\chi_1} & \dfrac{\eta_2}{\chi_2} & \dfrac{\eta_3}{\chi_3} \\ \dfrac{f_1}{\chi_1} & \dfrac{f_2}{\chi_2} & \dfrac{f_3}{\chi_3} \end{bmatrix} \tag{4}$$

其中

$$\begin{cases} \eta_i = l_{i2}\cos(\alpha_i+\beta_i) \\ f_i = l_{i2}\sin(\alpha_i+\beta_i) \\ e_i = -l_{i1}\cos\alpha_i - l_{i2}\cos(\alpha_i+\beta_i) \\ \gamma_i = -l_{i1}\sin\alpha_i - l_{i2}\sin(\alpha_i+\beta_i) \\ \chi_i = e_if_i - \gamma_i\eta_i \end{cases} \tag{5}$$

采用支链分解法对图 1 所示的平面二自由度冗余驱动并联机器人进行动力学建模. 首先将该并联机构拆解为三个不同支链, 即支链 A_1A_2D, 支链 B_1B_2D 和支链 C_1C_2D, 分别对各支链以开链机器人形式进行动力学建模; 然后再根据并联机构的连接方式补充相关运动学约束, 进而得到该平面二自由度冗余驱动并联机器人动力学模型. 分别建立这三条支链的动力学模型, 则各支链对应的二自由度开链机器人的动力学模型为[32–33]

$$M_i\begin{bmatrix} \ddot{\alpha}_i \\ \ddot{\beta}_i \end{bmatrix} + C_i\begin{bmatrix} \dot{\alpha}_i \\ \dot{\beta}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{ai} \\ f_{bi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{ai} \\ \tau_{bi} \end{bmatrix} \tag{6}$$

其中

$$M_i = \begin{bmatrix} M_{i11} & M_{i12} \\ M_{i21} & M_{i22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{i1}+2K_{i2}\cos\beta_i & K_{i3}+K_{i2}\cos\beta_i \\ K_{i3}+K_{i2}\cos\beta_i & K_{i3} \end{bmatrix}$$

$$C_i = \begin{bmatrix} C_{i11} & C_{i12} \\ C_{i21} & C_{i22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{i2}\sin\beta_i\dot{\alpha}_i & -K_{i2}\sin\beta_i(\dot{\alpha}_i+\dot{\beta}_i) \\ K_{i2}\sin\beta_i\dot{\alpha}_i & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{i1} = I_{i1}+I_{i2}+m_{i1}{r_{i1}}^2+m_{i2}({l_{i1}}^2+{r_{i2}}^2)$$

$$K_{i2} = I_{i2}+m_{i2}{r_{i2}}^2, \quad K_{i3} = m_{i2}l_{i1}r_{i2} \tag{7}$$

其中 τ_{ai} 为支链 i 的主动关节驱动力矩, 支链 i 的被动关节驱动力矩 $\tau_{bi}=0$, 主动关节摩擦力 f_{ai} 可表

示为[11]

$$f_{ai} = \mathrm{sgn}(\dot{\alpha}_i) f_{ci} + f_{vi}\dot{\alpha}_i \tag{8}$$

其中 f_{ci} 表示库仑摩擦力, f_{vi} 表示粘滞摩擦力系数. 被动关节摩擦力 f_{bi} 在运动过程中相对较小, 可忽略, 即 $f_{bi} = 0$.

将上述三个支链的动力学方程联合可得

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + f = \tau \tag{9}$$

其中

$$M = \begin{bmatrix} M_{111} & 0 & 0 & M_{112} & 0 & 0 \\ 0 & M_{211} & 0 & 0 & M_{212} & 0 \\ 0 & 0 & M_{311} & 0 & 0 & M_{312} \\ M_{121} & 0 & 0 & M_{122} & 0 & 0 \\ 0 & M_{221} & 0 & 0 & M_{222} & 0 \\ 0 & 0 & M_{321} & 0 & 0 & M_{322} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{111} & 0 & 0 & C_{112} & 0 & 0 \\ 0 & C_{211} & 0 & 0 & C_{212} & 0 \\ 0 & 0 & C_{311} & 0 & 0 & C_{312} \\ C_{121} & 0 & 0 & C_{122} & 0 & 0 \\ 0 & C_{221} & 0 & 0 & C_{222} & 0 \\ 0 & 0 & C_{321} & 0 & 0 & C_{322} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} q &= \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\ \tau &= \begin{bmatrix} \tau_{a1} & \tau_{a2} & \tau_{a3} & \tau_{b1} & \tau_{b2} & \tau_{b3} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\ f &= \begin{bmatrix} f_{a1} & f_{a2} & f_{a3} & f_{b1} & f_{b2} & f_{b3} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{10}$$

其中 M 为广义惯性矩阵, C 为广义哥氏力和向心力矩阵, q, $\dot{q}$, $\ddot{q}$ 分别为广义坐标位置、广义坐标速度和广义坐标加速度, τ 为广义控制力矩.

结合式 (3) 可得

$$\begin{cases} \dot{q} = \dfrac{\partial(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial(x, y)}\dot{q}_e = W\dot{q}_e \\ \ddot{q} = \dot{W}\dot{q}_e + W\ddot{q}_e \end{cases} \tag{11}$$

可得冗余驱动并联机器人系统操作空间动力学模型

$$W^{\mathrm{T}}(M\ddot{q} + C\dot{q} + f) = \hat{M}\ddot{q}_e + \hat{C}\dot{q}_e + S^{\mathrm{T}} f_a = S^{\mathrm{T}}\tau_a \tag{12}$$

其中

$$\begin{aligned} &\hat{M} = W^{\mathrm{T}}MW, \qquad \hat{C} = W^{\mathrm{T}}M\dot{W} + W^{\mathrm{T}}CW \\ &q_e = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \qquad \tau_a = [\tau_{a1} \ \ \tau_{a2} \ \ \tau_{a3}]^{\mathrm{T}} \\ &f_a = [f_{a1} \ \ f_{a2} \ \ f_{a3}]^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{13}$$

1.2　一般冗余驱动并联机器人动力学模型

图 1 所示的并联机器人与北京航空航天大学研制的双平面机器人[17] 相似, 均为平面并联机器人; 北京航空航天大学研制的双平面机器人添加不同的支架可满足不同的骨科手术适应症需求, 图 1 所示的并联机器人也可通过添加不同机械结构满足不同骨科手术需求. 因此基于图 1 所示的平面二自由度并联机器人动力学模型, 建立一般的冗余驱动并联机器人动力学模型, 以实现一般冗余驱动并联机构的安全精准操控.

结合图 1 所示的平面二自由度冗余驱动并联机器人操作空间动力学模型 (12) 的建模步骤, 同样利用支链分解法, 可将一般的冗余驱动并联机器人操作空间动力学模型表示为

$$\begin{aligned} &W^{\mathrm{T}}(M\ddot{q} + C\dot{q} + G + f) = \\ &\qquad \hat{M}\ddot{q}_e + \hat{C}\dot{q}_e + \hat{G} + S^{\mathrm{T}} f_a = S^{\mathrm{T}}\tau_a \end{aligned} \tag{14}$$

其中

$$\begin{aligned} &\hat{M} = W^{\mathrm{T}}MW, \qquad \hat{C} = W^{\mathrm{T}}M\dot{W} + W^{\mathrm{T}}CW \\ &\hat{G} = W^{\mathrm{T}}G \end{aligned} \tag{15}$$

此时各矩阵参数定义与图 1 所示机器人各矩阵参数定义相似, M 为一般冗余驱动并联机器人的广义惯性矩阵, C 为其广义哥氏力和向心力矩阵, G 为其重力项, f 为其摩擦力项, q 为广义位置坐标, q_e 为操作空间位置坐标, q_a 为驱动空间位置坐标, τ_a 为驱动控制力矩, $W = \frac{\partial q}{\partial q_e}$, $S = \frac{\partial q_a}{\partial q_e}$.

基于上述冗余驱动并联机器人操作空间动力学模型, 研究冗余驱动并联机器人的安全精准控制方法.

2　基于变阻抗控制的冗余驱动并联机器人消除传动间隙的多目标内力优化

2.1　冗余驱动并联机器人时变阻抗控制方法

为实现骨科机器人复杂环境下的安全操作, 冗余驱动并联机器人需具备力位耦合操作能力, 力位耦合操作任务可利用阻抗控制方法实现. 骨科机器人操作对象硬度变化范围较大, 骨骼力学性能受年龄大小、身高、性别以及运动量等因素的影响有所不同, 机器人需要动态刚度/力控制, 而传统定常阻抗控制方法阻抗参数固定, 难以满足骨科机器人动态调节刚度的需求. 基于此, 本文提出一种冗余驱动并联机器人时变阻抗控制器, 用以实现系统期望的时变阻抗和交互力控制, 改善力学性能, 提高系统的安全性和动态交互性能.

冗余驱动并联机器人常需要与外界环境进行交互操作, 由式 (14) 可得一般的冗余驱动并联机器人

操作空间动力学模型为

$$W^{\mathrm{T}}\left(M\ddot{q}+C\dot{q}+G+f\right)=S^{\mathrm{T}}\tau_a+F_e \tag{16}$$

其中 F_e 为笛卡尔空间交互力. 期望的时变阻抗闭环控制系统动力学模型可设为[34]

$$H\ddot{\bar{q}}_e+D(t)\dot{\bar{q}}_e+K(t)\bar{q}_e=F_e \tag{17}$$

其中, H 为定常惯量矩阵, $D(t)$ 为时变阻尼矩阵, $K(t)$ 为时变刚度矩阵, 这三个矩阵需均为对称正定矩阵, $D(t)$ 和 $K(t)$ 均设为连续可微函数, $\bar{q}_e$ 为轨迹跟踪误差, 且有 $\bar{q}_e=q_e-q_e^d$. 为实现式 (14) 所示的一般冗余驱动并联机器人时变阻抗控制, 设计控制器如下.

定理 1. 为使冗余驱动并联机器人系统 (16) 实现期望的时变阻抗性能 (17), 取闭环控制律

$$\begin{aligned}\tau_a=(S^{\mathrm{T}})^{+}\Big[&\hat{M}\ddot{q}_e^d+\hat{C}\dot{q}_e^d+W^{\mathrm{T}}G+W^{\mathrm{T}}f+\\&(\hat{M}-H)\ddot{\bar{q}}_e+(\hat{C}-D(t))\dot{\bar{q}}_e-K(t)\bar{q}_e\Big]\end{aligned} \tag{18}$$

则当系统满足以下条件时

$$\begin{cases}\alpha>1\\ D(t)=\alpha^* H\\ \alpha^*=\alpha+\alpha_1\\ \dot{K}(t)-2\alpha K(t)<0\end{cases} \tag{19}$$

其中 α_1 为任意小的正数, 一般冗余驱动并联机器人闭环控制系统

$$\begin{cases}W^{\mathrm{T}}\left(M\ddot{q}+C\dot{q}+G+f\right)=S^{\mathrm{T}}\tau_a+F_e\\ \tau_a=(S^{\mathrm{T}})^{+}\Big[\hat{M}\ddot{q}_e^d+\hat{C}\dot{q}_e^d+W^{\mathrm{T}}G+W^{\mathrm{T}}f+\\ \qquad(\hat{M}-H)\ddot{\bar{q}}_e+(\hat{C}-D(t))\dot{\bar{q}}_e-K(t)\bar{q}_e\Big]\end{cases} \tag{20}$$

当 $F_e=0$ 时系统在原点处全局一致渐近稳定. 当 $F_e\neq 0$ 时系统在原点处全局一致稳定.

证明. 为使机器人闭环控制系统稳定, 取李雅普诺夫候选函数[35−36]

$$V(\dot{\bar{q}}_e,\bar{q}_e,t)=\frac{1}{2}(\dot{\bar{q}}_e+\alpha\bar{q}_e)^{\mathrm{T}}H(\dot{\bar{q}}_e+\alpha\bar{q}_e)+\frac{1}{2}\bar{q}_e^{\mathrm{T}}\varphi(t)\bar{q}_e \tag{21}$$

其中 α 为常数, $\varphi(t)$ 为待选取函数.

对李雅普诺夫候选函数 (21) 微分可得

$$\begin{aligned}\dot{V}(\dot{\bar{q}}_e,\bar{q}_e,t)=&(\dot{\bar{q}}_e+\alpha\bar{q}_e)^{\mathrm{T}}H(\ddot{\bar{q}}_e+\alpha\dot{\bar{q}}_e)+\\&\bar{q}_e^{\mathrm{T}}\varphi(t)\dot{\bar{q}}_e+\frac{1}{2}\bar{q}_e^{\mathrm{T}}\dot{\varphi}(t)\bar{q}_e\end{aligned} \tag{22}$$

将 $F_e=0$ 情况下的期望时变阻抗控制系统动力学模型 (17) 代入上式可得

$$\begin{aligned}\dot{V}(\dot{\bar{q}}_e,\bar{q}_e,t)=&(\dot{\bar{q}}_e+\alpha\bar{q}_e)^{\mathrm{T}}(-D(t)\dot{\bar{q}}_e-K(t)\bar{q}_e+\\&\alpha H\dot{\bar{q}}_e)+\dot{\bar{q}}_e^{\mathrm{T}}\varphi(t)\bar{q}_e+\frac{1}{2}\bar{q}_e^{\mathrm{T}}\dot{\varphi}(t)\bar{q}_e=\\&\dot{\bar{q}}_e^{\mathrm{T}}\left[-D(t)+\alpha H\right]\dot{\bar{q}}_e+\bar{q}_e^{\mathrm{T}}\left[\frac{1}{2}\dot{\varphi}(t)-\alpha K(t)\right]\bar{q}_e+\\&\dot{\bar{q}}_e^{\mathrm{T}}\left[\varphi(t)-K(t)-\alpha D(t)+\alpha^2 H\right]\bar{q}_e\end{aligned} \tag{23}$$

选取 $\varphi(t)=K(t)+\alpha D(t)-\alpha^2 H$, 将式 (19) 中的第二个条件代入 $\varphi(t)$ 可得 $\varphi(t)=K(t)+\alpha\alpha_1 H$ 为正定函数, 因此 $V(\dot{\bar{q}}_e,\bar{q}_e,t)$ 为正定函数. 同时可得 $\dot{\varphi}(t)=\dot{K}(t)$, 则式 (23) 可化为

$$\begin{aligned}\dot{V}(\dot{\bar{q}}_e,\bar{q}_e,t)=&\dot{\bar{q}}_e^{\mathrm{T}}\left[-D(t)+\alpha H\right]\dot{\bar{q}}_e+\\&\bar{q}_e^{\mathrm{T}}\left[\frac{1}{2}\dot{\varphi}(t)-\alpha K(t)\right]\bar{q}_e+\dot{\bar{q}}_e^{\mathrm{T}}\left[K(t)+\alpha D(t)-\right.\\&\left.\alpha^2 H-K(t)-\alpha D(t)+\alpha^2 H\right]\bar{q}_e=\\&\dot{\bar{q}}_e^{\mathrm{T}}\left[-D(t)+\alpha H\right]\dot{\bar{q}}_e+\bar{q}_e^{\mathrm{T}}\left[\frac{1}{2}\dot{K}(t)-\alpha K(t)\right]\bar{q}_e\end{aligned} \tag{24}$$

利用式 (19) 中的第二个条件可得 $-D(t)+\alpha H=-\alpha_1 H$, 利用式 (19) 中的第四个条件可得 $(1/2)\dot{K}(t)-\alpha K(t)<0$, 因此 $\dot{V}(\dot{\bar{q}}_e,\bar{q}_e,t)$ 为负定的.

同时由于

$$\begin{aligned}V(\dot{\bar{q}}_e,\bar{q}_e,t)\leq V_1(\dot{\bar{q}}_e,\bar{q}_e,t)=&\\\frac{1}{2}(\dot{\bar{q}}_e+\alpha\bar{q}_e)^{\mathrm{T}}H(\dot{\bar{q}}_e+&\\\alpha\bar{q}_e)+\frac{1}{2}\bar{q}_e^{\mathrm{T}}\max_t\bar{\lambda}(\varphi(t))\bar{q}_e&\end{aligned} \tag{25}$$

其中, $V_1(\dot{\bar{q}}_e,\bar{q}_e,t)$ 为 $V(\dot{\bar{q}}_e,\bar{q}_e,t)$ 的主导函数[36], $\max_t\bar{\lambda}(\varphi(t))$ 为 $\varphi(t)$ 的最大特征值, 因此 $V(\dot{\bar{q}}_e,\bar{q}_e,t)$ 是渐减且径向无界的. 根据文献 [37] 的定理 4.1, 可得当 $F_e=0$ 时闭环控制系统 (20) 在原点处全局一致渐近稳定. 当 $F_e\neq 0$ 时系统在原点处全局一致稳定. □

基于上述控制律, 为使机器人在有效跟踪期望位置和力轨迹的同时消除传动间隙, 研究冗余驱动并联机器人基于时变阻抗控制的内力优化方法.

注 1. $K(t)$ 可由实际任务确定, 由于 $K(t)$ 已知且是正定矩阵, 且为连续可微函数, 因此 $\dot{K}(t)$ 有界, 因此总能找到较大的常数 α, 使得对 $\forall t>0$, $(1/\alpha)\dot{K}(t)-2K(t)<0$ 总成立. 然而 α 太大会影响阻尼矩阵 $D(t)$, 因此应选取满足条件 (19) 的合适的 α.

注 2. 当冗余驱动并联机器人为图 1 所示的平面二自由度冗余驱动并联机器人, 相应的时变阻抗闭环控制系统可由式 (20) 变为

$$\begin{cases}\hat{M}\ddot{q}_e+\hat{C}\dot{q}_e+S^{\mathrm{T}}f_a=S^{\mathrm{T}}\tau_a+F_e\\ \tau_a=(S^{\mathrm{T}})^{+}\left[\hat{M}\ddot{q}_e^{d}+\hat{C}\dot{q}_e^{d}+S^{\mathrm{T}}f_a+(\hat{M}-H)\ddot{\bar{q}}_e+\right.\\ \qquad\left.(\hat{C}-D(t))\dot{\bar{q}}_e-K(t)\bar{q}_e\right]\end{cases}\tag{26}$$

2.2　冗余驱动并联机器人消除传动间隙的内力优化方法

骨科机器人不仅需要实现安全阻抗控制, 也需要实现高精度控制, 如在骨科定位、微创等手术操作中均需实现高精度控制. 并联机器人不存在累积误差[10], 可以实现高精度运动, 但是机器人在运动过程中的传动间隙会降低机器人精度, 具体表现为系统传动间隙会在机器人系统的交变驱动输入过零时传递到机器人末端执行器, 而单侧啮合可使间隙无法传递到末端, 因此消除传动间隙有利于机器人操作精度的提高, 同时传动间隙的存在也会限制带宽[28]. 冗余驱动并联机器人系统的逆动力学模型存在无限组可跟踪期望轨迹的控制力矩解, 这使得系统在完成轨迹跟踪任务的同时, 还具有完成附加任务的能力. 为提高并联机器人操作精度, 选取消除运动过程中的传动间隙为附加任务, 使冗余驱动并联机器人产生不影响机器人末端执行器运动的拮抗内力, 通过拮抗内力使传动系统单侧啮合, 进而消除系统的传动间隙. 系统无间隙可总结为: 执行机构的驱动力大小保持在一定范围内, 且其符号在此期间保持固定不变[27−28].

本文以消除运动过程中传动间隙为附加任务, 通过冗余驱动并联机构的非零内力来优化分配驱动力, 以实现冗余驱动并联机器人驱动空间与位形空间这两个空间的一一可逆映射. 首先需要求解机器人驱动力, 为使 $\|\tau_a-\tau_{a0}\|$ 最小, 其中 $\tau_{a0}\in\mathbf{R}^m$ 为机器人系统期望的预载力矩, m 为驱动关节数目, 结合时变阻抗控制律 (18) 可得一般冗余驱动并联机器人的广义控制力矩向量

$$\begin{aligned}\tau_a=(S^{\mathrm{T}})^{+}&\left[\hat{M}\ddot{q}_e^{d}+\hat{C}\dot{q}_e^{d}+W^{\mathrm{T}}G+W^{\mathrm{T}}f+\right.\\ &\left.(\hat{M}-H)\ddot{\bar{q}}_e+(\hat{C}-D(t))\dot{\bar{q}}_e-K(t)\bar{q}_e\right]+\\ &(I_m-(S^{\mathrm{T}})^{+}S^{\mathrm{T}})\tau_{a0}\end{aligned}\tag{27}$$

其中 $(S^{\mathrm{T}})^{+}=S(S^{\mathrm{T}}S)^{-1}$ 为矩阵 S^{T} 的伪逆, $(I_m-(S^{\mathrm{T}})^{+}S^{\mathrm{T}})$ 为到 ρ 维 S^{T} 的零空间的映射, ρ 为驱动冗余度, 即电机驱动数和机器人自由度数的差.

为消除冗余驱动并联机构的传动间隙, 利用冗余驱动并联机构的非零内力来优化分配驱动力以实现系统无间隙. 综合考虑骨科机器人系统性能与能效, 选用力矩传递性能、驱动器的驱动功率和控制力为优化目标. 当冗余驱动并联机器人以力矩传递性能为优化目标时, 系统消除传动间隙的驱动力优化模型如下

$$\begin{cases}L_1\to\min,\ t\in[0,\ T]\\ \tau_a=(S^{\mathrm{T}})^{+}\left[\hat{M}\ddot{q}_e^{d}+\hat{C}\dot{q}_e^{d}+W^{\mathrm{T}}G+W^{\mathrm{T}}f+\right.\\ \qquad\left.(\hat{M}-H)\ddot{\bar{q}}_e+(\hat{C}-D(t))\dot{\bar{q}}_e-K(t)\bar{q}_e\right]+\\ \qquad(I_m-(S^{\mathrm{T}})^{+}S^{\mathrm{T}})\tau_{a0}\\ s_i\tau_{ai}\geq\tau_{ai}^{\min}\\ s_i\tau_{ai}\leq\tau_{ai}^{\max}\end{cases}\tag{28}$$

其中力矩传递性能指标 $L_1=\sqrt{\tau_a^{\mathrm{T}}\tau_a}/\sqrt{\tau_a^{\mathrm{T}}SS^{\mathrm{T}}\tau_a}$, $s_i\in\{-1,\ 1\}$ 表示驱动力矩 τ_{ai} 的符号, $\tau_{ai}^{\min}$ 表示能满足系统无间隙要求的驱动力矩最小值, $\tau_{ai}^{\max}$ 表示能满足系统无间隙要求的驱动力矩最大值, T 为运动总时间.

同理, 以冗余驱动并联机器人驱动功率为优化目标时, 系统消除传动间隙的驱动力优化模型如下

$$\begin{cases}L_2\to\min,\ t\in[0,\ T]\\ \tau_a=(S^{\mathrm{T}})^{+}\left[\hat{M}\ddot{q}_e^{d}+\hat{C}\dot{q}_e^{d}+W^{\mathrm{T}}G+W^{\mathrm{T}}f+\right.\\ \qquad\left.(\hat{M}-H)\ddot{\bar{q}}_e+(\hat{C}-D(t))\dot{\bar{q}}_e-K(t)\bar{q}_e\right]+\\ \qquad(I_m-(S^{\mathrm{T}})^{+}S^{\mathrm{T}})\tau_{a0}\\ s_i\tau_{ai}\geq\tau_{ai}^{\min}\\ s_i\tau_{ai}\leq\tau_{ai}^{\max}\end{cases}\tag{29}$$

其中 $L_2=\tau_a^{\mathrm{T}}\dot{q}_a$ 为驱动器的驱动功率, $\dot{q}_a=[\dot{\alpha}_1\ \ \dot{\alpha}_2\ \ \dot{\alpha}_3]^{\mathrm{T}}$.

同理, 当优化目标为控制力时, 系统消除传动间隙的驱动力优化模型如下

$$\begin{cases}L_3\to\min,\ t\in[0,\ T]\\ \tau_a=(S^{\mathrm{T}})^{+}\left[\hat{M}\ddot{q}_e^{d}+\hat{C}\dot{q}_e^{d}+W^{\mathrm{T}}G+W^{\mathrm{T}}f+\right.\\ \qquad\left.(\hat{M}-H)\ddot{\bar{q}}_e+(\hat{C}-D(t))\dot{\bar{q}}_e-K(t)\bar{q}_e\right]+\\ \qquad(I_m-(S^{\mathrm{T}})^{+}S^{\mathrm{T}})\tau_{a0}\\ s_i\tau_{ai}\geq\tau_{ai}^{\min}\\ s_i\tau_{ai}\leq\tau_{ai}^{\max}\end{cases}\tag{30}$$

其中 $L_3=\tau_a^{\mathrm{T}}U\tau_a$, $U\in\mathbf{R}^{m,\,m}$ 为正定加权矩阵.

本文以力矩传递性能、驱动器驱动功率和控制力为优化目标, 用以实现冗余驱动并联机器人消除

传动间隙的多目标驱动力优化. 处理多目标优化问题常采用以下两种方法. 第一种方法是多目标归一化方法, 即首先将多目标归一化为单一目标, 然后求取该模型最优解[38]; 第二种方法是多目标优化方法, 求解 Pareto 解集[39]. 本文采用解集收敛性好的第二种优化算法, 具体方法如下:

1) 将优化模型 (28)、(29) 和 (30) 融合为以下多目标优化模型

$$\begin{cases} [\min L_1, \min L_2, \min L_3] \to \min,\ t \in [0, T] \\ \tau_a = (S^{\mathrm{T}})^{+}\left[\hat{M}\ddot{q}_e^d + \hat{C}\dot{q}_e^d + W^{\mathrm{T}}G + W^{\mathrm{T}}f + \right. \\ \qquad \left. (\hat{M} - H)\ddot{\bar{q}}_e + (\hat{C} - D(t))\dot{\bar{q}}_e - K(t)\bar{q}_e\right] + \\ \qquad (I_m - (S^{\mathrm{T}})^{+}S^{\mathrm{T}})\tau_{a0} \\ s_i\tau_{ai} \geq \tau_{ai}^{\min} \\ s_i\tau_{ai} \leq \tau_{ai}^{\max} \end{cases} \tag{31}$$

2) 随机生成预载力的初始种群, 然后对其非支配性进行排序, 然后运用选择、交叉与变异构建第一代子代种群.

3) 将父代种群和其产生的子代种群运用精英策略进行组合, 可保证优越个体不丢失, 然后采用快速非支配排序将个体分类到各个 Pareto 最优前沿层, 并求解其拥挤比较算子, 应用非支配特性与个体拥挤度得到新的个体, 形成新的父代种群, 最后利用选择、交叉和变异构建新的子代种群.

4) 重复步骤 3), 直到得到合适的最优解.

本文所提方法适用于一般的冗余驱动并联机器人, 实际应用时只需要将本文所采用的机器人动力学模型变为具体的机器人动力学模型即可, 可用于需要实现机器人精准安全操控的各种应用场景.

3 仿真实验与分析

3.1 仿真实验

为验证本文所提方法的有效性, 以图 1 所示的平面二自由度冗余驱动并联机器人为例, 进行本文所提方法有效性的仿真分析验证.

本文所提方法控制框图如图 2 所示. 为实现机器人系统无间隙, 系统的驱动力大小需要保持在一定范围内, 且其符号需要保持固定不变[28]. 首先确定驱动力的符号, 驱动力符号的选择可通过遍历各种情况来确定. 遍历 $2^m = 2^3$ 种关节驱动力符号, 可得只有当各关节驱动力符号均为正和各关节驱动力符号均为负时有可行解. 平面二自由度冗余驱动并联机器人对应的优化模型为

$$\begin{cases} [\min L_1, \min L_2, \min L_3] \to \min,\ t \in [0, T] \\ \tau_a = (S^{\mathrm{T}})^{+}\left[\hat{M}\ddot{q}_e^d + \hat{C}\dot{q}_e^d + S^{\mathrm{T}}f_a + (\hat{M} - H)\ddot{\bar{q}}_e + \right. \\ \qquad \left. (\hat{C} - D(t))\dot{\bar{q}}_e - K(t)\bar{q}_e\right] + (I_m - (S^{\mathrm{T}})^{+}S^{\mathrm{T}})\tau_{a0} \\ s_i\tau_{ai} \geq \tau_{ai}^{\min} \\ s_i\tau_{ai} \leq \tau_{ai}^{\max} \end{cases} \tag{32}$$

设阻抗参数为

$$\begin{cases} K(t) = \begin{cases} \begin{bmatrix} 20 + 15\sin(2t) & 0 \\ 0 & 25 \end{bmatrix}, & 0.5\ \mathrm{s} < t < 1.5\ \mathrm{s} \\ \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 25 + 20\cos(2t) \end{bmatrix}, & 2\ \mathrm{s} < t < 2.5\ \mathrm{s} \\ \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 25 \end{bmatrix}, & \text{其他} \end{cases} \\ F_e = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0.5 & -0.3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, & 1\ \mathrm{s} < t < 2\ \mathrm{s} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, & \text{其他} \end{cases} \\ D = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \\ H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases} \tag{33}$$

该平面二自由度冗余驱动并联机构的物理参数如表 1 所示, 机器人系统摩擦力参数 $f_{ci} = 0.45\ \mathrm{N\cdot m}$, $f_{vi} = 2.8\ \mathrm{N\cdot m\cdot s\cdot rad^{-1}}$, 初始位置误差 $\bar{q}_e = [0.03\ \mathrm{m}\quad -0.02\ \ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$, 初始速度误差 $\dot{\bar{q}}_e = [0.1\ \mathrm{m/s}\quad -0.1\ \mathrm{m/s}]^{\mathrm{T}}$, 各关节驱动器 $\tau_{ai}^{\min}$ 均为 $0.2\ \mathrm{N\cdot m}$, 机器人期望轨迹为

$$\begin{cases} x^d = (0.4\sqrt{3} + 0.2\cos(\pi t))\ \mathrm{m} \\ y^d = (0.8 + 0.2\sin(2\pi t))\ \mathrm{m} \end{cases} \tag{34}$$

1) 当各关节驱动力符号均为正时, 以力矩传递性能、驱动器驱动功率和控制力为优化目标, 由本文所提方法仿真可得机器人的笛卡尔空间位置曲线如图 3 所示, 关节空间位置曲线如图 4 所示, 关节空间角速度曲线如图 5 所示, 预载力矩优化参数如图 6 所示, 主动关节力矩如图 7 所示. 图 3 为机器人末端执行器运动轨迹, 从图 3(a) 可以看出: a) 机器人末端执行器在初始运动时存在一定的位置误差, 这是由初始误差引起的, 初始时刻末端执行器位置误差为 0.0361 m; b) 机器人末端执行器在 1 s ~ 2.5 s 期间误差变大, 这是由于在 1 s ~ 2 s 期间存在交互力 F_e, 交互力 F_e 使末端执行器位置误差增大, 2 s 时刻末端执行器位置误差为 0.0302 m; c) 交互力 F_e

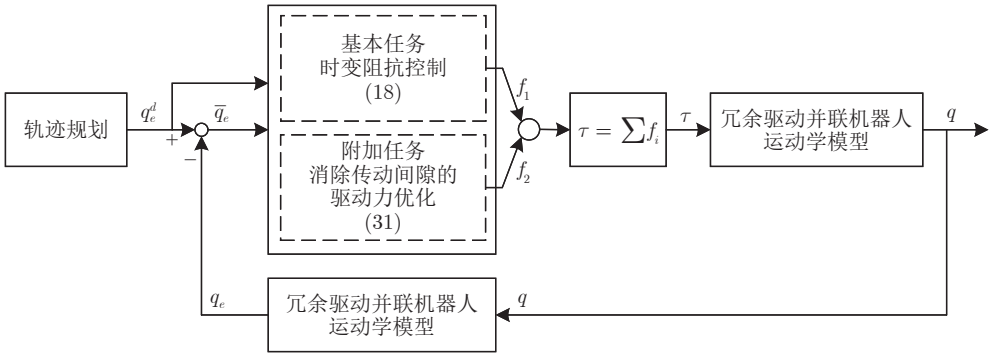


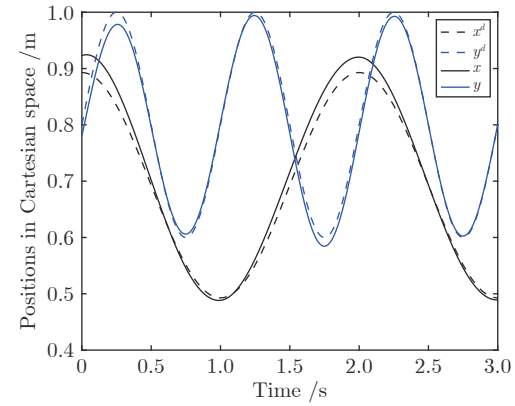
图 2　本文所提方法控制框图

Fig. 2　The control block diagram of the proposed method

表 1　冗余驱动并联机器人物理参数

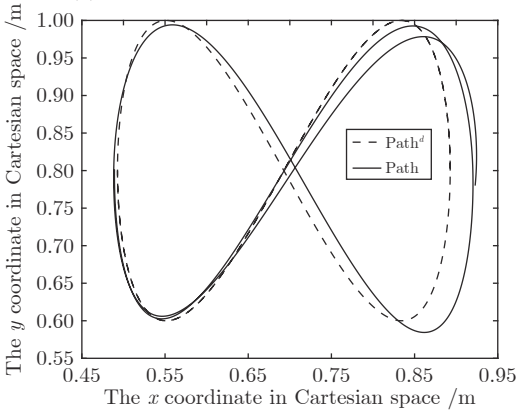
Table 1　Physical parameters of redundantly actuated parallel robots

m_{i1}	m_{i2}	l_{i1}	l_{i2}	r_{i1}	r_{i2}	$I_{i1} = m_{i1}r_{i1}^2$	$I_{i2} = m_{i2}r_{i2}^2$
2.0 kg	2.0 kg	0.50 m	0.60 m	0.25 m	0.30 m	0.125 kg · m^2	0.180 kg · m^2



(a) 机器人末端位置随时间变化曲线

(a) Time responses of the position of the robot



(b) 机器人末端运动路径

(b) The movement path of the robot

图 3　机器人末端位置曲线

Fig. 3　Position curve of the robot in cartesian space

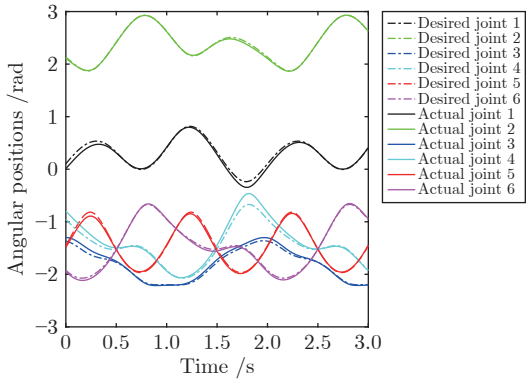


图 4　机器人关节空间位置曲线

Fig. 4　Position curve of the robot in joint space

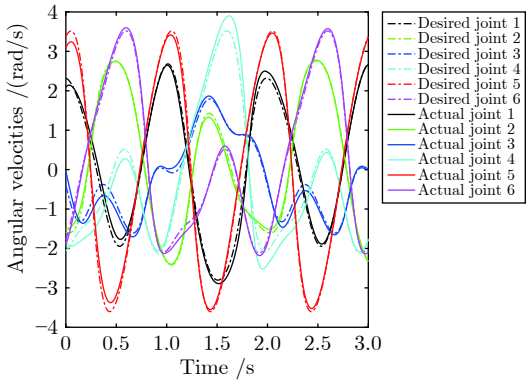


图 5　机器人关节空间速度曲线

Fig. 5　Velocity curve of the robot in joint space

在 2 s 后消失, 观察可得机器人在 3 s 时刻末端执行器位置误差为 0.0038 m, 趋近于零, 较初始时刻的位置误差减少了 89.5%, 较 2 s 时刻的位置误差减少了 87.4%, 进而验证了本文所提方法的稳定性

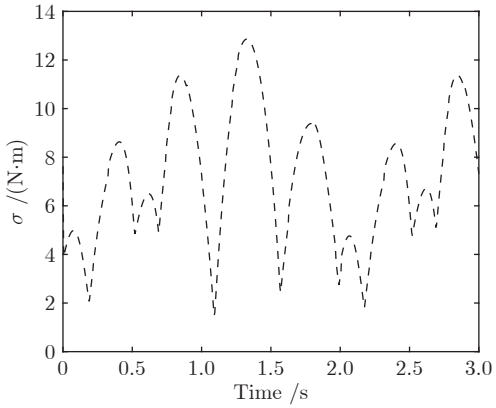


图 6 $s = (1, 1, 1)$ 时预载力矩优化参数曲线

Fig. 6 Internal preload optimization parameter curve when $s = (1, 1, 1)$

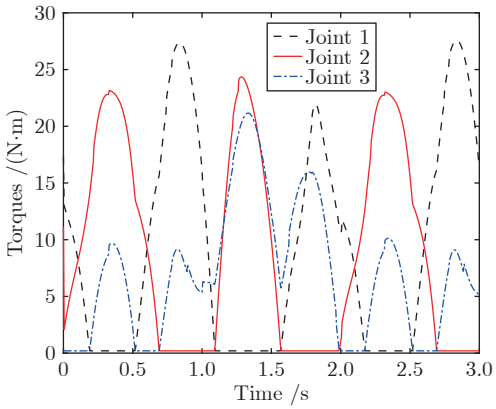


图 7 $s = (1, 1, 1)$ 时机器人主动关节力矩曲线

Fig. 7 Torque curve of the robot in joint space when $s = (1, 1, 1)$

和有效性. 图 6 为预载力矩优化参数 $\sigma \in \mathbf{R}$ 曲线. 式 (31) 中的 $(I_m - (S^{\mathrm{T}})^{+}S^{\mathrm{T}})$ 为广义控制力矩向量 τ_a 的零空间映射矩阵, 零空间向量 $(I_m - (S^{\mathrm{T}})^{+}S^{\mathrm{T}})\tau_{a0}$ 可转化为 $\sigma(I_m - (S^{\mathrm{T}})^{+}S^{\mathrm{T}})[1\ \ 1\ \ 1]^{\mathrm{T}}$. 由仿真结果可得, 该情况下操作任务所对应的力矩传递性能 L_1 的均值 $\bar{L}_1$ 为 0.4892, 驱动器驱动功率 L_2 的均值 $\bar{L}_2$ 为 34.4741, 驱动器控制力 L_3 的均值 $\bar{L}_3$ 为 409.8629. 由图 7 可得, 机器人各关节驱动器的力矩均大于 0.2 N·m, 表明该方法下各关节力矩均满足消除传动间隙的条件, 即执行机构驱动力符号不变且大小保持在一定范围内, 实现了传动间隙的消除.

2) 当各关节驱动力符号均为负时, 此时预载力矩优化参数曲线如图 8 所示, 主动关节力矩如图 9 所示. 由仿真结果可得, 该情况下操作任务所对应的力矩传递性能 L_1 的均值 $\bar{L}_1$ 为 0.9922, 驱动器驱动功率 L_2 的均值 $\bar{L}_2$ 为 58.2639, 驱动器控制力 L_3

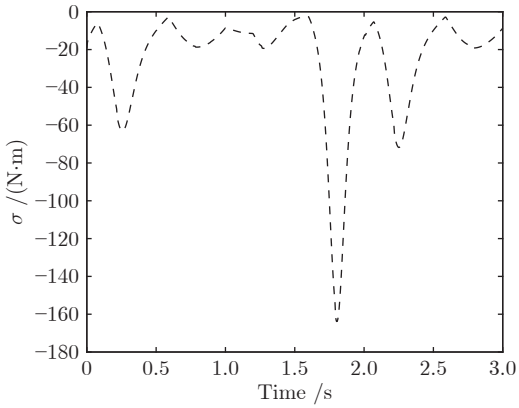


图 8 $s = (-1, -1, -1)$ 时预载力矩优化参数曲线

Fig. 8 Internal preload optimization parameter curve when $s = (-1, -1, -1)$

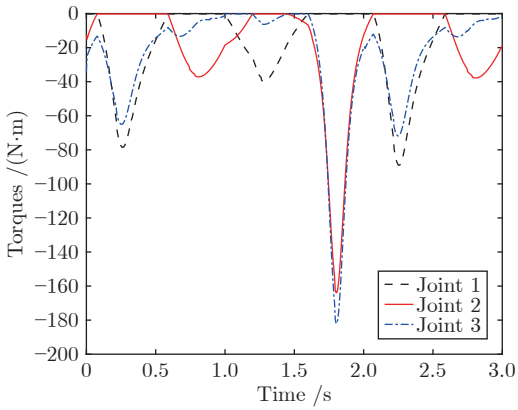


图 9 $s = (-1, -1, -1)$ 时机器人主动关节力矩曲线

Fig. 9 Torque curve of the robot in joint space when $s = (-1, -1, -1)$

的均值 $\bar{L}_3$ 为 3737.9902. 从图 9 可以看出, 机器人各关节驱动器力矩均在操作过程中小于 -0.2 N·m, 表明该方法下各关节力矩满足消除传动间隙的条件, 即执行机构驱动力符号不变且大小保持在一定范围内, 实现了传动间隙的消除.

3.2 对比分析

1) 本文所提方法与固定阻抗控制方法对比分析

为验证本文所提方法中时变阻抗控制具有良好的动态交互性能, 首先与固定阻抗控制方法[35] 进行对比. 固定阻抗参数为

$$K = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 25 \end{bmatrix}$$

$$F_e = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0.5 & -0.3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, & 1\ \mathrm{s} < t < 2\ \mathrm{s} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, & \text{其他} \end{cases}$$

$$D=\begin{bmatrix}4&0\\0&4\end{bmatrix}$$
$$H=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\tag{35}$$

固定阻抗控制方法和本文所提方法下机器人笛卡尔空间位置误差曲线如图 10 所示, 固定阻抗控制方法和本文所提方法下的机器人交互力如图 11 所示. 由图 10 和图 11 可得, 本文所提方法与固定阻抗控制方法对应的机器人末端位置误差曲线和交互力曲线的变化趋势相似, 具体包括: a) 两种方法对应的机器人末端 X 轴方向的位置误差在 1 s 之后有所增大, 这是因为 1 s ~ 2 s 期间期望输出 X 轴方向 0.5 N 的交互力; b) 两种方法对应的机器人末端 Y 轴方向的位置误差在 1 s 之后向负方向有所增大, 这是因为 1 s ~ 2 s 期间期望输出 Y 轴方向 −0.3 N 的交互力; c) 两种方法在期望交互力为零后 X 轴和 Y 轴方向的位置误差均逐渐减小趋近于 0, 表明两种方法均能实现系统运动稳定且满足期望交互力. 同时对比本文所提方法与固定阻抗控制方法, 还可得两种方法下机器人末端位置误差也存在不同, 这是由两种方法对应的期望刚度 K 不同导致的: a) 在 0.5 s ~ 1.5 s 期间本文所提方法与固定阻抗控制方法的刚度在 X 轴方向存在不同, 使得基于时变阻抗控制的本文所提方法通过动态调整位置变化保证了刚度的动态变化; 在 1.5 s 之后两种方法在 X 轴方向的刚度相同, 所以 1.5 s 后两种方法在 X 轴方向位置误差逐渐相同; b) 在 2 s ~ 2.5 s 期间本文所提方法与固定阻抗控制方法的刚度在 Y 轴方向存在不同, 使得本文所提方法通过动态调整位置变化保证了刚度的动态变化; 在 2.5 s 之后两种方法在 Y 轴方向的刚度相同, 所以 2.5 s 后两种方法在 Y 轴方向位置误差逐渐相同. 由上述仿真结果可得, 本文所提方法在机器人操作刚度动态时变情况下, 机器人末端可通过调整其位置保证系统满足期望时变刚度和交互力, 实现了系统根据实际任务调节机器人运动与接触力之间的动态关系, 而固定阻抗控制无法实现刚度的动态调整, 表明了基于时变阻抗控制的本文所提方法具有良好的动态交互性能. 时变刚度控制有利于提高系统的安全性, 如针对不同的皮质骨和松质骨采用不同的刚度参数进行相应的操作, 有利于减少医源性损伤, 改善骨科机器人的安全性.

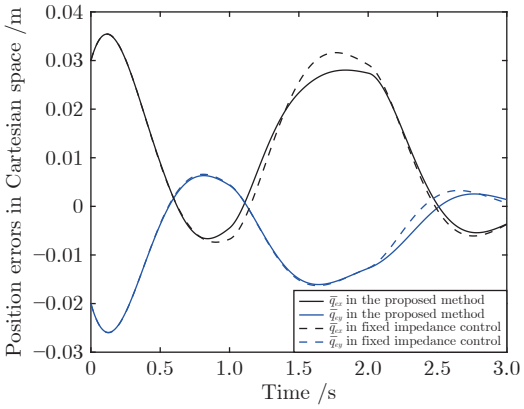


图 10　本文所提方法与固定阻抗控制方法的机器人末端位置误差曲线

Fig. 10　Position error curve of the robot of the proposed method and the fixed impedance control method

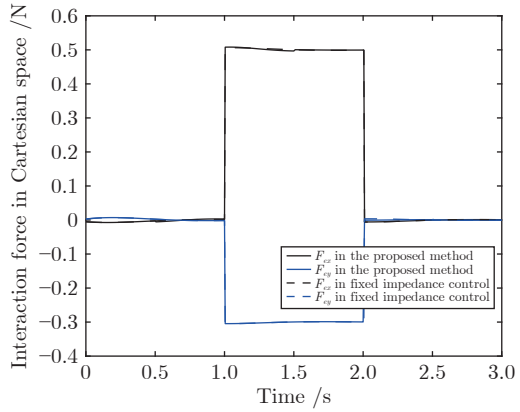


图 11　本文所提方法与固定阻抗控制方法的机器人末端交互力曲线

Fig. 11　Interaction force curve of the robot of the proposed method and the fixed impedance control method

该固定阻抗控制方法下机器人系统在此期间力矩传递性能 L_1 的均值 $\bar{L}_1$ 为 0.3632, 驱动器驱动功率 L_2 的均值 $\bar{L}_2$ 为 29.9411, 驱动器控制力 L_3 的均值 $\bar{L}_3$ 为 251.2795. 将该固定阻抗控制方法与第 3.2 节 2) 中的时变阻抗控制方法的性能指标进行对比可得, 这两种方法求解得到的指标均相近, 但是时变阻抗控制可以动态调整阻抗参数, 因此本文基于时变阻抗控制进行研究.

2) 本文所提方法与时变阻抗控制方法对比分析

为验证本文所提方法与时变阻抗控制方法的区别, 本文还对比了第 2.1 节所述未优化的时变阻抗控制方法, 并进行了仿真研究, 得到图 12 所示的机器人主动关节力矩. 将第 3.2 节 1) 固定阻抗控制方法与该时变阻抗控制方法的主动关节力矩进行对比可发现两种方法下驱动力矩基本一致, 这是由于两种方法阻抗参数和控制律相近导致的. 时变阻抗控制对比方法下机器人系统力矩传递性能 L_1 的均值 $\bar{L}_1$ 为 0.3646, 驱动器驱动功率 L_2 的均值 $\bar{L}_2$ 为 29.7351, 驱动器控制力 L_3 的均值 $\bar{L}_3$ 为 249.2099. 对比不考虑优化的时变阻抗控制方法和本文所提方法仿真结果, 即对比图 7、图 9 和图 12 可得本文所提方法求

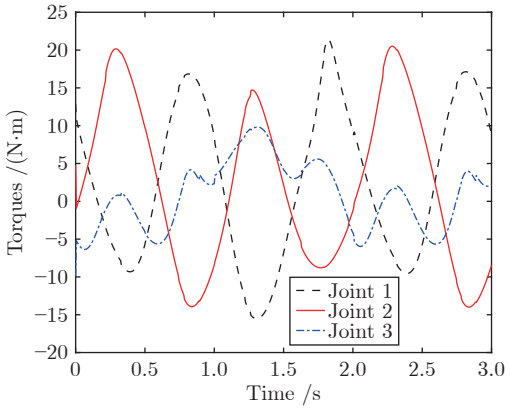


图 12 时变阻抗控制方法的机器人主动关节力矩曲线

Fig. 12 Torque curve of the robot in joint space based on time-varying impedance control method

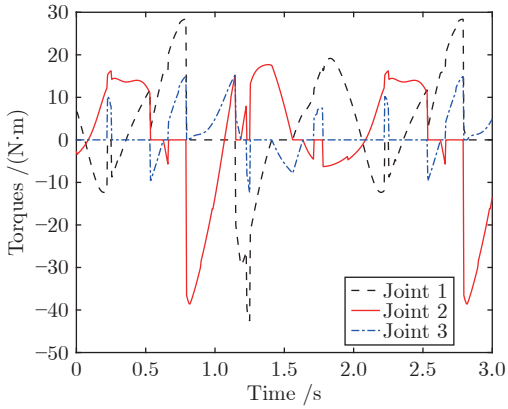


图 13 未考虑消除传动间隙的机器人主动关节力矩曲线

Fig. 13 Torque curve of the robot in joint space without consideration of elimination of backlash

解的力矩传递性能 L_1、驱动器驱动功率 L_2 和驱动器控制力 L_3 的均值均大于不考虑优化的时变阻抗控制方法所得到的仿真结果, 且不考虑优化的时变阻抗控制方法下机器人系统也可根据实际任务调节机器人运动与接触力之间的动态关系, 进而保证系统满足期望的时变刚度和交互力, 然而不考虑优化的时变阻抗控制方法下机器人关节主动力矩的方向随时间发生变化, 不满足消除传动间隙的条件. 实际上, 只采用时变阻抗控制无法生成预载力矩, 所以无法消除系统传动间隙, 而本文所提方法可满足消除传动间隙的条件, 验证了本文所提消除传动间隙方法的有效性.

3) 本文所提方法与基于时变阻抗控制的不考虑消除传动间隙的多目标内力优化方法对比分析

为验证本文所提方法中消除传动间隙约束条件的有效性, 本文还对比研究了基于时变阻抗控制的不考虑消除传动间隙的多目标内力优化方法, 即优化模型 (32) 不考虑消除传动间隙条件, 则优化模型为

$$\begin{cases} [\min L_1, \min L_2, \min L_3] \to \min,\ t \in [0, T] \\ \tau_a = (S^{\mathrm{T}})^{+}\left[\hat{M}\ddot{q}_e^d + \hat{C}\dot{q}_e^d + S^{\mathrm{T}} f_a + (\hat{M} - H)\ddot{\bar{q}}_e + \right. \\ \qquad \left. (\hat{C} - D(t))\dot{\bar{q}}_e - K(t)\bar{q}_e\right] + (I_m - (S^{\mathrm{T}})^{+} S^{\mathrm{T}})\tau_{a0} \end{cases} \tag{36}$$

采用第 2.2 节所述的基于时变阻抗控制的多目标内力优化方法进行对比分析研究, 仿真结果如图 13 所示. 由图 13 可得, 该对比方法下机器人系统力矩传递性能 L_1 的均值 $\bar{L}_1$ 为 0.4325, 驱动器驱动功率 L_2 的均值 $\bar{L}_2$ 为 20.0263, 驱动器控制力 L_3 的均值 $\bar{L}_3$ 为 368.0190. 比较本文所提方法和该对比方法仿真结果, 即对比图 7、图 9 和图 13 可得, 本文所提方法求解得到的力矩传递性能 L_1、驱动器驱动功率 L_2 和驱动器控制力 L_3 的均值均大于该对比方法的优化仿真结果, 然而该对比方法下机器人关节主动力矩的方向多次发生改变, 不满足消除传动间隙的条件, 且其过渡不平滑, 存在尖点, 不利于系统的稳定性.

4) 本文所提方法与基于时变阻抗控制的消除传动间隙的归一化内力优化方法对比分析

为验证本文所提方法中多目标优化方法的有效性, 将多目标优化方法与加权归一化优化方法进行对比分析研究. 针对消除传动间隙的多目标内力优化问题, 将优化模型 (28)、(29) 和 (30) 进行加权归一化处理, 进而把多目标驱动力优化模型转化为单一目标驱动力优化模型[40], 计算出单一权重组合下的最优解, 且设三种目标对应的权重分别为 0.333, 0.333 和 0.334.

a) 当 $s = (1, 1, 1)$ 时, 基于多目标归一化处理优化方法得到机器人的预载力矩优化参数和主动关节力矩仿真结果如图 14 和 15 所示. 由仿真结果可得, 该情况下机器人系统力矩传递性能 L_1 的均值 $\bar{L}_1$ 为 2.1453, 较本文所提方法求解得到的 $\bar{L}_1$ 变大了 338.5%; 驱动器驱动功率 L_2 的均值 $\bar{L}_2$ 为 36.6599, 较本文所提方法求解得到的 $\bar{L}_2$ 变大了 6.3%; 驱动器控制力 L_3 的均值 $\bar{L}_3$ 为 404.3442, 较本文所提方法求解得到的 $\bar{L}_3$ 减小了 1.3%. 对比方法不仅使得指标 L_1 和 L_2 变大, 且由图 15 可得关节 1 力矩在 0.200 s ~ 0.440 s、1.100 s ~ 1.375 s 和 2.185 s ~ 2.440 s 期间小于 0.2 N · m, 关节 2 力矩在 0.695 s ~ 0.885 s、1.575 s ~ 1.840 s 和 2.700 s ~ 2.890 s 期间小于 0.2 N · m, 关节 3 力矩在 1.995 s ~ 2.095 s 期间小于 0.2 N · m, 表明了该归一化方法无法在 $s = (1, 1, 1)$ 情况下得到期望的关节力矩可行解, 无法满足消除

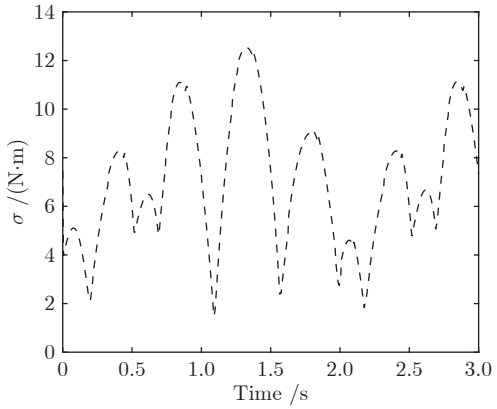


图 14　$s=(1,\,1,\,1)$ 时多目标加权归一化内力优化方法下预载力矩优化参数曲线

Fig. 14　Internal preload optimization parameter curve under the multi-objective weighted normalized optimization method when $s=(1,\,1,\,1)$

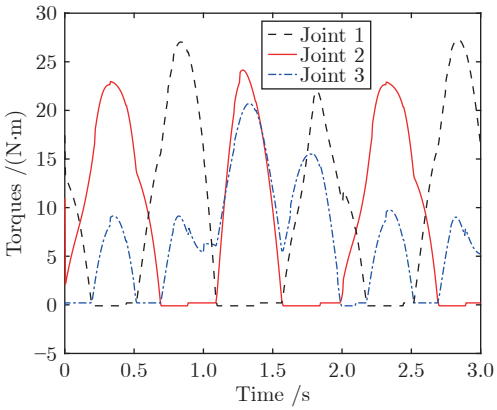


图 15　$s=(1,\,1,\,1)$ 时多目标加权归一化内力优化方法下机器人主动关节力矩曲线

Fig. 15　Torque curve of the robot in joint space under the multi-objective weighted normalized optimization method when $s=(1,\,1,\,1)$

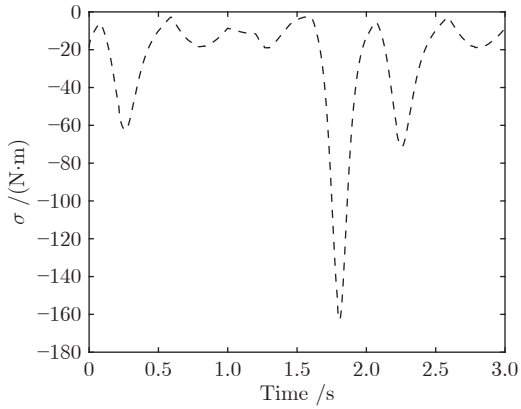


图 16　$s=(-1,\,-1,\,-1)$ 时多目标加权归一化内力优化方法下预载力矩优化参数曲线

Fig. 16　Internal preload optimization parameter curve under the multi-objective weighted normalized optimization method when $s=(-1,\,-1,\,-1)$

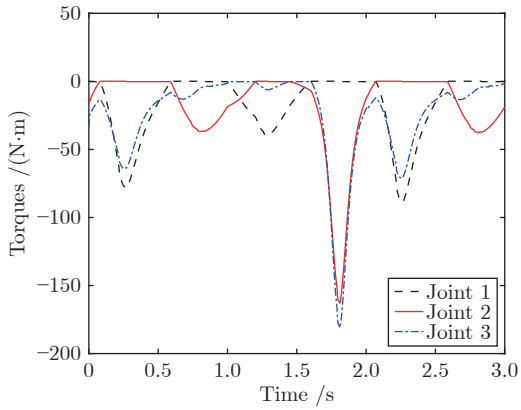


图 17　$s=(-1,\,-1,\,-1)$ 时多目标加权归一化内力优化方法下机器人主动关节力矩曲线

Fig. 17　Torque curve of the robot in joint space under the multi-objective weighted normalized optimization method when $s=(-1,\,-1,\,-1)$

传动间隙的要求.

b) 当 $s=(-1,\,-1,\,-1)$ 时, 基于多目标归一化方法得到仿真结果如图 16 和 17 所示. 由仿真结果可得, 该情况下机器人系统力矩传递性能 L_1 的均值 $\bar{L}_1$ 为 1.3189, 较本文所提方法求解得到的 $\bar{L}_1$ 变大了 32.9%; 驱动器驱动功率 L_2 的均值 $\bar{L}_2$ 为 72.8566, 较本文所提方法求解得到的 $\bar{L}_2$ 变大了 25.0%; 驱动器控制力 L_3 的均值 $\bar{L}_3$ 为 3 699.0643, 较本文所提方法求解得到的 $\bar{L}_3$ 减小了 1.0%. 对比方法不仅使得指标 L_1 和 L_2 变大, 且由图 17 可得关节 1 力矩在 0.595 s ~ 0.830 s、1.605 s ~ 1.805 s 和 2.595 s ~ 2.830 s 期间大于 $-0.2\,\mathrm{N\cdot m}$, 关节 2 力矩在 0.085 s ~ 0.265 s、1.205 s ~ 1.290 s 和 2.075 s ~ 2.255 s 期间大于 $-0.2\,\mathrm{N\cdot m}$, 表明了该归一化方法无法在 $s=(-1,\,-1,\,-1)$ 情况下得到期望的关节力矩可行解, 无法满足消除传动间隙的要求.

同时为验证消除传动间隙对机器人精度的影响, 建立了机器人传动间隙模型[37], 如图 18 所示, 且设间隙角阈值 $b=0.1$, 斜率 $k=1$. 基于图 18 所示的机器人传动间隙模型, 冗余驱动并联机器人基于多目标归一化方法得到的笛卡尔空间位置曲线和关节空间位置曲线如图 19 和 20 所示. 对比图 3 和图 19、图 4 和图 20 可得, 由于机器人存在传动间隙, 该对比方法下的机器人笛卡尔空间和关节空间位置误差均明显大于本文所提方法所对应的机器人笛卡尔空间和关节空间位置误差. 本文所提方法对应的机器人系统笛卡尔空间位置均方根误差 RMSE 为 0.0217, 而该对比方法对应的机器人系统

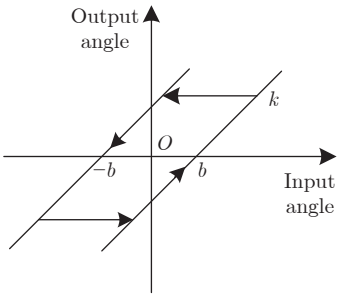


图 18 传动间隙模型

Fig. 18 Backlash model

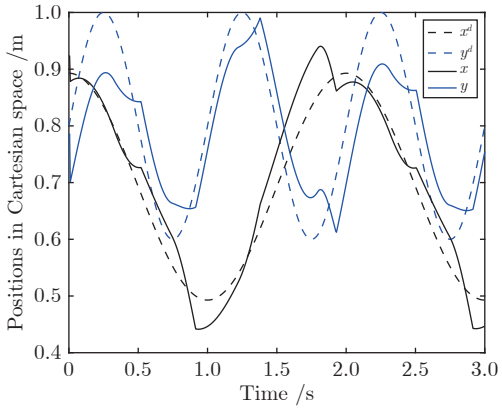


图 19 $s = (-1, -1, -1)$ 时多目标加权归一化内力优化方法下机器人笛卡尔空间位置曲线

Fig. 19 Position curve of the robot in Cartesian space under the multi-objective weighted normalized optimization method when $s = (-1, -1, -1)$

笛卡尔空间位置 RMSE 为 1.0734, 误差变大了 48.47 倍, 因此采用本文所提方法可以有效提高机器人精度.

上述仿真结果是在各优化目标权重为 0.333, 0.333, 0.334 的情况下得到的, 除此以外我们还随机选取了多组其他不同权重并进行了相应的多目标归一化处理优化仿真, 仿真结果均无法满足消除传动间隙的要求. 而本文所提方法可得到 $s = (1, 1, 1)$ 时和 $s = (-1, -1, -1)$ 时的消除传动间隙的有效可行解, 进而验证了本文所提方法中多目标优化方法的有效性.

5) 本文所提方法与串联机器人时变阻抗控制方法对比分析

为验证本文所提方法具有较高的精度, 以图 1 所示并联机器人的单个支链为串联机器人研究对象 (即 A_1A_2D 所示的平面二连杆串联机器人), 将平面二连杆串联机器人的时变阻抗控制方法与本文所提方法进行了对比分析和仿真研究, 得到图 21 所示的机器人末端笛卡尔空间位置曲线. 从数学角

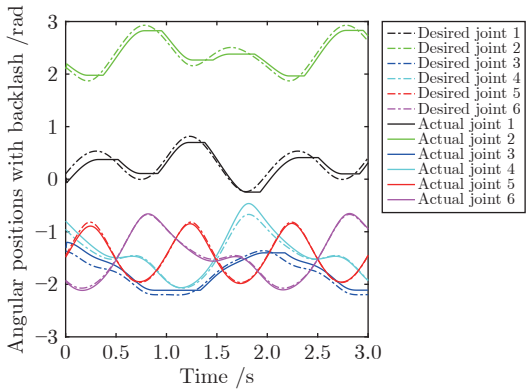


图 20 $s = (-1, -1, -1)$ 时多目标加权归一化内力优化方法下机器人关节空间位置曲线

Fig. 20 Position curve of the robot in joint space under the multi-objective weighted normalized optimization method when $s = (-1, -1, -1)$

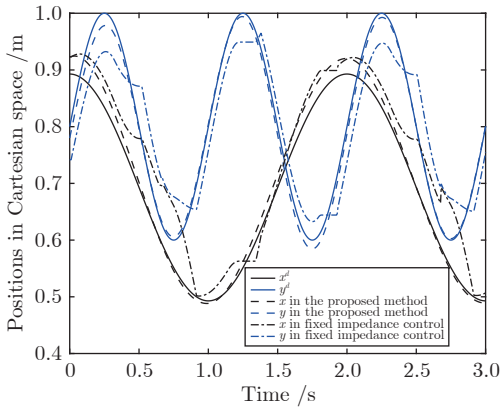


图 21 $s = (-1, -1, -1)$ 时本文所提方法与串联机器人时变阻抗控制方法的机器人末端位置曲线

Fig. 21 Position curve of the robot of the method proposed in this paper and the time-varying impedance control method of the serial robot when s = (−1, −1, −1)

度考虑, 由于平面二连杆串联机器人为全驱动机器人, 广义控制力矩向量 (27) 没有零空间项, 所以无法实现传动间隙的消除; 从物理角度考虑, 由于平面二连杆串联机器人不存在闭链约束, 无法形成预载力矩, 因此无法实现传动间隙的消除, 而本文所提的冗余驱动并联机器人内力优化控制方法可消除传动间隙. 对比前述仿真结果可得, 本文所提方法对应的冗余驱动并联机器人消除了系统传动间隙且其笛卡尔空间位置 RMSE 为 0.0217, 归一化内力优化方法下冗余驱动并联机器人含传动间隙且其笛卡尔空间位置 RMSE 为 1.0734, 而平面二连杆串联机器人时变阻抗控制方法下含系统传动间隙且其笛卡尔空间位置 RMSE 为 1.1013. 仿真结果验证了并联机器人具有更高的精度, 而采用本文所提方法可以

进一步有效提高机器人精度, 进而验证了本文所提方法可实现并联机器人的精准安全控制.

6) 本文所提方法误差分析

为验证本文所提方法的有效性, 我们不仅采用第 3.1 节中的参数进行仿真实验, 还对比分析了不同轨迹、不同初始误差、不同期望交互力情况下的误差结果, 如表 2 所示. 其中对比轨迹为

$$\begin{cases} x^d = (0.4\sqrt{3} + 0.25\cos\dfrac{2\pi t}{3})\ \mathrm{m} \\ y^d = (0.8 + 0.2\sin\dfrac{2\pi t}{3})\ \mathrm{m} \end{cases} \tag{37}$$

对比期望交互力为

$$F_e = \begin{cases} \begin{bmatrix} -0.3 & 0.1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, & 1\ \mathrm{s} < t < 2\ \mathrm{s} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, & \text{其他} \end{cases} \tag{38}$$

和

$$F_e = \begin{cases} \begin{bmatrix} -0.3 & 0.1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, & 0.5\ \mathrm{s} < t < 1.5\ \mathrm{s} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, & \text{其他} \end{cases} \tag{39}$$

表 2 中 $\bar{q}_e$ 为初始位置误差, $\dot{\bar{q}}_e$ 为初始速度误差, $\bar{d}_x$ 为笛卡尔空间 X 轴位置误差均值, $\bar{d}_y$ 为笛卡尔空间 Y 轴位置误差均值, RMSE 为笛卡尔空间位置均方根误差, JRMSE 为关节空间位置均方根误差. 由表 2 数据分析可得, 笛卡尔空间的位置误差均值和位置均方根误差与机器人初始误差、期望交互力等参数相关, 而与轨迹无关. 机器人初始误差越大, 位置误差越大; 期望交互力越大, 笛卡尔空间位置误差越大, 这是由阻抗控制器自身性质决定的. 在实际应用中, 可通过控制初始误差和阻抗参数来保证机器人的控制精度.

综上, 上述仿真实验与对比分析进行了多种方法下的仿真研究与定性、定量分析, 既与已有阻抗控制方法进行了对比, 又与已有优化方法进行了对比, 通过多维度对比分析和讨论可得, 本文所提出的基于变阻抗控制的冗余驱动并联机器人多目标融合内力优化控制方法能有效实现系统传动间隙的消除, 可以实现安全精准控制, 验证了本文所提方法的有效性. 目前用于临床手术的医用骨科机器人研究仍不成熟, 相关类型产品十分稀少且昂贵[41]. 为能够在实际临床中得到应用, 未来会在不同机构和不同应用场景开展实验研究工作, 进一步优化完善机器人控制系统.

4　结论

本文首次提出了一种基于变阻抗控制的冗余驱动并联机器人消除传动间隙的多目标融合内力优化方法. 该方法基于冗余驱动并联机构的动力学模型, 设计了冗余驱动并联机构时变阻抗控制律, 并通过李雅普诺夫函数确定了系统稳定性条件; 在此基础上, 以力矩传递性能、驱动功率与控制力为优化目标, 进行了冗余驱动并联机器人可消除系统传动间隙的多目标驱动力优化, 进而避免了冗余驱动并联机器人驱动空间与位形空间不同维空间点映射的不可逆特征. 仿真实验对比分析表明, 该方法下执行机构的驱动力符号不变且大小保持在一定范围内, 实现了传动间隙的消除. 本文所提方法不仅适用于图 1 所示的冗余驱动并联机器人, 对于一般的冗余驱动并联机器人均适用, 可用于需要实现机器人精准安全操控的多种骨科手术应用场景. 已有研究表明, 将脑启发视觉认知、决策和运动控制紧密结合有利于实现智能自主的机器人从而显著提高机器人的整体性能[42−43], 同时从手术中学习操作技能有利于灵活地进入目标手术器官, 可使手术机器人更智能[44]. 实际手术操作中的机器人系统存在扰动, 为实现骨科机器人在复杂多变环境下的安全稳定精准控制, 下一步工作将在本文所提方法基础上, 研究

表 2　本文所提方法误差对比分析

Table 2　Comparison and analysis of the error of the proposed method

轨迹 (m)	$\bar{q}_e$ (m)	$\dot{\bar{q}}_e$ (m/s)	F_e (N)	$\bar{d}_x$ (m)	$\bar{d}_y$ (m)	RMSE (m)	JRMSE (rad)
式 (34)	$[0.03\ \ -0.02]^{\mathrm{T}}$	$[0.10\ \ -0.10]^{\mathrm{T}}$	式 (33)	0.0148	0.0090	0.0217	0.1141
式 (37)	$[0.03\ \ -0.02]^{\mathrm{T}}$	$[0.10\ \ -0.10]^{\mathrm{T}}$	式 (33)	0.0148	0.0090	0.0217	0.1113
式 (34)	$[-0.02\ \ 0.01]^{\mathrm{T}}$	$[-0.05\ \ 0.05]^{\mathrm{T}}$	式 (33)	0.0123	0.0069	0.0176	0.0954
式 (37)	$[-0.02\ \ 0.01]^{\mathrm{T}}$	$[-0.05\ \ 0.05]^{\mathrm{T}}$	式 (33)	0.0123	0.0069	0.0176	0.0835
式 (34)	$[0.05\ \ -0.03]^{\mathrm{T}}$	$[0.20\ \ -0.15]^{\mathrm{T}}$	式 (33)	0.0193	0.0110	0.0294	0.1508
式 (37)	$[0.05\ \ -0.03]^{\mathrm{T}}$	$[0.20\ \ -0.15]^{\mathrm{T}}$	式 (33)	0.0193	0.0110	0.0294	0.1708
式 (34)	$[0.03\ \ -0.02]^{\mathrm{T}}$	$[0.10\ \ -0.10]^{\mathrm{T}}$	式 (38)	0.0107	0.0055	0.0166	0.0809
式 (37)	$[0.03\ \ -0.02]^{\mathrm{T}}$	$[0.10\ \ -0.10]^{\mathrm{T}}$	式 (38)	0.0107	0.0055	0.0166	0.0927
式 (34)	$[0.03\ \ -0.02]^{\mathrm{T}}$	$[0.10\ \ -0.10]^{\mathrm{T}}$	式 (39)	0.0092	0.0054	0.0161	0.0770
式 (37)	$[0.03\ \ -0.02]^{\mathrm{T}}$	$[0.10\ \ -0.10]^{\mathrm{T}}$	式 (39)	0.0092	0.0054	0.0161	0.0898

骨科机器人的鲁棒稳定时变阻抗控制方法, 并充分结合基于脑启发和示教学习的控制方法, 以实现基于冗余驱动并联机构的骨科机器人精准安全鲁棒智能自主控制.

References

1 Laura M B, Gehrig M D. Orthopedic surgery. *The American Journal of Surgery*, 2011, **202**(3): 364−368

2 Yen P L, Ho T H. Shared control for a handheld orthopedic surgical robot. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2021, **6**(4): 8394−8400

3 Saeedi-Hosseiny M S, Alruwaili F, McMillan S, Iordachita I, Abedin-Nasab M H. A surgical robotic system for long-bone fracture alignment: Prototyping and cadaver study. *IEEE Transactions on Medical Robotics and Bionics*, 2022, **4**(1): 172−182

4 Sun T, Lian B B, Yang S F, Song Y M. Kinematic calibration of serial and parallel robots based on finite and instantaneous screw theory. *IEEE Transactions on Robotics*, 2020, **36**(3): 816−834

5 Koessler A, Goldsztejn A, Briot S, Bouton N. Dynamics-based algorithm for reliable assembly mode tracking in parallel robots. *IEEE Transactions on Robotics*, 2020, **36**(3): 937−950

6 Lipiński K. Modeling and control of a redundantly actuated variable mass 3RRR planar manipulator controlled by a model-based feedforward and a model-based-proportional-derivative feedforward-feedback controller. *Mechatronics*, 2016, **37**: 42−53

7 Sun T, Yang S F. An approach to formulate the hessian matrix for dynamic control of parallel robots. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2019, **24**(1): 271−281

8 Liang X, Su T T. Quintic Pythagorean-Hodograph curves based trajectory planning for Delta robot with a prescribed geometrical constraint. *Applied Sciences*, 2019, **9**(21): Article No. 4491

9 Su T T, Cheng L, Wang Y K, Liang X, Zheng J, Zhang H J. Time-optimal trajectory planning for Delta robot based on quintic Pythagorean-Hodograph curves. *IEEE Access*, 2018, **6**: 28530−28539

10 Kong Ling-Fu, Zhang Shi-Hui, Zhao Li-Qiang, Dou Yan. *Vision Technologies and Application of Parallel Robot*. Beijing: China Machine Press, 2012.
(孔令富, 张世辉, 赵立强, 窦燕. 并联机器人视觉技术及应用. 北京: 机械工业出版社, 2012.)

11 Shang W W, Cong S. Robust nonlinear control of a planar 2-DOF parallel manipulator with redundant actuation. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2014, **30**(6): 597−604

12 Gomes P. Surgical robotics: Reviewing the past, analysing the present, imagining the future. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2011, **27**(2): 261−266

13 Ghasem A, Sharma A, Greif D N, Alam M, Maaieh M A. The arrival of robotics in spine surgery a review of the literature. *Spine*, 2018, **43**(23): 1670−1677

14 Lin H, Wang J Q, Han W. Parallel manipulator robot assisted femoral fracture reduction on traction table. In: Proceedings of the 35th International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. Osaka, Japan: IEEE, 2013. 4847−4850

15 Tang P F, Hu L, Du H L, Gong M L, Zhang L H. Novel 3D hexapod computer-assisted orthopaedic surgery system for closed diaphyseal fracture reduction. *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, 2012, **8**(1): 17−24

16 Du H L, Hu L, Li C S, Wang T M, Zhao L, Li Y, et al. Advancing computer-assisted orthopaedic surgery using a hexapod device for closed diaphyseal fracture reduction. *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, 2015, **11**(3): 348−359

17 Wang Yu, Yun Chao, Zhang Feng-Quan, Yang Chuang. Application of the bi-planar navigation robot system in different orthopedic indications. *Robot*, 2007, **29**(3): 200−206
(王豫, 贠超, 张丰全, 杨闯. 双平面导航机器人系统在不同骨科适应症中的应用研究. 机器人, 2007, **29**(3): 200−206)

18 Theodore N, Ahmed A K. The history of robotics in spine surgery. *SPINE*, 2018, **43**(7S): Article No. S23

19 Phillips F M, Lieberman I H, Polly D W J, Wang M Y. *Minimally Invasive Spine Surgery: Surgical Techniques and Disease Management* (Second edition). New York: Springer, 2014.

20 Ma J H, Sefati S, Taylor R H, Armand M. An active steering hand-held robotic system for minimally invasive orthopaedic surgery using a continuum manipulator. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2021, **6**(2): 1622−1629

21 Zhou Dong-Sheng. *Digital Traumatic Orthopaedics*. Jinan: Shandong Science and Technology Press, 2019.
(周东生. 数字创伤骨科学. 济南: 山东科学技术出版社, 2019.)

22 Brandt G, Zimolong A, Carrat L, Merloz P, Staudte H W, Lavallee S, et al. CRIGOS: A compact robot for image-guided orthopedic surgery. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 1999, **3**(4): 252−260

23 Müller A. Consequences of geometric imperfections for the control of redundantly actuated parallel manipulators. *IEEE Transactions on Robotics*, 2010, **26**(1): 21−31

24 Wen H Y, Xu W L, Cong M. Kinematic model and analysis of an actuation redundant parallel robot with higher kinematic pairs for jaw movement. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, **62**(3): 1590−1598

25 Liang D, Song Y M, Sun T, Dong G. Optimum design of a novel redundantly actuated parallel manipulator with multiple actuation modes for high kinematic and dynamic performance. *Nonlinear Dynamics*, 2016, **83**(1−2): 631−658

26 Su H, Yang C G, Ferrigno G, Momi E D. Improved human-robot collaborative control of redundant robot for teleoperated minimally invasive surgery. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2019, **4**(2): 1447−1453

27 Muller A. Internal preload control of redundantly actuated parallel manipulators —— Its application to backlash avoiding control. *IEEE Transactions on Robotics*, 2005, **21**(4): 668−677

28 Ding B Y, Cazzolato B S, Grainger S, Stanley R M, Costi J J. Active preload control of a redundantly actuated Stewart platform for backlash prevention. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2015, **32**: 11−24

29 Wen S H, Qin G Q, Zhang B W, Lam H K, Zhao Y S, Wang H B. The study of model predictive control algorithm based on the force/position control scheme of the 5-DOF redundant actuation parallel robot. *Robotics and Autonomous Systems*, 2016, **79**: 12−25

30 Liang X, He G P, Su T T, Wang W Q, Huang C, Zhao Q L, et al. Finite-time observer-based variable impedance control of cable-driven continuum manipulators. *IEEE Transactions on Human-Machine Systems*, 2022, **52**(1): 26−40

31 Dong Y T, Ren B B. UDE-based variable impedance control of uncertain robot systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2019, **49**(12): 2487−2498

32 Murray R M, Li Z X, Sastry S. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. Boca Raton: CRC Press, 1994.

33 Cheng H, Yiu Y K, Li Z X. Dynamics and control of redundantly actuated parallel manipulators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2003, **8**(4): 483−491

34 Su T T, Niu L Z, He G P, Liang X, Zhao L, Zhao Q L. Coordinated variable impedance control for multi-segment cable-driven continuum manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, 2020, **153**: Article No. 103969

35 He G P, Fan Y N, Su T T, Zhao L, Zhao Q L. Variable impedance control of cable actuated continuum manipulators. *Interna-*

tional Journal of Control, Automation, and Systems, 2020, **18**(7): 1839−1852

36 Kronander K, Billard A. Stability considerations for variable impedance control. *IEEE Transactions on Robotics*, 2016, **32**(5): 1298−1305

37 Slotine J J, Li W P. *Applied Nonlinear Control*. New Jersey: Prentice Hall, 1991.

38 Cui Y F, Geng Z Q, Zhu Q X, Han Y M. Review: Multi-objective optimization methods and application in energy saving. *Energy*, 2017, **125**: 681−704

39 Deb K, Pratap A, Agarwal S, Meyarivan T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, **6**(2): 182−197

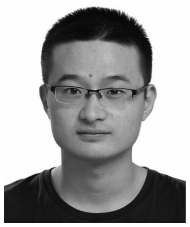
40 Cui Zhi-Hua, Zhang Mao-Qing, Chang Yu, Zhang Jiang-Jiang, Wang Hui, Zhang Wen-Sheng. NSGA-II with average distance clustering. *Acta Automatica Sinica*, 2021, **47**(5): 1171−1182
(崔志华, 张茂清, 常宇, 张江江, 王晖, 张文生. 基于平均距离聚类的 NSGA-II. 自动化学报, 2021, **47**(5): 1171−1182)

41 Wang Cheng-Tao, Su Xiu-Yun. *The Basis of Digital Orthopaedics*. Jinan: Shandong Science and Technology Press, 2019.
(王成焘, 苏秀云. 数字骨科学基础. 济南: 山东科学技术出版社, 2019.)

42 Qiao H, Chen J H, Huang X. A survey of brain-inspired intelligent robots: Integration of vision, decision, motion control, and musculoskeletal systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, **52**(10): 11267−11280

43 Qiao H, Zhong S L, Chen Z Y, Wang H Z. Improving performance of robots using human-inspired approaches: A survey. *Science China Information Sciences*, 2022, **65**(12): Article No. 221201

44 Su H, Mariani A, Ovur S E, Menciassi A, Ferrigno G, De Momi E. Toward teaching by demonstration for robot-assisted minimally invasive surgery. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2021, **18**(2): 484−494



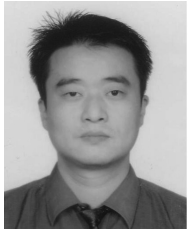
梁 旭 北方工业大学机械与材料工程学院讲师. 主要研究方向为医疗康复机器人, 骨科手术机器人和人机交互控制.
E-mail: liangxu2013@ia.ac.cn
(**LIANG Xu** Lecturer at the School of Mechanical and Materials Engineering, North China University of Technology. His research interest covers rehabilitation robots, orthopedic robots, and human-robot interaction control.)

苏婷婷 北京工业大学信息学部讲师. 主要研究方向为轨迹规划, 机器人技术和智能控制系统. 本文通信作者. E-mail: sutingting37@163.com
(**SU Ting-Ting** Lecturer at the Faculty of Information Technology, Beijing University of Technology. Her research interest covers trajectory planning, robotics, and intelligent control systems. Corresponding author of this paper.)

侯增广 中国科学院自动化研究所复杂系统管理与控制国家重点实验室研究员. 主要研究方向为机器人与智能系统, 康复机器人和微创介入手术机器人.
E-mail: zengguang.hou@ia.ac.cn
(**HOU Zeng-Guang** Professor at the State Key Laboratory for Management and Control of Complex Systems, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interest covers intelligent robotic systems, rehabilitation and surgery robots.)

刘圣达 中国科学院自动化研究所复杂系统管理与控制国家重点实验室博士后. 主要研究方向为微分方程, 最优控制和康复机器人.
E-mail: shengda.liu@ia.ac.cn
(**LIU Sheng-Da** Postdoctor at the State Key Laboratory for Management and Control of Complex Systems, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interest covers differential equations, optimal control, and rehabilitation robots.)

章 杰 北方工业大学机械与材料工程学院助理研究员. 主要研究方向为接触动力学.
E-mail: zhangjie@ncut.edu.cn
(**ZHANG Jie** Assistant research fellow at the School of Mechanical and Materials Engineering, North China University of Technology. His main research interest is contact-impact dynamics.)



何广平 北方工业大学机械与材料工程学院教授. 主要研究方向为机器人动力学与控制, 微机电系统.
E-mail: hegp55@ncut.edu.cn
(**HE Guang-Ping** Professor at the School of Mechanical and Materials Engineering, North China University of Technology. His research interest covers dynamics and control of robots and micro-electromechanical devices.)