多传感器高斯混合 PHD 融合多目标跟踪方法

申屠晗 [1] 薛安克 [1] 周治利 [1]

摘 要 针对复杂环境下单传感器多目标跟踪方法效果不佳的问题, 基于 FISST (Finite set statistics) 跟踪理论提出一种多传感器高斯混合 PHD (Probability hypothesis density) 多目标跟踪方法. 首先, 分析了 FISST 下多传感器 PHD 的形式化滤波器, 在此基础上构建一种反馈式多传感器 PHD 融合跟踪框架; 进一步利用高斯混合技术提出多传感器 PHD 跟踪方法; 最后, 通过解决多传感器后验 PHD 粒子匹配与融合问题提出三种算法. 仿真实验表明, 与常规高斯混合 PHD 跟踪算法相比, 本文所提算法能够有效提高目标跟踪精度和鲁棒性.

关键词 多传感器多目标跟踪, 有限集统计, 概率假设密度, 高斯混合

引用格式 申屠晗, 薛安克, 周治利. 多传感器高斯混合 PHD 融合多目标跟踪方法. 自动化学报, 2017, **43**(6): 1028−1037

DOI 10.16383/j.aas.2017.c170091

Multi-sensor Gaussian Mixture PHD Fusion for Multi-target Tracking

SHEN-TU Han[1] XUE An-Ke[1] ZHOU Zhi-Li[1]

Abstract As the performance of single sensor multi-target tracking method will degenerate under complicated environment, a multi-sensor Gaussian mixture PHD multi-target tracker is proposed in terms of FISST theory. First, the formalized PHD filter is analyzed with FISST. Then, a multi-sensor posterior PHD feedback fusion framework is constructed. Further, Gaussian mixture technique is employed to build a multi-sensor PHD tracking method. At last, three applicable algorithms are proposed by solving particle matching and fusion problem. Simulation results show that, compared to some common Gaussian mixture PHD algorithms, the proposed algorithms are more accurate and robust.

Key words Multi-sensor multi-target tracking, finite set statistics (FISST), probability hypothesis density (PHD), Gaussian mixture

Citation Shen Tu-Han, Xue An-Ke, Zhou Zhi-Li. Multi-sensor Gaussian mixture PHD fusion for multi-target tracking. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(6): 1028−1037

在导航、制导、监测和交通等诸多应用中, 多目标跟踪是一类重要的问题, 通常指如何利用传感器量测对观测空间中未知目标的数量和状态做出正确、连续的估计[1−2]. 在信息融合领域可利用多目标跟踪技术解决上述问题[3]. 但在实际中, 传感器量测一般会受到杂波、漏检和误差的影响, 导致未经处理的量测数据与被跟踪目标间的映射关系不明确. 因此, 多目标跟踪问题并不简单, 相关技术得到了广泛且持续的研究[4−5].

在较为理想的跟踪场景中, 一类简单的技术方案是利用单个传感器的量测数据来估计目标的数量和状态. 这类技术就包括传统的单传感器多目标跟踪技术, 其核心在于解决量测与被跟踪目标之间的数据关联 (Data association, DA) 问题, 以及明确数据关联下的目标状态滤波问题. 基于数据关联的多目标跟踪技术研究较早, 已形成较多跟踪方法, 包括概率数据关联方法 (Probability data association, PDA)[6]、联合概率数据关联方法 (Joint probability data association, JPDA)[7]、多假设跟踪方法 (Multiple hypothesis tracker, MHT)[8] 以及概率多假设跟踪方法 (Probability multiple hypothesis tracker, PMHT)[9] 等. 数据关联类的跟踪方法大多基于经典概率论提出, 一般需要首先解决量测数据与被跟踪目标之间的关联问题, 然后再对目标的数量和状态进行估计. 该类方法工程上较易实现并在一些简单场景中效果良好. 但是面对更复杂的跟踪场景时, 例如大量杂波和低检测率跟踪环境, 单传感器 DA 技术的跟踪结果就面临退化的风险[10]. 为了提高跟踪效果, 学者们提出两类改进方案, 一类方案将数据在时间上进行联合, 例如检测前跟踪技术 (Track before detect, TBD)[11]; 另一类方案将数据在空间上进行联合, 例如多传感器多目标跟踪技术

收稿日期 2017-02-20 录用日期 2017-04-21
Manuscript received February 20, 2017; accepted April 21, 2017
国家自然科学基金重大仪器专项项目 (61427808), 国家自然科学基金重点项目 (61333009) 资助
Supported by National Science Major Scientific Instrument Research Foundation of China (61427808), National Natural Science Foundation of China (61333009)
本文责任编委 王伟
Recommended by Associate Editor WANG Wei
1. 杭州电子科技大学自动化学院, 信息科学与控制工程研究所 杭州 310018
1. Institute of Information Science and Control Engineering, School of Automation, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018

(Multi-sensor multi-target tracker, MMT)[12]. 对于 DA 跟踪技术而言, 数据关联与状态滤波是两个独立承接的任务, 所以可以推断联合的两种形式: 先联合再滤波和先滤波再联合. 困难在于, 选择先联合再滤波一定会使得数据关联问题更加复杂而面临组合爆炸的风险, 而选择先滤波再联合则可能削弱数据融合的优势[13].

为此, 近年来一种基于有限集统计 (Finite set statistics, FISST) 的多目标跟踪理论被提出[14−15]. 就理论框架而言, FISST 跟踪技术能够对量测与目标数量和状态的随机性进行统一建模, 因此比 DA 技术具有更强的建模表达能力. 与 DA 不同, 由于在问题建模时就考虑了目标和量测数量的随机性, FISST 不再将数据关联结果作为状态滤波的前置条件, 甚至可以在一定程度上回避复杂的 DA 问题而先得到状态滤波结果, 直到形成航迹时再进行一定的 DA 处理[16]. 虽然 FISST 跟踪技术理论上比较完备, 但是由于涉及集合积分, 在计算上难以实现最优. 近年来, 近似的 FISST 方法得到了广泛研究和快速发展, 包括概率假设密度跟踪器 (Probability hypothesis density tracker, PHDT)[16−17]、势概率假设密度跟踪器 (Cardinal probability hypothesis density tracker, CPHDT)[18−20]、伯努利跟踪器 (Bernoulli tracker, BT)[21−22] 等. 近似方法可采用高斯混合 (Gaussian mixture, GM) 或序贯蒙特卡洛 (Sequential Monte Carlo, SMC) 等方法将无限的积分近似为有限的和[23]. 目前, 大多数 FISST 跟踪算法是针对单传感器多目标跟踪问题提出的. 尽管如此, FISST 理论本身就具有多传感器多目标跟踪场景的统一描述能力. 因此, Mahler 等已经开始考虑将单传感器 FISST 向多传感器 FISST 推广, 并且得到了多传感器概率假设密度跟踪器 (Multi-sensor probability hypothesis tracker, MPHDT) 的形式化滤波器[24−25]. 由于计算规模限制, 一般不能得到最优 MPHDT, 而近似方法的研究目前还是一个开放问题[26].

为此, 本文基于多传感器 FISST 理论提出适合工程应用的多传感器多目标跟踪方法, 首先, 分析了形式化的多传感器 PHD 滤波器; 然后, 构建了一种反馈式多传感器 PHD 跟踪框架, 进一步结合混合高斯技术提出多传感器 PHD 跟踪方法; 最后, 通过解决多传感器后验 PHD 粒子匹配与融合问题构建三种算法. 仿真实验说明了所提算法的有效性.

1　问题描述

考虑多传感器多目标跟踪场景: 假设在 k 时刻, 监测区域中存在 N_k 个目标, 目标状态集合为 $X_k = \{x_{k,1}, x_{k,2}, \cdots, x_{k,N_k}\}$, 其中 $x_{k,1}$ 为第 i 个目标在第 k 时刻的状态向量, 任一目标在两个相继时刻满足如下高斯线性状态转移方程:

$$f^i_{k|k-1}(x_{k,i}|x_{k-1,i}) = \mathrm{N}(x_{k,i}; F_{k-1}x_{k-1,i}, Q_{k-1}) \tag{1}$$

其中, $f^i_{k|k-1}(x_{k,i}|x_{k-1,i})$ 表示第 i 目标由 $k-1$ 时刻到 k 时刻状态转移的概率密度; $\mathrm{N}(\cdot; m, P)$ 表示均值为 m 协方差为 P 的高斯密度函数; F_{k-1} 表示目标状态转移矩阵, Q_{k-1} 表示过程噪声协方差.

假设监测区域内共有 s 个传感器对目标进行同步观测, 且每个传感器的观测数据是相互独立的. 观测数据可能来自被跟踪目标或者杂波干扰. 如果观测来自目标, 则满足如下高斯观测方程:

$$g^j_k(z_{j,k}|x) = \mathrm{N}(z_{j,k}; H_k x, R_k) \tag{2}$$

其中, $g^j_k(\cdot|x)$ 表示在 k 时刻第 j ($j = 1, \cdots, s$) 个传感器对某一目标状态 x 观测概率, $z_{j,k}$ 即表示相应的观测向量, H_k 表示观测矩阵, R_k 表示观测噪声协方差.

如果观测来自杂波, 则满足如下方程组:

$$\begin{cases} \rho(n_k) = \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda}\lambda^{n_k}}{n_k!}, & n_k = 0, 1, 2, \cdots \\ q(y_l) = \dfrac{1}{\Psi(x)}, & l = 1, 2, \cdots, n_k \end{cases} \tag{3}$$

其中, n_k 为 k 时刻监测空域内的杂波个数, 假设杂波数量服从强度为 λ 的泊松分布, y_l 为第 l 个杂波的位置状态, $\Psi(x)$ 为监测空间的体积.

假设任何一个传感器对被跟踪目标的检测概率为 $0 < P_D(j) \le 1$, 则 k 时刻传感器 j 的观测集合可能为 $Z^j_k = \{z^1_{j,k}, \cdots, z^r_{j,k}\}$, 且累积观测集合为 $Z^j_{1:k} = \{Z^j_1, \cdots, Z^j_k\}$.

本文研究目标为在 FISST 技术框架下, 基于 s 个传感器累积到 k 时刻的观测集合 $Z^{1:s}_{1:k} = \{Z^1_{1:k}, \cdots, Z^s_{1:k}\}$ 求得多个未知目标的航迹跟踪结果.

2　多传感器多目标 PHD 融合算法

为解决上述问题, 本文将基于 PHD 滤波理论构造多传感器 PHD 融合跟踪算法, 具体包括以下内容: 1) 分析多传感器 PHD 融合估计的形式化滤波器; 2) 构建一种带反馈的多传感器 PHD 融合跟踪框架; 3) 提出一种高斯混合多传感器 PHD 融合方法; 4) 构建多传感器后验 PHD 粒子匹配算法; 5) 针对三种不同应用场景提出相应的后验 PHD 粒子融合方法和多传感器 PHD 融合跟踪算法 (Gaussian mixture multi-sensor PHD tracker, GM-MPHDT).

2.1 多传感器 PHD 形式化滤波

假设监测空间中的目标运动服从方程 (1), 传感器 j 的观测服从方程 (2), 存在杂波且特性服从方程 (3). 那么 FISST 理论下的形式化滤波可以用方程 (4) 和 (5) 来描述[14].

$$f_{k|k-1}(X_k|Z^j_{1:k-1}) = \int f_{k|k-1}(X_k|X_{k-1}) \\ f_{k-1|k-1}(X_{k-1}|Z^j_{1:k-1})\delta X_{k-1} \tag{4}$$

$$f_{k|k}(X_k|Z^j_{1:k}) = \\ \frac{f_k(Z^j_k|X_k)f_{k|k-1}(X_k|Z^j_{1:k-1})}{\int f_k(Z^j_k|X_k)f_{k|k-1}(X_k|Z^j_{1:k-1})\delta X_{k-1}} \tag{5}$$

其中, $f_{k|k-1}(X_k|X_{k-1})$ 是方程 (1) 的有限集形式, $f_k(Z^j_k|X_k)$ 是有限集似然函数.

如果现在有 s 个独立观测的传感器, 量测集合变成 $Z^{1:s}_{1:k} = \{Z^1_{1:k}, \cdots, Z^s_{1:k}\}$, 难么联合似然函数和 s 各传感器的后验估计应该具有以下关系[14]:

$$f_{k|k}(X_k|Z^{1:s}_{1:k}) \propto \frac{f^1_k(X_k|Z^1_k)}{f^1_k(X_k|Z^1_{k-1}|)} \cdots \\ \frac{f^s_k(X_k|Z^s_k)}{f^s_k(X_k|Z^s_{k-1}|)} \cdot f_{k|k-1}(X_k|Z^{1:s}_{1:k-1}) \tag{6}$$

因为方程 (4) ∼ (6) 都涉及集合的积分运算, 所以较难实现有限规模的精确计算. 为此, 工程上一般需要一定的近似处理, 其中 PHD 滤波器是一类常用的近似方法[16].

概率假设密度 (Probability hypothesis density, PHD) 可以理解为监测空间某处存在目标的强度. 例如 k 时刻监测空间中 x 处的概率假设密度可以由以下方程定义:

$$D(x_k|Z_k) = \int f(X_k \cup \{x\}|Z_k)\delta X_k \tag{7}$$

显然, $D(x_k|Z_k)$ 不是传统意义上的概率密度, 如方程 (8) 所示, 它在监测空间的积分恰好表示了跟踪目标数量的期望:

$$\hat{N}_k = \int D(x_k|Z_k)\mathrm{d}x \tag{8}$$

可以发现引入 PHD 的益处在于回避了集合积分的运算. 如果假设目标数量不变的话, 可利用 PHD 将方程 (4) 和 (5) 简化为方程 (9) 和 (10):

$$D_{k|k-1}(x_k|Z^j_{1:k-1}) = \int f_{k|k-1}(x|\tau)D_{k-1|k-1}(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{9}$$

$$D_{k|k}(x|Z^j_{1:k}) = (1 - p^j_{D,k}(x))D_{k|k-1}(x|Z^j_{1:k-1}) + \\ \sum_{z\in Z^j_k} \frac{p^j_{D,k}(x)g_k(z|x)D_{k|k-1}(x|Z^j_{1:k-1})}{\kappa_k(z) + \int p^j_{D,k}(x)g_k(z|x)D_{k|k-1}(x|Z^j_{1:k-1})\mathrm{d}x} \tag{10}$$

$$\kappa_k(z) = \lambda \sum_{z\in Z^j_k} q(z) \tag{11}$$

其中, $p^j_{D,k}(x)$ 为传感器 j 在 k 时刻对被跟踪目标的检测概率, $\kappa_k(z)$ 为空间杂波强度.

进一步可以利用 PHD 将方程 (6) 改写为方程 (12):

$$D_{k|k}(x|Z^{1:s}_{1:k}) = \frac{D_{k|k}(x|Z^1_{1:k})}{D_{k|k-1}(x|Z^1_{1:k-1})} \cdots \\ \frac{D_{k|k}(x|Z^s_{1:k})}{D_{k|k-1}(x|Z^s_{1:k-1})} \cdot D_{k|k-1}(x|Z^{1:s}_{1:k-1}) \tag{12}$$

方程 (12) 为多传感器 PHD 融合的形式化滤波方程, 在构建算法时还需要根据具体的融合结构和近似方法对其进一步细化.

2.2 反馈式多传感器 PHD 融合跟踪框架

为进一步刻画方程 (9) ∼ (12) 所描述的多传感器 PHD 融合过程, 本文构建一种反馈式多传感器 PHD 融合跟踪框架 (如图 1 所示), 从而将多传感器 PHD 融合跟踪描述为以下 4 个步骤: 1) 在 k 时刻由各传感器基于历史估计信息和本地观测对当前监测空域的 PHD 做出后验估计; 2) 融合中心收到并融合来自各传感器上传的局部后验 PHD, 形成全局后验 PHD 估计; 3) 融合中心基于全局 PHD 实现 k 时刻多目标点迹和航迹估计结果; 4) 融合中心将 $k+1$ 时刻的全局 PHD 预测反馈给各传感器作为 $k+1$ 时刻的历史估计信息.

从图 1 可见, 该跟踪框架具有以下两个特征: 1) 融合中心直接融合分布式传感器提供的后验 PHD 信息; 2) 融合中心通过信息反馈使得分布式传感器共享了全局跟踪结果; 3) 该跟踪框架假设各传感器采用相同的目标状态方程. 基于以上跟踪框架可以将方程 (9) 和 (12) 进一步改写如下:

$$D^j_{k|k-1}(x_k|Z^j_{1:k-1}) = D^{1:s}_{k|k-1}(x|Z^{1:s}_{1:k-1}) = \\ \int f_{k|k-1}(x|\tau)D^{1:s}_{k-1|k-1}(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{13}$$

$$D^{1:s}_{k|k}(x|Z^{1:s}_{1:k}) = D^1_{k|k}(x|Z^1_{1:k}) \cdots D^1_{k|k}(x|Z^1_{1:k}) \cdot \\ D^{1:s}_{k|k-1}(x|Z^{1:s}_{1:k-1})^{1-s} \tag{14}$$

其中, $D^{1:s}_{k|k-1}(x|Z^{1:s}_{1:k-1})$ 为反馈共享的全局 PHD 预测信息. 因为包含积分运算, 方程 (13) 依然不能直

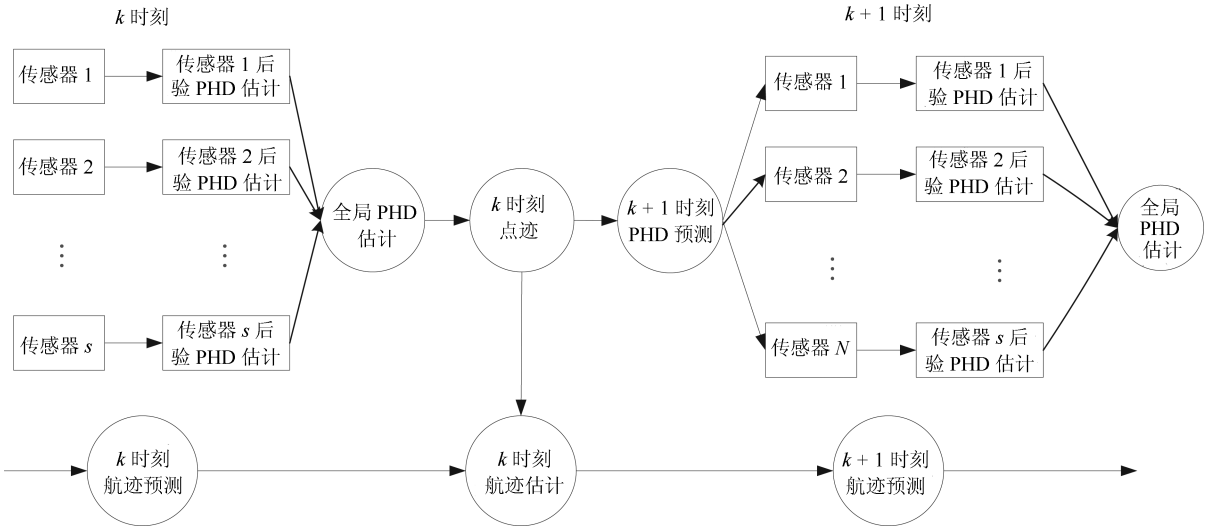

图 1　反馈式多传感器 PHD 融合跟踪框架图

Fig. 1　Multi-sensor PHD feedback fusion tracking framework

接计算, 所以将进一步引入合适的近似技术构建多传感器 PHD 融合跟踪算法.

2.3　混合高斯多传感器 PHD 跟踪方法

高斯混合 (Gaussian mixture, GM) 技术是一种可以将连续高斯分布离散化表达的近似技术[13]. 以下将利用 GM 技术近似方程 (10) 和 (13) 中的积分运算, 进而提出混合高斯多传感器 PHD 跟踪方法, 具体步骤如下:

1) 假设在 $k-1$ 时刻融合中心已经获得后验估计的 PHD $D^{1:s}_{k-1|k-1}(x|Z^{1:s}_{1:k})$, 并且可以用一个混合高斯三元组的集合来近似:

$$\begin{aligned} D^{1:s}_{k-1|k-1}(x|Z^{1:s}_{1:k}) \approx M^{1:s}_{k-1|k-1} = \\ \{(w^1_{k-1|k-1}, x^1_{k-1|k-1}, P^1_{k-1|k-1}), \cdots, \\ (w^n_{k-1|k-1}, x^n_{k-1|k-1}, P^n_{k-1|k-1})\} \end{aligned} \tag{15}$$

其中, $w^i_{k-1|k-1}$ 是第 i 个高斯粒子的假设密度, $x^i_{k-1|k-1}$ 和 $P^i_{k-1|k-1}$ 是相应的状态向量和协方差.

2) 利用方程 (16) 对 $k-1$ 时刻的后验 PHD 进行贝叶斯一步预测,

$$\begin{cases} x^i_{k|k-1} = F_{k|k-1}x^i_{k-1|k-1} + v_{k|k-1} \\ P^i_{k|k-1} = F_{k|k-1}P^i_{k|k-1}F^T_{k|k-1} + Q_{k|k-1} \\ w^i_{k|k-1} = w^i_{k-|k-1} \\ \quad i = 1, \cdots, n \end{cases} \tag{16}$$

其中, $F_{k|k-1}$ 为状态转移矩阵, $v_{k|k-1}$ 是过程噪声. 从而得到以下预测高斯粒子集合:

$$\begin{aligned} D^{1:s}_{k|k-1}(x|Z^{1:s}_{1:k}) \approx M^{1:s}_{k|k-1} = \{(w^1_{k|k-1}, x^1_{k|k-1}, \\ P^1_{k|k-1}), \cdots, (w^n_{k|k-1}, x^n_{k|k-1}, P^n_{k|k-1})\} \end{aligned} \tag{17}$$

3) 根据框架图 1, 利用方程 (18) 将融合中心预测的高斯粒子集共享到各个分布式传感器,

$$\begin{aligned} M^j_{k|k-1} = M^{1:s}_{k|k-1} \Leftrightarrow \begin{cases} w^{j,i}_{k|k-1} = w^i_{k|k-1} \\ x^{j,i}_{k|k-1} = x^i_{k|k-1} \\ P^{j,i}_{k|k-1} = P^i_{k|k-1} \end{cases} \\ i = 1, \cdots, n,\ j = 1, \cdots, s \end{aligned} \tag{18}$$

4) 对于传感器 $j = 1, \cdots, s$, 利用方程 (19)∼(21) 更新高斯粒子集得到 k 时刻各自的后验高斯粒子集. $M^j_{k|k} = \{x^{j,i,l}_{k|k}, P^{j,i,l}_{k|k}, w^{j,i,l}_{k|k}\}_{i=1,\cdots,n;l=1,\cdots,r^j_k}$,

$$x^{j,i,l}_{k|k} = x^{j,i}_{k|k-1} + K^{j,i,l}_k \gamma^{j,i,l}_k \tag{19}$$

$$\begin{aligned} P^{j,i,l}_{k|k} = P^{j,i}_{k|k-1} - K^{j,i,l}_k [H_{k,j}P^{j,i}_{k|k-1}H^{\mathrm{T}}_{k,j} + \\ R^j_k](K^{j,i,l}_k)^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} w^{j,i,l}_{k|k} = (1 - P^j_{D,k}(x))w^{j,i}_{k|k-1} + \\ \frac{P^j_{D,k}(x)g^{j,i,l}_k(z^{j,l}_k|x^{j,i,l}_{k|k})w^{j,i}_{k|k-1}}{\kappa_k(z) + \sum\limits_{l=1:r^j_k} P^j_{D,k}(x)g^{j,i,l}_k(z^{j,l}_k|x^{j,i,l}_{k|k})w^{j,i}_{k|k-1}} \\ i = 1, \cdots, n, \quad l = 1, \cdots, r^j_k \end{aligned} \tag{21}$$

其中, r^j_k 是第 j 个传感器在 k 时刻获得的量测数量, $P^j_{D,k}(x)$ 为先验检测概率, $K^{j,i,l}_k$ 是卡尔曼滤波增益[2], $g^{j,i,l}_k(z^{j,l}_k|x^{j,i,l}_{k|k})$ 是观测似然函数.

5) 利用方程 (14) 融合各传感器求得的后验高斯粒子集 $M^j_{k|k} = \{x^{j,i,l}_{k|k}, P^{j,i,l}_{k|k}, w^{j,i,l}_{k|k}\}_{i=1,\cdots,n;l=1,\cdots,r^j_k}$

得到全局后验高斯粒子集:

$$M_{k|k}^{1:s}=\Psi(\{M_{k|k}^{j}\}_{j=1}^{s})=\{(w_{k|k}^{1},x_{k|k}^{1},P_{k|k}^{1}),\cdots,(w_{k|k}^{n},x_{k|k}^{n},P_{k|k}^{n})\} \tag{22}$$

其中, $\Psi(\cdot)$ 表示符合方程 (14) 融合精神的某种融合函数. 需要注意的是在取得融合粒子集 $M_{k|k}^{1:s}$ 后, 一般还需要一定的精炼处理, 包括适当的聚类、合并、修剪以及粒子的重要性重采样处理等[22].

6) 目标航迹则可以在精炼的后验高斯粒子集 $M_{k|k}^{1:s}$ 基础上应用适当的航迹关联技术获得[2].

2.4 混合高斯多传感器 PHD 粒子集融合跟踪算法

上文已经提出一种符合图 1 框架的高斯混合多传感器 PHD 跟踪方法, 但是方程 (22) 中的融合函数 $\Psi(\cdot)$ 还缺乏具体描述. 为此, 下文将针对不同的应用场合对方程 (22) 进一步细化. 仔细观察可以发现, 欲明确 $\Psi(\cdot)$ 的内涵还需要解决两个关键问题: 1) 不同传感器的粒子间的联系 (匹配) 问题; 2) 匹配粒子的融合问题, 以下将分别论述.

2.4.1 多传感器 PHD 后验粒子匹配算法

PHD 后验粒子匹配的目的在于寻找多传感器之间疑似 "同源" 的 PHD 粒子, 为后续的融合做好准备. 所谓 "同源" PHD 粒子指那些由量测数据支持的源自监测空间中同一个被跟踪目标的 PHD 粒子. 从多传感器 PHD 滤波跟踪的本质理解, 源自同一目标的多传感器同源 PHD 粒子在空间分布上一般互相靠近; 而多传感器之间源自随机杂波的 PHD 粒子大多不同源, 在空间上呈现分散态势. 基于以上分析, 构建如下多传感器 PHD 后验粒子匹配算法:

1) 统计 k 时刻各传感器的后验 PHD 粒子数量确定出拥有最多粒子数量的后验 PHD 粒子集:

$$M_{k|k}^{\max}:=\underset{\max(r_k^j)}{M_{k|k}^{j}}=\{x_{k|k}^{j,i,l},P_{k|k}^{j,i,l},w_{k|k}^{j,i,l}\}_{i=1,\cdots,n;l=1,\cdots,r_k^j} \tag{23}$$

2) 设定距离门限 λ_k, 该门限可以根据先验信息设定, 例如可以根据观测误差信息来设定:

$$\lambda_k=\frac{\rho}{s}\cdot\sum_{j=1:s}\mathrm{tr}(H_j^{\mathrm{T}}R_jR_j^{\mathrm{T}}H_j) \tag{24}$$

其中, H_j 是传感器 j 的观测矩阵, $\mathrm{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹, $\rho>0$ 是调控因子.

3) 假设 $M_{k|k}^{\max}:=M_{k|k}^{j}$, 将除传感器 j 外的所有传感器后验 PHD 粒子集中的每个粒子与 $M_{k|k}^{\max}$ 集中的粒子进行比较, 并用方程 (24) 计算其中的最小欧氏距离,

$$\mathrm{d}(x_{k|k}^{q,i,l},M_{k|k}^{\max}):=\min_{x_{\max}\in M_{k|k}^{\max}}||x_{k|k}^{q,i,l},x_{\max}||\quad q=1:s|j,\ i=1:n,\ l=1:r_k^q \tag{25}$$

如果, 对于 PHD 粒子 $x_{k|k}^{q,i,l}$ 满足方程 (26), 则将该粒子与 $M_{k|k}^{\max}$ 集中的相应粒子匹配, 如果匹配粒子已经被当前传感器的其他粒子匹配, 则检验是否匹配其他粒子, 同时将该粒子并入粒子集合 $M_{k|k}^{\max}$:

$$\mathrm{d}(x_{k|k}^{q,i,l},M_{k|k}^{\max})\le\lambda_k \tag{26}$$

否则, 粒子 $x_{k|k}^{q,i,l}$ 记为当前非匹配粒子, 同时将该粒子并入粒子集合 $M_{k|k}^{\max}$.

通过以上匹配算法, 所有传感器的后验 PHD 粒子最终都归并到粒子集合 $M_{k|k}^{\max}$ 中, 并且对于任何一组匹配粒子, 每个传感器至多贡献一个粒子.

2.4.2 多传感器 PHD 后验匹配粒子融合算法

完成粒子匹配后, 还需对匹配粒子进行融合处理才能完成对方程 (22) 的完整实现. 为方便叙述, 记 $\{(x_{k|k}^{1},P_{k|k}^{1},w_{k|k}^{1}),\cdots,(x_{k|k}^{n},P_{k|k}^{n},w_{k|k}^{n})\}$ 为来自多个传感器的一组匹配粒子. 显然, 匹配粒子的融合涉及粒子假设密度、状态和协方差三个要素的融合. 其中粒子假设密度直接反映了监测空间的目标数量, 应先于其他两个要素的融合. 以下将针对三类不同的应用环境: 1) 高检测率、高杂波率; 2) 低检测率、低杂波率; 3) 低检测率、高杂波率, 分别构建多传感器 PHD 后验匹配粒子融合算法.

1) 低检测率/低杂波强度和低检测率/高检测强度—PHD 乘积融合

上述两个场景中, 传感器检测均较低, 所以应当侧重发挥多传感器数据互补的优势. 为此, 提出如下乘积融合算法, 利用方程 (27) 和 (28) 进行匹配粒子的概率假设密度融合,

$$w_{k|k}^{F}=\frac{w_{k|k}^{1}}{w_{k|k-1}^{1}}\cdots\frac{w_{k|k}^{n}}{w_{k|k-1}^{n}}\cdot\bar{w}_{k|k-1} \tag{27}$$

$$\bar{w}_{k|k-1}^{F}=(w_{k|k-1}^{1}\cdots w_{k|k-1}^{n})^{\frac{1}{n}} \tag{28}$$

利用方程 (29) ∼ (31) 进行匹配粒子的状态和协方差融合 (本文采用协方差交叉融合[2]),

$$\pi_{k|k}^{i}=\frac{\dfrac{w_{k|k}^{i}}{w_{k|k-1}^{i}}}{\displaystyle\sum_{i=1:n}\left(\frac{w_{k|k}^{i}}{w_{k|k-1}^{i}}\right)} \tag{29}$$

$$x_{k|k}^{F}=P_{k|k}^{F}\cdot\sum_{i=1:s}\pi_{k|k}^{i}(P_{k|k}^{i}x_{k|k}^{i}) \tag{30}$$

$$P_{k|k}^{F}=\left(\sum_{i=1:n}\pi_{k|k}^{i}(P_{k|k}^{i})^{-1}\right)^{-1} \tag{31}$$

其中, $x_{k|k}^{F}$ 和 $P_{k|k}^{F}$ 为融合后的粒子状态和协方差.

2) 高检测率/低杂波强度 — 最大值融合

此场景是比较简单融合跟踪的场景, 此时应侧重确认更高性能的传感器. 为此, 提出如下最大值融合算法, 利用方程 (33) 进行匹配粒子的概率假设密度融合, 利用方程 (29) ∼ (31) 进行匹配粒子的状态和协方差融合,

$$w_{k|k}^{F}=\max_{w_{k|k}^{i}\in\{w_{k|k}^{i}\}_{i=1}^{n}}(w_{k|k}^{i}) \tag{32}$$

3) 高检测率/高杂波强度 — 几何均值融合

此环境虽然检测率较高, 但是杂波密集, 容易造成目标数量的过分估计, 所以应侧重于保持融合的鲁棒性. 为此提几何均值融合算法, 利用方程 (33) 进行匹配粒子的概率假设密度融合, 利用方程 (29) ∼ (31) 进行匹配粒子的状态和协方差融合.

$$w_{k|k}^{F}=(w_{k|k}^{1}\cdots w_{k|k}^{n})^{\frac{1}{n}} \tag{33}$$

虽然以上三种融合算法是针对典型应用场景提出的, 但是通过观察可以发现 PHD 乘积融合与方程 (22) 的理论契合度最高, 因此在缺乏场景知识的大多数情况下推荐使用该融合算法. 其他两种融合算法, 虽然其理论优势还需要未来进一步的研究发掘, 但是在一些特定的典型场景下也可以使用.

为清晰表述, 现在将三种反馈式多传感器 PHD 融合跟踪算法的核心步骤概括如下:

步骤 1. 融合中心利用方程 (15) 取得 $k-1$ 时刻全局后验 PHD 粒子集;

步骤 2. 利用方程 (16) 和 (17) 得到 k 时刻全局预测 PHD 粒子集;

步骤 3. 利用方程 (18) 将融合中心的全局预测 PHD 粒子集反馈共享至各个分布式的传感器;

步骤 4. 各分布式传感器利用方程 (19) ∼ (21) 得到 k 时刻更新的后验 PHD 粒子集;

步骤 5. 利用方程 (23) ∼ (26) 对各传感器的 PHD 粒子集进行匹配处理;

步骤 6. 粒子的融合匹配. a) 乘积融合算法 (Feedback multi-sensor PHD product fusion tracker, FMPF-PHDT): 利用方程 (27) ∼ (31) 融合匹配粒子; b) 最大值融合算法 (Feedback multi-sensor PHD max fusion tracker, FMMF-PHDT): 利用方程 (29) ∼ (32) 融合匹配粒子; c) 几何均值融合算法 (Feedback multi-sensor PHD geometrical mean fusion tracker, FMGF-PHDT): 利用方程 (29) ∼ (31), (33) 融合匹配粒子;

步骤 7. 对匹配融合后的后验 PHD 粒子集进行聚类、合并、修剪和重要性重采样处理[14] 从而获得 k 时刻的全局后验 PHD 粒子集合;

步骤 8. 在 k 时刻全局后验 PHD 粒子集合的基础上利用航迹关联技术[1] 取得被跟踪目标的航迹估计.

3　仿真实验

仿真实验将本文提出的三个多传感器高斯混合 PHD 多目标跟踪算法 (FMPF-PHDT、FMMF-PHDT、FMGF-PHDT) 与两台常规单传感器 PHD 跟踪算法以及航迹融合 PHD 算法对比. 在 4 个不同检测概率和杂波密度的复杂跟踪环境中, 对比研究各算法数量、状态跟踪精度和鲁棒性, 其中数量、状态跟踪精度指标为 OSPA 距离[18], 蒙特卡罗仿真次数为 500 次.

3.1　场景设置

仿真实验场景设置如下:

1) 在 $[-1\,000, 1\,000]\times[-1\,000, 1\,000]$ (m) 的二维监控区域中, 设置三个被跟踪目标, 目标的起始位置服从一个已知的正态分布. 目标运动方程如下:

$$x(k)=F\cdot x(k-1)+v(k) \tag{34}$$

$$F=\begin{bmatrix}1&0&T&0\\0&1&0&T\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{35}$$

其中, $x(k)=[x_p(k), x_v(k), y_p(k), y_v(k)]^{\mathrm{T}}$ 为目标在 k 时刻的状态向量, 各分量分别是 x 与 y 轴方向的位置和速度分量. T 为采样周期, 一般可设置为 1 秒. $v(k)$ 是过程噪声, 服从协方差矩阵为 Q 的零均值高斯分布.

$$Q=\begin{bmatrix}\frac{1}{4}T^4&0&\frac{1}{2}T^3&0\\0&\frac{1}{4}T^4&0&\frac{1}{2}T^3\\\frac{1}{2}T&0&T^2&0\\0&\frac{1}{2}T&0&T^2\end{bmatrix} \tag{36}$$

2) 设置两台位置固定的同步传感器, 数据采样周期为 $T=1\,\mathrm{s}$. 如果观测数据来自被跟踪目标, 则观测方程如下:

$$z(k)=Hx(k)+\omega(k) \tag{37}$$

$$H=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix} \tag{38}$$

其中, $\omega(k)$ 观测噪声, 服从协方差矩阵为 R 的零均值高斯分布.

$$R = \begin{bmatrix} 400 & 0 \\ 0 & 400 \end{bmatrix} \tag{39}$$

如果观测数据来自杂波, 则数量和位置服从方程 (3), 其中强度参数 λ 可设定.

3) 为了方便分析, 假设两台传感器具有相同的扫描周期, 观测方程和检测概率. 根据不同的检测概率与杂波强度设定 4 个典型目标跟踪场景, 具体参数见表 1.

3.2 场景分析

1) 场景一

该场景为较为简单的高检测率稀疏杂波跟踪场景, 6 种算法的 OSPA 比较如图 2 所示, OSPA 均值和均方根值比较如表 3 所示. 由于此场景中各传感器观测质量都较高, 所以融合过程中高质量传感器容易被较低质量传感器 "拖累". FMMF-PHDT 的融合逻辑是确认最高质量的传感器, 因此在该场景中效果较好.

2) 场景二

该场景虽然检测概率较高, 但是杂波较强, 容易造成对目标数量的过分估计, 6 种算法的 OSPA 比较如图 3 所示, OSPA 均值和均方根值比较如表 4 所示. 此场景中虽然检测概率较高, 但杂波密集, 所以在融合多传感器信息时容易对目标数量产生过估计. FMMF-PHDT 和 PMPF-PHDT 在融合逻辑上都可能放大所融合传感器带来的数量过估计偏差, 而 FMGF-PHDT 的融合逻辑对于数量估计比较保守, 因此在该场景下效果较好.

3) 场景三

该场景检测概率较低, 杂波密度也不大, 6 种算法的 OSPA 比较如图 4 所示, OSPA 均值和均方根值比较如表 5 所示. 此场景的主要问题是各传感器在跟踪时容易丢失目标, 而充分利用各传感器之间

表 1 三种反馈式多传感器 PHD 融合跟踪算法表

Table 1 Three multi-sensor PHD feedback fusion tracking algorithms

算法	乘积融合算法 (Feedback multi-sensor PHD product fusion tracker, FMPF-PHDT)	最大值融合算法 (Feedback multi-sensor PHD max fusion tracker, FMMF-PHDT)	几何均值融合算法 (Feedback multi-sensor PHD geometrical mean fusion tracker, FMGF-PHDT)
步骤 1. 融合中心利用方程 (15) 取得 $k-1$ 时刻全局后验 PHD 粒子集;			
步骤 2. 利用方程 (16) 和 (17) 得到 k 时刻全局预测 PHD 粒子集;			
步骤 3. 利用方程 (18) 将融合中心的全局预测 PHD 粒子集反馈共享至各个分布式的传感器;			
步骤 4. 各分布式传感器利用方程 (19) ∼ (21) 得到 k 时刻更新的后验 PHD 粒子集;			
步骤 5. 利用方程 (23) ∼ (26) 对各传感器的 PHD 粒子集进行匹配处理;			
步骤 6.	对于 FMPF-PHDT 算法: 利用方程 (27) ∼ (31) 融合匹配粒子	对于 FMMF-PHDT 算法: 利用方程 (29) ∼ (32) 融合匹配粒子	对于 FMGF-PHDT 算法: 利用方程 (29) ∼ (31), (33) 融合匹配粒子
步骤 7. 对匹配融合后的后验 PHD 粒子集进行聚类、合并、修剪和重要性重采样处理[14] 从而获得 k 时刻的全局后验 PHD 粒子集合;			
步骤 8. 在 k 时刻全局后验 PHD 粒子集合的基础上利用航迹关联技术[1] 取得被跟踪目标的航迹估计.			

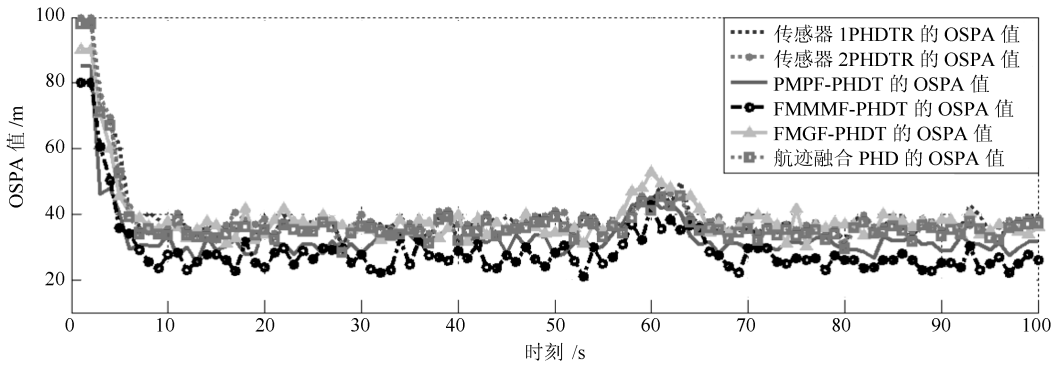

图 2 场景一 6 种算法 OSPA 比较

Fig. 2 Six algorithms′ OSPA comparison in Scenario one

表 2　4 个目标跟踪场景的检测概率与杂波强度设定

Table 2　Detection rate and clutter density settings in four tracking scenarios

实验场景	检测概率	杂波强度
场景一	0.95	10
场景二	0.95	50
场景三	0.65	10
场景四	0.65	50

的信息互补是解决该问题的有效途径. 因为 PMPF-PHDT 的融合逻辑更加注重信息的互补性, 所以在该场景中效果较好.

4) 场景四

该场景是较难的跟踪场景, 不仅检测概率较低且杂波密度较大, 6 种算法的 OSPA 比较如图 5 所示, OSPA 均值和均方根值比较如表 6 所示. 与场景三相比, 由于杂波密度较强, 低检测率条件下单传感器发现目标的能力进一步弱化, 因此信息互补的作用更加明显. 此时, PMPF-PHDT 的跟踪效果明显优于其他算法.

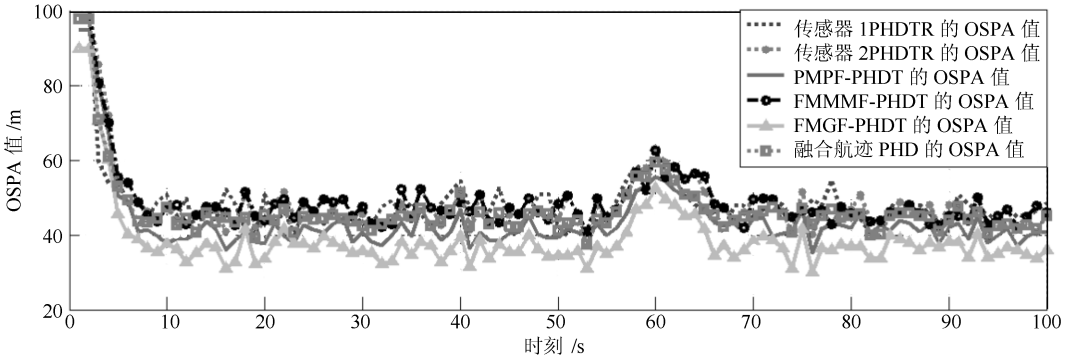

图 3　场景二 6 种算法 OSPA 比较

Fig. 3　Six algorithms′ OSPA comparison in Scenario two

表 3　场景一算法 OSPA 均值和均方根值比较

Table 3　Mean and RMS comparison of OSPA in Scenario one

	单传感器 PHD 均值	航迹融合 PHD	FMPF-PHDT	FMMF-PHDT	FMGF-PHDT
OSPA 平均值	38.02	36.43	31.25	27.30	38.02
OSPA 均方根	3.06	3.33	4.65	3.56	3.34

表 4　场景二算法 OSPA 均值和均方根值比较

Table 4　Mean and RMS comparison of OSPA in Scenario two

	单传感器 PHD 均值	航迹融合 PHD	FMPF-PHDT	FMMF-PHDT	FMGF-PHDT
OSPA 平均值	48.04	46.32	41.23	49.07	37.59
OSPA 均方根	5.45	5.41	4.43	6.22	4.32

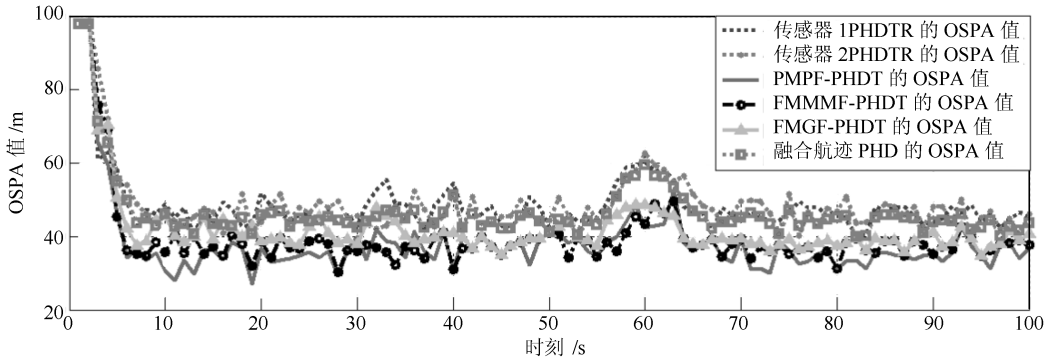

图 4　场景三 6 种算法 OSPA 比较

Fig. 4　Six algorithms′ OSPA comparison in Scenario three

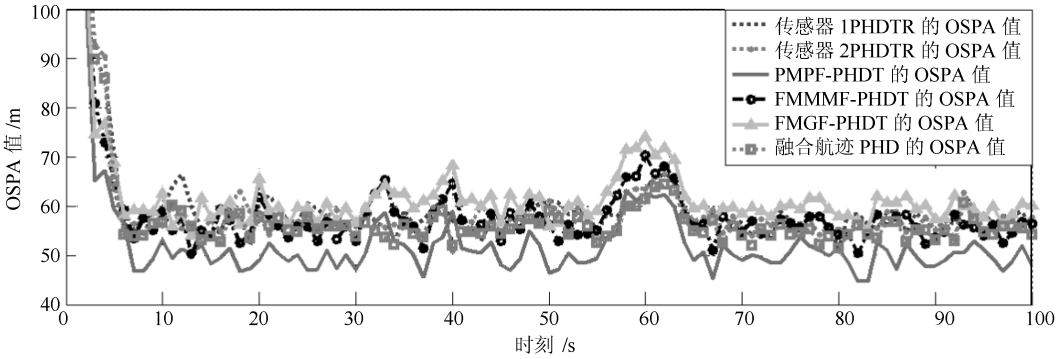

图 5 场景四 6 种算法 OSPA 比较

Fig. 5 Six algorithms′ OSPA comparison in Scenario four

表 5 场景三算法 OSPA 均值和均方根值比较

Table 5 Mean and RMS comparison of OSPA in Scenario three

	单传感器 PHD 均值	航迹融合 PHD	FMPF-PHDT	FMMF-PHDT	FMGF-PHDT
OSPA 平均值	49.09	48.02	37.59	41.05	42.14
OSPA 均方根	4.47	4.49	5.58	3.89	5.75

表 6 场景四算法 OSPA 均值和均方根值比较

Table 6 Mean and RMS comparison of OSPA in Scenario four

	单传感器 PHD 均值	航迹融合 PHD	FMPF-PHDT	FMMF-PHDT	FMGF-PHDT
OSPA 平均值	59.18	57.76	52.52	55.83	58.55
OSPA 均方根	3.24	3.42	5.64	6.65	3.44

4 结论

面对复杂环境下的多目标跟踪问题, 单传感器跟踪方法效果不佳, 多传感器跟踪方法中基于 DA 理论的跟踪方法理论与应用上都受到限制, 基于 FISST 理论的跟踪方法具有理论优势, 但应用上有待进一步研究. 为此, 本文首先提出一种反馈式多传感器 PHD 融合跟踪框架, 然后提出相应的多传感器高斯混合 PHD 多目标跟踪方法和三种算法, 着重解决了多传感器 PHD 多目标跟踪中的融合结构、粒子匹配和粒子融合计算问题. 仿真表明: 与传统 PHD 跟踪算法相比, 本文所提算法跟踪精度更高、鲁棒性更强. 未来工作可深入研究不同形式多传感器后验 PHD 融合方法的理论性能, 为更高性能算法的构建提供指引.

References

1 Quan Tai-Fan. *Target Tracking: Advanced Theory and Techniques*. Beijing: National Defence Industry Press, 2009. (权太范. 目标跟踪新理论与技术. 北京: 国防工业出版社, 2009.)

2 Han Chong-Zhao, Zhu Hong-Yan, Duan Zhan-Sheng. *Multi-sources Information Fusion* (2nd Edition). Beijing: Tsinghua University Press, 2010. (韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜. 多源信息融合. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2010.)

3 Bar-Shalom Y. *Multitarget-multisensor Tracking: Applications and Advances. Volume III*. Norwood: Artech Print on Demand, 2000.

4 Magnant C, Giremus A, Grivel E, Ratton L, Joseph B. Multi-target tracking using a PHD-based joint tracking and classification algorithm. In: Proceedings of the 2016 IEEE Radar Conference (RadarConf). Philadelphia, PA, USA: IEEE, 2016. 1−6

5 Choi M E, Seo S W. Robust multitarget tracking scheme based on Gaussian mixture probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2016, 65(6): 4217−4229

6 Bar-Shalom Y, Tse E. Tracking in a cluttered environment with probabilistic data association. *Automatica*, 1975, **11**(5): 451−460

7 Fortmann T, Bar-Shalom Y, Scheffe M. Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic data association. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 1983, **8**(3): 173−184

8 Blackman S S. Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2004, **19**(1): 5−18

9 Cham T J, Rehg J M. A multiple hypothesis approach to figure tracking. In: Proceedings of the 1999 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Fort Collins, CO, USA: IEEE, 1999.

10 Mahler R. The multisensor PHD filter: II. Erroneous solution via Poisson magic. In: Proceedings of SPIE 7336, Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XVIII. Orlando, Florida, USA: SPIE, 2009.

11 Tian Y X, Gao K, Liu Y, Han L. A novel track-before-detect algorithm based on optimal nonlinear filtering for detecting and tracking infrared dim target. In: Proceedings of SPIE 9622, 2015 International Conference on Optical Instruments and Technology: Optoelectronic Imaging and Processing Technology. Beijing, China: SPIE, 2015.

12 Vasuhi S, Vaidehi V. Target tracking using Interactive Multiple Model for Wireless Sensor Network. *Information Fusion*, 2016, **27**: 41−43

13 Li W L, Jia Y M, Du J P, Yu F S. Gaussian mixture PHD filter for multi-sensor multi-target tracking with registration errors. *Signal Processing*, 2013, **93**(1): 86−99

14 Mahler R P S. *Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion*. Boston: Artech House, 2007.

15 Mahler R. Random set theory for target tracking and identification. *Multisensor Data Fusion*. Boca Raton, FL: CRC Press, 2001.

16 Mahler R P S. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, **39**(4): 1152−1178

17 Yang Feng, Wang Yong-Qi, Liang Yan, Pan Quan. A survey of PHD filter based multi-target tracking. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(11): 1944−1956
(杨峰, 王永齐, 梁彦, 潘泉. 基于概率假设密度滤波方法的多目标跟踪技术综述. 自动化学报, 2013, **39**(11): 1944−1956)

18 Vo B T, Vo B N, Cantoni A. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, **55**(7): 3553−3567

19 Jones B A, Gehly S, Axelrad P. Measurement-based birth model for a space object cardinalized probability hypothesis density filter. In: Proceedings of the 2014 AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference. San Diego, CA, USA: AIAA, 2014.

20 Ouyang Cheng, Ji Hong-Bing, Guo Zhi-Qiang. Improved multiple model particle PHD and CPHD filters. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(3): 341−348
(欧阳成, 姬红兵, 郭志强. 改进的多模型粒子 PHD 和 CPHD 滤波算法. 自动化学报, 2012, **38**(3): 341−348)

21 Chen Hui, Han Chong-Zhao. A new sequential Monte Carlo implementation of cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(1): 26−36
(陈辉, 韩崇昭. CBMeMBer 滤波器序贯蒙特卡罗实现新方法的研究. 自动化学报, 2016, **42**(1): 26−36)

22 Papi F, Vo B N, Vo B T. Generalized labeled multi-Bernoulli approximation of multi-object densities. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, **63**(20): 5487−5497

23 Vo B N, Singh S, Boucet A. Sequential Monte Carlo methods for multitarget filtering with random finite sets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(4): 1224−1245

24 Delande E, Duflos E, Vanheeghe P, Heurguier D. Multisensor PHD: construction and implementation by space partitioning. In: Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Prague, Czech Republic: IEEE, 2011. 3632−3635

25 Wu Wei-Hua, Jiang Jing, Feng Xun, Liu Chong-Yang, Qin Xing. Multi-target tracking algorithms based on random finite set: a survey. *Electronics Optics & Control*, 2016, **23**(3): 1−6
(吴卫华, 江晶, 冯讯, 刘重阳, 秦星. 基于随机有限集的多目标跟踪算法综述. 电光与控制, 2016, **23**(3): 1−6)

26 Zhang Q, Song T L. Improved bearings-only multi-target tracking with GM-PHD filtering. *Sensors*, 2016, **16**(9): 1469

申屠晗 杭州电子科技大学自动化学院讲师. 主要研究方向为目标跟踪, 反馈融合, 信息融合. 本文通信作者.
E-mail: hanshentu@hdu.edu.cn
(**SHEN-TU Han** Lecturer at the School of Automation, Hangzhou Dianzi University. His research interest covers target tracking, feedback fusion, and information fusion. Corresponding author of this paper.)

薛安克 杭州电子科技大学教授. 主要研究方向为信息融合, 鲁棒控制, 优化调度. E-mail: akxue@hdu.edu.cn
(**XUE An-Ke** Professor at Hangzhou Dianzi University. His research interest covers information fusion, robust control, and optimal scheduling.)

周治利 杭州电子科技大学自动化学院硕士研究生. 主要研究方向为信息融合.
E-mail: zhouzhili517@163.com
(**ZHOU Zhi-Li** Master student at the School of Automation, Hangzhou Dianzi University. His main research interest is information fusion.)