异步切换多智能体系统的协同输出调节

吴苗苗 [1] 张 皓 [1] 严怀成 [2] 陈世明 [3]

摘 要 研究了一类控制器模态和系统模态不匹配的异步切换多智能体系统的输出调节问题. 利用平均驻留时间和联合切换信号相结合的方法来处理由控制器与系统模态的切换存在时延引起的系统不稳定问题. 提出一种基于输出反馈的切换控制策略, 给出了异步切换多智能体输出调节问题可解的充分条件. 最后, 通过仿真实例验证结果的有效性.

关键词 输出调节, 异步切换, 多智能体系统, 平均驻留时间

引用格式 吴苗苗, 张皓, 严怀成, 陈世明. 异步切换多智能体系统的协同输出调节. 自动化学报, 2017, **43**(5): 735−742

DOI 10.16383/j.aas.2017.c160527

Cooperative Output Regulation for Asynchronously Switched Multi-agent Systems

WU Miao-Miao[1] ZHANG Hao[1] YAN Huai-Cheng[2] CHEN Shi-Ming[3]

Abstract Considering the mismatched asynchronous switching between controller and system modes, this paper addresses the output regulation problem for a class of asynchronously switched multi-agent systems. A novel asynchronous switching strategy based on output feedback is developed for the case where the switching between controller and system mode is of time-delay. A combined switching signal is constructed and the average dwell time approach is used to deal with the system instability caused by mismatched controller. Finally, the effectiveness of the proposed control law is illustrated by an example.

Key words Output regulation, asynchronous switching, multi-agent system, average dwell time

Citation Wu Miao-Miao, Zhang Hao, Yan Huai-Cheng, Chen Shi-Ming. Cooperative output regulation for asynchronously switched multi-agent systems. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(5): 735−742

输出调节问题近年来已经取得了很多成果[1−3], 输出调节的目标是为不确定受控系统设计控制律使得闭环系统渐近稳定, 且在存在扰动时闭环系统的输出可以渐近地跟踪参考输入或渐近地抑制干扰信号. 多智能体系统一致性问题受到了很多学者的关注[4−5], 镇定问题可以看作输出调节的一类特殊问题, 同理, 多智能体的一致性问题也可看作多智能体协同输出调节问题的一类特殊问题. 得益于多智能体系统广泛的应用诸如多机器人编队控制[6−7]、无人机协同控制[8] 等, 多智能体系统的协同输出调节问题也受到了越来越多的关注[9−10]. Xiang 等[9] 最早研究此类问题, 在所有跟随者都能获取外部系统状态信息的前提下, 解决了多智能体同步输出调节问题, 为多智能体协同输出调节问题的研究奠定了基础. 而当跟随者无法获得外部系统状态时, 上述控制器设计不再实用. 而文献 [10] 很好地解决了这一问题.

在前面提到的输出调节问题的研究中, 系统的模态是固定不变的. 在实际中, 诸如分布式发电过程、机器人系统、化学过程等均可描述为切换系统. 宋政一等[11] 和 Zhang 等[12] 对切换系统的稳定性问题进行了初步探索. Zhao 等[13] 和 Cong 等[14] 将切换系统的研究方法进行了拓展. 然而, 由于存在系统切换, 切换系统可以看作一种特殊的混杂系统, 由于它的特殊性和复杂性, 使得处理方法不能简单地移植普通非切换系统的方法, 进行分析和设计的难

收稿日期 2016-07-13 录用日期 2016-10-14
Manuscript received July 13, 2016; accepted October 14, 2016
国家自然科学基金 (61673178, 61573260, 61364017), 上海市国际科技合作项目 (15220710700), 上海市自然科学基金 (17ZR1445800) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61673178, 61573260, 61364017), Shanghai International Science and Technology Cooperation Project (15220710700), Natural Science Foundation of Shanghai (17ZR1445800)
本文责任编委 王占山
Recommended by Associate Editor WANG Zhan-Shan

1. 同济大学电子与信息工程学院控制科学与工程系 上海 200092 2. 化工过程先进控制和优化技术教育部重点实验室; 华东理工大学信息科学与工程学院 上海 200237 3. 华东交通大学电气与电子工程学院 南昌 330013
1. Department of Control Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092 2. Key Laboratory of Advanced Control and Optimization for Chemical Process of Ministry of Education; School of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237 3. Institute of Electrical and Electronic Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013

度加大. 将单个切换系统的稳定性问题扩展为复杂系统的协同控制问题, 使得这一问题更加具有挑战性. Kim 等[15] 和 Jia 等[16] 将单个同步切换系统扩展到了多智能体系统, 对切换多智能体系统的研究具有十分重要的意义. 在实际中, 由于存在通信延迟和执行器延迟, 多智能体系统的控制器和系统模态不匹配, 更增加了这一问题的难度. 虽然研究切换系统的成果已经很多, 但是将切换系统应用至多智能体系统的研究成果还较少. 首先, 将切换系统应用至多智能体系统, 每个智能体的状态模型不相同且发生切换, 已经与普通线性同构多智能体系统不一致. 其次, 控制器模态也发生切换, 且与系统模态切换之间存在时延, 系统更加不稳定且增加了分析难度. 因此, 关于异步切换多智能体系统的协同输出还有许多重要的问题亟待解决, 这些激励我们研究这一问题. 本文研究了异步切换多智能体系统的输出调节问题, 每个智能体都具有不同的切换信号, 因此如何处理切换信号是本文的一个难点. 本文构造了联合切换函数, 将所有多智能体的切换信号进行联合, 再使用平均驻留时间的方法处理切换问题. 本文将能量函数分为递增和递减的区间段进行单独分析, 使异步切换多智能体系统的输出调节问题变得易于理解和分析.

1 图论及问题描述

1.1 图论

本文通信拓扑由 n 个切换的智能体和外部系统构成, 节点 0 表示外部系统, 则系统拓扑可描述为图 $\bar{\mathcal{G}} = (\bar{\mathcal{V}}, \bar{\mathcal{E}}, \bar{\mathcal{A}})$, 其中, $\bar{\mathcal{V}} = \{0, \mathcal{V}\}$, $\mathcal{V} = \{1, \cdots, n\}$. Laplacian 矩阵 $H = [h_{ij}] \in \mathbf{R}^{n\times n}$ 定义为 $h_{ii} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} + a_{i0}$, $h_{ij} = -a_{ij}$, $i \neq j$, 若 $(j,i) \in \mathcal{E}$, 则 $a_{ij} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$, $i, j = 1, \cdots, n$. 若图 $\bar{\mathcal{G}}$ 包含一个有向生成树, 则矩阵 H 具有正实部.

1.2 问题描述

考虑异步切换的多智能体系统

$$\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{x}}_i(t) = A_i^{\sigma_i(t)}\boldsymbol{x}_i(t) + B_i^{\sigma_i(t)}\boldsymbol{u}_i(t) + E_{\omega i}^{\sigma_i(t)}\boldsymbol{\omega}(t)\\&\boldsymbol{y}_i(t) = C_i\boldsymbol{x}_i(t) + D_i\boldsymbol{u}_i(t) + F_{\omega i}\boldsymbol{\omega}(t),\\&\qquad i = 1, 2, \cdots, n\end{aligned} \tag{1}$$

其中, $\sigma_i(t) : [0, \infty) \to \mathcal{S}_i = \{1, 2, \cdots, s_i\}$ 是智能体 i 的系统模态的切换信号, s_i 表示智能体 i 系统模态个数, $\boldsymbol{x}_i(t) \in \mathbf{R}^{n_i}$, $\boldsymbol{u}_i(t) \in \mathbf{R}^{m_i}$, $\boldsymbol{y}_i(t) \in \mathbf{R}^{p}$ 分别为智能体的状态, 控制输入和输出, $\boldsymbol{\omega}(t) \in \mathbf{R}^{w}$ 为系统扰动. 参考信号 $\boldsymbol{r}(t) \in \mathbf{R}^{p}$ 和扰动信号 $\boldsymbol{\omega}(t)$ 的动态方程为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{r}}(t) &= A_r\boldsymbol{r}(t)\\\dot{\boldsymbol{\omega}}(t) &= A_\omega\boldsymbol{\omega}(t)\end{aligned} \tag{2}$$

令 $\boldsymbol{v}(t) = [\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t)\ \boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$ 作为外部系统状态, 则由参考信号和扰动信号组成的外部系统可写为

$$\dot{\boldsymbol{v}}(t) = A_v\boldsymbol{v}(t) \tag{3}$$

其中, $A_v = \mathrm{diag}\{A_r, A_\omega\}$. 定义被调输出 $\boldsymbol{e}_i(t) = \boldsymbol{y}_i(t) - \boldsymbol{r}(t)$, 则多智能体系统 (1) 可以写为

$$\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{x}}_i(t) = A_i^{\sigma_i(t)}\boldsymbol{x}_i(t) + B_i^{\sigma_i(t)}\boldsymbol{u}_i(t) + E_i^{\sigma_i(t)}\boldsymbol{v}(t)\\&\boldsymbol{e}_i(t) = C_i\boldsymbol{x}_i(t) + D_i\boldsymbol{u}_i(t) + F_i\boldsymbol{v}(t), i = 1, 2, \cdots, n\end{aligned} \tag{4}$$

其中, $E_i^{\sigma_i(t)} = [0\ E_{\omega i}^{\sigma_i(t)}]$, $F_i = [-I_p\ F_{\omega i}]$.

系统和控制器切换过程如图 1 所示, $\sigma_i(t)$ 表示系统模态的切换信号, $\sigma_i(t - \tau_d(t))$ 表示控制器切换信号, $\tau_d(t)$ 为系统模态和控制器之间的切换时变时延, 在实际应用过程中, 由于存在通信时延和执行器时延, 系统模态和控制器模态的切换往往存在时延, τ_M 表示这些时延中的最大值, 因此 $\tau_d(t)$ 满足 $0 \leq \tau_d(t) \leq \tau_M < \tau_a$, 其中, τ_a 分别表示平均驻留时间. 为了方便表示, 后文均使用 τ_d 表示 $\tau_d(t)$. 如果 $\sigma_i(t_r) = l \in \mathcal{S}_i$, 则表示智能体 i 的第 l 个系统模态 (A_i^l, B_i^l, E_i^l) 被激活, 激活时间区间为 $[t_r, t_{r+1})$.

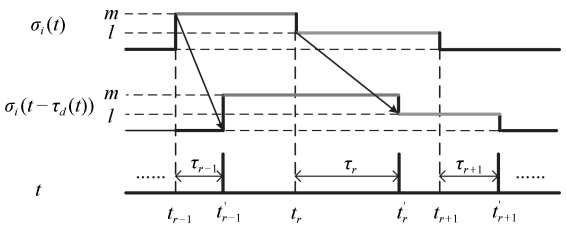

图 1 系统模态和控制器切换示意图

Fig. 1 The sequence diagram of switched system mode and controller

注 1. 文献 [15−16] 假设系统模态和控制器的切换时刻是同步的, 同步切换是指系统模态和控制器模态同时切换, 即系统模态与控制器模态相匹配, 如果系统模态和控制器模态不发生切换, 则退化为普通的线性多智能体系统输出调节问题. 异步切换指系统模态和控制器模态不匹配, 在实际应用过程中, 由于存在通信延迟和执行器延迟, 控制器的切换时刻与系统模态的切换时刻往往是不同步的. 在这种假设下设计的控制器往往不能应用到实际工程, 因此本文的考虑更加合理.

现在给出输出调节问题的定义.

定义 1. 对于给定的异步切换的多智能体系统 (1) 和外部系统 (3), 智能体之间的通信拓扑由图 $\bar{\mathcal{G}}$ 刻画. 设计一个控制协议和系统切换信号使得

1) 对于任意切换信号 $\sigma_i(t)$, $i=1,\cdots,n$, 闭环系统渐近稳定.

2) 对于任意初始条件 $\boldsymbol{x}_i(0)$ 和 $\boldsymbol{v}(0)$, 被调输出 $\boldsymbol{e}_i(t)$ 满足

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{e}_i(t)=0, i=1,2,\cdots,n$$

则设计的控制器可以解决异步切换的多智能体系统的输出调节问题.

不失一般性, 为了解决异步切换的多智能体系统的输出调节问题, 给出如下假设[1].

假设 1. 矩阵 A_v 无负实部特征值.

假设 2. $(C_i, A_i^{\sigma_i(t)})$ 可观测, $(F_i, E_i^{\sigma_i(t)})$ 可观测.

假设 3. 对于切换信号 $\sigma_i(t)=l\in\mathcal{S}_i$, $\sigma_i(t-\tau_d(t))=m\in\mathcal{S}_i$, 矩阵方程

$$\begin{aligned} X_iA_v&=A_i^lX_i+B_i^lU_i^{\nu_i}+E_i^l\\ 0&=C_iX_i+D_iU_i^{\nu_i}+F_i\end{aligned}\tag{5}$$

有解 $(X_i, U_i^{\nu_i})$, 其中, $\nu_i\in\{m,l\}$.

注 2[1]**.** 如果矩阵方程组 (5) 的解存在, 则必须满足系统的传递函数零点与外部系统的特征值不一致.

2　分布式输出反馈控制协议设计

假设只有部分智能体能获取到外部系统的状态, 所有智能体不能获得自身状态, 需要对系统状态 $\boldsymbol{x}_i(t)$ 和外部状态 $\boldsymbol{v}(t)$ 进行估计. 因此, 分布式动态的输出反馈控制协议设计为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_i(t)&=K_{1i}^{\sigma_i(t-\tau_d)}\boldsymbol{\xi}_i(t)+K_{2i}^{\sigma_i(t-\tau_d)}\boldsymbol{\eta}_i(t)\\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_i(t)&=A_i^{\sigma_i(t)}\boldsymbol{\xi}_i(t)+B_i^{\sigma_i(t)}\boldsymbol{u}_i(t)+E_i^{\sigma_i(t)}\boldsymbol{\eta}_i(t)+\\ &\quad L_i(\boldsymbol{e}_i(t)-\tilde{\boldsymbol{e}}_i(t))\\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_i(t)&=A_v\boldsymbol{\eta}_i(t)+\mu\Big(\sum_{j\in\mathcal{N}_i}a_{ij}(\boldsymbol{\eta}_j(t)-\boldsymbol{\eta}_i(t))+\\ &\quad a_{i0}(\boldsymbol{v}(t)-\boldsymbol{\eta}_i(t))\Big)\end{aligned}\tag{6}$$

其中, $\tilde{\boldsymbol{e}}_i(t)=C_i\boldsymbol{\xi}_i(t)+D_i\boldsymbol{u}_i(t)+F_i\boldsymbol{\eta}_i(t)$, μ 为正常数, $K_{1i}^{\sigma_i(t-\tau_d)}\in\mathbf{R}^{m_i\times n_i}$, $K_{2i}^{\sigma_i(t-\tau_d)}\in\mathbf{R}^{m_i\times q}$ 和 $L_i\in\mathbf{R}^{n_i\times p}$ 为待决定的增益矩阵. $a_{i0}>0$ 表示该智能体能获取到外部系统的状态. 能获取外部系统状态的部分智能体直接使用外部系统的状态 $\boldsymbol{v}(t)$, 不能获取到外部系统状态的智能体通过构造状态观测器获得外部系统状态 $\boldsymbol{v}(t)$ 的估计值 $\boldsymbol{\eta}_i(t)$. 为了方便起见, 令 $\hat{\sigma}_i(t):=\sigma_i(t-\tau_d)$ 表示智能体 i 的控制器切换信号. $\psi(t):=(\sigma_1(t),\cdots,\sigma_n(t))\in[0,\infty)\to\mathcal{S}_1\times\cdots\times\mathcal{S}_n$ 表示所有智能体系统模态的切换信号. 同理, $\hat{\psi}(t):=(\hat{\sigma}_1(t),\cdots,\hat{\sigma}_n(t))\in[0,\infty)\to\mathcal{S}_1\times\cdots\times\mathcal{S}_n$ 表示所有控制器的切换信号.

引理 1. 考虑异步切换的多智能体系统 (3) 和 (4), 如果 $\sigma_i(t)$ 满足 $N_{\sigma_i(t)}(t_1,t_2)\le N_0+(t_2-t_1)/\tau_{ai}, i=1,\cdots,n$, 那么, 所有智能体系统模态的切换信号 $\psi(t)$ 满足 $N_{\psi(t)}(t_1,t_2)\le nN_0+(t_2-t_1)/\tau_\psi$, 其中, $\tau_\psi=(\sum_{i=1}^n\frac{1}{\tau_{ai}})^{-1}$.

证明. 由平均驻留时间的定义很容易得到

$$N_{\psi(t)}(t_1,t_2)=N_{\sigma_1(t)}(t_1,t_2)+\cdots+N_{\sigma_n(t)}(t_1,t_2)\le nN_0+(t_2-t_1)/\tau_\psi \qquad \square$$

能量方程作为整个系统能量的衡量标准, 为 Lyapunov 方程的另一种表述形式, 当能量方程递增的时候, 则说明整个系统处于不稳定状态, 而当能量方程递减的时候, 则说明整个系统处于稳定状态, 若整个系统渐近稳定, 那么系统的能量方程最终趋近于零. 在切换多智能体系统中, 系统的能量方程既有递增的区间, 也有递减的区间. 在时间区间 $[t_z,t_{z+1}), z\in\mathbf{N}$, 假设在 $t\in[t_z,t_z+\tau_{\max})$, 整体的能量方程递增, 而在 $t\in[t_z+\tau_{\max},t_{z+1})$, 整体的能量方程是递减的, 其中, $\tau_{\max}$ 表示整体能量方程最大的递增时间. 对于 $t\in[t_z+\tau_{\max},t_{z+1})$, 令 $A_{\psi_t}=\mathrm{diag}\{A_1^{\sigma_{1t}},\cdots,A_n^{\sigma_{nt}}\}$, 同理定义 $B_{\psi_t},E_{\psi_t},K_{1\psi_t},K_{2\psi_t}$, 其中, σ_{nt} 表示 $\sigma_n(t)$. 对于 $t\in[t_z,t_z+\tau_{\max})$, 假设至少存在一个不匹配的控制器, 令 $K_{1\hat{\psi}_t}=\mathrm{diag}\{K_{11}^{\hat{\sigma}_{1t}},\cdots,K_{1n}^{\hat{\sigma}_{nt}}\}$, 同理定义 $K_{2\hat{\psi}_t}$. 令 $C=\mathrm{diag}\{C_1,\cdots,C_n\}$, 同理定义 D,F,L. 定义 $\boldsymbol{x}_t=(\boldsymbol{x}_{1_t}^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{x}_{n_t}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\xi}_t=(\boldsymbol{\xi}_{1_t}^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{\xi}_{n_t}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\eta}_t=(\boldsymbol{\eta}_{1_t}^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{\eta}_{n_t}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{e}_t=(\boldsymbol{e}_{1_t}^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{e}_{n_t}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$, $\tilde{\boldsymbol{v}}_t=\mathbf{1}_n\otimes\boldsymbol{v}_t$. 由矩阵 H 的性质可得 $(H\otimes I_q)(\mathbf{1}_n\otimes\boldsymbol{v}_t)=(\Lambda\otimes I_q)(\mathbf{1}_n\otimes\boldsymbol{v}_t)$. 因此, 在控制器 (6) 的作用下, 闭环系统可写为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_t&=A_{\psi_t}\boldsymbol{x}_t+B_{\psi_t}K_1\boldsymbol{\xi}_t+B_{\psi_t}K_2\boldsymbol{\eta}_t+E_{\psi_t}\tilde{\boldsymbol{v}}_t\\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_t&=LC\boldsymbol{x}_t+(A_{\psi_t}+B_{\psi_t}K_1-LC)\boldsymbol{\xi}_t+\\ &\quad (B_{\psi_t}K_2+E-LF)\boldsymbol{\eta}_t+LF\tilde{\boldsymbol{v}}_t\\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_t&=(I_n\otimes A_v-\mu(H\otimes I_q))\boldsymbol{\eta}_t+\mu(H\otimes I_q)\tilde{\boldsymbol{v}}_t\\ \boldsymbol{e}_t&=(C+DK_1)\boldsymbol{x}_t+DK_2\boldsymbol{\eta}_t+F\tilde{\boldsymbol{v}}_t\\ \dot{\tilde{\boldsymbol{v}}}_t&=(I_n\otimes A_v)\tilde{\boldsymbol{v}}_t\end{aligned}\tag{7}$$

其中, 对于 $t\in[t_z,t_z+\tau_{\max})$, $K_1=K_{1\hat{\psi}_t},K_2=K_{2\hat{\psi}_t}$, 对于 $t\in[t_z+\tau_{\max},t_{z+1})$, $K_1=K_{1\psi_t},K_2=K_{2\psi_t}$.

下述定理给出了在控制协议 (6) 的作用下, 解决异步切换的多智能体系统输出调节问题的充分条件.

定理 1. 对于满足假设 1∼2 的多智能体系统 (4) 和外部系统 (3), $\sigma_i(t_r^-)=m$, $\sigma_i(t_r)=l$, $\forall r\in\mathbf{N}$, $\{m,l\}\in\mathcal{S}_i\times\mathcal{S}_i$, 并且 $m\neq l$. 设计增益矩阵 L_i 使得 $A_i-L_iC_i$ Hurwitz. 若系统通信拓扑 $\mathcal{G}$ 包含一个有向生成树且外部系统作为根节点, 且如下陈述成立:

1) 如果存在正定矩阵 $\bar{P}_i^l>0$ 和矩阵 Γ_i^l 满足

$$\begin{aligned}A_i^l\bar{P}_i^m+\bar{P}_i^mA_i^{l\mathrm{T}}+B_i^l\Gamma_i^m+\Gamma_i^{m\mathrm{T}}B_i^{l\mathrm{T}}-\beta\bar{P}_i^l+\\ B_i^l(\Gamma_i^m\Gamma_i^{m\mathrm{T}}+K_{2i}^mK_{2i}^{m\mathrm{T}})B_i^{l\mathrm{T}}\leq 0\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}A_i^l\bar{P}_i^l+\bar{P}_i^lA_i^{l\mathrm{T}}+B_i^l\Gamma_i^l+\Gamma_i^{l\mathrm{T}}B_i^{l\mathrm{T}}+\alpha\bar{P}_i^l+\\ B_i^l(\Gamma_i^l\Gamma_i^{l\mathrm{T}}+K_{2i}^lK_{2i}^{l\ \mathrm{T}})B_i^{l\mathrm{T}}\leq 0\end{aligned}\tag{9}$$

$$\begin{aligned}\bar{P}_i^m&\leq\mu\bar{P}_i^l\\ \bar{Q}_i^m&\leq\mu\bar{Q}_i^l\end{aligned}\tag{10}$$

其中, $\alpha>0,\beta>0$ 和 $\mu>1$ 为给定常数, 那么, 对于任意切换信号 ψ_t, 平均驻留时间满足

$$\tau_\psi\geq\tau_\psi^*=\frac{\tau_{\max}(\alpha+\beta)+\ln\mu}{\alpha}\tag{11}$$

上述闭环系统渐近稳定, 切换的控制器增益 $K_{1i}^l=\Gamma_i^l\bar{P}_i^{l-1}$;

2) 对于任意初始条件 $\boldsymbol{x}_i(0),\boldsymbol{\xi}_i(0),\boldsymbol{\eta}_i(0)$ 和 $\boldsymbol{v}(0)$, 若假设 3 成立, 对于 $t\in[t'_{r-1},t'_r)$, 切换的控制器增益 $K_{2i}^m=U_i^{\nu_i}-K_{1i}^mX_i$, 对于 $t\in[t'_r,t'_{r+1})$, $K_{2i}^l=U_i^{\nu_i}-K_{1i}^lX_i$, 则被调输出 $\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{e}_i(t)=0,i=1,2,\cdots,n$.

则控制协议 (6) 可以解决异步切换的多智能体系统的输出调节问题.

证明. 令 $\boldsymbol{x}_{c_t}=(\boldsymbol{x}_t^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\xi}_t^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\eta}_t^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$, 则上述闭环系统可写为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_{c_t}&=A_c\boldsymbol{x}_{c_t}+B_c\tilde{\boldsymbol{v}}_t\\ \boldsymbol{e}_t&=C_c\boldsymbol{x}_{c_t}+D_c\tilde{\boldsymbol{v}}_t\end{aligned}\tag{12}$$

其中, 对于 $t\in[t_z,t_z+\tau_{\max})$, $A_c=A_c^{\hat{\psi}_t}$, $C_c=C_c^{\hat{\psi}_t}$, 对于 $t\in[t_z+\tau_{\max},t_{z+1})$, $A_c=A_c^{\psi_t}$, $C_c=C_c^{\psi_t}$. $A_c^{\hat{\psi}_t},A_c^{\psi_t},B_c,C_c^{\hat{\psi}_t},C_c^{\psi_t},D_c$ 为如下形式

$$\begin{aligned}A_c^{\hat{\psi}_t}&=\begin{bmatrix}A_{\psi_t}&B_{\psi_t}K_{1\hat{\psi}_t}&B_{\psi_t}K_{2\hat{\psi}_t}\\ LC&A_{\psi_t}+B_{\psi_t}K_{1\hat{\psi}_t}-LC&B_{\psi_t}K_{2\hat{\psi}_t}+E-LF\\ 0&0&I_n\otimes A_v-\mu(H\otimes I_q)\end{bmatrix}\\ A_c^{\psi_t}&=\begin{bmatrix}A_{\psi_t}&B_{\psi_t}K_{1\psi_t}&B_{\psi_t}K_{2\psi_t}\\ LC&A_{\psi_t}+B_{\psi_t}K_{1\psi_t}-LC&B_{\psi_t}K_{2\psi_t}+E-LF\\ 0&0&I_n\otimes A_v-\mu(H\otimes I_q)\end{bmatrix}\\ B_c&=\begin{bmatrix}E_{\psi_t}\\ LF\\ \mu(H\otimes I_q)\end{bmatrix},C_c^{\hat{\psi}_t}=\begin{bmatrix}C&DK_{1\hat{\psi}_t}&DK_{2\hat{\psi}_t}\end{bmatrix}\\ C_c^{\psi_t}&=\begin{bmatrix}C&DK_{1\psi_t}&DK_{2\psi_t}\end{bmatrix},D_c=F\end{aligned}\tag{13}$$

令 $X=\mathrm{diag}\{X_1,\cdots,X_n\},U_{\nu_t}=\mathrm{diag}\{U_1^{\nu_1},\cdots,U_n^{\nu_n}\}$, 则式 (5) 可写为

$$\begin{aligned}X(I_n\otimes A_v)&=A_{\psi_t}X+B_{\psi_t}U_{\nu_t}+E_{\psi_t}\\ 0&=CX+DU_{\nu_t}+F\end{aligned}\tag{14}$$

其中, 对于 $t\in[t_z,t_z+\tau_{\max})$, 有 $U_{\nu_t}=K_{1\hat{\psi}_t}X+K_{2\hat{\psi}_t}$, 对于 $t\in[t_z+\tau_{\max},t_{z+1})$, $U_{\nu_t}=K_{1\psi_t}X+K_{2\psi_t}$.

令 $\tilde{X}_c=(X^{\mathrm{T}},X^{\mathrm{T}},I_{qn})^{\mathrm{T}}$, $\tilde{\boldsymbol{x}}_{c_t}=\boldsymbol{x}_{c_t}-\tilde{X}_c\tilde{\boldsymbol{v}}_t$, 对于 $t\in[t_z,t_z+\tau_{\max})$, 由式 (7) 和 (12) 可得

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}_{c_t}&=A_c^{\hat{\psi}_t}\tilde{\boldsymbol{x}}_{c_t}+(A_c^{\hat{\psi}_t}\tilde{X}_c+B_c^{\psi_t}-\tilde{X}_c(I_n\otimes A_v))\tilde{\boldsymbol{v}}_t\\ \boldsymbol{e}_t&=C_c^{\hat{\psi}_t}\tilde{\boldsymbol{x}}_{c_t}+(C_c^{\hat{\psi}_t}\tilde{X}_c+D_c^{\psi_t})\tilde{\boldsymbol{v}}_t\end{aligned}\tag{15}$$

又由式 (13) 和 (14) 可得

$$A_c^{\hat{\psi}_t}\tilde{X}_c+B_c^{\psi_t}-\tilde{X}_c(I_n\otimes A_v)=0\tag{16}$$

$$C_c^{\hat{\psi}_t}\tilde{X}_c+D_c^{\psi_t}=(C+DK_{1\hat{\psi}_t})X+DK_{2\hat{\psi}_t}+F=0\tag{17}$$

同理可得 $t\in[t_z+\tau_{\max},t_{z+1})$ 时的闭环方程, 因此, 可以得到新的闭环系统

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}_{c_t}&=\tilde{A}_c\tilde{\boldsymbol{x}}_{c_t}\\ \boldsymbol{e}_t&=\tilde{C}_c\tilde{\boldsymbol{x}}_{c_t}\end{aligned}\tag{18}$$

其中, 对于 $t\in[t_z,t_z+\tau_{\max})$, $\tilde{A}_c=A_c^{\hat{\psi}_t}$, $\tilde{C}_c=C_c^{\hat{\psi}_t}$; 对于 $t\in[t_z+\tau_{\max},t_{z+1})$, $\tilde{A}_c=A_c^{\psi_t}$, $\tilde{C}_c=C_c^{\psi_t}$.

对闭环系统 (18) 使用等价变换 $\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t}=T^{-1}\tilde{\boldsymbol{x}}_{c_t}$, 可以得到

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}_{c_t}&=\bar{A}_c\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t}\\ \boldsymbol{e}_t&=\bar{C}_c\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t}\end{aligned}\tag{19}$$

其中, 对于 $t\in[t_z,t_z+\tau_{\max})$, $\bar{C}_c=C_c^{\hat{\psi}_t}$,

$$\bar{A}_c=T^{-1}A_c^{\hat{\psi}_t}T=\begin{bmatrix}A_{\psi_t}+B_{\psi_t}K_{1\hat{\psi}_t}&B_{\psi_t}K_{1\hat{\psi}_t}&B_{\psi_t}K_{2\hat{\psi}_t}\\ 0&A_{\psi_t}-LC&E-LF\\ 0&0&I_n\otimes A_v-\mu(H\otimes I_q)\end{bmatrix}$$

对于 $t\in[t_z+\tau_{\max},t_{z+1})$, $\bar{C}_c=C_c^{\psi_t}$,

$$\bar{A}_c=T^{-1}A_c^{\psi_t}T=\begin{bmatrix} A_{\psi_t}+B_{\psi_t}K_{1\psi_t} & B_{\psi_t}K_{1\psi_t} & B_{\psi_t}K_{2\psi_t} \\ 0 & A_{\psi_t}-LC & E-LF \\ 0 & 0 & I_n\otimes A_v-\mu(H\otimes I_q) \end{bmatrix}$$

选取 Lyapunov-like 方程

$$V_f(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t})=\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t}^{\mathrm{T}}\Psi_f\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t},\quad \forall\psi_t=f\in\mathcal{S}_1\times\cdots\times\mathcal{S}_n \tag{20}$$

其中, $\Psi_f=\mathrm{diag}\{P_f,Q_f,I/2\}$, $P_f=\mathrm{diag}\{P_1^{\sigma_{1t}},\cdots,P_n^{\sigma_{nt}}\}$, $Q_f=\mathrm{diag}\{Q_1^{\sigma_{1t}},\cdots,Q_n^{\sigma_{nt}}\}$, P 和 Q 均为正定矩阵. $\forall\psi_t=f\in\mathcal{S}_1\times\cdots\times\mathcal{S}_n$, 式 (20) 可写为

$$V_f(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t})=\frac{1}{2}\bar{\boldsymbol{\eta}}_t^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{\eta}}_t+\bar{\boldsymbol{x}}_t^{\mathrm{T}}P_f\bar{\boldsymbol{x}}_t+\bar{\boldsymbol{\xi}}_t^{\mathrm{T}}Q_f\bar{\boldsymbol{\xi}}_t \tag{21}$$

那么, 对于 $t\in[t_z,t_z+\tau_{\max})$, $\hat{\psi}_t=k\in\mathcal{S}_1\times\cdots\times\mathcal{S}_n$ 表示能量方程递增的切换时间区间为 k, 沿着闭环系统 (19) 对 $V_f(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t})$ 求导可得

$$\begin{aligned}&\dot{V}_f(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t})=\\&\quad\bar{\boldsymbol{\eta}}_t^{\mathrm{T}}\dot{\bar{\boldsymbol{\eta}}}_t+\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}_t^{\mathrm{T}}P_f\bar{\boldsymbol{x}}_t+\bar{\boldsymbol{x}}_t^{\mathrm{T}}P_f\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}_t+\dot{\bar{\boldsymbol{\xi}}}_t^{\mathrm{T}}Q_f\bar{\boldsymbol{\xi}}_t+\bar{\boldsymbol{\xi}}_t^{\mathrm{T}}Q_f\dot{\bar{\boldsymbol{\xi}}}_t\end{aligned}$$

则在能量方程递增区间

$$\begin{aligned}&\dot{V}_f(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t})-\beta V_f(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t})=\\&\quad\bar{\boldsymbol{\eta}}_t^{\mathrm{T}}(I_n\otimes A_v-\mu(H\otimes I_q))\bar{\boldsymbol{\eta}}_t+\\&\quad\bar{\boldsymbol{x}}_t^{\mathrm{T}}(P_f(A_f+B_fK_{1k})+\\&\quad(A_f+B_fK_{1k})^{\mathrm{T}}P_f-\beta P_f)\bar{\boldsymbol{x}}_t+\\&\quad\bar{\boldsymbol{\xi}}_t^{\mathrm{T}}(Q_f(A_f-LC)+\\&\quad(A_f-LC)^{\mathrm{T}}Q_f-\beta Q_f)\bar{\boldsymbol{\xi}}_t+\bar{\boldsymbol{\eta}}_t^{\mathrm{T}}K_{2k}^{\mathrm{T}}B_f^{\mathrm{T}}P_f\bar{\boldsymbol{x}}_t+\\&\quad\bar{\boldsymbol{x}}_t^{\mathrm{T}}B_fK_{2k}\bar{\boldsymbol{\eta}}_t+\bar{\boldsymbol{\xi}}_t^{\mathrm{T}}K_{1k}^{\mathrm{T}}B_f^{\mathrm{T}}P_f\bar{\boldsymbol{x}}_t+\bar{\boldsymbol{x}}_t^{\mathrm{T}}P_fB_fK_{1k}\bar{\boldsymbol{\xi}}_t+\\&\quad\bar{\boldsymbol{\eta}}_t^{\mathrm{T}}(E-LF)^{\mathrm{T}}Q_f\bar{\boldsymbol{\xi}}_t+\\&\quad\bar{\boldsymbol{\xi}}_t^{\mathrm{T}}Q_f(E-LF)\bar{\boldsymbol{\eta}}_t-\frac{1}{2}\beta\bar{\boldsymbol{\eta}}_t^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{\eta}}_t\le\\&\quad\bar{\boldsymbol{\eta}}_t^{\mathrm{T}}(I_n\otimes(A_v+2I_q)-(\mu H+\frac{1}{2}\beta I_n)\otimes I_q)\bar{\boldsymbol{\eta}}_t+\\&\quad\sum_{i=1}^{n}\bar{\boldsymbol{x}}_{i_t}^{\mathrm{T}}\Xi_i^m\bar{\boldsymbol{x}}_{i_t}+\sum_{i=1}^{n}\bar{\boldsymbol{\xi}}_{i_t}^{\mathrm{T}}\Omega_i^l\bar{\boldsymbol{\xi}}_{i_t}\end{aligned}$$

其中, $\Xi_i^m:=(A_i^l+B_i^lK_m^{1i})^{\mathrm{T}}P_i^l+P_i^l(A_i^l+B_i^lK_m^{1i})+P_i^lB_i^lK_m^{1i}K_m^{1i\mathrm{T}}B_i^{l\mathrm{T}}P_i^l+P_i^lB_i^lK_{2i}^mK_{2i}^{m\mathrm{T}}B_i^{l\mathrm{T}}P_i^l-\beta P_i^l$, $\Omega_i^l:=(A_i^l-L_iC_i)^{\mathrm{T}}Q_i^l+Q_i^l(A_i^l-L_iC_i)+Q_i^l(E_i-L_iF_i)(E_i-L_iF_i)^{\mathrm{T}}Q_i^l+I-\beta Q_i^l$.

令 $\bar{P}_i^l=P_i^{l^{-1}}$, $\Gamma_i^l=K_{1i}^l\bar{P}_i^l$, 对式 (8) 两边均乘以矩阵 $\bar{P}_i^{l^{-1}}$, 可得 $\Xi_i^m\le 0$. 设计增益矩阵 L_i 使得 $A_i^l-L_iC_i$ Hurwitz, 则等式 $(A_i^l-L_iC_i)^{\mathrm{T}}Q_i^l+Q_i^l(A_i^l-L_iC_i)+I=0$ 成立, 可以得到 $\Omega_i^m=Q_i^l\big((E_i-L_iF_i)(E_i-L_iF_i)^{\mathrm{T}}-\beta Q_i^{l^{-1}}\big)Q_i^l$. 选取 $\beta>0$ 使得 $\Omega_i^m\le 0$, 并且选取 μ 足够大使得 $(\lambda_{\max}(A_v)+2)-(\mu\lambda_{\min}(H)+\beta/2)<0$, 因此, 可以得到

$$\dot{V}_f(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t})-\beta V_f(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t})<0 \tag{22}$$

同理, 在能量方程递增区间, 即 $t\in[t_z+\tau_{\max},t_{z+1})$,

$$\begin{aligned}&\dot{V}_f(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t})+\alpha V_f(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t})\le\\&\quad\bar{\boldsymbol{\eta}}_t^{\mathrm{T}}(I_n\otimes(A_v+2I_q+\frac{1}{2}\alpha I_q)-\mu(H\otimes I_q)\bar{\boldsymbol{\eta}}_t+\\&\quad\sum_{i=1}^{n}\bar{\boldsymbol{x}}_{i_t}^{\mathrm{T}}\Xi_i^l\bar{\boldsymbol{x}}_{i_t}+\sum_{i=1}^{n}\bar{\boldsymbol{\xi}}_{i_t}^{\mathrm{T}}\Omega_i^l\bar{\boldsymbol{\xi}}_{i_t}\end{aligned} \tag{23}$$

选取 $\alpha>0$ 和足够大的 μ 使得 $(\lambda_{\max}(A_v)+\frac{1}{2}\alpha+2)-\mu\lambda_{\min}(H)<0$. 对式 (9) 使用相同的方法可得

$$\dot{V}_f(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t})+\alpha V_f(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t})<0 \tag{24}$$

为了方便表示, 令 $t_z'=t_z+\tau_{\max}$, 假设在 t_z' 时刻整体切换信号的模态由 k 切换至 f, 即 $\psi(t_z'^{-})=k$, $\psi(t_z'^{+})=f$. 在两次切换之间, 能量方程需满足 $V_f(\bar{\boldsymbol{x}}_{ct_z'})\le\mu V_k(\bar{\boldsymbol{x}}_{ct_z'})$, 则由式 (21) 可得

$$\begin{aligned}&V_f(\bar{\boldsymbol{x}}_{ct_z'})-\mu V_k(\bar{\boldsymbol{x}}_{ct_z'})=\\&\qquad\frac{(1-\mu)}{2}\bar{\boldsymbol{\eta}}_t^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{\eta}}_t+\sum_{i=1}^{n}\bar{\boldsymbol{x}}_{i_t}^{\mathrm{T}}(P_i^l-\mu P_i^m)\bar{\boldsymbol{x}}_{i_t}+\\&\qquad\sum_{i=1}^{n}\bar{\boldsymbol{\xi}}_{i_t}^{\mathrm{T}}(Q_i^l-\mu Q_i^m)\bar{\boldsymbol{\xi}}_{i_t}\end{aligned} \tag{25}$$

令 $\bar{Q}_i^l=Q_i^{l^{-1}}$, 若式 (10) 成立, 则由 Schur 补引理可得 $\bar{P}_i^m\le\mu\bar{P}_i^l$ 等价于 $\Theta=\begin{bmatrix}-\mu\bar{P}_i^l & I\\ I & -\bar{P}_i^m\end{bmatrix}\le 0$, $\Theta\le 0$ 等价于 $-\bar{P}_m^{i^{-1}}-I^{\mathrm{T}}(-\mu\bar{P}_i^l)^{-1}I\le 0$, 即 $P_i^l\le\mu P_i^m$. 同理可得 $\bar{Q}_i^m\le\mu\bar{Q}_i^l$ 等价于 $Q_i^l\le\mu Q_i^m$, 那么可得

$$V_f(\bar{\boldsymbol{x}}_{ct_z'})\le\mu V_k(\bar{\boldsymbol{x}}_{ct_z'}) \tag{26}$$

令 $T_I(t_z,t_{z+1})$ 和 $T_D(t_z,t_{z+1})$ 分别表示在时间区间 $[t_z,t_{z+1})$ 内能量方程递增和递减的时间区间, 即时间区间 $[t_z,t_z')$ 和 $[t_z',t_{z+1})$. 由式 (22) 和 (24) 可得

$$\begin{aligned}&V_{\psi_t}(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t})\le\mathrm{e}^{-\alpha T_D(t_z,t)+\beta T_I(t_z,t)}V_{\psi_{t_z}}(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_{t_z}})\le\\&\quad\mathrm{e}^{-\alpha(T_D(t_z,t)+T_I(t_z,t))}\mathrm{e}^{(\alpha+\beta)T_I(t_z,t)}V_{\psi_{t_z}}(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_{t_z}})=\\&\quad\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_z)}\mathrm{e}^{(\alpha+\beta)T_I(t_z,t)}V_{\psi_{t_z}}(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_{t_z}})\end{aligned} \tag{27}$$

由前面 $\tau_{\max}$ 和 $T_I(t_z,t_{z+1})$ 的定义易得 $\tau_{\max}=\max_z T_I(t_z,t_{z+1}),\forall z\in\mathbf{N}$, 则由式 (26), (27) 和引理 1 可得

$$V_{\psi_t}(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t})\le \mathrm{e}^{-\alpha(t-t_z)}\mathrm{e}^{(\alpha+\beta)\tau_{\max}}\mu V_{\psi_{t_z^-}}(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_{t_z}})\le\cdots\le \mathrm{e}^{nN_0((\alpha+\beta)\tau_{\max}+\ln\mu)}\times \mathrm{e}^{-\left(\alpha-\frac{(\alpha+\beta)\tau_{\max}+\ln\mu}{\tau_\psi}\right)(t-t_0)}V_{\psi_{t_0}}(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_{t_0}}) \tag{28}$$

结合平均驻留时间的约束 (11) 可得当时间 t 趋近于无穷时, $V_{\psi_t}(\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t})$ 指数趋近于零. 那么, 对于任意满足式 (11) 的切换信号, 上述闭环系统渐近稳定. 至此证明了定理 1 的第一部分.

由已证明的定理 1 的第一部分可得当满足假设 1∼3 和条件 (8)∼(10) 时, 上述闭环系统渐近稳定, 即 $\lim_{t\to\infty}\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t}=0$, 又由式 (19) 可得 $\boldsymbol{e}_t=\bar{C}_c\bar{\boldsymbol{x}}_{c_t}$, 易得当矩阵方程 (5) 有解 $(X_i,U_i^{\nu_i})$ 时, $\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{e}_i(t)=0$. 至此证明了定理 1 的第二部分, 则控制协议 (6) 可以解决异步切换的多智能体系统的输出调节问题. □

3 仿真实例

本节考虑了一个由切换的双积分器组成的多智能体系统[10]

$$\begin{aligned}\dot{x}_{1i}&=x_{2i}\\ \dot{x}_{2i}&=u_i+\delta^i_{\sigma_i}v_2, i=1,2,3,4\\ e_i&=x_{1i}-v_1\end{aligned}$$

其中, $\sigma_i:[0,\infty)\to\mathcal{S}_i=\{1,2,3\}$ 为第 i 个智能体系统模态的切换信号, $\delta_1^1=1,\delta_2^1=0.6,\delta_3^1=1.8,\delta_1^2=1,\delta_2^2=0.5,\delta_3^2=0.5,\delta_1^3=0,\delta_2^3=1.3,\delta_3^3=0.7,\delta_1^4=0,\delta_2^4=0.2,\delta_3^4=0.8$. 外部系统

$$\begin{aligned}\dot{v}_1&=v_2\\ \dot{v}_2&=-v_1\end{aligned}$$

是一个谐波振荡器. 智能体之间的通信拓扑 $\bar{\mathcal{G}}$ 由图 2 描述, 图 $\bar{\mathcal{G}}$ 包含一个有向生成树, 且外部系统作为根节点 0. 选取 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}=(x_{1i},x_{2i})$ 作为状态向量, u_i 作为控制输入, 则上述切换的双积分器系统如式 (1) 的状态空间描述为

$$A_i^l=\begin{bmatrix}0&1\\0&0\end{bmatrix},E_i^l=\begin{bmatrix}0&0\\0&\delta_i^l\end{bmatrix}$$
$$C_i=\begin{bmatrix}1&0\end{bmatrix},D_i=0$$
$$B_i^l=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},F_i=\begin{bmatrix}1&0\end{bmatrix},A_v=\begin{bmatrix}0&1\\-1&0\end{bmatrix}$$

易证上述系统满足假设 1∼3, 求解矩阵方程 (5), 得到满足的解 $X_i=I_n$, $U_i^{\nu_i}=(-1,-\delta_i^l)$, $\nu_i\in\{m,l\},i=1,2,3,4$. 选取参数 $\mu=1.05,\alpha=1.5,\beta=1.5$, 由式 (11) 可得 $\tau_\psi^*=0.0212$, 因此, 产生一组满足 $\tau_\psi=0.05>\tau_\psi^*$ 的切换信号. 图 3 绘出了在控制器 (6) 的作用下系统状态的演变过程, 每个智能体对应的切换信号如图 4 所示. 由图 3 可以看出在存在异步切换的情况下, 四个跟随智能体的状态最终与领导者即外部系统的状态一致.

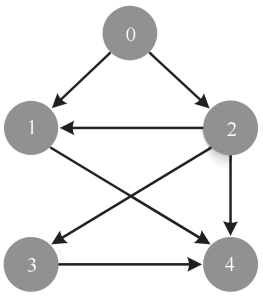

图 2 智能体系统的通信拓扑

Fig. 2 The communication topology of agents

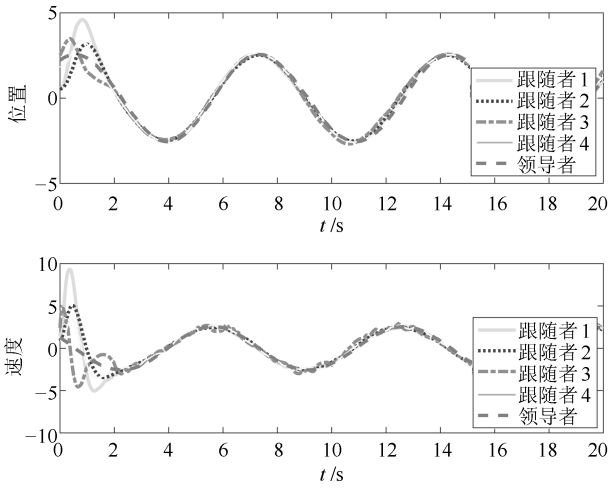

图 3 采用分布式输出反馈控制协议的状态演变

Fig. 3 Evolution of the states for distributed output feedback control law

切换系统作为一类特殊的混杂系统, 处理方法不能简单地移植普通非切换系统的方法, 进行分析和设计的难度较大. 文献 [10] 不存在系统和控制器的异步切换, 而本文在文献 [10] 的基础上对系统和控制器都增加了切换, 且系统模

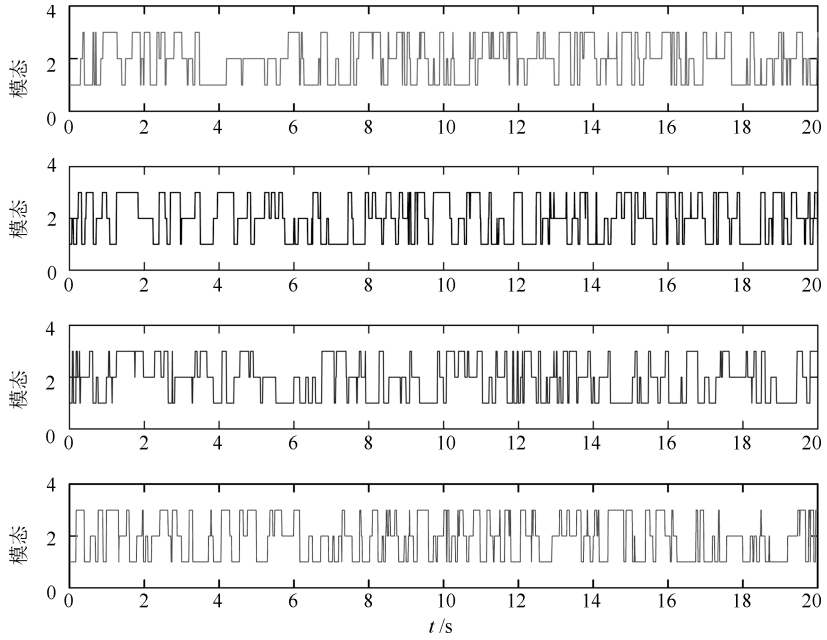

图 4　每个智能体系统模态的切换信号

Fig. 4　Switching signal of system mode for each follower

态与控制器模态切换不匹配, 若系统模态与控制器模态匹配且不发生切换, 则可以得到文献 [10] 的结果. 而本文在系统模态与控制器模态发生切换且不匹配的情况下也可以解决输出调节问题, 因此, 文献 [10] 是本文的一个特殊情况, 本文的结果涵盖且优于文献 [10] 的结果.

4　结论

本文研究了控制器模态和系统模态不匹配的情况下一类异步切换多智能体系统的输出调节问题. 文中提出的异步切换的控制器放松了许多文献中同步切换控制器的要求, 且允许 Lyapunov-like 方程在一段时间内递增, 证明了提出的控制器可以解决异步切换多智能体系统的输出调节问题. 有限时间的输出调节问题将在以后的工作中研究.

References

1 Huang J. *Nonlinear Output Regulation: Theory and Applications*. Philadelphia: SIAM, 2004. 6−8

2 Zhang Z, Serrani A. The linear periodic output regulation problem. *Systems & Control Letters*, 2006, **55**(7): 518−529

3 Marconi L, Praly L. Uniform practical nonlinear output regulation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, **53**(5): 1184−1202

4 Wang G, Shen Y. Second-order cluster consensus of multi-agent dynamical systems with impulsive effects. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2014, **19**(9): 3220−3228

5 Tang Y, Gao H J, Zhang W B, Kurths J. Leader-following consensus of a class of stochastic delayed multi-agent systems with partial mixed impulses. *Automatica*, 2015, **53**: 346−354

6 Luo Xiao-Yuan, Yang Fan, Li Shao-Bao, Guan Xin-Ping. Generation of optimally persistent formation for multi-agent systems. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(7): 1311−1319
(罗小元, 杨帆, 李绍宝, 关新平. 多智能体系统的最优持久编队生成策略. 自动化学报, 2014, **40**(7): 1311−1319)

7 Xia Y Q, Na X T, Sun Z Q, Chen J. Formation control and collision avoidance for multi-agent systems based on position estimation. *ISA Transactions*, 2016, **61**: 287−296

8 Maza I, Kondak K, Bernard M, Ollero A. Multi-UAV cooperation and control for load transportation and deployment. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2010, **57**(1−4): 417−449

9 Xiang J, Wei W, Li Y J. Synchronized output regulation of linear networked systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, **54**(6): 1336−1341

10 Su Y F, Huang J. Cooperative output regulation of linear multi-agent systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(4): 1062−1066

11 Song Zheng-Yi, Zhao Jun. Robust H_∞ control for linear discrete-time switched systems with norm-bounded uncertainties and time-delay. *Acta Automatica Sinica*, 2006, **32**(5): 760−766
(宋政一, 赵军. 不确定时滞线性离散切换系统的鲁棒 H_∞ 控制. 自动化学报, 2006, **32**(5): 760−766)

12 Zhang L X, Gao H J. Asynchronously switched control of switched linear systems with average dwell time. *Automatica*, 2010, **46**(5): 953−958

13 Zhao X D, Zhang L X, Shi P, Liu M. Stability and stabilization of switched linear systems with mode-dependent average dwell time. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(7): 1809−1815

14 Cong Shen, Diao Xiang, Zou Yun. Necessary and sufficient conditions for exponential stabilization of second-order linear switched systems. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(8):

1195−1199
(丛岫, 刁翔, 邹云. 二阶线性切换系统指数镇定的充要条件. 自动化学报, 2010, **36**(8): 1195−1199)

15 Kim B Y, Ahn H S. Consensus of multi-agent systems with switched linear dynamics. In: Proceeding of the 10th Asian Control Conference. Kota Kinabalu, Malaysia: IEEE, 2015. 1−6

16 Jia H W, Zhao J. Output regulation of switched linear multi-agent systems: an agent-dependent average dwell time method. *International Journal of Systems Science*, 2016, **47**(11): 2510−2520

吴苗苗 同济大学控制科学与工程系硕士研究生. 主要研究方向为多智能体系统和智能电网.
E-mail: mmwu@tongji.edu.cn
(**WU Miao-Miao** Master student in the Department of Control Science and Engineering, Tongji University. Her research interest covers multi-agent systems and smart grid.)

张 皓 同济大学控制科学与工程系教授. 主要研究方向为复杂网络, 网络控制系统, 多智能体系统和切换系统. 本文通信作者.
E-mail: zhang_hao@tongji.edu.cn
(**ZHANG Hao** Professor in the Department of Control Science and Engineering, Tongji University. Her research interest covers complex networks, network-based control systems, multi-agent systems, and switching systems. Corresponding author of this paper.)

严怀成 华东理工大学信息科学与工程学院教授. 主要研究方向为网络化控制系统, 鲁棒控制和随机系统.
E-mail: hcyan@ecust.edu.cn
(**YAN Huai-Cheng** Professor at the School of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology. His research interest covers networked control systems, robust control, and stochastic systems.)

陈世明 华东交通大学电气与电子工程学院教授. 主要研究方向为多智能体系统协调控制, PSO 优化算法.
E-mail: shmchen@ecjtu.jx.cn
(**CHEN Shi-Ming** Professor at the School of Electrical and Electronic Engineering, East China Jiaotong University. His research interest covers coordination control of multi-agent systems and particle swarm optimization (PSO) algorithm.)