基于事件触发的拓扑切换异构多智能体协同输出调节

杨若涵 [1]　张 皓 [1]　严怀成 [2,3]

摘　要　研究切换拓扑下线性异构多智能体系统的协同输出调节问题, 并设计了一个基于事件触发的输出调节控制机制. 设计的控制机制不仅可以实现智能体对外部系统的渐近跟踪和干扰抑制, 还可以有效减少智能体之间的信息传递数量, 从而降低通信负载减少网络能耗. 最后通过仿真验证结论的有效性.

关键词　异构多智能体系统, 协同输出调节, 事件触发控制, 切换拓扑

引用格式　杨若涵, 张皓, 严怀成. 基于事件触发的拓扑切换异构多智能体协同输出调节. 自动化学报, 2017, **43**(3): 472−477

DOI　10.16383/j.aas.2017.c160304

Event-triggered Cooperative Output Regulation of Heterogeneous Multi-agent Systems with Switching Topology

YANG Ruo-Han[1]　ZHANG Hao[1]　YAN Huai-Cheng[2,3]

Abstract　This paper studies the cooperative output regulation problem for multi-agent systems with switching topology. A novel event-triggered control scheme is designed, which can reduce communication load and save network energy. It is shown that under the proposed control strategy, agents can achieve asymptotic tracking and disturbance rejection. Finally, an example is presented to illustrate the effectiveness of main results.

Key words　Heterogeneous multi-agent systems, cooperative output regulation, event-triggered control, switching topologies

Citation　Yang Ruo-Han, Zhang Hao, Yan Huai-Cheng. Event-triggered cooperative output regulation of heterogeneous multi-agent systems with switching topology. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(3): 472−477

协同输出调节[1] 的目标是设计一种控制器从而使多智能体系统实现对外部系统信号的渐近跟踪和干扰抑制. 由于多智能体系统的一致性[2−7] 和编队问题[8−10] 等都能作为协同输出调节问题的一种特殊情况, 协同输出调节引起了学者的广泛关注. Wang 等[11] 设计了一种基于分布式内膜法的控制器用来解决异构多智能体系统的协同输出调节问题, 同时假设系统的通信拓扑图中没有自环. Su 等[12] 提出了一种基于分布式观测器的输出调节控制器. 在设计控制器时, 将子系统分为两部分: 一部分可以直接得到外部系统的信号; 一部分不能直接得到外部系统的信号. Tang 等[13] 研究了非线性系统的输出调节问题, 提出的分布式控制器使跟随者能够在领导者含有未知输入的情况下实现对领导者状态的跟踪.

上述文章都考虑智能体之间信号连续传输的情况, 然而信号连续传输会引起较大的网络通信负载和通信能量浪费. 为了解决这一问题, 提出了事件触发传输机制. 在事件触发传输机制中, 只有当系统的实际状态和参考水平之间的差距大于一定阈值, 即系统发生较大变化时, 才对当前时刻状态进行更新. 因此, 事件触发传输机制能够有效降低系统通信次数, 减少通信资源的使用[14−15].

Wang 等[16] 研究了基于内膜控制的事件触发协同输出调节问题. 文章假设多智能体是同构的, 这种假设具有一定的局限性. Hu 等[17] 研究了基于分布式观测器的事件触发多智能体协同输出问题. 然而在设计事件触发条件时, 智能体需要连续知道相邻节点状态; 在设计控制器时, 当智能体触发, 其邻居节点需要发送当前时刻的状态值.

本文首先设计了一种基于事件触发的观测器用来观测外部系统的信号. 这个观测策略可以有效减少各个节点之间的通信次数, 从而降低网络通信负载和通信能耗. 然后在设计的事件触发观测器的基础上, 提出了一种基于输出反馈的输出调节控制策略, 在此策略的作用下, 异构多智能体能够实现对外部系统信号的渐近跟踪和干扰抑制.

符号说明: $\mathbf{R}^{n\times n}$ 表示 $n\times n$ 维的实矩阵集合. A^{T} 表示 A 的转置. $A\otimes B$ 表示矩阵 A 和 B 的 Kronecker 乘积. $\|A\|$ 表示矩阵 A 的范数. $\mathrm{diag}\{A_1,\cdots,A_N\}$ 表示对角线上的项为 A_i, $i=1,\cdots,N$ 的区块对角矩阵.

1　图论及问题描述

1.1　图论

有向图可以用 $\mathcal{G}=\{\mathcal{V},\mathcal{E}\}$ 表示, 其中 $\mathcal{V}\in\{0,\cdots,N\}$ 表示节点, $\mathcal{E}\in\mathcal{V}\times\mathcal{V}$ 表示边. 若节点 i 和节点 j 相邻, 则用 (i,j) 表示从节点 i 到节点 j 的边. 若在图 $\mathcal{G}$ 中, 任意 $i,j\in\mathcal{V}$ 可以推出 $(i,j)\in\mathcal{E}\Leftrightarrow(j,i)\in\mathcal{E}$, 则图 $\mathcal{G}$ 为无向图. $\mathcal{N}_i$ 表示节点 i 的邻居节点. 如果在图中至少有一个节点存在通向其他所有节点的有向路径, 则称这个图包含一个有向生成树. 节点 0 表示外部系统, 节点 $1,\cdots,N$ 表示 N 个智能体, 因此由多智能体系统和外部系统共同构成的通信拓扑的拉氏矩阵可以表示为 $\mathcal{L}=[l_{ij}]\in\mathbf{R}^{(N+1)\times(N+1)}$. 当 $i=j$ 时, $l_{ii}=\sum_{j\in\mathcal{N}_i}a_{ij}$; 当 $i\neq j$ 时, $l_{ij}=-a_{ij}$. 若节点 i 与节点 j 之间存在通信, 则 $a_{ij}>0$; 反之, $a_{ij}=0$. 当图 $\mathcal{G}$ 包含有向生成树时, 拉氏矩阵可以表示为

$$\mathcal{L}=\begin{bmatrix}0 & \mathbf{0}_{1\times N}\\ \tilde{\mathcal{L}} & \mathcal{H}\end{bmatrix}\tag{1}$$

其中, $\mathcal{H}\in\mathbf{R}^{N\times N}$ 为非奇异 M 矩阵, 且满足 $\mathcal{L}\mathbf{1}_{N+1}=0$, $\mathbf{1}_{N+1}=[1,\cdots,1]^{\mathrm{T}}$ 是一个 $N+1$ 维的向量.

定义 1.　对于方阵 $A=[a_{ij}]\in\mathbf{R}^{N\times N}$, 若 $a_{ii}>0$, $a_{ij}\leq 0$, $i\neq j$, 且矩阵 A 的逆矩阵为非负矩阵, 则矩阵 A 被称为非奇异 M 矩阵. 若矩阵 A 为非奇异 M 矩阵，则矩阵 A 的所有特征值的实部皆为正.

收稿日期 2016-04-01　录用日期 2016-08-02
Manuscript received April 1, 2016; accepted August 2, 2016
国家自然科学基金 (61272064, 61273026, 61673178), 上海浦江计划 (14PJ1409000), 上海曙光计划 (16GS28) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61272064, 61273026, 61673178), Shanghai Pujiang Program (14PJ1409000), Shanghai Shuguang Program (16GS28)
本文责任编委 洪奕光
Recommended by Associate Editor HONG Yi-Guang
1. 同济大学电子与信息工程学院控制科学与工程系 上海 200092　2. 华东理工大学化工过程先进控制和优化技术教育部重点实验室 上海 200237　3. 华东理工大学信息科学与工程学院 上海 200237
1. Department of Control Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092　2. Key Laboratory of Advanced Control and Optimization for Chemical Process of Ministry of Education, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237　3. School of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237

1.2 问题描述

考虑异构多智能体系统

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)&=A_i\boldsymbol{x}_i(t)+B_i\boldsymbol{u}_i(t)+B_{wi}\boldsymbol{\omega}(t)\\ \boldsymbol{y}_i(t)&=C_i\boldsymbol{x}_i(t)+D_i\boldsymbol{u}_i(t)+D_{wi}\boldsymbol{\omega}(t)\\ \boldsymbol{z}_i(t)&=C_{mi}\boldsymbol{x}_i(t)\end{aligned}\tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{x}_i(t)\in\mathbf{R}^{n_i}$ 为智能体的状态, $\boldsymbol{u}_i(t)\in\mathbf{R}^{k_i}$ 为控制输入, $\boldsymbol{y}_i(t)\in\mathbf{R}^{q}$ 为智能体的输出, $\boldsymbol{z}_i(t)\in\mathbf{R}^{q_i}$ 为智能体的测量输出, $\boldsymbol{\omega}(t)\in\mathbf{R}^{l}$ 为系统扰动. 矩阵 $A_i\in\mathbf{R}^{n_i\times n_i}$, $B_i\in\mathbf{R}^{n_i\times k_i}$, $B_{wi}\in\mathbf{R}^{n_i\times l}$, $C_i\in\mathbf{R}^{q\times n_i}$, $D_i\in\mathbf{R}^{q\times k_i}$, $D_{wi}\in\mathbf{R}^{q\times l}$ 和 $C_{mi}\in\mathbf{R}^{q_i\times n_i}$ 为常矩阵. 被跟踪的外部系统信号 $\boldsymbol{r}(t)\in\mathbf{R}^{q}$ 和需要抑制的扰动信号 $\boldsymbol{\omega}(t)\in\mathbf{R}^{l}$ 的动态方程为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{r}}(t)&=A_0\boldsymbol{r}(t)\\ \dot{\boldsymbol{\omega}}(t)&=A_w\boldsymbol{\omega}(t)\end{aligned}\tag{3}$$

其中 $A_0\in\mathbf{R}^{q\times q}$, $A_w\in\mathbf{R}^{l\times l}$. 令 $\boldsymbol{v}(t)=[\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, 外部信号 $\boldsymbol{r}(t)$ 和扰动信号 $\boldsymbol{\omega}(t)$ 可以合并为

$$\dot{\boldsymbol{v}}(t)=A_v\boldsymbol{v}(t)\tag{4}$$

其中 $A_v=\mathrm{diag}\{A_w,A_0\}$. 定义调节输出 $\boldsymbol{e}_i(t)=\boldsymbol{y}_i(t)-\boldsymbol{r}(t)$, 则多智能体系统 (2) 可以写成如下形式

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)&=A_i\boldsymbol{x}_i(t)+B_i\boldsymbol{u}_i(t)+E_i\boldsymbol{v}(t)\\ \boldsymbol{e}_i(t)&=C_i\boldsymbol{x}_i(t)+D_i\boldsymbol{u}_i(t)+F_i\boldsymbol{v}(t)\\ \boldsymbol{z}_i(t)&=C_{mi}\boldsymbol{x}_i(t)\end{aligned}\tag{5}$$

其中 $E_i=[B_{wi}\ 0]$, $F_i=[D_{wi}\ \ -I]$.

在本文中, 切换拓扑由 $\mathcal{G}^{\sigma(t)}$ 表示, 其中 $\sigma(t):[0,+\infty)\to\{1,\cdots,s\}$ 为通信拓扑的切换信号. 在对主要结论进行推导前, 首先给出如下假设和定义.

假设 1. 矩阵 A_v 的所有特征值的实部均非负.

假设 2. (A_i,B_i) 可控.

假设 3. (A_i,C_i) 可观.

假设 4. 所有通信拓扑都是有向图且包含有向生成树.

定义 2. 对于多智能体系统 (5), 假设通信拓扑 $\mathcal{G}^{\sigma(t)}$ 是有向的且具有一个生成树. 设计控制器, 满足

条件 1. 当 $\boldsymbol{v}(t)=0$ 时, 闭环系统 (5) 渐近稳定.

条件 2. 对于任意初始状态 $\boldsymbol{x}_i(0)$, $\boldsymbol{\varepsilon}_i(0)$, $\boldsymbol{\eta}_i(0)$, $i=1,\cdots,N$ 和 $\boldsymbol{v}(0)$, 满足 $\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{e}_i(t)=0$, $i=1,\cdots,N$.

那么所设计的控制器能够解决多智能体系统 (5) 的协同输出调节问题.

2 事件触发控制机制的设计

在对输出调节控制器进行设计之前, 首先要对外部信号 $v(t)$ 进行观测, 观测器设计如下

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\eta}}_i(t)=A_v\boldsymbol{\eta}_i(t)+\mu G\Big[&\sum_{j\in\mathcal{N}_i^{\sigma(t_k^i)}}a_{ij}^{\sigma(t_k^i)}\big(\mathrm{e}^{A_v(t-t_{k'}^j)}\boldsymbol{\eta}_j(t_{k'}^j)-\\ &\mathrm{e}^{A_v(t-t_k^i)}\boldsymbol{\eta}_i(t_k^i)\big)+a_{i0}^{\sigma(t_k^i)}\big(\mathrm{e}^{A_v(t-t_k^i)}\boldsymbol{v}(t_k^i)-\\ &\mathrm{e}^{A_v(t-t_k^i)}\boldsymbol{\eta}_i(t_k^i)\big)\Big]\end{aligned}\tag{6}$$

其中 $k'(t)=\arg\max_{l\in\mathbf{N}}\{l\mid t\geq t_l^i\}$, $t\in[t_k^i,t_{k+1}^i)$. t_k^i 为事件触发时刻. 在本文中, $k(t)$ 由 k 简化表示. $\boldsymbol{\eta}_i(t)\in\mathbf{R}^{q+l}$ 为智能体对外部信号的观测值. $\mu>0$ 为常数, $G\in\mathbf{R}^{(q+l)\times(q+l)}$ 为待设计的增益矩阵.

注 1. 在一般的通信拓扑切换系统中, 观测器根据当前时刻通信拓扑 $\mathcal{G}^{\sigma(t)}$ 的变化进行更新. 然而在事件触发传输策略下, 智能体只在触发时刻广播其状态信息, 在触发间隔内不进行信息交互. 因此, 在 $t\in[t_k^i,t_{k+1}^i)$ 区间内, 只有触发时刻的通信拓扑 $\mathcal{G}^{\sigma(t_k^i)}$ 影响观测器更新.

定义当前时刻与上一触发时刻之间的状态测量误差为

$$\boldsymbol{\eta}_{ei}(t)=\mathrm{e}^{A_v(t-t_k^i)}\boldsymbol{\eta}_i(t_k^i)-\boldsymbol{\eta}_i(t)\tag{7}$$

注 2. 在一阶多智能体系统中, 当智能体状态实现对外部信号的跟踪时, $\hat{\boldsymbol{z}}_i(t)=\sum_{j\in\mathcal{N}_i}a_{ij}(\boldsymbol{\eta}_j(t_{k'}^j)-\boldsymbol{\eta}_i(t_k^i))+a_{i0}(\boldsymbol{v}(t_k^i)-\boldsymbol{\eta}_i(t_k^i))$ 和状态测量误差 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{ei}(t)=\boldsymbol{\eta}_i(t_k^i)-\boldsymbol{\eta}_i(t)$ 将收敛至零. 然而, 在一般多智能体系统中, 若设计与一阶系统相同的 $\hat{\boldsymbol{z}}_i(t)$ 和 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{ei}(t)$, $\hat{\boldsymbol{z}}_i(t)$ 和 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{ei}(t)$ 无法同时趋近于零. 因此, 观测器和状态测量误差设计如式 (6) 和 (7) 所示.

令 $\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)=\boldsymbol{\eta}_i(t)-\boldsymbol{v}(t)$ 表示跟踪误差, 其中 $\boldsymbol{v}(t)=\mathrm{e}^{A_v(t-t_k^i)}\boldsymbol{v}(t_k^i)$, $t\in[t_k^i,t_{k+1}^i)$. 在区间 $[t_k^i,t_{k+1}^i)$ 内对 $\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)$ 进行求导, 可以得到

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\boldsymbol{v}}}(t)=&(I_N\otimes A_v-\mu(\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\otimes G))\bar{\boldsymbol{v}}(t)-\\ &\mu(\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\otimes G)\boldsymbol{\eta}_e(t)\end{aligned}\tag{8}$$

其中 $\bar{\boldsymbol{v}}(t)=[\bar{\boldsymbol{v}}_1^{\mathrm{T}}(t),\cdots,\bar{\boldsymbol{v}}_N^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\eta}_e(t)=[\boldsymbol{\eta}_{e1}^{\mathrm{T}}(t),\cdots,\boldsymbol{\eta}_{eN}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$.

定理 1. 如果假设 1 和 4 满足, 给定常数 $\gamma>0$, $0<\delta<1$, $\alpha>0$, P 满足 Riccati 方程 $PA_v+A_v^{\mathrm{T}}P-\gamma PP+\alpha I=0$. 事件触发条件为

$$\|\boldsymbol{\eta}_{ei}(t)\|\leq\frac{\delta\alpha}{(\delta\alpha+2\mu\|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|\|P\|^2)\|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|}\|\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t)\|\tag{9}$$

设计观测器 (6), 其中参数 $\mu>\frac{1}{\lambda_0}\gamma$, $\lambda_0=\min_{\sigma=1,\cdots,s}\lambda_{\min}(\mathcal{H}^{\sigma}+\mathcal{H}^{\sigma^{\mathrm{T}}})$, 观测器增益 $G=P$. 则观测器 (6) 能够实现对外部信号 $\boldsymbol{v}(t)$ 的渐近跟踪, 且跟踪误差渐近衰减至零.

证明. 选择 Lyapunov-Krasovskii 方程

$$V(t)=\sum_{i=1}^{N}\bar{\boldsymbol{v}}_i^{\mathrm{T}}(t)P\bar{\boldsymbol{v}}_i(t),\ t\in[t_k^i,t_{k+1}^i)\tag{10}$$

在区间 $[t_k^i,t_{k+1}^i)$ 内对 $V(t)$ 进行求导, 可以得到

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)=&\bar{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{T}}(t)[I_N\otimes(PA_v+A_v^{\mathrm{T}}P)-\mu(\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}+\\ &\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)\mathrm{T}})\otimes PP]\bar{\boldsymbol{v}}(t)-\\ &2\mu\bar{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{T}}(t)(\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\otimes PP)\boldsymbol{\eta}_e(t)\end{aligned}\tag{11}$$

令 $\lambda_0=\min_{\sigma=1,\cdots,s}\lambda_{\min}(\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}+\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)\mathrm{T}})$, 式 (11) 可以写成

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)\leq&\sum_{i=1}^{N}\bar{\boldsymbol{v}}_i^{\mathrm{T}}(t)(PA_v+A_v^{\mathrm{T}}P-\mu\lambda_0PP)\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)-\\ &2\mu\bar{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{T}}(t)(\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\otimes PP)\boldsymbol{\eta}_e(t)\end{aligned}\tag{12}$$

令 $\mu\lambda_0 \geq \gamma$, 给定 $\alpha > 0$, 存在正定矩阵 P 满足 $PA_v + A_v^{\mathrm{T}}P - \gamma PP + \alpha I = 0$. 从式 (12) 可以得到

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) \leq & -\alpha\|\bar{\boldsymbol{v}}(t)\|^2 - 2\mu\bar{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{T}}(t)(\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)} \otimes PP)\boldsymbol{\eta}_e(t) \leq \\ & -\alpha\|\bar{\boldsymbol{v}}(t)\|^2 + 2\mu\|\bar{\boldsymbol{v}}(t)\|\|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|\|P\|^2\|\boldsymbol{\eta}_e(t)\| \leq \\ & -(1-\delta)\alpha\|\bar{\boldsymbol{v}}(t)\|^2 - \|\bar{\boldsymbol{v}}(t)\|\big(\delta\alpha\|\bar{\boldsymbol{v}}(t)\| - \\ & 2\mu\|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|\|P\|^2\|\boldsymbol{\eta}_e(t)\|\big)\end{aligned} \tag{13}$$

令 $\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t) = \sum_{j\in\mathcal{N}_i^{\sigma(t_k^i)}} a_{ij}^{\sigma(t_k^i)}(\mathrm{e}^{A_v(t-t_{k'}^j)}\boldsymbol{\eta}_j(t_{k'}^j) - \mathrm{e}^{A_v(t-t_k^i)}\boldsymbol{\eta}_i(t_k^i)) + a_{i0}^{\sigma(t_k^i)}(\boldsymbol{v}(t) - \mathrm{e}^{A_v(t-t_k^i)}\boldsymbol{\eta}_i(t_k^i))$, 则 $\tilde{\boldsymbol{z}}(t)$ 可以写成如下紧缩形式 $\tilde{\boldsymbol{z}}(t) = -(\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)} \otimes I_q)(\boldsymbol{\eta}_e(t) + \bar{\boldsymbol{v}}(t))$, 其中 $\tilde{\boldsymbol{z}}(t) = [\tilde{\boldsymbol{z}}_1^{\mathrm{T}}(t), \cdots, \tilde{\boldsymbol{z}}_N^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$. 对等式两边求范数, 可以得到

$$\|\tilde{\boldsymbol{z}}(t)\| \leq \|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|(\|\boldsymbol{\eta}_e(t)\| + \|\bar{\boldsymbol{v}}(t)\|) \tag{14}$$

即

$$\|\bar{\boldsymbol{v}}(t)\| \geq \frac{\|\tilde{\boldsymbol{z}}(t)\|}{\|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|} - \|\boldsymbol{\eta}_e(t)\| \tag{15}$$

将式 (15) 代入式 (13), 则有

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) \leq & -(1-\delta)\alpha\|\bar{\boldsymbol{v}}(t)\|^2 - \|\bar{\boldsymbol{v}}(t)\|\Big(\frac{\delta\alpha\|\tilde{\boldsymbol{z}}(t)\|}{\|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|} - \\ & (\delta\alpha + 2\mu\|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|\|P\|^2)\|\boldsymbol{\eta}_e(t)\|\Big)\end{aligned} \tag{16}$$

在区间 $[t_k^i, t_{k+1}^i)$ 中, 事件触发条件总是满足

$$\|\boldsymbol{\eta}_{ei}(t)\| \leq \frac{\delta\alpha}{(\delta\alpha + 2\mu\|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|\|P\|^2)\|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|}\|\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t)\| \tag{17}$$

可以得到事件触发条件的紧缩形式为

$$\|\boldsymbol{\eta}_e(t)\| \leq \frac{\delta\alpha}{(\delta\alpha + 2\mu\|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|\|P\|^2)\|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|}\|\tilde{\boldsymbol{z}}(t)\| \tag{18}$$

将式 (18) 代入式 (16), 可以得到

$$\dot{V}(t) \leq -(1-\delta)\alpha\|\bar{\boldsymbol{v}}(t)\|^2 < 0 \tag{19}$$

因为 $0 < \delta < 1$, $\alpha > 0$, 通过式 (19) 可以得到观测误差 $\lim_{t\to\infty}\bar{\boldsymbol{v}}_i(t) = 0$. 因此, 观测器 (6) 能够实现对外部信号的观测.

注 3. 事件触发条件通过一个安装在智能体上的嵌入式微处理器进行判断. 若 $\|\boldsymbol{\eta}_{ei}(t)\| > \frac{\delta\alpha}{(\delta\alpha+2\mu\|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|\|P\|^2)\|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|}\|\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t)\|$, 智能体会向邻居节点传送当前时刻的观测值 $\boldsymbol{\eta}_i(t_k^i)$; 否则, 不传递信息.

在有限时间内发生无限次触发的情况被称为芝诺现象. 若芝诺现象产生, 则认为设计的事件触发传输机制不可行. 为了排除芝诺现象, 需要计算最小事件触发间隔时间, 当最小触发间隔时间大于零时, 芝诺现象被排除.

首先, 对 $\|\boldsymbol{\eta}_{ei}(t)\|$ 和 $\|\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t)\|$ 在区间 $[t_k^i, t_{k+1}^i)$ 内进行求导, 可以得到

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|\boldsymbol{\eta}_{ei}(t)\| = & \frac{\boldsymbol{\eta}_{ei}^{\mathrm{T}}(t)\dot{\boldsymbol{\eta}}_{ei}(t)}{\|\boldsymbol{\eta}_{ei}(t)\|} \leq \|\dot{\boldsymbol{\eta}}_{ei}(t)\| = \\ & \|A_v\boldsymbol{\eta}_{ei}(t) - \mu P\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t)\| \leq \\ & \|A_v\|\|\boldsymbol{\eta}_{ei}(t)\| + \mu\|P\|\|\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t)\|\end{aligned} \tag{20}$$

和

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t)\| = & \frac{\tilde{\boldsymbol{z}}_i^{\mathrm{T}}(t)\dot{\tilde{\boldsymbol{z}}}_i(t)}{\|\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t)\|} \leq \|\dot{\tilde{\boldsymbol{z}}}_i(t)\| = \|A_v\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t)\| \leq \\ & \|A_v\|\|\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t)\|\end{aligned} \tag{21}$$

令 $\phi_i(t) = \|\boldsymbol{\eta}_{ei}(t)\|/\|\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t)\|$. 对 $\phi_i(t)$ 进行求导, 可以得到

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_i(t) = & \frac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|\boldsymbol{\eta}_{ei}(t)\|\|\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t)\|}{\|\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t)\|^2} - \frac{\|\boldsymbol{\eta}_{ei}(t)\|\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t)\|}{\|\tilde{\boldsymbol{z}}_i(t)\|^2} \leq \\ & 2\|A_v\|\phi_i(t) + \mu\|P\|\end{aligned} \tag{22}$$

且 $\phi_i(t)$ 满足 $\phi_i(t) \leq \hat{\phi}_i(t, \hat{\phi}_{0i})$, 其中 $\hat{\phi}_i(t, \hat{\phi}_{0i})$ 是方程

$$\dot{\hat{\phi}}_i(t, \hat{\phi}_{0i}) = 2\|A_v\|\hat{\phi}_i(t, \hat{\phi}_{0i}) + \mu\|P\|,\ \hat{\phi}_i(0, \hat{\phi}_{0i}) = \hat{\phi}_{i0} \tag{23}$$

的解. 因为事件触发间隔的最小值 τ 满足 $\hat{\phi}_i(\tau, 0) = \frac{\delta\alpha}{(\delta\alpha+2\mu\|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|\|P\|^2)\|\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\|}$. 微分方程 (23) 的解为 $\hat{\phi}_i(\tau, 0) = \frac{\mu\|P\|}{2\|A_v\|}(\mathrm{e}^{2\|A_v\|\tau} - 1)$. 因此事件触发间隔时间的最小值为 $\tau = \frac{1}{2\|A_v\|}\ln(\frac{2\delta\alpha\|A_v\|}{\mu\|H^{\sigma(t_k^i)}\|\|P\|(\delta\alpha+2\mu\|H^{\sigma(t_k^i)}\|\|P\|^2)} + 1) > 0$. 芝诺现象可以被排除. □

下面, 在定理 1 的基础上, 考虑智能体状态不可直接测量的情况, 提出了一种基于输出反馈的事件触发控制机制. 设计输出调节控制协议为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_i(t) &= K_{1i}\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) + K_{2i}\boldsymbol{\eta}_i(t) \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t) &= A_i\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) + B_i\boldsymbol{u}_i(t) + E_i\boldsymbol{\eta}_i(t) + \bar{H}_i[\boldsymbol{z}_i(t) - C_{mi}\boldsymbol{\varepsilon}_i(t)] \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_i(t) &= A_v\boldsymbol{\eta}_i(t) + \mu G\Big[\sum_{j\in\mathcal{N}_i^{\sigma(t_k^i)}} a_{ij}^{\sigma(t_k^i)}\big(\mathrm{e}^{A_v(t-t_{k'}^j)}\boldsymbol{\eta}_j(t_{k'}^j) - \\ & \mathrm{e}^{A_v(t-t_k^i)}\boldsymbol{\eta}_i(t_k^i)\big) + a_{i0}^{\sigma(t_k^i)}\big(\mathrm{e}^{A_v(t-t_k^i)}\boldsymbol{v}(t_k^i) - \\ & \mathrm{e}^{A_v(t-t_k^i)}\boldsymbol{\eta}_i(t_k^i)\big)\Big]\end{aligned} \tag{24}$$

其中 $\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) \in \mathbf{R}^{n_i}$ 为智能体状态的观测值, $K_{1i} \in \mathbf{R}^{k_i\times n_i}$, $K_{2i} \in \mathbf{R}^{k_i\times q}$ 为反馈增益矩阵, $\bar{H}_i$ 为待设计的增益矩阵.

考虑在控制器 (24) 作用下的多智能体系统 (5), 闭环子系统可以表示为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_i(t) &= A_i\boldsymbol{x}_i(t) + B_iK_{1i}\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) + B_iK_{2i}\boldsymbol{\eta}_i(t) + E_i\boldsymbol{v}(t) \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t) &= (A_i + B_iK_{1i} - \bar{H}_iC_{mi})\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) + \\ & (B_iK_{2i} + E_i)\boldsymbol{\eta}_i(t) + \bar{H}_iC_{mi}\boldsymbol{x}_i(t) \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_i(t) &= A_v\boldsymbol{\eta}_i(t) + \mu G\Big[\sum_{j\in\mathcal{N}_i^{\sigma(t_k^i)}} a_{ij}^{\sigma(t_k^i)}\big(\boldsymbol{\eta}_{ej}(t) + \boldsymbol{\eta}_j(t) - \\ & \boldsymbol{\eta}_{ei}(t) - \boldsymbol{\eta}_i(t)\big) + a_{i0}^{\sigma(t_k^i)}\big(\boldsymbol{v}(t) - \boldsymbol{\eta}_{ei}(t) - \boldsymbol{\eta}_i(t)\big)\Big]\end{aligned} \tag{25}$$

令 $\boldsymbol{x}(t) = [\boldsymbol{x}_1^{\mathrm{T}}(t), \cdots, \boldsymbol{x}_N^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\varepsilon}(t) = [\boldsymbol{\varepsilon}_1^{\mathrm{T}}(t), \cdots, \boldsymbol{\varepsilon}_N^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\eta}(t) = [\boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}}(t), \cdots, \boldsymbol{\eta}_N^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\omega}(t) = [\boldsymbol{\omega}_1^{\mathrm{T}}(t), \cdots, \boldsymbol{\omega}_N^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, 闭

环系统 (25) 可以写成如下紧缩形式

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}(t)&=A\boldsymbol{x}(t)+BK_1\boldsymbol{\varepsilon}(t)+BK_2\boldsymbol{\eta}(t)+E(\mathbf{1}_N\otimes\boldsymbol{v}(t))\\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t)&=(A+BK_1-\bar{H}C_m)\boldsymbol{\varepsilon}(t)+\\ &\quad(BK_2+E)\boldsymbol{\eta}(t)+\bar{H}C_m\boldsymbol{x}(t)\\ \dot{\boldsymbol{\eta}}(t)&=(I_N\otimes A_v-\mu(\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\otimes G))\boldsymbol{\eta}(t)-\\ &\quad\mu(\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\otimes G)\boldsymbol{\eta}_e(t)+\\ &\quad\mu(\mathcal{H}^{\sigma(t_k^i)}\otimes G)(\mathbf{1}_N\otimes\boldsymbol{v}(t))\end{aligned}\tag{26}$$

定理 2. 如果假设 1～4 满足. 参数 μ, γ, σ, α 和增益 G 在定理 1 中定义. 事件触发条件为 (9). 找到增益矩阵 K_{1i} 和 $\bar{H}_i$ 使 $A_i+B_iK_{1i}$ 和 $A_i-\bar{H}_iC_{mi}$ 为 Hurwitz 矩阵, $K_{2i}=U_i-K_{1i}X_i$. 在控制器 (24) 的作用下, 多智能体系统 (2) 能够实现协同输出调节, 当且仅当如下等式满足

$$\begin{cases}X_iA_v=A_iX_i+B_iU_i+E_i\\ 0=C_iX_i+D_iU_i+F_i\end{cases}\tag{27}$$

证明. 从定理 1 可以得到 $\lim_{t\to\infty}\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)=0$, 也就是说, 当 $\boldsymbol{v}(t)=0$ 时, $\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{\eta}_i(t)=0$. 令 $\boldsymbol{x}_c(t)=[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, 闭环系统 (26) 可以写成

$$\dot{\boldsymbol{x}}_c(t)=\begin{bmatrix}A & BK_1\\ \bar{H}C_m & A+BK_1+\bar{H}C_m\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_c(t)\tag{28}$$

令 $A_c=\begin{bmatrix}A & BK_1\\ \bar{H}C_m & A+BK_1+\bar{H}C_m\end{bmatrix}$, $\bar{A}_c=\begin{bmatrix}A+BK_1 & BK_1\\ 0 & A-\bar{H}C_m\end{bmatrix}$. 因为 $J^{-1}A_cJ=\bar{A}_c$, 所以矩阵 A_c 与矩阵 $\bar{A}_c$ 为相似矩阵. 又因为 $A+BK_1$ 和 $A-\bar{H}C_m$ 为 Hurwitz 矩阵, 所以 $\bar{A}_c$ 和 A_c 都为 Hurwitz 矩阵. 因此 $\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{x}_c(t)=0$, 即 $\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{x}(t)=0$, $\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{\varepsilon}(t)=0$. 通过上述证明, 定义 1 的第一个条件可以满足.

定义 $\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t)=\boldsymbol{x}_i(t)-X_i\boldsymbol{v}(t)$, $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t)=\boldsymbol{\varepsilon}_i(t)-X_i\boldsymbol{v}(t)$, $\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)=\boldsymbol{\eta}_i(t)-\boldsymbol{v}(t)$ 和 $U_i=K_{1i}X_i+K_{2i}$. 根据假设 1 和 2, 可以得到 X_i 为 Sylvester 方程 $X_iA_v=A_iX_i+B_iU_i+E_i$ 的唯一解. 对 $\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t)$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t)$ 进行求导, 可以得到

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}_i(t)&=A_i\boldsymbol{x}_i(t)+B_iK_{1i}\boldsymbol{\varepsilon}_i(t)+B_iK_{2i}\boldsymbol{\eta}_i(t)+\\ &\quad E_i\boldsymbol{v}(t)-X_iA_v\boldsymbol{v}(t)=\\ &\quad A_i(\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t)+X_i\boldsymbol{v}(t))+B_iK_{1i}(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t)+X_i\boldsymbol{v}(t))+\\ &\quad B_iK_{2i}(\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)+\boldsymbol{v}(t))+E_i\boldsymbol{v}(t)-X_iA_v\boldsymbol{v}(t)=\\ &\quad A_i\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t)+B_iK_{1i}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t)+B_iK_{2i}\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)\end{aligned}\tag{29}$$

和

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}_i(t)&=A_i\boldsymbol{\varepsilon}_i(t)+B_i\boldsymbol{u}_i(t)+E_i\boldsymbol{\eta}_i(t)+\bar{H}_i(\boldsymbol{z}_i(t)-\\ &\quad C_{mi}\boldsymbol{\varepsilon}_i(t))-X_iA_v\boldsymbol{v}(t)=\\ &\quad(A_i+B_iK_{1i}-\bar{H}_iC_{mi})(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t)+X_i\boldsymbol{v}(t))+\\ &\quad(B_iK_{2i}+E_i)(\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)+\boldsymbol{v}(t))+\\ &\quad\bar{H}_iC_{mi}(\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t)+X_i\boldsymbol{v}(t))-X_iA_v\boldsymbol{v}(t)=\\ &\quad(A_i+B_iK_{1i}-\bar{H}_iC_{mi})\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t)+\\ &\quad(B_iK_{2i}+E_i)\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)+\bar{H}_iC_{mi}\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t)\end{aligned}\tag{30}$$

因为 $\lim_{t\to\infty}\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)=0$, 式 (29) 和 (30) 的稳定性等价于

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{ci}(t)=A_{ci}\boldsymbol{x}_{ci}(t)\tag{31}$$

其中 $\boldsymbol{x}_{ci}(t)=[\tilde{\boldsymbol{x}}_i^{\mathrm{T}}(t)\ \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, $A_{ci}=[A_i,BK_{1i};\bar{H}_iC_{mi},A_i+B_iK_{1i}-\bar{H}_iC_{mi}]$. 令 $\bar{A}_{ci}=[A_i+B_iK_{1i},BK_{1i};0,A_i-\bar{H}_iC_{mi}]$, 由于矩阵 A_{ci} 和矩阵 $\bar{A}_{ci}$ 相似, 又因为 $A_i+B_iK_{1i}$ 和 $A_i-\bar{H}_iC_{mi}$ 为 Hurwitz 矩阵, 所以 A_{ci} 为 Hurwitz 矩阵. 因此, 可以得到 $\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{x}_{ci}(t)=0$, 即 $\lim_{t\to\infty}\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t)=0$, $\lim_{t\to\infty}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t)=0$.

智能体的调节输出可以写成

$$\begin{aligned}\boldsymbol{e}_i(t)&=C_i\boldsymbol{x}_i(t)+D_iK_{1i}\boldsymbol{\varepsilon}_i(t)+D_iK_{2i}\boldsymbol{\eta}_i(t)+F_i\boldsymbol{v}(t)=\\ &\quad C_i(\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t)+X_i\boldsymbol{v}(t))+D_iK_{1i}(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t)+X_i\boldsymbol{v}(t))+\\ &\quad D_iK_{2i}(\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)+\boldsymbol{v}(t))+F_i\boldsymbol{v}(t)=\\ &\quad C_i\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t)+D_iK_{2i}\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)+D_iK_{1i}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t)+\\ &\quad(C_iX_i+D_iU_i+F_i)\boldsymbol{v}(t)\end{aligned}\tag{32}$$

由于 $\lim_{t\to\infty}\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t)=0$, $\lim_{t\to\infty}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t)=0$ 且 $\lim_{t\to\infty}\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)=0$, 式 (32) 可以写为

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{e}_i(t)=\lim_{t\to\infty}(C_iX_i+D_iU_i+F_i)\boldsymbol{v}(t)\tag{33}$$

若满足 $C_iX_i+D_iU_i+F_i=0$, 可以得到 $\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{e}_i(t)=0$. 若 $\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{e}_i(t)=0$, 通过假设 1 可以得到 $\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{v}(t)\neq0$, 因此, $C_iX_i+D_iU_i+F_i=0$. 定义 1 的第二个条件满足. 根据上述证明, 可以知道在控制器 (24) 的作用下, 多智能体系统能够实现协同输出调节. □

3 仿真实例

考虑由 4 个智能体和 1 个外部系统组成的多智能体系统, 智能体的动态方程为[18]

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)&=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&c_i\\0&-d_i&-a_i\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_i(t)+\begin{bmatrix}0\\0\\b_i\end{bmatrix}\boldsymbol{u}_i(t)+\\ &\quad\begin{bmatrix}-0.5i&0\\-1&0.5i\\0&0\end{bmatrix}\boldsymbol{v}(t)\\ \boldsymbol{e}_i(t)&=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_i(t)+\begin{bmatrix}-1&0\\-0.5i&-1\end{bmatrix}\boldsymbol{v}(t)\\ \boldsymbol{z}_i(t)&=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_i(t)\end{aligned}$$

其中状态初值 $\boldsymbol{x}_1(0)=[0.6551,0.1626,0.4218]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{x}_2(0)=[0.4984,0.9597,0.9157]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{x}_3(0)=[0.5853,0.2238,0.7922]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{x}_4(0)=[0.2551,0.5060,0.9595]^{\mathrm{T}}$. 外部系统的信号 $\boldsymbol{v}(t)$ 满足

$$\dot{\boldsymbol{v}}(t)=\begin{bmatrix}0&1\\-1&0\end{bmatrix}\boldsymbol{v}(t)$$

其中 $\boldsymbol{v}(0)=[0.7984,0.9430]^{\mathrm{T}}$. 给定参数 $[a_1,b_1,c_1,d_1]=[1,1,1,0]$, $[a_2,b_2,c_2,d_2]=[10,2,1,0]$, $[a_3,b_3,c_3,d_3]=[2,1,1,10]$, $[a_4,b_4,c_4,d_4]=[2,1,1,1]$. 使用协同输

出调节控制协议 (24) 进行控制, 其中 $\boldsymbol{\eta}_1(0) = [0.2060, 0.9479]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\eta}_2(0) = [0.0821, 0.1057]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\eta}_3(0) = [0.1420, 0.1665]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\eta}_4(0) = [0.6210, 0.5737]^{\mathrm{T}}$. $\boldsymbol{\varepsilon}_1(0) = [0.7463, 0.0103, 0.0484]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_2(0) = [0.6679, 0.6035, 0.5261]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_3(0) = [0.7297, 0.7073, 0.7814]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_4(0) = [0.2880, 0.6925, 0.5567]^{\mathrm{T}}$. 切换拓扑的拉氏矩阵为

$$\mathcal{H}_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \mathcal{H}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

给定 $\mu = 0.2$, $\sigma = 0.7$, $\alpha = 1$, 对 Ricatti 方程进行求解, 可以得到 $P = I_2$. 对式 (27) 进行求解, 可以得到 $X_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.5i & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $U_i = \begin{bmatrix} \dfrac{0.5id_i}{b_i} & \dfrac{d_i}{b_i} \end{bmatrix}$. 由于控制器增益矩阵 K_{1i}, $\bar{H}_i$ 满足 $A_i + B_iK_{1i}$ 和 $A_i - \bar{H}_iC_{mi}$ 为 Hurwitz 矩阵, $K_{2i} = U_i - K_{1i}X_i$, 可以取 $K_{1i} = [-2 - 2 - 2]$, $K_{2i} = \begin{bmatrix} \dfrac{0.5id_i}{b_i} + 2 + i & \dfrac{d_i}{b_i} + 2 \end{bmatrix}$. $\bar{H}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 10 & 10 \\ -9 & -9 \end{bmatrix}$.

通过图 1 和图 2 可以看出智能体的调节输出 $e_i(t)$ 能够渐近趋于零, 也就是说多智能体系统能够实现对外部系统的状态跟踪和干扰抑制. 图 3 表示事件触发间隔时间和事件触发时刻, 可以看出平均触发间隔时间为 0.8840 s, 平均触发次数为 57 次.

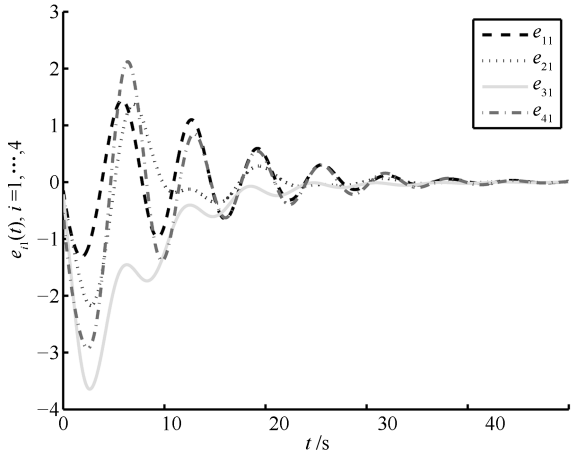


图 1 智能体的调节输出 $e_{i1}(t)$, $i = 1, \cdots, 4$

Fig. 1 Regulated outputs $e_{i1}(t)$, $i = 1, \cdots, 4$

4 结论

本文设计了基于事件触发的输出调节控制器, 并对控制器参数进行确定. 在本文提出的控制器的作用下, 异构多智能体系统能够实现对外部系统的渐近跟踪和干扰抑制. 此外, 智能体之间的信息传递数量将会降低, 从而降低通信负载减少网络能耗. 接下来将进一步研究基于事件触发传输机制的不确定线性系统输出调节问题.

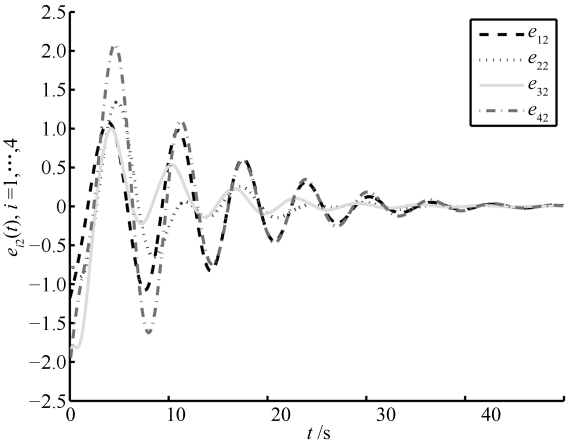
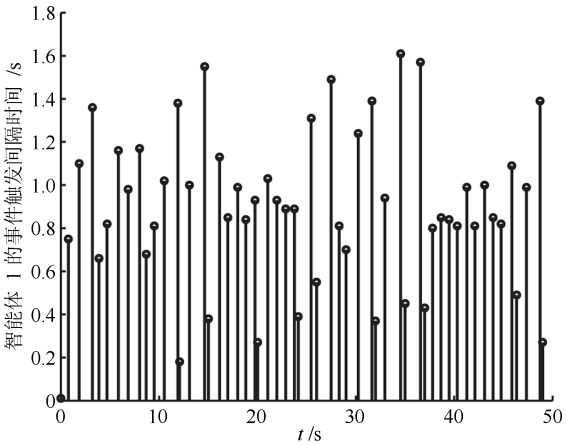


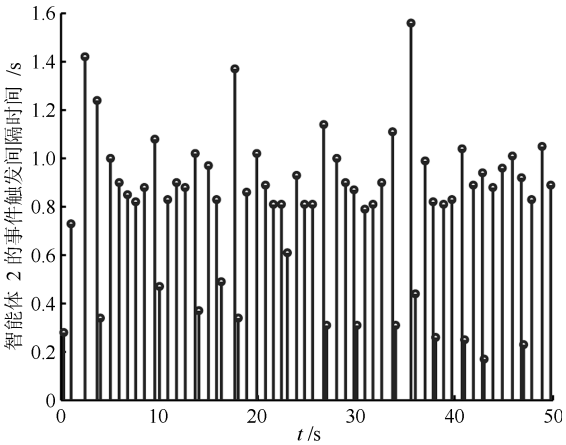
图 2 智能体的调节输出 $e_{i2}(t)$, $i = 1, \cdots, 4$

Fig. 2 Regulated outputs $e_{i2}(t)$, $i = 1, \cdots, 4$



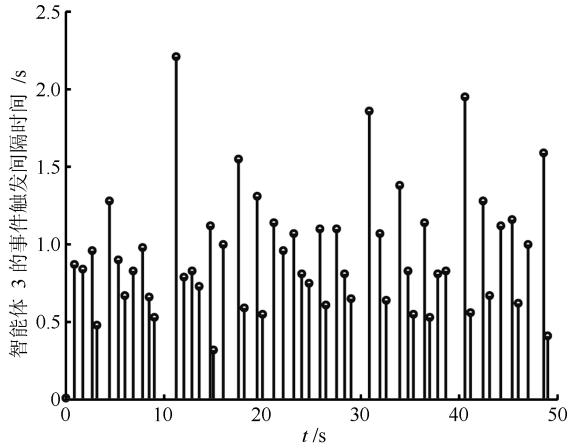
(a) 智能体 1 的事件触发间隔时间

(a) Event intervals for Agent 1

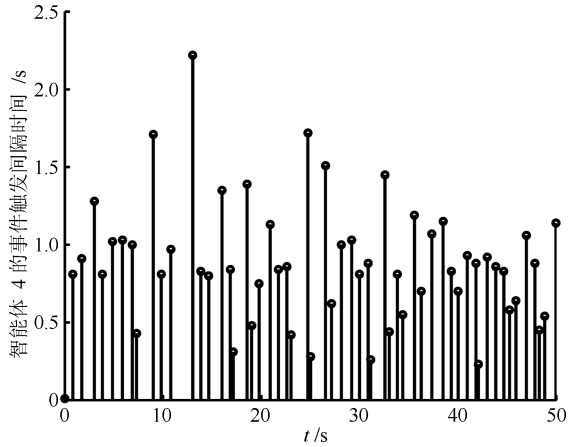


(b) 智能体 2 的事件触发间隔时间

(b) Event intervals for Agent 2



(c) 智能体 3 的事件触发间隔时间
(c) Event intervals for Agent 3



(d) 智能体 4 的事件触发间隔时间
(d) Event intervals for Agent 4

图 3　智能体的事件触发时刻和事件触发间隔时间

Fig. 3　Event instants and interval times

References

1 Huang J. *Nonlinear Output Regulation: Theory and Applications*. Philadelphia: SIAM, 2004.

2 Wang Xing-Ping, Song Yan-Rong, Cheng Zhao-Lin. Exponential synchronization of time-varying linear multi-agent systems with switching topology. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(8): 1528−1532
(王兴平, 宋艳荣, 程兆林. 切换网络下时变线性多智能体系统的指数同步. 自动化学报, 2015, **41**(8): 1528−1532)

3 Guo G, Ding L, Han Q L. A distributed event-triggered transmission strategy for sampled-data consensus of multi-agent systems. *Automatica*, 2014, **50**(5): 1489−1496

4 Tang Y, Gao H J, Zhang W B, Kurths J. Leader-following consensus of a class of stochastic delayed multi-agent systems with partial mixed impulses. *Automatica*, 2015, **53**: 346−354

5 Wang G, Shen Y. Second-order cluster consensus of multi-agent dynamical systems with impulsive effects. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2014, **19**(9): 3220−3228

6 Zhou Feng, Wu Yan-Xuan. Consensus tracking algorithms with directed network. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(1): 180−185
(周峰, 吴炎烜. 基于有向网络的一致性跟踪算法. 自动化学报, 2015, **41**(1): 180−185)

7 Li H J, Su H Y. Second-order consensus in multi-agent systems with directed topologies and communication constraints. *Neurocomputing*, 2016, **173**: 942−952

8 Xia Y Q, Na X T, Sun Z Q, Chen J. Formation control and collision avoidance for multi-agent systems based on position estimation. *ISA Transactions*, 2016, **61**: 287−296

9 Luo Xiao-Yuan, Yang Fan, Li Shao-Bao, Guan Xin-Ping. Generation of optimally persistent formation for multi-agent systems. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(7): 1311−1319
(罗小元, 杨帆, 李绍宝, 关新平. 多智能体系统的最优持久编队生成策略. 自动化学报, 2014, **40**(7): 1311−1319)

10 Fax J A, Murray R M. Information flow and cooperative control of vehicle formations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, **49**(9): 1465−1476

11 Wang X L, Hong Y G, Huang J, Jiang Z P. A distributed control approach to a robust output regulation problem for multi-agent linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, **55**(12): 2891−2895

12 Su Y F, Huang J. Cooperative output regulation of linear multi-agent systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(4): 1062−1066

13 Tang Y T, Hong Y G, Wang X H. Distributed output regulation for a class of nonlinear multi-agent systems with unknown-input leaders. *Automatica*, 2015, **62**: 154−160

14 You Ke-You, Xie Li-Hua. Survey of recent progress in networked control systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(2): 101−118
(游科友, 谢立华. 网络控制系统的最新研究综述. 自动化学报, 2013, **39**(2): 101−118)

15 Zhu Chao-Qun, Guo Ge. Optimal control for event-triggered networked control systems. *Control and Decision*, 2014, **29**(5): 802−808
(祝超群, 郭戈. 事件驱动的网络化系统最优控制. 控制与决策, 2014, **29**(5): 802−808)

16 Wang X L, Ni W, Ma Z B. Distributed event-triggered output regulation of multi-agent systems. *International Journal of Control*, 2015, **88**(3): 640−652

17 Hu W F, Liu L. Cooperative output regulation of heterogeneous linear multi-agent systems by event-triggered control. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, **4**(1): 105−116

18 Wieland P, Sepulchre R, Allgöwer F. An internal model principle is necessary and sufficient for linear output synchronization. *Automatica*, 2011, **47**(5): 1068−1074

杨若涵　同济大学控制科学与工程系硕士研究生. 主要研究方向为多智能体系统和网络控制系统. E-mail: xh_yrh@163.com
(**YANG Ruo-Han**　Master student in the Department of Control Science and Engineering, Tongji University. Her research interest covers multi-agent systems and networked control systems.)

张　皓　同济大学控制科学与工程系教授. 主要研究方向为复杂网络，网络控制系统，多智能体系统和切换系统. 本文通信作者.
E-mail: zhang_hao@tongji.edu.cn
(**ZHANG Hao**　Professor in the Department of Control Science and Engineering, Tongji University. Her research interest covers complex networks, network-based control systems, multi-agent systems, and switching systems. Corresponding author of this paper.)

严怀成　华东理工大学信息科学与工程学院教授. 主要研究方向为网络化控制系统, 鲁棒控制和随机系统.
E-mail: hcyan@ecust.edu.cn
(**YAN Huai-Cheng**　Professor at the School of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology. His research interest covers networked control systems, robust control, and stochastic systems.)