

## 基于切换机制的多模型自适应混合控制

曹叙风<sup>1</sup> 王昕<sup>2</sup> 王振雷<sup>1</sup>

**摘要** 针对多模型自适应混合控制的性能依赖系统参数估计误差大小的缺点, 本文提出了基于切换机制的多模型自适应混合控制. 首先对被控系统进行辨识, 然后根据参数估计值进行判断. 当参数估计值不在最优参数集内时, 实行切换策略, 重置参数估计值到最优参数集内, 用以减小暂态误差, 提高暂态性能; 当参数估计值在最优参数集内时, 实行混合控制, 用以平滑过渡过程. 文中给出了系统的稳定性和收敛性的证明, 最后的仿真实验结果验证了所提出方法的可行性.

**关键词** 多模型, 自适应, 混合控制, 切换

**引用格式** 曹叙风, 王昕, 王振雷. 基于切换机制的多模型自适应混合控制. 自动化学报, 2017, 43(1): 94–100

**DOI** 10.16383/j.aas.2017.c150698

## Multiple Model Adaptive Mixing Control Based on Switching

CAO Xu-Feng<sup>1</sup> WANG Xin<sup>2</sup> WANG Zhen-Lei<sup>1</sup>

**Abstract** As the performance of the multiple model adaptive mixing control depends on the error of parameter estimates, a multiple model adaptive mixing control based on switching is proposed in this paper. The system is identified first and parameter estimates are obtained. When the parameter estimates are not in the optimal parameter set, switching control is applied to reset the parameter estimates in the optimal parameter set. As a result, the transient error gets smaller and the transient performance improves. When the parameter estimates are in the optimal parameter set, mixing control is used to smooth the transition process. In addition, the analysis of the stability and convergence is presented. Finally, the feasibility of the method is verified in the simulation.

**Key words** Multiple models, adaptive, mixing control, switching control

**Citation** Cao Xu-Feng, Wang Xin, Wang Zhen-Lei. Multiple model adaptive mixing control based on switching. *Acta Automatica Sinica*, 2017, 43(1): 94–100

实际工业过程中, 不同生产条件下, 模型结构或参数往往不同. 这种情况下, 单一模型自适应控制器的效果并不理想, 可能导致较大的暂态误差. 90 年代, Narendra 等提出了基于指标切换函数的多模型自适应控制, 根据指标切换函数选择最优模型, 将该模型对应的控制器作为当前控制器, 可以有效地改善系统过渡过程的暂态性能<sup>[1–3]</sup>. 目前, 多模型自适应切换控制在非线性、多变量、随机等复杂系统中,

取得较好的控制效果<sup>[4–6]</sup>.

近年来, 文献 [7–9] 提出了可在控制器间实现平滑过渡的多模型自适应混合控制, 文献 [10–11] 把上述结果推广到离散时间系统, 其工作原理如下: 将系统未知参数所有取值构成的集合划分成相互之间有交集的参数子集, 每个子集设计一个能使被控对象保持稳定的子控制器. 当系统参数估计值在交集内时, 首先在线辨识得到系统未知参数的估计值. 然后根据参数估计值选择子控制器, 并决定各个子控制器参与控制的程度. 最后混合相应的子控制器的输出作为控制器的输出: 这样, 就可实现控制器从参数初始值所在子集的控制平滑过渡到参数真值所在子集的控制. 但仿真研究发现, 当系统参数初始值不理想或参数发生突变, 参数估计值与参数真值的差值较大等情况时, 控制器的收敛时间会延长, 系统的暂态性能会变差. 因此, 参数估计误差的大小对多模型自适应混合控制的性能, 特别是暂态性能有直接的影响.

针对一类线性离散时间系统, 本文提出了基于切换机制的多模型自适应混合控制. 该控制器首先根据性能指标函数对系统参数集中的参数子集进行实时优化, 淘汰不合适的参数子集, 建立覆盖参数真

收稿日期 2015-10-26 录用日期 2016-02-26  
Manuscript received October 26, 2015; accepted February 26, 2016

国家自然科学基金 (61673268, 61333010, 61533012), 上海市自然科学基金 (13ZR1411300, 14ZR1410000, 14ZR1421800) 和流程工业综合自动化国家重点实验室开放课题基金 (PAL-N201404) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61673268, 61333010, 61533012), Natural Science Foundation of Shanghai (13ZR1411300, 14ZR1410000, 14ZR1421800), the State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries (PAL-N201404)

本文责任编辑 孙希明

Recommended by Associate Editor SUN Xi-Ming

1. 华东理工大学化工过程先进控制和优化技术教育部重点实验室 上海 200237 2. 上海交通大学电工与电子技术中心 上海 200240

1. Key Laboratory of Advanced Control and Optimization for Chemical Processes, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237 2. Center of Electrical & Electronic Technology, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240

值的系统最优参数集. 然后根据切换指标, 当参数估计值不在最优参数集内时, 实行切换, 将参数估计值重置到最优参数集内, 用以加快收敛速度, 提高暂态性能; 当参数估计值在最优参数集内时, 不实行切换, 采用混合控制, 用以平滑过渡过程. 之后给出了系统的稳定性和收敛性证明. 最后的仿真研究结果验证了本文所提出方法的可行性.

## 1 被控对象描述

考虑如下线性离散时间系统:

$$y(k) = G(z^{-1}; \theta^*)(u(k) + d(k)) \quad (1)$$

$$G(z^{-1}; \theta^*) = \frac{N_0(z^{-1})}{D_0(z^{-1})} = \frac{\theta_b^{*T} a_m(z^{-1})}{\theta_a^{*T} a_{n-1}(z^{-1})} \quad (2)$$

式中,  $u(k)$ ,  $y(k)$  分别为被控对象的输入和输出,  $d(k)$  为能量有界的干扰,  $\|d(k)\| \leq d_0, \forall k > 0$ , 其中  $d_0$  是已知的常数.  $G(z^{-1}; \theta^*)$  为实际被控对象; 矢量  $\theta^* = [\theta_b^{*T}, \theta_a^{*T}]^T$  为  $G(z^{-1}; \theta^*)$  的未知参数, 多项式  $a_{n-1} = [z^{1-n}, z^{2-n}, z^{-1}]^T$ ,  $a_m = [z^{-m}, z^{1-m}, z^{-1}]$ . 定义状态变量  $x = [a_m(z^{-1})u(k), a_m(z^{-1})d(k), -a_{n-1}(z^{-1})y(k)]^T$ , 则系统的状态方程表达式为

$$\begin{aligned} x_P(k+1) &= A_P x_P(k) + B_P u(k) + E_P d(k) \\ y(k) &= C_P x_P(k) \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $A_P$  如本页下方所示,

$$\begin{aligned} B_P &= \begin{bmatrix} 0_{1 \times (m-1)} & I_{1 \times 1} & 0_{1 \times (m+n-1)} \end{bmatrix}^T \\ E_P &= \begin{bmatrix} 0_{1 \times (2m-1)} & I_{1 \times 1} & 0_{1 \times (n-1)} \end{bmatrix}^T \\ C_P &= \begin{bmatrix} \theta_b^{*T} & \theta_b^{*T} & \theta_a^{*T} \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

系统未知参数  $\theta^*$  所有取值集合称为系统参数集, 记做  $\Omega$ . 根据先验知识将系统参数集划分成  $n$  个参数子集  $\Omega_i (i = 1, 2, \dots, n)$ , 并且  $\Omega_i$  满足:

$$1) \bigcup_{i=1}^n \Omega_i \subseteq \Omega, \Omega_i \text{ 非空}, i = 1, 2, \dots, n;$$

2)  $\Omega_{i+1} \cap \Omega_i = \delta_i, i = 1, 2, \dots, n, \delta_i$  为两个参数子集的交集;

3)  $\forall \theta^* \in \Omega_i, i = 1, 2, \dots, n, \forall \theta_i^* \in \Omega_i$  和  $0 \leq r_i \leq \infty$  满足  $\|\theta^* - \theta_i^*\| \leq r_i$ , 其中  $\theta_i^*$  为参数子集  $\Omega_i$  的中心,  $r_i$  为  $\Omega_i$  的半径.

控制目标是选择被控对象的输入  $u(k)$  使输出  $y(k)$  趋向于 0. 为此, 对系统作如下假设:

**假设 1.** 系统的阶次  $n, m$  是已知的, 并且  $m < n$ ;

**假设 2.**  $\theta^* \in \Omega, \Omega \in \mathbf{R}^{2N}$  是系统未知参数所有取值构成的集合, 可由先验知识获得.

## 2 基于切换机制的多模型自适应混合控制

### 2.1 被控对象参数辨识

由于被控对象的参数是未知的, 因此需要根据被控对象的输入输出数据对其进行在线辨识, 得到其估计值.

#### 2.1.1 误差模型

定义回归向量  $\phi(k) = [a_m(z^{-1})u(k), -a_{n-1}(z^{-1})y(k)]^T$ , 系统 (1) ~ (2) 的输出表达式为

$$y(k) = \theta^{*T} \phi(k) + N_0(z^{-1})d(k) \quad (4)$$

由于实际过程存在干扰  $d(k)$  等不确定性因素, 可在式 (4) 的两边加上滤波器  $F(z^{-1})$ , 得到如下表达式:

$$z(k) = \theta^{*T} \phi(k) F(z^{-1}) + \eta(k) \quad (5)$$

式中

$$z(k) = F(z^{-1})y(k) \quad (6)$$

$$\eta(k) = N_0(z^{-1})F(z^{-1})d(k) \quad (7)$$

$$F(z^{-1}) = \frac{\lambda(k)^n}{(z^{-1} + \lambda(k))^n} F_\eta(z^{-1}) \quad (8)$$

$$F_\eta(z^{-1}) = \frac{N_F(z^{-1})}{D_F(z^{-1})} \quad (9)$$

式中  $\eta(k)$  为系统建模误差, 当辨识系统未知参数  $\theta^*$  时, 它会产生干扰. 从式 (6) ~ (8) 可以看出, 通过对滤波器  $F(z^{-1})$  进行合理设计, 可降低  $\eta(k)$  的影响.  $\lambda(k)$  是设计的参数,  $F_\eta(z^{-1})$  为最小相位的滤波器.

$$A_P = \begin{bmatrix} 0_{(m-1) \times 1} & I_{(m-1) \times (m-1)} & 0_{(m-1) \times m} & 0_{(m-1) \times (n-1)} \\ 0_{1 \times m} & & 0_{1 \times m} & 0_{1 \times (n-1)} \\ 0_{(m-1) \times m} & 0_{(m-1) \times 1} & I_{(m-1) \times (m-1)} & 0_{(m-1) \times (n-1)} \\ 0_{1 \times m} & & 0_{1 \times m} & 0_{1 \times (n-1)} \\ 0_{(n-2) \times m} & 0_{(n-2) \times m} & 0_{(n-2) \times m} & 0_{(n-2) \times 1} & I_{(n-2) \times (n-2)} \\ \theta_b^{*T} & & \theta_b^{*T} & & \theta_a^{*T} \end{bmatrix}$$

当用参数估计值  $\hat{\theta}(k-1)$  代替参数真实值  $\theta^*$  时, 会产生误差  $\hat{e}(k)$ ,  $\hat{e}(k) = z(k) - \hat{z}(k) = z(k) - \hat{\theta}^T(k-1)\phi(k)F(z^{-1})$ ; 定义误差模型, 其输入为  $u(k)$  和  $y(k)$ , 输出为  $\hat{e}(k)$ , 从式 (5)~(9) 可得到状态空间表达式为<sup>[12]</sup>:

$$\begin{aligned} x_E(k+1) &= A_E(k)x_E(k) + B_E(k)u(k) + G_E(k)y(k) \\ z(k) &= C_E(k)x_E(k) + D_E(k)y(k) \\ \hat{z}(k) &= \hat{\theta}^T(k-1)\phi(k), \quad \phi(k) = C_Z x_E(k) \\ \hat{e}(k) &= (C_E(k) - \hat{\theta}^T(k-1)C_Z)x_E(k) + D_E(k)y(k) \end{aligned} \quad (10)$$

式中,  $x_E(k)$  为误差的状态向量.

### 2.1.2 参数辨识算法

采用如下具有约束投影算法的辨识算法:

$$\hat{\theta}(k) = P_r \left\{ \hat{\theta}(k-1) + \gamma \frac{\hat{e}(k)\phi(k)}{c + \phi^T(k)\phi(k)} \right\} = \begin{cases} \hat{\theta}(k-1) + \gamma \frac{\hat{e}(k)\phi(k)}{c + \phi^T(k)\phi(k)}, & \hat{\theta}(k) \in \Omega \\ \hat{\theta}(k-1), & \hat{\theta}(k) \notin \Omega \end{cases} \quad (11)$$

式中,  $\gamma$  为自适应增益,  $c$  为常量,  $P_r\{\cdot\}$  为投影算子, 将  $\hat{\theta}(k)$  约束在参数集  $\Omega$  中.

## 2.2 切换机制

切换机制用以确保参数估计值在最优参数集内, 参数估计误差满足系统对过渡过程暂态性能的要求.

### 2.2.1 最优参数集的建立

各个参数子集对应的模型输出表达式为

$$y_i(k) = \theta_i^{*T}\phi(k), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

设计性能指标函数  $J_i(k)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 表示各个参数子集中心模型输出与系统实际输出的误差

$$J_i(k) = \|\theta_i^{*T}\phi(k) - y(k)\| \quad (13)$$

这里选取  $\delta\|\phi(k)\| + d_0$  作为性能指标标准. 其中  $\delta > 0$  表示最优参数集内的参数值与参数真值的最大误差值, 可根据系统对暂态性能的要求进行设计, 其存在性由参数子集  $\Omega_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 的性质 3) 保证. 因此, 对各个参数子集进行实时优化

$$J_i(k) \leq \delta\|\phi(k)\| + d_0 \quad (14)$$

满足式 (14) 的参数子集组成最优参数集  $I(k)$

$$I(k) = \{j : \text{式(14)成立}, j = 1, \dots, l, l \leq n\} \quad (15)$$

### 2.2.2 切换策略

对于由式 (11) 辨识得到的参数估计值  $\hat{\theta}(k)$ , 其性能指标函数表示为

$$J_\theta(k) = \|\hat{\theta}^T(k)\phi(k) - y(k)\| \quad (16)$$

采用如下切换策略, 若

$$J_\theta(k) \leq \delta\|\phi(k)\| + d_0 \quad (17)$$

即  $\hat{\theta}(k) \in I(k)$ , 意味着自适应模型位于最优参数集中, 此时不进行切换, 设计混合自适应控制器. 混合信号为

$$\beta(\hat{\theta}(k)) = [\beta_1(\hat{\theta}(k)), \beta_2(\hat{\theta}(k)), \dots, \beta_n(\hat{\theta}(k))]^T \quad (18)$$

混合信号可以根据控制要求进行设计, 只要满足如下条件:

**性质 1 (归一性).**  $\beta_1(\hat{\theta}(k)) + \beta_2(\hat{\theta}(k)) + \dots + \beta_n(\hat{\theta}(k)) = 1$ , 其中  $\beta_1(\hat{\theta}(k)), \beta_2(\hat{\theta}(k)), \dots, \beta_n(\hat{\theta}(k)) \geq 0$ . 当  $\hat{\theta}(k) \notin \Omega_i$  时,  $\beta_i(\hat{\theta}(k)) = 0, i = 1, 2, \dots, n$ .

**性质 2 (连续性).**  $\beta(\hat{\theta}(k))$  是关于  $\hat{\theta}(k)$  的连续函数.

若

$$J_\theta(k) \geq \delta\|\phi(k)\| + d_0 \quad (19)$$

即  $\hat{\theta}(k) \notin I(k)$ , 意味着自适应模型不在最优参数集中, 此时进行切换, 把参数估计值重置到  $I(k)$  内. 采取如下的切换方式

$$\hat{\theta}(k) = \theta_q^* \quad (20)$$

式中

$$J_q = \min J_j, q \in \{1, 2, \dots, l, l < n\} \quad (21)$$

$$J_j = \|\hat{\theta}(k) - \theta_j^*\|, j = 1, 2, \dots, l, l < n \quad (22)$$

式中,  $\theta_j^*$  为  $\Omega_j$  的中心值,  $\Omega_j$  ( $j = 1, 2, \dots, l, l < n$ ) 为  $I(k)$  内的参数子集. 这样就可以将参数估计值  $\hat{\theta}(k)$  重置到第  $q$  个参数子集内.

为了将式 (20) 统一表示成混合信号形式, 令

$$\beta_q(\hat{\theta}(k)) = 1; \beta_s(\hat{\theta}(k)) = 0 (s \neq q, s = 1, 2, \dots, n) \quad (23)$$

式 (23) 同样满足性质 1 和 2. 那么可以得到切换机制的混合信号统一表达式为

$$\beta(\hat{\theta}(k)) = \begin{cases} [\beta_1(\hat{\theta}(k)), \beta_2(\hat{\theta}(k)), \dots, \beta_n(\hat{\theta}(k))]^T, & \hat{\theta}(k) \in I(k) \\ \beta_q(\hat{\theta}(k)), & \hat{\theta}(k) \notin I(k) \end{cases} \quad (24)$$

### 2.3 控制器设计

在每一个参数子集  $\Omega_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 上, 系统参数值取为  $\theta_i^*$ , 则相应的模型表达式为

$$\begin{aligned} x_{P_i}(k+1) &= A_{P_i}x_{P_i}(k) + B_{P_i}u(k) + E_{P_i}d(k) \\ y(k) &= C_{P_i}x_{P_i}(k) \end{aligned} \quad (25)$$

每个模型设计一个对应的子控制器  $u_i$ ,

$$u_i(k) = -K_i y(k), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (26)$$

矩阵  $K_i$  满足等式

$$A_{P_i} - B_{P_i}K_iC_{P_i} = -\varpi I \quad (27)$$

$\varpi > 0$  为已知的常数. 由式 (27) 可知, 每个子控制器能使对应的模型保持稳定.

因此, 由混合信号表达式 (24), 可知混合控制器的设计为

$$\begin{aligned} u &= \\ &\beta_1(\hat{\theta}(k))u_1 + \beta_2(\hat{\theta}(k))u_2 + \dots + \beta_n(\hat{\theta}(k))u_n = \\ &\sum_{i=1}^n \beta_i(\hat{\theta}(k))u_i \end{aligned} \quad (28)$$

也可以表示为

$$\begin{aligned} u &= \\ &\beta_1(\hat{\theta}(k))u_1 + \beta_2(\hat{\theta}(k))u_2 + \dots + \beta_n(\hat{\theta}(k))u_n = \\ &\beta_1(\hat{\theta}(k))(-K_1y(k)) + \dots + \beta_n(\hat{\theta}(k)) \times \\ &(-K_ny(k)) = -K(\hat{\theta}(k))y(k) \end{aligned} \quad (29)$$

把式 (29) 代入式 (3) 中, 得到系统的闭环状态方程为

$$\begin{aligned} x_P(k+1) &= [A_P - B_PK(\hat{\theta}(k))C_P]x_P(k) + E_Pd(k) \\ y(k) &= C_Px_P(k) \end{aligned} \quad (30)$$

### 3 稳定性及收敛性分析

根据式 (10), (29) 和 (30), 我们可以得到动态误差系统

$$\begin{aligned} x_{PE}(k+1) &= A(k)x_{PE}(k) + B(k)\eta(k) \\ \hat{e}(k) &= C(k)x_{PE}(k) \end{aligned} \quad (31)$$

式中

$$\begin{aligned} x_{PE}(k) &= [x_P(k), x_E(k)]^T \\ A(k) &= \begin{bmatrix} A_P - B_PK(\hat{\theta}(k))C_P & 0 \\ G_E(k)C_P - B_EK(\hat{\theta}(k))C_P & A_E(k) \end{bmatrix} \\ B(k) &= \begin{bmatrix} E_P & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ C(k) &= [D_E(k)C_P, C_E(k) - \hat{\theta}^T(k-1)C_Z] \\ \eta(k) &= [d(k), 0]^T \end{aligned}$$

**引理 1**<sup>[13-14]</sup>. 对于动态误差系统 (31), 如果 Riccati 不等式

$$\begin{aligned} A^T(k)P(k)A(k) + C^T(k)C(k) - P(k) + \\ A^T(k)P(k)B(k)(I - B^T(k)P(k)B(k))^{-1} \times \\ B^T(k)P(k)A(k) < 0 \end{aligned}$$

具有正定解  $P(k) = P^T(k)$ , 且有  $I - B^T(k)P(k)B(k) \geq 0$ , 则系统 (31) 渐近稳定.

为了简化叙述, 先做如下定义:

$$\begin{aligned} \Phi &= \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} = A^T(k)P(k)A(k) + \\ &A^T(k)P(k)B(k)(I - B^T(k)P(k)B(k))^{-1} \times \\ &B^T(k)P(k)A(k) + C^T(k)C(k) - P(k) \end{aligned}$$

$$A_1(k) = A_P - B_PK(\hat{\theta}(k))C_P$$

$$B_1(k) = G_E(k) - B_E(k)K(\hat{\theta}(k))$$

$$M(k) = (I - E_P^T P_1(k) E_P)^{-1}$$

$$W_1(k) = D_E(k)C_P, W_2(k) = C_E(k) - \hat{\theta}^T(k-1)C_Z$$

**定理 1.** 设  $\delta_1 > 0, \delta_2 > 0, \delta_3 > 0$  是任意常数,  $Q = Q^T > 0$  为定常矩阵. 如果下面两个 Riccati 方程

$$\begin{aligned} A_1^T(k)P_1(k)A_1(k) - P_1(k) + W_1^T(k)W_1(k) + \delta_1 I + \\ A_1^T(k)P_1(k)E_P M(k)E_P^T P_1(k)A_1(k) = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

$$A_E^T(k)P_2(k)A_E(k) - P_2(k) + W_2^T(k)W_2(k) + \delta_2 I = 0 \quad (33)$$

具有正定对称矩阵解  $P_1(k), P_2(k)$ , 并且满足不等式

$$I - E_P^T P_1(k) E_P > 0 \quad (34)$$

那么误差模型的参数为

$$A_E(k) = B_1(k)C_P, \quad C_E(k) = \delta_3 Q + \hat{\theta}^T(k-1)C_Z$$

$$D_E(k) = [\delta_3^{-1}\delta_2 Q^{-1} - \delta_3 Q^{-1}P_2 + \delta_3 Q]C_P^{-1}$$

则可得到如下结论:

- 1) 系统 (31) 是渐近稳定的;
- 2) 误差  $\hat{e}(k)$  有界, 并且有

$$k \rightarrow \infty, \quad \hat{e}(k) \rightarrow 0$$

- 3) 跟踪误差  $\varepsilon(k) = 0 - y(k)$  是有界的, 并且有

$$k \rightarrow \infty, \quad \varepsilon(k) \rightarrow 0$$

**证明.** 1) 把  $A(k), B(k), C(k), D(k)$  代入  $\Phi$ , 并且设

$$P = \begin{bmatrix} P_1(k) & 0 \\ 0 & P_2(k) \end{bmatrix}$$

在下面推导中, 省略  $k$ , 则有

$$\Phi_{22} = A_E^T P_2 A_E - P_2 + W_2^T W_2$$

由式 (33) 可知,  $\Phi_{22} = -\delta_2 I \leq 0$ .

$$\Phi_{12} = C_P^T B_1^T P_2 A_E + W_1^T W_2$$

把  $A_E$  代入上式, 根据式 (32) 可得到

$$\Phi_{12} = P_2 - W_2^T W_2 - \delta_2 I + W_1^T W_2$$

把  $D_E$  的表达式代入, 化解可得到  $\Phi_{12} = 0$ .

$$\Phi_{21} = A_E^T P_2 B_1 C_P + W_2^T W_1$$

因为  $\Phi_{21} = \Phi_{12}^T$ , 所以  $\Phi_{21} = 0$ .

$$\Phi_{11} = [A_1^T P_1 A_1 + A_1^T P_1 E_P M E_P^T P_1 A_1 - P_1 + W_1^T W_1] + C_P^T B_1^T P_2 B_1 C_P$$

把式 (32) 和 (33) 代入, 可得到

$$\Phi_{11} = -\delta_1 I + \Phi_{12} - W_1^T W_2$$

因为  $W_1^T W_2 \geq 0, \Phi_{12} = 0$ , 所以  $\Phi_{11} < 0$ .

因此我们可以得到  $\Phi < 0$ . 根据引理 1, 故系统 (31) 是渐近稳定的.

2) 因为系统 (31) 是渐近稳定的, 根据文献 [13] 中引理 2 中的结论, 从而有

$$k \rightarrow \infty, \quad x_{PE}(k) \rightarrow 0$$

因而可以得到结论 2).

$$k \rightarrow \infty, \quad \hat{e}(k) \rightarrow 0$$

3) 当  $k \rightarrow \infty, x_{PE}(k) \rightarrow 0$ , 即  $k \rightarrow \infty, x_P(k) \rightarrow 0$ . 跟踪误差可表示为

$$\varepsilon(k) = 0 - y(k) = -C_P x_P(k)$$

因此有  $k \rightarrow \infty, \varepsilon(k) \rightarrow 0$ , 结论 3) 得证.  $\square$

## 4 仿真研究

考虑如下的离散系统

$$y(k+1) = 1.2y(k) - 1.22y(k-1) + b_1 u(k) + 0.1u(k-1) + 0.8d(k) + 0.2d(k-1)$$

式中,  $b_1$  为被控对象未知参数,  $b_1 \in [-0.5, 0.9]$ , 即参数集  $\Omega = [-0.5, 0.9]$ . 建立  $\Omega_1 = [-0.5, -0.1], \Omega_2 = [-0.3, 0.1], \Omega_3 = [-0.1, 0.3], \Omega_4 = [0.1, 0.5], \Omega_5 = [0.3, 0.7], \Omega_6 = [0.5, 0.9]$  六个参数子集, 每个参数子集的控制设计为  $u_i (i = 1, \dots, 6)$ . 设计混合信号函数  $\varphi(x) = e^{-(1/(1-x^2))}$ , 其中  $|x| \leq 1$ , 则  $\tilde{\beta}_i(\hat{\theta}(k)) = \varphi((\hat{\theta}(k) - (U_i + L_i)/2)/((U_i - L_i)/2)) (i = 1, 2, \dots, 6), U_i, L_i$  为参数子集  $\Omega_i$  的上下限, 即  $\Omega_i = \{\hat{\theta}(k) : L_i \leq \hat{\theta}(k) \leq U_i, i = 1, 2, \dots, 6\}$ , 那么有混合信号  $\beta_i(\hat{\theta}(k)) = \tilde{\beta}_i(\hat{\theta}(k)) / \sum_{j=1}^6 \tilde{\beta}_j(\hat{\theta}(k)) (i = 1, 2, \dots, 6)$ .  $b_1$  真值取为 0.8,  $\delta$  值为 0.55, 干扰  $d(k) = 0.5$ , 系统输出  $y(k)$  在控制器  $u(k)$  输入作用下, 最后趋于零. 比较文献 [10] 提出的多模型自适应混合控制 (Adaptive mixing control, AMC) 和本文提出方法 (Adaptive mixing control on switching, AMC-S) 的控制效果.

### 4.1 不实行切换

图 1 是参数初始值  $b_1(0) = 0.4$  时, 系统采用 AMC 方法和 AMC-S 方法的系统输出图. 图 2 和 3 为对应的混合信号变化图, 反映了控制器的选择变化. 从图 2 可以看出, AMC 方法的控制器从参数初始值 0.4 所在参数子集  $\Omega_4$  的控制器  $u_4$  平滑过渡到参数真值 0.8 所在参数子集  $\Omega_6$  的控制器  $u_6$ . 从图 3 可以看出, 采用 AMC-S 方法, 由于参数估计误差满足系统对过渡过程暂态性能的要求, 切换未发生, 因此控制器同样从  $u_4$  平滑过渡到  $u_6$ . 从图 1 可以看出, AMC-S 方法不实行切换时, 控制效果与 AMC 方法是一样的.

### 4.2 实行切换

图 4 是参数初始值  $b_1(0) = -0.4$  时, 系统采用 AMC 方法和 AMC-S 方法的系统输出图. 图 5 和 6 为对应的混合信号变化图. 从图 6 可以看出, AMC-S 方法建立的最优参数集为  $I(k) = \{\Omega_4, \Omega_5, \Omega_6\}$ , 由于给出的参数初始值不在  $I(k)$  内, 参数估计误差较大, 切换发生, 控制器从  $u_1$  直接切

换到  $u_4$ , 然后才平滑过渡到  $u_6$ , 与图 5 中控制器平滑过渡相比, AMC-S 方法明显加快了控制器的收敛速度. 从图 4 可以看出, 实行切换时, AMC-S 方法的暂态性能较 AMC 方法有显著提高.

综上所述, 本文提出的方法有效地改善了多模型自适应混合控制在参数估计误差较大时的暂态性能, 提高了系统的控制效果; 并且, 从图 1 和图 4 的仿真结果可以看出, 多模型自适应混合控制存在有界跟踪误差, 系统输出并不能完全收敛到零, 而本文提出的方法改善了这一缺陷, 跟踪误差最后收敛到零.

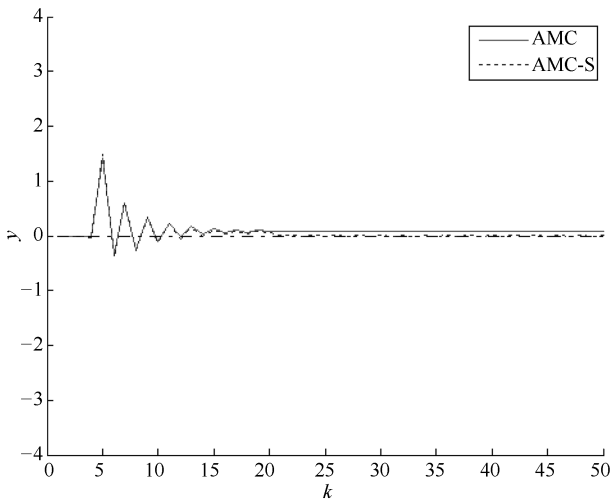


图 1  $b_1(0) = 0.4$  时系统的输出  
Fig. 1 The output of system when  $b_1(0) = 0.4$

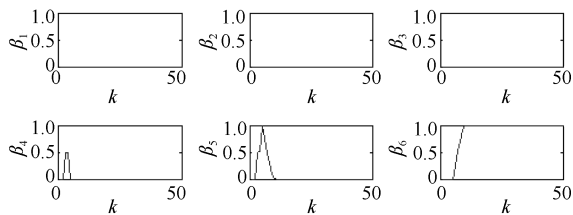


图 2 参数初始值理想时, AMC 方法的混合信号  
Fig. 2 The mixing signal of AMC when the initial value of parameter estimate is ideal

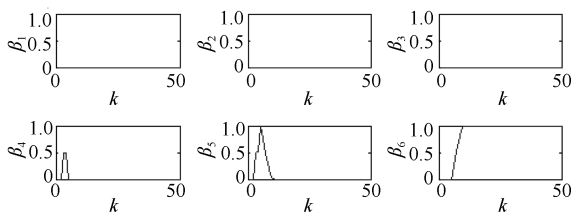


图 3 参数初始值理想时, AMC-S 方法的混合信号  
Fig. 3 The mixing signal of AMC-S when the initial value of parameter estimate is ideal

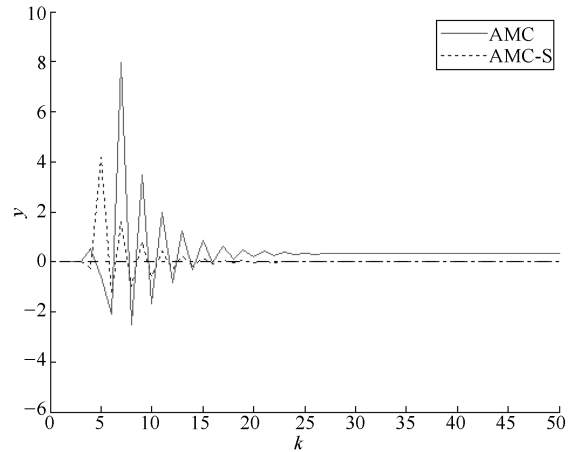


图 4  $b_1(0) = -0.4$  时系统的输出  
Fig. 4 The output of system when  $b_1(0) = -0.4$

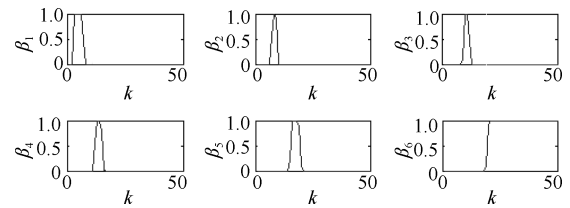


图 5 AMC 方法的混合信号  
Fig. 5 The mixing signal of AMC

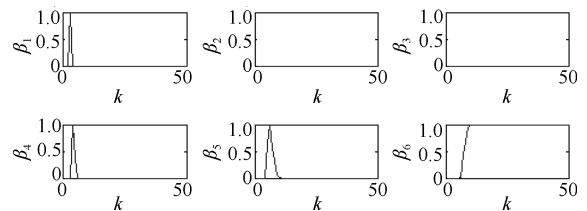


图 6 AMC-S 方法的混合信号  
Fig. 6 The mixing signal of AMC-S

## 5 结论

当系统参数初始值不理想或发生突变, 参数估计误差较大时, 多模型自适应混合控制器的暂态性能会较差. 因此, 本文提出了基于切换机制的多模型自适应混合控制. 该控制器首先根据性能指标函数对系统参数集中的参数子集进行实时优化, 淘汰不合适的参数子集, 建立覆盖参数真值的系统最优参数集. 然后根据切换指标, 当参数估计值不在最优参数集内时, 实行切换, 将参数估计值重置到最优参数集内, 用以加快暂态速度, 提高暂态性能; 当参数估计值在最优参数集内时, 不实行切换, 采用混合控制, 平滑过渡过程. 之后给出了系统的稳定性和收敛性证明, 最后的仿真研究结果验证了本文所提出方法的可行性.

## References

- 1 Narendra K S, Balakrishnan J. Improving transient response of adaptive control systems using multiple models and switching. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, **39**(9): 1861–1866
- 2 Han Z, Narendra K S. New concepts in adaptive control using multiple models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(1): 78–89
- 3 Narendra K S, Cheng X. Adaptive control of discrete-time systems using multiple models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(9): 1669–1686
- 4 Huang M, Wang X, Wang Z L. Multiple model adaptive control for a class of linear-bounded nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, **60**(1): 271–276
- 5 Huang Miao, Wang Xin, Wang Zhen-Lei. Multiple model adaptive control for a class of nonlinear multi-variable systems with zero-order proximity boundedness. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(9): 2057–2065  
(黄淼, 王昕, 王振雷. 非线性多变量零阶接近有界系统的多模型自适应控制. *自动化学报*, 2014, **40**(9): 2057–2065)
- 6 Zhang W C, Li Q, Zhang Y Z, Meng Y. Robust multiple model adaptive control of uncertain stochastic plant with improved weighting algorithm. In: *Proceedings of the 2014 IEEE International Conference on Information and Automation*. Hailar, China: IEEE, 2014. 536–541
- 7 Kuipers M, Ioannou P A. Multiple model adaptive control with mixing: a pedagogical example. In: *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*. Cancun, Mexico: IEEE, 2008. 3239–3244
- 8 Kuipers M, Ioannou P A. Practical robust adaptive control: benchmark example. In: *Proceedings of the 2008 American Control Conference*. Seattle, Washington, USA: IEEE, 2008. 5168–5173
- 9 Kuipers M, Ioannou P A. Multiple model adaptive control with mixing. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, **55**(8): 1822–1836
- 10 Baldi S, Ioannou P A, Mosca E. Multiple model adaptive mixing control: the discrete-time case. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(4): 1040–1045
- 11 Baldi S, Ioannou P A, Mosca E. Discrete-time adaptive mixing control with stability-preserving interpolation: the output regulation problem. In: *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*. Milan, Italy: IFAC, 2011. 102–107
- 12 Kuipers M. Multiple Model Adaptive Control with Mixing [Ph. D. dissertation], University of Southern California, USA, 2009.
- 13 Yaesh I, Shaked U. A transfer function approach to the problems of discrete-time systems:  $H_\infty$ -optimal linear control and filtering. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, **36**(11): 1264–1271
- 14 Qu Bai-Da, Lv Yan-Hui, Huang Xiao-Yuan. Robust  $H_\infty$  control for discrete-time systems with nonlinear perturbations. *Control Theory and Applications*, 2000, **17**(2): 309–311  
(屈百达, 吕艳辉, 黄小原. 非线性扰动离散系统  $H_\infty$  鲁棒控制. *控制理论与应用*, 2000, **17**(2): 309–311)



**曹叙风** 华东理工大学信息科学与工程学院硕士研究生. 主要研究方向为多模型控制.

E-mail: cao.xufeng@sfit.shfe.com.cn

(**CAO Xu-feng** Master student at the School of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology. His main re-

search interest is multiple model control.)



**王昕** 上海交通大学副教授. 主要研究方向为多模型自适应控制, 多变量智能解耦控制, 复杂工业过程建模、控制与优化. E-mail: wangxin26@sjtu.edu.cn

(**WANG Xin** Associate professor at Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers multiple models adaptive control, multivariable intelli-

gent decoupling control, modeling, control and optimization of complex industrial processes.)



**王振雷** 华东理工大学教授. 主要研究方向为智能控制, 复杂系统的建模及特征分析, 故障诊断和智能优化算法. 本文通信作者.

E-mail: wangzhen\_l@ecust.edu.cn

(**WANG Zhen-Lei** Professor at East China University of Science and Technology. His research interest covers

intelligent control, modeling and analysis the characteristics, fault diagnosis, and intelligent optimization algorithms of complex systems. Corresponding author of this paper.)