动态双足机器人的控制与优化研究进展

田彦涛 [1,2] 孙中波 [1,2] 李宏扬 [1,2] 王 静 [1,2]

摘 要 对动态双足机器人的可控周期步态的稳定性、鲁棒性和优化控制策略的国内外研究现状与发展趋势进行了探讨. 首先, 介绍动态双足机器人的动力学数学模型, 进一步, 提出动态双足机器人运动步态和控制系统原理; 其次, 讨论动态双足机器人可控周期步态稳定性现有的研究方法, 分析这些方法中存在的缺点与不足; 再次, 研究动态双足机器人的可控周期步态优化控制策略, 阐明各种策略的优缺点; 最后, 给出动态双足机器人研究领域的难点问题和未来工作, 展望动态双足机器人可控周期步态与鲁棒稳定性及其应用的研究思路.

关键词 动态双足机器人, 脉冲混合动力系统, 可控周期步态, 鲁棒稳定性, 最优控制策略

引用格式 田彦涛, 孙中波, 李宏扬, 王静. 动态双足机器人的控制与优化研究进展. 自动化学报, 2016, **42**(8): 1142−1157

DOI 10.16383/j.aas.2016.c150821

A Review of Optimal and Control Strategies for Dynamic Walking Bipedal Robots

TIAN Yan-Tao[1,2] SUN Zhong-Bo[1,2] LI Hong-Yang[1,2] WANG Jing[1,2]

Abstract For the controllable periodic gait of dynamic walking bipedal robots, properties such as stabilities, robustness and optimal control strategies, and research status and development trend at home and abroad are explored in this paper. First of all, we introduce the dynamics mathematical model of the dynamic biped robot and present locomotion gait and control system theory for the dynamic walking bipedal robots. Secondly, we discuss the current research methods of controllable periodic gait stability for the dynamic walking bipedal robots and analyze the shortcomings of these methods; we also describe the controllable gait cycle optimization control strategy and illuminate both advantages and disadvantages of various strategies. Finally, we present challenges and future works for the dynamic biped robot research areas and give the idea of robust stability and the controllable gait cycle.

Key words Dynamic walking bipedal robot, hybrid dynamic systems with impulse effects, controllable periodic gait, robust stability, optimal control strategy

Citation Tian Yan-Tao, Sun Zhong-Bo, Li Hong-Yang, Wang Jing. A review of optimal and control strategies for dynamic walking bipedal robots. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(8): 1142−1157

由于动态双足机器人具有能耗低和类人行走的特性, 自上世纪 90 年代以来, 国内外研究机构与学者都投入了持续的研究. 美国本田研究院 (Honda Research Institute USA) 首席科学家 Goswami 教授等首创性地对动态双足被动行走机器人的理论进行了比较系统的研究, 提出了 Compass-like 双足机器人模型, 进行了数值仿真与动态分析[1]. 研究表明, 动态双足机器人具有少控制自由度、低能耗的优点, 可以实现拟人自然步态, 通过微小的能量输入, 并将运动过程中的动能和势能合理转换成等效的驱动能量, 实现动态双足机器人多工况、多任务的稳定周期运动. 其中, 周期步态解的稳定性与鲁棒性是动态双足机器人能否有效地保持稳定运动首先要考虑的性能指标, 是其完成动态行走任务的关键环节. 实际上, 人们更希望动态双足机器人在行走过程中可以根据实际工况信息, 通过调整控制输入实现动态行走的周期运动, 即实现可控周期运动步态. 2005 年, 世界著名学术期刊 *Science* 连续刊登了 3 篇关于动态双足机器人的研究论文[2−4], 进一步推进动态双足机器人的研究进程. 双足动态行走理论在双足机器人的原型机研制过程中得到广泛应用. 荷兰代尔夫特大学的 Wisse 等基于半被动动态行走理论,

收稿日期 2015-12-08 录用日期 2016-04-28
Manuscript received December 8, 2015; accepted April 28, 2016
国家高技术研究发展计划 (863 计划) (2006AA04Z251), 国家自然科学基金 (60974067), 吉林大学 "985 工程" 工程仿生科技创新平台项目, 吉林大学研究生创新项目 (2015116) 资助
Supported by National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2006AA04Z251), National Natural Science Foundation of China (60974067), the Jilin University "985 Project" Engineering Bionic Science and Technology Innovation Platform, and Graduate Innovation Fund of Jilin University (2015116)
本文责任编委 侯增广
Recommended by Associate Editor HOU Zeng-Guang
1. 吉林大学工程仿生教育部重点实验室 长春 130025 2. 吉林大学通信工程学院 长春 130025
1. Key Laboratory of Bionic Engineering of Ministry of Education, Jilin University, Changchun 130025 2. College of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130025

通过在髋关节和踝关节引入驱动, 在设计 MIKE 和 Densie 之后, 研制三维自主行走机器人 Flame 和跑步机器人 Phides[5−7]. 康奈尔大学 Bhounsule 等研制的步行机器人 Ranger 主要在髋关节添加驱动, 可不停地实现 65.2 km 的高效动态行走[8]. 美国密歇根大学 Park 等在实现了机器人 Rabbit 的动态步行后, 相继研制了跑步机器人 MABEL 和三维双足机器人 MARLO[9−10]. MABEL 特有的柔性腿结构和驱动系统可使其对不平整路面具有一定抗扰行走能力, MARLO 在无脚动态行走的基础上增加了仿人的脚结构和踝关节驱动系统, 实现了独立的三维双足行走. 2016 年 Boston Dynamics 发布了用于户外作业的最新版 Atlas 机器人, Atlas 在雪地当中行走自如, 在遇到打滑和快摔倒的情形时也能即刻恢复平衡. Atlas 采用了与 ZMP 理论完全不同的 Capturability 步态控制理论, 证明了自己的平衡能力[11]. 然而, 动态双足机器人控制系统分析与综合的理论研究进程相对滞后于原型机的开发研制, 有关动态双足机器人的步态优化控制与鲁棒稳定性的研究远远没有达到完善的地步, 特别是动态双足步行机器人可控周期运动步态的存在性、稳定性、鲁棒性以及优化控制理论和方法亟需深入研究.

动态运动是双足机器人研究领域的难点之一. 它不仅具有重要的学术意义, 而且还有现实的应用价值. 动态双足步行运动优于其他运动方式 (轮式移动、履带式移动等) 的一个重要方面是它具有灵活性, 譬如, 上楼梯、下楼梯、跨越障碍、奔跑运动等. 目前, 很多机器人已经成功实现了动态上楼梯、下楼梯运动. 在行走过程中, 由于动态双足机器人容易摔倒, 摆动脚与地面撞击导致机器人更加不稳定, 所以, 在步态规划时, 需要确保机器人的姿态不能发生突变, 脚落地时的速度为零, 尽量减少撞击程度给机器人稳定性带来的影响, 并且, 还要确保摆动脚不与台阶边缘发生碰撞. 根据动态双足机器人的行走模式, 下台阶与前进行走或者上台阶运动都有各自的约束条件. 前进运动将摆动脚抬起之后再向前落下脚即可, 脚的抬起高度受到机器人机械结构限制. 但是, 上台阶时因为有台阶高度的限制, 所以, 摆动脚抬起的高度一定要大于台阶的高度, 不能提前与台阶碰撞. 下台阶时不能让机器人的脚后跟碰到台阶, 如果碰到了台阶, 那么机器人将会变得不稳定, 甚至摔倒[12−13]. 由于外部环境的不确定性和时变性, 将导致跨越障碍成为双足机器人动态步行运动的主要任务. 在进行跨越障碍步态规划时, 需要保证摆动脚的高度高于障碍物的边缘, 不能提前与障碍物发生碰撞, 摆动脚落地时, 需要控制好机器人的运动速度, 如果过快或者过慢将导致机器人提前或者延后碰撞障碍物, 进而使得机器人摔倒, 不能完成跨越任务. 跑步运动也是机器人研究领域的难点问题, 如何设计合适的控制器实现双足机器人的跑步运动一直是从事机器人研究的工作人员们讨论的热点. 机器人的跑步运动涉及几个主要运动指标, 在一个周期之内, 机器人的奔跑速度、摆动时间以及摆动步幅等. 如何设计兼顾以上三个指标的鲁棒控制器将是未来研究亟待解决的难点问题.

1　动态双足机器人基本概念与控制原理

1.1　动态双足机器人动力学数学模型

动态双足机器人的物理模型[14], 如图 1 所示, 其动力学的数学模型包括连续运动的非线性微分方程和碰撞过程的代数方程, 是一类脉冲混合动力系统[5−7]. 路面工况信息是双足机器人动态行走过程中的几何约束条件, 随着路面工况信息的变化, 几何约束条件各不相同, 例如, 平坦路况、上下楼梯路况、上下坡路况、随机路况等.

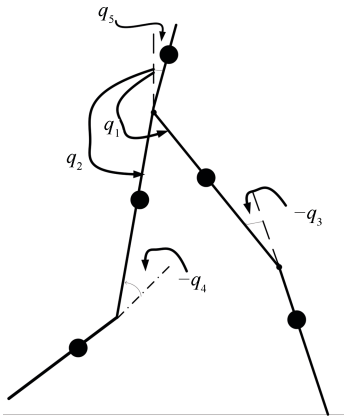


图 1　双足机器人

Fig. 1　Block diagram of bipedal robots

双足动态行走机器人的动力学模型如下

$$\begin{cases} x'(t) = F(t, x(t), u(t)), x^-(t) \notin S \\ x^+(t) = \Delta \circ x^-(t), x^-(t) \in S \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \tag{1}$$

其中

$$F(t, x(t), u(t)) = f(x(t)) + g(x(t))u(t)$$

是双足机器人动力学模型中的连续部分, 是一类非线性的仿射控制系统. $f(x(t)) = [\omega\ \varpi]^{\mathrm{T}}$, 其中 $x(t) = (q,\ \omega)$ 为系统的状态变量, $\omega = \dot{q}$, $q = (q_1, q_2, q_3, q_4, q_5)^{\mathrm{T}}$, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 分别为各个关节角的角位移, $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dot{q}_4, \dot{q}_5$ 分别为各个关节角的角速度,

$$\varpi = -D^{-1}(q)[C(q,\ \omega)\omega + G(q)]$$

$$g(x(t)) = D^{-1}(q)B$$

其中, $D(q) \in \mathbf{R}^{5\times5}$ 为系统的惯性矩阵, $C(q,\dot{q}) \in \mathbf{R}^{5\times5}$ 为离心力和哥氏力矩阵, $G(q) \in \mathbf{R}^{5\times1}$ 为重力矩阵, B 为力矩分配矩阵. f, g, Δ 均满足局部 Lipchtiz 连续条件, $u(t) = (u_1,\ u_2,\ u_3,\ u_4) \in \mathbf{R}^4$ 为控制输入变量, (u_1, u_2, u_3, u_4) 是分别施加在关节角 (q_1, q_2, q_3, q_4) 的控制输入, S 为路况碰撞切换曲面, Δ 为碰撞切换映射, $x^-(t)$ 和 $x^+(t)$ 分别为碰撞前后的状态变量, $x(t_0)$ 为系统的初始状态, t_0 为初始时刻.

1.2 动态双足机器人的周期步态

动态双足机器人行走过程中的 4 个阶段, 具体见图 2:

阶段 I, 支撑腿膝关节伸直并锁死, 摆动腿脱离地面, 膝关节弯曲, 向前摆动;

阶段 II, 摆动腿摆动至前方最大位置处, 摆动腿的大腿与小腿在膝关节发生碰撞, 膝关节锁死;

阶段 III, 摆动腿膝关节锁死, 由于重力作用摆动腿伸直后向回自然摆动;

阶段 IV, 脚接触地碰撞阶段, 摆动腿与地面接触, 机器人双腿速度发生突变, 并进行状态切换 (碰撞前的摆动腿变为支撑腿, 碰撞前的支撑腿变成摆动腿).

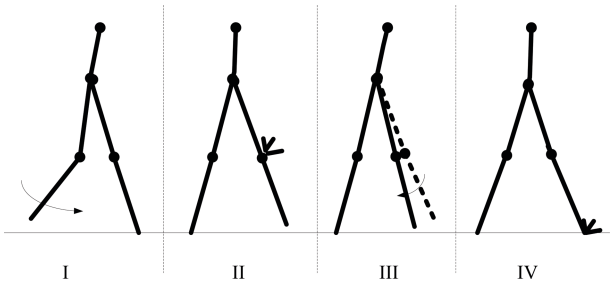


图 2 双足机器人行走步态的 4 个阶段

Fig. 2 The four steps of walking gait for bipedal robots

1.3 动态双足机器人的控制系统原理

图 3 所示的动态双足机器人反馈控制系统原理结构中, Γ 是系统反馈控制器, 确保

$$e(t) = y(t) - y_d(t) \to 0,$$

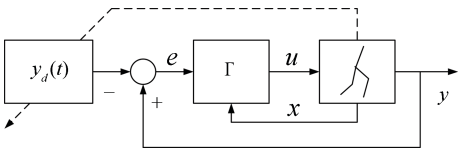


图 3 轨迹跟踪控制器

Fig. 3 Block diagram of a trajectory tracking controller

并满足给定的期望闭环特性要求, $y_d(t)$ 是一组由轨迹 (或周期步态) 生成器通过逆运动学规划确定的双足机器人各个自由度 (关节) 的期望轨迹, 可通过在线运行信息对 $y_d(t)$ 进行调整[14].

2 动态双足机器人周期轨道稳定性分析方法

在多任务、多工况条件下, 动态双足机器人能否有效地保持稳定周期运动是首要考虑的性能指标. 由于动态双足机器人的动力学特性具有变拓扑、混杂动态等固有本质特性, 使得直接应用经典的 Lyapunov 方法进行稳定性分析和反馈控制系统综合变得非常困难. 为此, 各国学者针对动态双足运动提出了各种稳定性判据, 包括庞加莱回归映射稳定性判据[15]、截面映射稳定性判据[16]、控制 Lyapunov 函数稳定性判据[17]、有限时间稳定性判据[18]、Zeno 稳定性判据[19] 等.

庞加莱回归映射是分析周期轨道稳定性的有力工具, 它的基本思想是将周期轨道的稳定性转化为平衡点的稳定性. 由于庞加莱回归映射方法只能分析平衡点处的局部稳定性, 所以, 只有对系统进行小扰动时, 庞加莱回归映射才可以发挥作用. 首次应用庞加莱回归映射稳定性判据分析双足步行机器人稳定性的是 Hürmüzlü 等[20]. 随后 Goswami 等又应用该方法分析了双足完全被动行走机器人的稳定性问题. Grizzle 等将该方法推广到了一类带有脉冲效应的混合动力系统, 分析了系统的稳定性. 在应用庞加莱回归映射方法分析步行系统的稳定性时, 理论上的难点与挑战来自于庞加莱截面映射的计算. 由于双足机器人系统是一个多变量、强耦合、非线性的系统, 解析计算庞加莱回归映射需要闭环系统流的表达式, 因此, 解析的形式基本上是行不通的, 一般采用数值方法来计算庞加莱回归映射, 从而确定双足机器人系统的运动稳定性[21]. 针对庞加莱截面映射计算难实现的问题, Grizzle 教授提出了 “降维” 的思想, 引入虚拟完整约束概念, 通过适当的坐标变换, 可使受约束系统降维, 并在法国研制的 RABBIT 机器人上实现了动态行走[22]. 田彦涛教授针对多自由度带膝关节的双足被动行走机器人模型, 提出了计算被动行走周期步态 Floquet 乘子的半解析法, 利用所提方法对多自由度带膝关节的双足被动行走机器人进行了局部稳定性分析, 得到了地面坡度以及大小腿质量比与行走步态局部稳定性的关系. 同时, 首次将庞加莱回归映射法和胞映射法相结合, 采用 “变” 的思想提出了被动行走步态极限环吸引域的估计方法 – 变胞胞映射 – 点映射法, 利用该方法对带膝关节的双足被动行走机器人进行了全局稳定性分析, 得到了大小腿质量比与行走步态全局稳定性的关系[22]. 实际上, 对于复杂工况下, 直接利用庞加莱回归映射方法分析动态双足机器人运动稳定性还是比较困难的问题.

付成龙等针对双足机器人的任务空间模型, 在切换截面处将混杂状态轨线离散成截面序列, 在一定的条件下, 他们指出混杂状态轨线的稳定性等价于截面序列的稳定性, 所得到的理论结果在 THBIP-II 仿人机器人上实现了动态稳定行走.

Ames 等结合控制 Lyapunov 函数法和混合零动态思想, 通过设计一类可指数稳定化的控制器, 证明了动态双足机器人运动过程中的周期轨道以指数型的速度收敛到零动态的曲面, 并且在 MABEL 双足机器人上实现了动态稳定行走[17]. 基于能量和角度不变控制, 田彦涛等通过构造合适的 Lyapunov 函数求取能量控制分量, 由于能量控制分量中包含标量增益, 通过研究, 他们发现标量增益的数值并不是越大越好, 它的变化对于系统的影响较大[23]. 在标量增益中蕴含着一个具有大误差小增益性质的非线性函数, 该函数不但具有较好的平滑性, 而且可方便地调整函数值与偏差的曲线关系, 从而, 可在线自动调整标量增益值. 仿真实验表明, 采用在线自动调整标量增益值的极限环收敛速度较快. 另外, 从极限环的收敛过程可见, 当地面倾斜角度由小变大时, 极限环是从内向外过渡到稳定极限环. 当地面倾斜角度由大变小时, 极限环是从外向内过渡到稳定极限环, 这和双腿的脚位移变化过程是相对应的. 针对非线性不确定欠驱动混合动力系统, Quan 等提出了 L_1 自适应控制方法实现了 RABBIT 双足机器人的动态稳定行走. 基于控制 Lyapunov 函数和二次规划控制器构造了一个参考模型. 在模型不确定情况下, 利用自适应控制器实现了动态双足机器人不改变收敛速度的指数稳定性[24]. 由于以动态双足机器人为代表一类脉冲混合动力系统的数学模型十分复杂, 如何构造简便易行的控制 Lyapunov 函数是未来研究中亟待解决的关键问题, 如何设计使脉冲混杂动力系统实现动态稳定的显示反馈控制器是未来研究工作的核心问题.

有限时间稳定性是动态双足机器人行走步态分析的另一个研究热点. 虽然有限时间稳定性在许多非线性系统中得到了广泛的研究, 然而, 在动态双足机器人领域, 可控周期步态解的有限时间稳定性还是一个公开问题. Grizzle 等在研究三连杆双足机器人时, 首次引入如下的时间碰撞函数,

$$T_I(x_0)=\begin{cases}\inf\{t\geq 0|\varphi^f(t,x_0)\in S\}, & \exists t\,\text{s.t.}\,\varphi_t^f\in S\\ \infty, & \varphi_t^f\notin S\end{cases}$$

其中, $\varphi^f(t,x_0)$ 是动态双足机器人动力学模型 (1) 的周期轨道, S 为碰撞曲面. Grizzle 等结合周期轨道的左连续性分析了时间碰撞函数的连续性, 利用数值仿真实验分析了动态双足机器人行走步态的稳定性[15]. Orlov 针对不确定切换系统, 提出了一类有限时间稳定和鲁棒控制综合的方法, 实现了不确定切换系统的有限时间稳定[25]. 随后, 利用连续二阶滑模输出反馈综合技术, 实现了带扰动的双积分系统的有限时间稳定. Aoustin 等首次把 Orlov 的二阶滑模输出反馈综合技术应用到欠驱动五连杆双足机器人, 通过设计依赖状态的期望轨迹、有限时间双积分器和有限时间速度观测器, 实现了双足机器人的有限时间稳定周期运动[26]. 随后, Oza 等结合连续二阶滑模技术和边界层方法以及跟踪技术实现了全驱动双足机器人有限时间稳定[27−28].

在机械学领域中, Zeno 行为普遍发生在系统碰撞过程之中. 以动态双足机器人为代表的一类混合动力系统的一个解与系统离散部分的曲面序列的某个曲面在有限时间内接触了无限次, 此时, 混合动力系统就会出现 Zeno 行为. 这种 Zeno 行为将会影响机器人动态行走的稳定性, 甚至破坏机器人的周期运动使其摔倒. 对于简单混合动力系统, Or 等对这种 Zeno 行为进行了一系列深入研究[29−30]. Goebel 等探讨了 Zeno 行为与 Lyapunov 定理之间的关系, 但是, 所得到的结果对于非平凡系统不再适用[31]. Zeno 行为的理论研究目的在于更好地揭示或指导工程实践, 针对双足机器人动态行走过程中是否需要 “锁死” 问题, Ames[32] 对机器人膝关节碰撞会产生 Zeno 行为进行深入研究, 给出了严格的理论分析. 理论分析表明, 在行走过程中, 如果机器人经过膝关节的 “锁死” 能够形成稳定的周期步态, 当膝关节弹力充分小时, 机器人仍然可以实现稳定行走的结论. 也即是, 机器人在行走过程中的膝关节弹力可以看作为混合动力系统中的 Zeno 行为. 随后, Lamperski 和 Ames 利用 Lyapunov-like 充分条件提出了 Zeno 稳定的 Lyapunov 定理, 巧妙地解释了膝关节碰撞的 Zeno 现象[32], Lyapunov 的 Zeno 稳定性定理很好地解释了双足机器人在膝关节处发生反弹力的 Zeno 行为, 最终能够达到稳定行走, 机器人膝关节 “锁死”, 也即是, 当摆动腿的关节角运动到极限值时, 膝关节立刻 “锁死”, 不发生 Zeno 现象. 在 0.31 秒 $\sim$ 0.61 秒过程中, 由机器人的运动轨迹可以得到, 膝关节 “锁死”, 机器人不发生 Zeno 现象. 随后, 由于膝关节没有 “锁死”, 机器人的摆动腿反复摆动, 没有能够一次达到关节角的极限值, 从而, 发生了 Zeno 现象. 通过利用 Lyapunov 稳定性定理, 结合拉格朗日系统的 Zeno 稳定条件, 双足机器人的膝关节最后 “锁死”, 实现了周期稳定运动. 但是, 他们讨论的只是含有单侧约束的膝关节碰撞的 Zeno 行为. 对于多约束条件下, 例如, 脚与地面碰撞的 Zeno 行为和 Zeno 稳定性等一系列的公开问题并没有进行相关研究. 因此, 需要通过理论分析脚与地面碰撞的 Zeno 行为, 揭示双足机器人动态行走过程

中普遍存在 Zeno 现象的内在机理.

庞加莱回归映射稳定性判据仅仅局限于分析具有周期特性的非线性动力系统稳定性, 对于非周期非线性动力系统该方法无能为力, 然而, 在实际情况下, 动态双足机器人的非周期运动随处可见, 例如, 机器人改变速度行走、转弯行走、不平坦路面行走、跨越障碍等. 更重要的是, 庞加莱回归映射稳定性判据是一种线性化方法的稳定性判据, 因此, 只有在小扰动情况下才可以采用庞加莱回归映射方法分析非线性动力系统的稳定性问题. 虽然动态双足机器人的模型空间是高维数的, 但是, 双足机器人的动态步行任务空间是低维数的. 结合“降维”思想, 截面映射稳定性判据很好地解决了步行运动稳定性问题. 并且, 截面映射稳定性判据不仅适合周期运动系统, 而且还适用于非周期运动系统的稳定性分析. 采用截面映射判断动态双足机器人周期运动稳定性时, 需要计算双足机器人行走过程中所有截面序列对应的截面映射因子, 并且截面映射因子的计算与系统的惯性矩阵、切换映射、切换前状态变量以及虚拟约束有关, 所以, 计算截面映射因子所需的时间复杂度较大, 给稳定性判据时效性带来了巨大的挑战. Lyapunov 方法是分析非线性系统稳定性的理论核心, 但是, 对于一般的非线性系统, 至今为止构造通用的 Lyapunov 函数仍是难点问题. 而且, 该方法只适合分析平衡点处的稳定性, 对于没有固定平衡点的双足机器人步行周期运动, 使得直接应用经典的 Lyapunov 方法变得非常困难. 有限时间稳定性判据要求非线性动力系统在有限时间内实现动态平衡, 该方法具有收敛速度快, 并且能够增强系统的鲁棒性和抗干扰能力的特点. 但是, 现有的处理有限时间稳定的方法主要集中在水平地面上的一种特殊工况条件的动态行走. 对于更加复杂的路况, 例如, 不平坦路面、上楼梯、下楼梯路况等, 目前还没有更好的解决办法. 而且, 双足机器人的实际运动轨迹未达到参考轨迹时, 也即是控制器没有完全控制好双足机器人的运动轨迹误差, 如果此时双足机器人系统受到扰动, 上述这些方法都不能保证双足机器人还能够实现稳定行走. 在有限时间内, 混合动力系统的周期轨道与同一个碰撞曲面碰撞无限多次时, 该系统将会出现 Zeno 现象. Zeno 稳定性判据很好地解决了具有单侧约束条件的 Zeno 问题, 但是, 对于完整约束条件下的 Zeno 行为, 还没有给出更好的解决办法.

因此, 稳定性问题是动态双足机器人领域的核心问题, 现有的稳定性理论尚不能完全满足动态双足机器人闭环特性分析与综合的需要. 因而, 迫切需要一套具有广泛应用范围、适合双足机器人动态行走的稳定性理论体系.

3 动态双足机器人反馈系统闭环特性的鲁棒性

实际工程中的双足机器人控制系统存在不确定性, 因此, 通常难以用精确的数学模型来描述实际工程中的双足机器人系统. 动态双足机器人稳定行走的初始状态对系统的结构参数取值、行走环境都非常敏感. 当结构参数或者路面坡度发生变化时, 机器人容易出现不稳定的行走步态, 甚至跌倒. 为此, Liu 等提出了变胞胞映射 – 点映射法, 利用“变”的思想, 获得了稳定行走的初始步态, 在有限时间内控制机器人到稳定的初始状态, 使得机器人持续的稳定行走, 提高了系统抗干扰能力[22]. 基于 Compass-Like 双足机器人的动力学数学模型, 胡峻峰等分析了外界环境和力学参数对机器人被动步行影响的全局稳定性. 通过计算不同模型参数下被动步行的稳定不动点, 采用了胞映射方法计算不同参数下 Compass-Like 双足机器人稳定周期步态的吸引域. 研究表明, Compass-Like 双足机器人被动步行的鲁棒性与外界环境、力学参数具有密切关系, 提出了估计不动点吸引域形状的最小半径与最大半径度量方法, 给出了被动步行稳定域与动态行走斜坡倾角和质量比值的关系, 通过分析某些偏离不动点较大的稳定吸引胞, 以及吸引域的最小半径与最大半径的变化趋势, 反映了 Compass-Like 双足机器人被动行走步态的鲁棒性[33]. Montaño 等通过分析具有单侧约束条件的混合机械系统和非线性状态反馈控制器, 设计了一个非线性跟踪控制器并把这个跟踪控制器成功地应用到七连杆的双足机器人上, 实现了动态稳定行走[34]. 麻省理工学院机器人研究团队 Dai 等对 Compass-Like 双足动态行走机器人在不平坦路面上实现稳定行走进行了深入的研究[35]. 在不平坦的路面工况环境下, Manchester 等利用改进的滚动时域控制器, 使双足机器人实现了非周期性的稳定行走[36]. Dai 等把双足机器人行走的地面扰动和运动轨迹偏移量定义为增益, 利用耗散不等式和半定规划技术设计了线性反馈控制器, 实现了 Compass-Like 双足机器人在不平坦路面的动态稳定行走[37]. 在考虑地面随机扰动情况下, 结合最小化地面扰动给双足机器人动态行走带来的影响, Dai 等提出一步周期之内达到期望运动轨迹方法, 利用非线性规划算法实现了 Compass-Like 双足机器人动态稳定行走[35]. 双足机器人动态行走过程中, 外部工况环境的变化可能是随机的, 根据这些随机扰动信号, Gan 等利用神经网络模型建立反馈控制器, 实现了五连杆双足机器人的动态行走[38]. 然而, Tedrake 教授的团队主要集中在简单的 Compass-Like 双足机器人进行分析, 对于多自由度双足机器人这些反

馈控制方法是否能够有效地实现机器人的动态行走, 还没有得到更加深入的研究. Tedrake 教授分析 Compass-Like 双足机器人的鲁棒性采用非线性优化算法设计反馈控制器, 对于多自由度双足机器人, 能否保证双足机器人实现动态稳定行走还是一个未知数. 针对多自由度的双足机器人, 如何设计快速收敛的非线性优化算法也是亟待解决的问题.

针对混合机械系统鲁棒控制问题, Montano 等基于欠驱动单侧约束条件, 提出了非线性 H_∞ 输出反馈综合方法. 当动态双足机器人受到外部扰动或者模型不确定时, 提出了确保机器人系统渐近稳定性的充分条件, 得到了闭环系统的良好性质[39]. 针对以动态双足机器人为代表的一类混合动力系统的鲁棒稳定性问题, Hamed 等设计了连续时间控制器, 提出了一类系统化的分析方法. 实际上, 连续时间控制器是一族参数控制器. 当选择不同控制器参数时, 周期轨道具有不变性. 利用庞加莱映射的性质和它的一阶、二阶导数把指数稳定周期轨道问题转化为求解一族双线性矩阵不等式问题 (Bilinear matrix inequalities). 利用双线性矩阵不等式优化问题调整连续时间控制器的参数使得庞加莱回归映射的雅克比矩阵的所有特征值均分布在单位圆中. 从而, 克服了切换条件导致混合系统不确定性问题, 实现了 3D 动态双足机器人强鲁棒的、高效稳定动态行走[40].

针对动态双足机器人动力学模型的不确定性与环境约束条件的时变性, 设计具有环境适应能力的反馈控制器, 进而, 确保动态双足机器人实现变工况与未知环境条件下的鲁棒稳定性是动态双足机器人研究领域的挑战性问题.

4 动态双足机器人的步态优化控制理论

近年来, 在分析和借鉴人类行走特性基础上, 研究者已经研制开发出多款更趋合理的动态双足机器人原型机. 随着原型机结构与运行环境工况复杂性的不断提高, 给系统控制结构与算法综合提出了更高的要求, 特别是有关动态行走周期步态优化控制与环境适应性、鲁棒性问题给研究者提出了新的挑战[5−10].

4.1 动态平衡控制理论

为了实现不平坦路面的动态稳定行走, 动态双足机器人必须通过调整行走步长实现机器人的脚平稳落地. 当动态双足机器人跑步运动时, Hodgins 等研究了动态双足机器人的步长调整控制策略[41]. 为了有效地控制动态行走步长, 提出了三类控制方法. 在一个跑步运动周期内, Hodgins 等通过调整动态双足机器人的奔跑速度、高度和时间三个参数实现了双足机器人的动态平衡控制.

1) 前向速度控制法. 给定支撑阶段和摆动阶段的时间, 从而, 前向奔跑速度决定了行走步长. 在每一步行走过程中, 控制系统通过调整机器人脚的加速度和减速度操控机器人的行走速度. 机器人的脚与地面碰撞的位置按照如下计算公式

$$l_{fh} = \frac{T_s \dot{l}_s}{2} + k_l(\dot{l}_f - \dot{l}_d) \tag{2}$$

其中, $\dot{l}_s$ 和 $\dot{l}_f$ 分别代表支撑阶段和摆动阶段的平均跑步速度, T_s 代表支撑阶段时间, $\dot{l}_d$ 代表期望运动速度, k_l 为增益. 控制系统通过如下计算公式控制机器人的前向速度

$$\dot{l}_s = \frac{k_l(\dot{l}_f + \dot{l}_d)}{2} \tag{3}$$

实现了机器人的动态稳定行走.

2) 摆动阶段时间控制法. 给定前向奔跑速度, 机器人的一个步行周期内的行走距离决定了摆动时间. 当机器人的脚离开地面时, 摆动时间由机器人系统的垂直速度决定. 从而, 摆动时间为

$$T_f = \frac{2\dot{z}_{lo}}{\tilde{g}} \tag{4}$$

其中, $\dot{z}_{lo}$ 垂直速度, $\tilde{g}$ 为重力加速度. 充分考虑系统的动能和势能, 设计控制器实现了动态双足机器人的动态稳定跑步运动.

3) 支撑阶段时间控制法. 在支撑阶段, 机器人身体的摆动距离等于平均速度乘以支撑时间. 类似于弹簧质量振荡器, 支撑阶段消耗时间的计算公式为

$$T_s = \frac{\pi}{\omega_0} \tag{5}$$

其中, ω_0 为系统的自然频率, 一般近似为 $\sqrt{k/m}$, 其中, k 为弹簧阻尼系数, m 为支撑腿质量. 通过设计合适的控制器, 实现了双足机器人的动态稳定跑步运动. 最后, 在实验室里, 利用三种控制方法实现了双足机器人的跨越障碍、上下楼梯以及目标点着地工作任务.

4.2 基于 SLIP 模型的步态控制理论

近年来, 弹簧负载倒立摆 (Spring loaded inverted pendulum, SLIP) 模型广泛应用于分析动物和机器人跑步运动[42−43]. 针对弹簧负载倒立摆模型 SLIP 动力学分析缺乏有效解析化处理手段, 李满天等提出了一种基于摄动理论的 SLIP 模型支撑相动力学近似解求解方法. 由于 SLIP 模型具有非线性、强耦合特性, 导致了 SLIP 的支撑相动力学无精确解析表达式, 通过建立飞行相顶点高度的 Poincare 回

归映射, 获得了 SLIP 模型动力学完整的解析化描述. 结合顶点变量计算误差分析验证了近似解析解的顶点高度预测值具有良好的逼近精度. 在此基础上, 设计了 SLIP 模型的顶点高度无差拍控制器, 实现了快速跟踪期望轨迹和抑制系统超调[44]. 于海涛等研究了带有非线性弹簧腿的 SLIP 跑步机器人的相关理论, 例如, 不动点处的动力学行为. 利用 SLIP 模型的吸引域和 Floquet 乘子估计稳定性和初始状态的敏感性问题. 数值结果表明, 刚体指数增大时可以增加奔跑的稳定性, 而且扩大了不动点处吸引域的大小. 在小范围扰动情况下, 仿真实验表明, 机器人奔跑速度增加, 稳定不动点的收敛速率也跟随奔跑速度增大. 基于 SLIP 理论便于仿生腿式机器人的控制器设计与综合[45]. 针对传统方法实现双足机器人的动态行走运动的缺陷, 例如, 传统方法很难实现双足机器人的奔跑与跳跃任务. 通过深入研究人类的奔跑与跳跃运动, 研究人员发现, 人类奔跑和跳跃时的动力学模型可以等价为弹簧负载倒立摆模型. 从而, Meghdari 等提出了一个新的快速双足运动的步态综合方法. 通过控制器综合使得机器人的质心有效跟踪了弹簧质心模型的运动轨迹, 实现了机器人的奔跑和跳跃运动[46]. 基于奔跑稳定性衡量标准, Kwon 等提出了双足机器人的一类在线非对称轨迹生成方法, 确保了动态姿势稳定和高能效. 在支撑阶段, 利用了两个无弹力的腿和 SLIP 模型近似构造奔跑模型生成了双足机器人的髋关节和摆动腿的非对称运动轨迹. 在摆动阶段, 结合了近似奔跑模型和非完整约束条件生成了髋关节和两条腿的非对称运动轨迹. Kwon 等提出了阻抗控制技术实现了机器人平稳着陆. 通过数值仿真实验实现了双足机器人 0.3359 m/s 平均奔跑速度[47]. 针对非周期的疾跑运动问题, Huseyin 等利用修正 SLIP 双足模型提出了一个新的模拟非周期运动方法. 把最优控制问题转化为奔跑 20 步所用时间最少的最优化模型, 采用了直接多重打靶算法求解最优化数学模型, 把连续时间问题转化为分段离散子问题, 结合序列二次规划算法求解离散化后的非线性规划问题. 进一步, 这些方法有助于人们揭示行走速度与肌肉骨骼力学之间的关系[48]. 人类通过自动调整腿和躯干肌肉实现了大范围跑步运动. 众所周知, 双足机器人跑步运动模型可以通过 SLIP 系统近似表示. 充分利用 SLIP 模型的稳定性, Tamaddoni 等提出了混合控制技术实现了双足机器人的稳定运动. 当双足机器人的质心轨迹跟踪弹簧质点模型的轨迹时, 双足机器人的运动稳定性等价于 SLIP 模型的稳定性. 数值结果表明, 双足机器人的周期跳跃步态是稳定的[49]. 针对腿式机器人高速奔跑的动态控制问题, 基于 SLIP 原理和着陆角度控制以及能量补偿, Han 等提出了混合反馈控制技术实现了机器人的快速跑步运动. 混合反馈控制可以减少计算复杂度, 使得系统迅速收敛到控制目标, 进而满足实时控制的要求. 数值结果表明, 针对不同路况条件, 混合反馈控制方法实现了 SLIP 系统的周期稳定控制[50]. 由于机器人静止方程存在于 SLIP 模型之中, 针对线性系统理论、分析工具和控制技术不能直接分析以机器人奔跑为代表的一类 SLIP 模型, Shen 等提出了一个新的分段线性时变近似模型研究机器人的跑步运动, 通过设计合适的控制器实现了机器人的动态跑步运动[51]. 因此, 基于 SLIP 模型的双足机器人动态步行控制逐渐成为双足机器人步态控制领域研究的重要分支, 根据 SLIP 模型研制了许多仿生腿式机器人, 在未来研究工作中, 与之相关的稳定性、鲁棒性以及优化控制理论亟需深入的研究.

4.3 基于仿生学的优化控制理论

近年来, 人们将仿生学原理用于双足步行机器人稳定行走控制器的设计中. Geng 等提出了类似神经−肌肉系统的控制器, 生成可在线调节速度的运动步态, 通过数值模拟实现了机器人的动态稳定行走[52]. 2014 年, Geng 利用基于神经网络的模型预测控制方法实现了在线速度校正, 可望实现机器人的变速行走, 并在 AberWalker 双足步行机器人上实现了动态稳定行走, 其控制结构, 如图 4 所示[53].

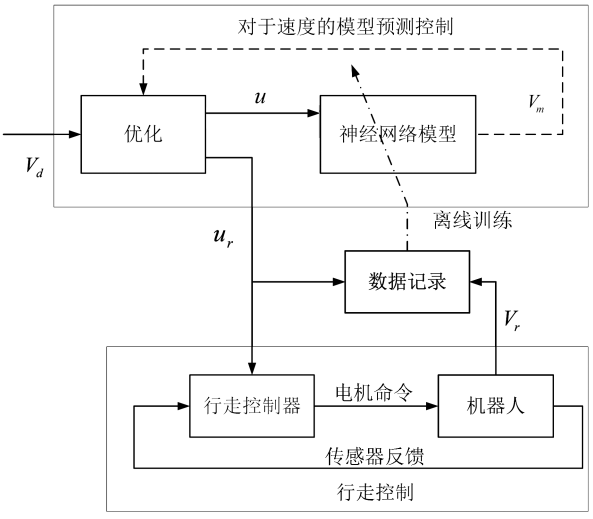


图 4 神经网络的模型预测控制框图

Fig. 4 Block diagram of model predictive control with neural network controller

图 4 中, V_r 为机器人行走速度, u 为控制器参数, u_r 为行走控制器, V_d 为期望速度, V_m 为模型预测速度. Geng 通过双层控制器的设计控制机器人的行走速度, 通过神经网络模型离线训练和在线校正

的方式, 调整机器人的行走速度, 实现可调整步速的优化控制策略. 中枢模式发生器 (Central pattern generator, CPG) 控制是一种模拟生物低级神经中枢节律运动控制方法.

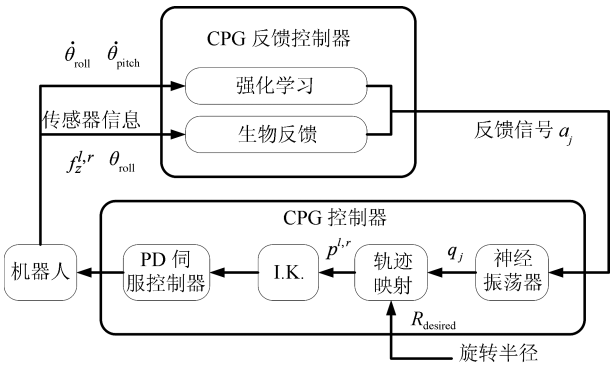


图 5　中枢神经发生器 (CPG) 控制框图

Fig. 5　Block diagram of central pattern generator (CPG) controller

Endo 等利用策略梯度增强学习控制方法调节中枢模式发生器控制器的参数, 实现了双足机器人的三维空间的稳定行走, 提高了行走步态对环境变化的适应性[54]. Fu 等推广了中枢模式发生器控制方法, 充分考虑被动行走并结合间歇正弦曲线振荡器探索在复杂环境下的双足运动[55]. Liu 等利用重力中心生成器产生自适应在线重力中心轨迹和状态轨迹实现双足机器人的自适应行走, 并在 Nao 上实现了稳定行走, 其控制结构, 如图 6 所示[56].

针对双足机器人步行控制器的设计问题, 基于生物学启发原理, 薛方正等提出了一种基于中枢模式发生器与稳定性分析相结合的多层次结构控制器的设计方法. 分析了机器人的步行运动, 给出了双足运动描述. 基于 CPG 理论设计多层次结构的步行控制器, 应用极限环理论方法分析运动稳定性. 在保证步行稳定的前提下, 所提出的控制方法具有结构简单、通用性好、方便在线平滑修正等优点, 步行仿真实验验证了所提出算法的有效性[57].

近年来, 人们将仿生学原理用于双足机器人稳定行走控制器的设计中. Srinvasan 等利用简单模型描述人类生物动力学, 结合优化算法揭示人类行走是能量最优的运动方式, 通过分析人类运动数据为双足机器人的动态行走提供控制策略, 也即 Human-inspired 控制方法[58]. Ames 等把 Human-inspired 思想成功应用到部分驱动的 AMBER 机器人和完全驱动的 Nao 机器人中, 实现了动态稳定行走[59−62]. Zhao 等利用该方法, 通过引入正弦激励函数模拟外部环境, 实现了双足机器人在不同工况条件下的动态稳定行走[63]. 其控制结构, 如图 7 所示. 大量实验研究表明, 从仿生学角度设计的控制方法要用到现实中人的动作数据或者生物学结构, 但是, 被测试者的身体质量分布及其几何尺寸与双足机器人有所区别, 两者的动力学模型可能差别较大. 针对欠驱动可控动态双足步行机器人的驱动扭矩饱和问题, 基于 Human-inspired 控制方法、快速指数稳定控制 Lyapunov 函数以及模型预测控制技术, Powell 等提出了稳定控制器实现了双足机器人的动态稳定行走. 根据输出函数的动力学模型, 利用反馈线性化技术构造一个线性控制系统. 通过求解二次规划极值问题, 求解线性控制系统的控制输入, 结合混合零动态思想, 实现了 Durus 机器人的动态稳定行走[64].

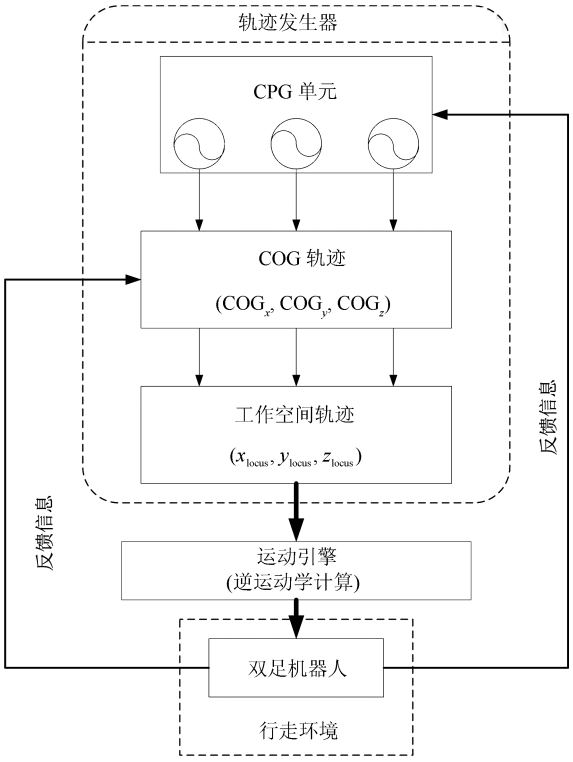


图 6　中枢神经发生器 (CPG) + COG 控制框图

Fig. 6　Block diagram of central pattern generator (CPG) + COG controller

因此, 构建类人双足机器人的 Human-inspired 混合系统模型显得尤为重要. 建立具有普遍意义的规范化输出函数还没有得到很好的解决. 通过对这些动作数据进行处理使机器人保持类人动作的高效性和鲁棒性是这类控制方法的一个核心问题.

4.4　时间放缩控制理论

时间放缩控制方法最早在机械臂的路径跟踪控制中得到了应用[65−66], 随后, 2003 年, Chevallereau 等把时间放缩控制引入到平面五连杆欠驱动双足机器人的周期性参考轨迹的跟踪控制, 给出了周期步态存在性、唯一性和收敛性的证明[67−68]. 在文献 [67] 中, 虚拟时间变量被引入作为控制输入, 主要目的是为了添补执行机构数量少的缺陷. Holm 等利用

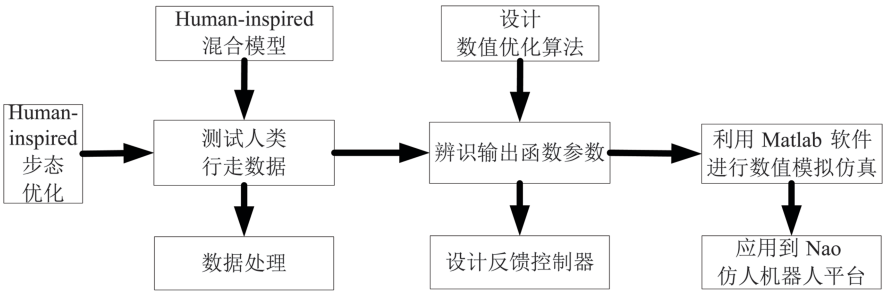


图 7 Human-inspired 控制框图

Fig. 7 Block diagram of Human-inspired controller

时间放缩控制方法设计控制器, 实现了机器人各个关节角的角位移、角速度和角加速度的动态调节, 进而控制了机器人的步行速度, 实现了一个步行周期之内两个行走极限环的平稳过渡[69−70]. Hu 等对于一般的步态, 给出了统一的时间放缩反馈控制器, 从理论上给出了不同斜坡角度下周期性轨道的存在性和稳定性条件, 通过数值仿真实现了双足机器人的动态稳定行走[71].

4.5 几何规约控制理论

几何规约法 (Geometric reduction) 在解释由拉格朗日方法建模的动力学系统时有着重要的作用[72]. 泛函劳斯规约 (Functional Routhian reduction) 属于几何规约法. 劳斯首次提出了泛函劳斯规约法[73]. 为了便于表述使用, Arnold 提出了现代劳斯规约的表述方法[74]. Marsden 等给出了劳斯规约法的几何化和一般化描述. 采用劳斯规约法时, 动力系统的对称性由循环变量描述, 也即是, 动力系统中的广义坐标不会出现在拉格朗日函数的变量中. 以动态双足机器人为例, 机器人动态行走过程中, 支撑腿与地面的夹角就是动力系统的循环变量. 利用动力系统的对称性, 可以降低系统相空间的维数, 因此, 可以利用一个低维数系统描述高维数系统[75−76]. Ames 等利用劳斯规约法提出了混合劳斯规约法, 并成功应用到了混合拉格朗日动力学模型, 分析了混合模型的一般几何规约法[77−78]. Gregg 等利用泛函劳斯规约方法, 通过控制初步实现了部分驱动机器人的稳定行走[79]. 随后, Ames 等利用泛函劳斯规约理论将三维双足机器人的前向和侧向解耦, 获得了由三个部分组成的控制律, 实现了机器人的动态行走[80]. 进一步, 为了更好地获得类人的动态行走步态, Sinnet 等在双足机器人的模型中增加了膝关节结构, 同样, 利用泛函劳斯规约方法把机器人的三维模型降维成二维模型, 把二维模型中的控制器成功应用到三维模型中去, 实现了三维稳定动态行走[81]. 针对一类复杂网络物理系统 (Complex cyber-physical systems) — 双足机器人动力系统, Ames 等提出了两步法综合控制双足机器人动态步行. 第一步, 利用了输出函数和经典控制器实现输出函数趋近于 0 的目的, 结合劳斯规约方法实现了双足机器人动力系统的几何降维. 第二步, 构造了简化的混合零动态以便于设计控制器综合控制整个机器人系统, 实现了 AMBER 2 机器人的动态稳定行走[82]. 然而, 直到今日, 此理论无法给出关于稳定行走的各种约束的分析条件, 所以要设计出基于泛函劳斯规约的控制方法实现稳定行走的原型机还是比较困难. 目前, 主要局限于全驱动双足机器人上, 如何将其扩展应用到部分驱动模型以及给出满足各种约束的分析条件依然有待于进一步的研究.

4.6 混合零动态控制理论

混合零动态方法 (Hybrid zero dynamics) 是解决部分驱动双足机器人周期运动的有效方法之一. Westervelt 等利用混合零动态思想分别给出了带有一个部分驱动自由度的平面三连杆和五连杆双足机器人的行走控制方法[83−84]. 近年来, Chevallereau 等把这种方法推广到三维部分驱动双足机器人, 通过最小力矩损耗设计最优步态[84−85]. Sreenath 等结合虚拟约束和混合零动态设计时不变反馈控制器, 通过控制器施加积极控制力矩实现 MABEL 机器人的稳定跑步运动[86]. 其控制结构, 如图 8 所示.

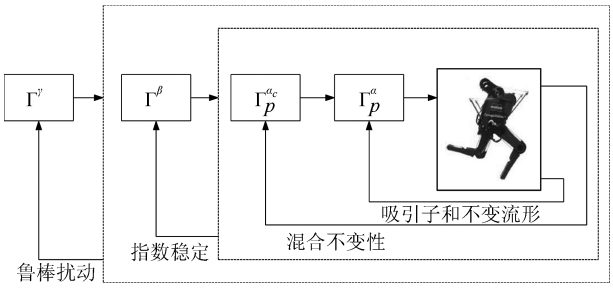


图 8 组合虚拟约束和混合零动态的控制框图

Fig. 8 Block diagram of virtual constraint with hybrid zero dynamic controller

混合零动态方法已经广泛应用到双足机器人动态稳定控制问题, 针对采用混合零动态方法出现的

步态虚拟约束优化过程不可靠的缺陷, Hereid 等利用轨迹优化和线性优化算法克服了混合零动态存在的问题. 结合混合零动态的稳定性和优化公式, 提出了多点打靶法优化虚拟约束条件, 实现了 DURUS 的动态稳定行走[87]. 但是, 当利用零动态方法设计控制器时, 理想的虚拟完整性约束不能用简单的方法得到, 必须用到机器人准确的动力学模型, 而且对于不同斜坡角度的行走, 这种方法没有一个统一的准则来解决. 如果机器人受到外界高强度干扰或者工况信息变化时, 这种控制算法直接影响到机器人动态步行的鲁棒稳定性.

4.7　离散力学与优化控制理论

在离散机械系统的运动学等式过程中, 离散力学与优化控制 (Discrete mechanics and optimal control, DMOC) 方法可以避免系统能量出现增大或减少问题, 且具有保持机械系统自身固有特性的优点, 因此, DMOC 是求解机械系统优化控制问题的有利工具[88]. 这种方法的主要思想是利用 Lagrange-D′Alembert 原理和 Legendre 变换把双足机器人的动力学−运动学模型和边界条件转化为离散形式, 具体见图 9. 将带有约束条件的最优泛函极值问题转化成有限维的非线性约束优化问题, 也即是,

$$\begin{aligned}&\min J_d(q_d,u_d)=\sum_{k=0}^{N-1}C_d(q_k,q_{k+1},u_k,u_{k+1})\\&\text{s.t. } D_2L(q(0),\dot{q}(0))+D_1L_d(q_0,q_1)+u_0^-=0\\&\qquad D_2L_d(Q_{k-1})+D_1L_d(Q_k)+u_{k-1}^+ +u_k^-=0\\&\qquad D_1L_d(Q_{N-1})-D_2L(Q_T)+u_{N-1}^+=0\end{aligned}\tag{6}$$

其中

$$Q_{k-1}=(q_{k-1},q_k),\ Q_k=(q_k,q_{k+1})$$

$$Q_{N-1}=(q_{N-1},q_N),\ Q_T=(q(T),\dot{q}(T))$$

$k\in\{1,2,\cdots,N-1\}$, C_d 为双足机器人系统的性能指标泛函, 一般情况下, 选取为最小能量消耗. 系统连续轨迹 $q(t)$ 和 $u(t)$ 分别离散化为 q_d 和 u_d. D_i 代表对应于第 i 个元素求偏导, 例如

$$D_2L_d(q_{k-1},q_k)=\frac{\partial L_d}{\partial q_k},\ D_1L_d(q_k,q_{k+1})=\frac{\partial L_d}{\partial q_k}$$

其中, $q(t)$ 为动力系统的流, $q_d(0)$ 和 $q_d(T)$ 分别为一个步行周期之内的初始和终止边界条件, G_r 为碰撞切换曲面函数, $h(q(t))$ 为单侧约束条件, $R(\alpha)q(T)$ 为碰撞切换映射.

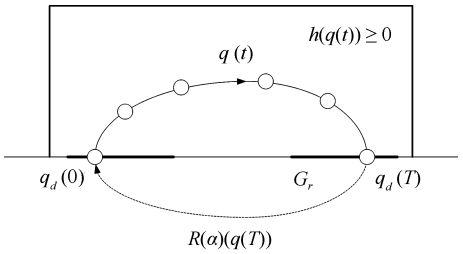


图 9　DMOC 技术原理图

Fig. 9　Block diagram of two layers optimal controller

针对简单双足机器人混合动力系统, Pekarek 等利用 DMOC 技术提出局部最优控制策略, 通过求解带有约束的非线性优化问题产生最优控制策略和最优运动轨迹, 并将该策略成功应用到全驱动或者部分驱动的 Compass-Like 双足机器人. Compass-Like 双足机器人在完全驱动前提条件下, 运动速度要快于欠驱动情况[89]. 双足机器人在欠驱动运动过程中, 虽然摆动腿没有加入驱动, 但是, 在行走初期, 支撑腿需要加入很大的控制力矩才能实现机器人的动态行走, 因此, 在一步周期之内, 完全驱动的能量消耗并不比欠驱动的多. Pekarek 等没有把双足机器人的运动稳定性考虑到算法的设计与求解中, 并不能保证算法具有一定的普适性. 更重要的是, Pekarek 等利用传统序列二次规划算法求解的稳定周期步态是局部最优解, 寻找稳定周期步态的全局最优解和最优控制策略仍然是一个公开问题. 对于非线性规划问题, 利用传统的序列二次规划求解可能出现二次规划子问题不相容的情况, 从而导致算法失败. 孙中波等巧妙地把 “压缩因子” 引入到二次规划子问题的求解过程中, 提出可行序列二次规划算法可望突破这个瓶颈问题[90]. 随后, Kai 等利用 DMOC 方法把离散的 Compass-like 机器人系统转化成非线性规划问题, 分别在变化坡度路面和带周期性的不平整路面上实现了稳定行走. 然而, 上述控制算法大多依赖于双足机器人的被动步态特性, 工况适应性较差, 而且, 没有把机器人动态行走的稳定性考虑到算法设计中, 没有得到以稳定性为目标的行走步态优化算法, 因此, 双足机器人动态行走的鲁棒性不理想[91−93]. 在行走过程中, 机器人的脚与地面发生碰撞, 将导致双足机器人很难实现稳定的周期运动. Kai 等设计的算法也没有考虑碰撞过程给周期运动带来的影响. 目前, DMOC 技术主要应用于两连杆 Compass-Like 双足机器人, 对于多自由度机器人系统还没有进行深入研究. 另外, 传统序列二次规划算法对初始值选取具有很强依赖性, 如何克服初始值选取困难实现算法的快速收敛也有待于进一步研究. 针对上述问题, Sun 等提出了两类求解最优运动轨迹和最佳控制输入的非线性数值优

化算法[94−95], 基于 DMOC 技术, 把求解最优运动轨迹和最佳控制输入的泛函极值问题转化为带有约束条件的非线性优化问题, 具体思想见图 10. 首先, 提出了具有超线性收敛特性的可行序列二次规划算法 (Feasible sequential quadratic programming, FSQP) 求解最优运动轨迹和最佳控制输入. 该算法克服了传统 SQP 算法的缺陷, 并且, 把求解少自由度的双足机器人步态优化问题推广到了多自由度的双足机器人步态优化问题, 揭示了人类步行运动机理, 实现了双足机器人低能耗、高效、稳定行走步态. 其次, 利用光滑化罚函数方法把带有非线性约束条件的非线性优化问题转化为无约束优化问题, 简化了算法的结构, 便于实现. 通过调整光滑化因子, 提高了算法的收敛速度, 使得双足机器人的运动轨迹迅速收敛到稳定的周期轨道, 实现了 Compass-Like 和 RABBIT 双足机器人的动态稳定行走.

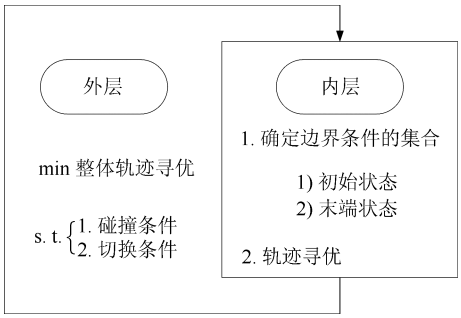


图 10 双层优化控制框图

Fig. 10 Block diagram of two layers optimal controller

由于非线性规划算法对初值的选取比较敏感, 为了克服外层计算时算法对初值选取敏感的缺点, 同时内层计算还可以很快的收敛, 还可以采用智能优化算法求解外层优化问题, 使用非线性规划算法求解内层部分. 针对不同的性能指标泛函, 结合固定工况条件以及机器人自身机构的约束条件, 如大腿和小腿长度、步幅长度、膝盖抬高幅度、身体下降幅度等, 从不同的角度设计优化控制变量函数的求解算法. 另外, 针对 DMOC 优化过程路况信息变得复杂情况, 例如, 不平坦路况、随机路况等, 使得产生迭代点的可行域变得更加复杂, 如何设计快速收敛的数值优化算法使得下一次迭代点始终保持在新的可行域中, 将是未来步态优化问题研究的主要难点.

4.8 PDAC 控制理论

基于点接触方法, 研究人员提出了许多三维双足机器人的控制律. 然而, 这些控制律很难应用到实际机器人系统. 由于点接触方法假设脚接触时应为完全非弹性碰撞且瞬间完成, 这是点接触方法不能有效地应用到实际机器人系统的主要原因. 当机器人步幅较大时, 上述假设条件不成立. 针对这类问题, 基于双腿支撑的被动动态自动控制 (Passive dynamic autonomous control, PDAC) 技术, Aoyama 等提出了三维双足机器人的控制方法. 机器人模型可以看作为一种可改变长度的三维倒立摆模型, 利用 PDAC 技术, 把三维倒立摆模型转化为二维自治系统. 因此, 倒立摆的轨迹由二维自治系统决定. 为了改进稳定速度, Aoyama 等提出了 PDAC 自适应控制法, 通过更新参数改进了稳定速度[96]. 具体 PDAC 常量转换见图 11.

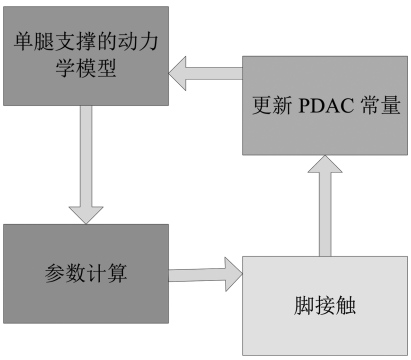


图 11 PDAC 常量转换图

Fig. 11 Block diagram of transition of PDAC constants

5 难点与未来的研究工作

尽管动态双足机器人稳定性理论与应用研究已经有二十余年的历史, 然而, 关于动态双足机器人可控周期运动的相关理论研究与原型机开发相比还较为滞后. 目前, 国内外对动态双足机器人步态优化控制与鲁棒稳定性的研究仍存在一些亟待解决的问题. 在理论研究基础上, 动态双足机器人更加广泛的应用仍然需要进一步研究, 例如, 卫生医疗服务、康复训练、外太空探测、家政服务等领域. 在这些领域中, 机器人需要在动态、未知、变结构的复杂环境完成不同类型的作业任务, 这就对机器人的环境适应性、自主控制、人机交互提出了更高的要求[97].

5.1 动态双足机器人系统的可控周期步态的存在性的理论分析尚不完善

动态双足机器人可控周期步态存在性分析与判断准则还没有得到深入的研究. 可控周期运动步态是否存在, 或在什么条件下存在问题是动态双足机器人系统设计综合时需要明确回答的问题. 一方面, 对于给定的动态双足机器人系统 (即系统结构与驱动作用已经确定), 需要分析可控周期运动步态的存在条件, 给出相应的周期运动步态解的特性, 确定周期步态解的变化 (可控) 区域; 另一方面, 在设计动态双足机器人系统时, 如何合理配置系统运动自由度、系统参数分布 (结构的质量分布和尺寸分布)、驱动控制作用, 确保动态双足机器人可控周期运动

步态的存在性.

5.2 动态双足机器人系统可控周期运动的稳定性的理论研究尚不深入

动态双足机器人的动力学模型具有非线性、强耦合、变拓扑、脉冲混杂动态特性等, 现有的数学分析工具不能得到完整、精确的周期步态解. 可控周期步态的渐近稳定性和有限时间稳定性还没有得到严格理论证明. 因此, 动态双足机器人可控周期步态渐近稳定性和有限时间稳定性的判别准则是一个尚未完全解决的问题. 在动态行走过程中, 双足机器人的膝关节人为的 "锁死" 需要消耗一定的能量, 如果能够很好地利用 Zeno 行为, 实现双足机器人的动态行走, 这样可以大大减少动态行走过程中 "锁死" 的能量消耗, 提高机器人的行走效率. Lamperski 和 Ames 只讨论了双足机器人含有单侧约束的膝关节碰撞的 Zeno 行为. 对于完整约束条件下的 Zeno 行为和 Zeno 稳定性等一系列的公开问题并没有进行相关研究. 从而, 动态双足机器人的 Zeno 稳定性将在后续研究工作中进行深入探讨.

5.3 动态双足机器人可控周期步态的鲁棒性分析尚不完全清晰

在固定工况下, 双足机器人的参数发生扰动时, 原有的稳定周期运动可能会遭到破坏, 设计综合具有环境适应能力的反馈控制器, 分析双足机器人模型参数摄动的鲁棒稳定性. 在随机变化工况下, 由于地面特性参数的引入与不确定性, 使得非线性规划约束条件变为凸多面体, 给反馈控制器构造带来了计算量大、复杂度高的困难. 在动态行走过程中, 机器人的双脚与地面发生碰撞的过程十分复杂, 存在很多的不确定性, 现有的碰撞过程建模的假设条件过于苛刻, 且很难反应系统在碰撞过程中的真实情况. 因此, 需要建立符合实际碰撞情况的数学模型是动态双足机器人研究的一个深层次问题[98]. 确保动态双足机器人实现变工况与未知环境条件下的鲁棒稳定性与希望的稳定行走步态, 提出快速收敛求解半定规划问题的数值优化算法, 实现高效的、大范围的稳定行走.

5.4 动态双足机器人可控周期运动的优化控制策略的研究尚不完善

动态双足机器人可控周期步态的优化控制策略的研究尚不完善. 动态双足机器人的核心问题是利用拟人行走机构和控制策略实现高效稳定行走. 对于给定的动态双足机器人结构, 如何设计具有最小能耗和拟人行走步态的最优控制策略仍需深入系统研究. 针对 DMOC 优化过程中存在对初始点选取敏感依赖问题, 尤其是路况信息变得复杂时, 例如, 不平坦路况、随机路况等, 使得产生迭代点的可行域变得更加复杂, 如何设计快速收敛的数值优化算法使得下一次迭代点始终保持在新的可行域中, 将是未来步态优化问题研究的主要难点. 另一方面, 利用 Human-inspired 控制方法实现类人动态行走的双足机器人结构比较简单, 主要集中在点足机器人. 如何把 Human-inspired 控制方法推广到带有上肢的动态双足机器人并且针对上肢部分确定具有普遍意义的规范化输出函数, 使双足机器人尽可能实现类人的稳定行走步态是未来研究的一个热点. 通过对这些动作数据进行处理使机器人保持类人动作的高效性和鲁棒性是研究这类控制方法的一类核心问题, 目前为止, 还没有较为通用和有效的方法. 如何从人体行走步态数据中建立人类行走特性描述, 给出能够用于动态双足机器人反馈控制系统结构综合与控制律设计的规范化输出函数, 仍是一个没有得到很好解决的问题. 在仿真环境条件下, 人们提出的许多性能良好的反馈控制方法均能够实现双足机器人的动态稳定行走. 然而, 在实际物理平台上, 这些方法远远不能达到实际工作要求, 因此, 设计可以应用到实际物理平台上的有效反馈控制方法一直是双足机器人研究领域的一个难点.

5.5 动态双足机器人应用研究尚需深入

针对适应环境问题, 未来研制的双足机器人主要面向复杂环境工况条件, 例如, 外太空环境、自然灾害后 (地震、火山爆发等) 复杂的地面或地形等. 这将导致双足机器人的结构设计应具有针对性, 稳定性理论应更具广泛的适用性, 控制算法必须具备强鲁棒性、高效性与实时性.

针对自主控制问题, 当机器人在复杂环境工况条件下执行任务时, 根据作业任务和环境感知结果, 机器人在无人干扰情况下应该具备自主避障和顺利完成任务的能力. 通过把机器人技术与仿生技术进行有机结合, 设计高效率的自主控制与决策的控制策略是未来研究的重中之重.

人类研究双足机器人的最终目标是让机器人更好地为人类服务, 实现人–机共融. 安全性问题是人机交互的核心问题, 设计兼有安全性与稳定性的人机交互的控制算法是实现双足机器人高效工作的理论保障. 通过把机器人学与生物科学结合, 利用神经信号、肌电信号等设计智能控制器实现机器人的智能化, 为机器人智能化提供了一个新的研究思路.

以上问题是动态双足机器人可控周期步态优化控制与鲁棒稳定性及其应用研究取得进一步发展的关键. 分析动态双足机器人可控周期步态的存在性; 提出可控周期运动稳定性的判别准则是研究动态双足步行机器人周期运动的基础; 设计低能耗、强鲁棒

性的最优控制策略与优化算法是高效稳定行走的途径; 在多任务与多工况条件下, 研究动态双足机器人的鲁棒性是实现高效率周期运动的理论保证; 揭示人类步行运动的内在机理, 利用人的行走步态特性数据与模型, 设计综合 Human-inspired 反馈系统结构与控制策略, 实现人–机共融是研究动态双足步行机器人的目标.

6 结论

本文主要探讨动态双足机器人可控周期步态的优化控制策略与鲁棒稳定性. 分析了以动态双足机器人动力学模型为代表的一类脉冲混合动力系统的特性, 讨论了可控周期步态的存在性和稳定性的判别准则, 对比了脉冲混合动力系统的理论分析方法, 解释了动态双足机器人系统普遍存在的 Zeno 现象, 总结了动态双足机器人的各种控制策略. 动态双足机器人的研究重点主要侧重以下三个方面, 从理论层面, 主要研究动态双足机器人的可控周期步态的存在性、稳定性和鲁棒性; 从优化控制策略层面, 提出快速收敛的优化控制算法, 寻求能获得低能耗、在线调节、强鲁棒性的高效稳定行走的最优控制策略, 提高动态双足机器人的可控周期运动的鲁棒性, 实现大范围的稳定行走. 从应用层面, 主要针对复杂工况条件下, 机器人应具备自主控制与决策能力, 实现人–机共融.

References

1 Goswami A, Espiau B, Keramane A. Limit cycles in a passive compass gait biped and passivity-mimicking control laws. *Autonomous Robots*, 1997, **4**(3): 273−286

2 Collins S, Ruina A, Tedrake R, Wisse M. Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers. *Science*, 2005, **307**(5712): 1082−1085

3 Alexander R M. Walking made simple. *Science*, 2005, **308**(5718): 58−59

4 Kuo A D. Harvesting energy by improving the economy of human walking. *Science*, 2005, **309**(5714): 1686−1687

5 Wisse M, Keliksdal G, van Frankenhyyzen J, Moyer B. Passive-based walking robot. *IEEE Transactions on Robotics and Automation Magazine*, 2007, **14**(2): 52−62

6 Hobbelen D, de Boer T, Wisse M. System overview of bipedal robots flame and TUlip: tailor-made for limit cycle walking. In: Proceedings of the 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Nice, France: IEEE, 2008. 2486−2491

7 Karssen J D, Wisse M. Running with improved disturbance rejection by using non-linear leg springs. *The International Journal of Robotics Research*, 2011, **30**(13): 1585−1595

8 Bhounsule P A, Cortell J, Ruina A. Design and control of ranger: an energy-efficient, dynamic walking robot. In: Proceedings of the 15th International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines. Baltimore, Maryland, USA: World Scientific Publishing Co. Pte Ltd., 2012. 441−448

9 Park H W, Sreenath K, Jonathan W H, Grizzle J W. Identification of a bipedal robot with a compliant drivetrain. *IEEE Control Systems*, 2011, **31**(2): 63−88

10 Buss B G, Ramezani A, Hamed K A, Grffin B A, Galloway K S, Grizzle J W. Preliminary walking experiments with underactuated 3D bipedal robot MARLO. In: Proceedings of the 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Chicago, IL: IEEE, 2014. 2529−2536

11 Kuindersma S, Deits R, Fallon M, Valenzuela A, Dai H K, Permenter F, Marion P, Tedrake R. Optimization-based locomotion planning, estimation, and control design for the atlas humanoid robot. *Autonomous Robots*, 2016, **40**(3): 429−455

12 Gong Chi-Kun, Huang Cheng-Lin, Zhang Zhi-Bin, Lan Li-En. Simulation research of humanoid bipedal robot upstairs. *Modern Manufacturing Engineering*, 2013, (8): 108−112
(宫赤坤, 黄成林, 张智斌, 蓝黎恩. 仿人双足机器人上楼梯仿真研究. 现代制造工程, 2013, (8): 108−112)

13 Song Xian-Xi, Zhou Feng, Liang Qing, Wang Yong. Gait planning and control of a biped robot climbing upstairs. *Computer Simulation*, 2011, **28**(4): 176−180
(宋宪玺, 周烽, 梁青, 王永. 双足机器人上楼梯步态的规划与控制. 计算机仿真, 2011, **28**(4): 176−180)

14 Westervelt E R, Grizzle J W, Chevallereau C, Choi J H, Morris B. *Feedback Control of Dynamic Bipedal Robot Locomotion*. Boca Raton: CRC Press, 2007. 19−20

15 Grizzle J W, Abba G, Plestan F. Asymptotically stable walking for biped robots: analysis via systems with impulse effects. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, **46**(1): 51−64

16 Fu C L, Chen K. Section-map stability criterion for biped robots part I: theory. In: Proceedings of the 2007 International Conference on Mechatronics and Automation. Harbin, China: IEEE, 2007. 1529−1534

17 Ames A D, Galloway K, Sreenath K, Grizzle J W. Rapidly exponentially stabilizing control Lyapunov functions and hybrid zero dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, **59**(4): 876−891

18 Orlov Y, Aoustin Y, Chevallereau C. Finite time stabilization of a perturbed double integrator — part I: continuous sliding mode-based output feedback synthesis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(3): 614−618

19 Lamperski A, Ames A D. Lyapunov theory for Zeno stability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, **58**(1): 100−112

20 Hürmüzlü Y, Moskowitz G D. Bipedal locomotion stabilized by impact and switching: I. Two-and three-dimensional, three-element models II. Structural stability analysis of a four element bipedal locomotion model. *Dynamics and Stability of Systems*, 1987, **2**(2): 73−112

21 Westervelt E R, Buche G, Grizzle J W. Experimental validation of a framework for the design of controllers that induce stable walking in planar bipeds. *The International Journal of Robotics Research*, 2004, **23**(6): 559−582

22 Liu L M, Tian Y T. Switch control between different speeds for a passive dynamic walker. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2012, **9**: 241

23 Liu De-Jun, Tian Yan-Tao. Energy shaping control of biped walking robot. *Control Theory and Applications*, 2012, **29**(10): 1301−1308
(刘德君, 田彦涛. 双足步行机器人能量成型控制. 控制理论与应用, 2012, **29**(10): 1301−1308)

24 Nguyen Q, Sreenath K. L_1 adaptive control for bipedal robots with control Lyapunov function based quadratic programs. In: Proceedings of the 2015 American Control Conference. Chicago, IL: IEEE, 2015. 862−867

25 Orlov Y. Finite time stability and robust control synthesis of uncertain switched systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2004, **43**(4): 1253−1271

26 Aoustin Y, Chevallereau C, Orlov Y. Finite time stabilization of a perturbed double integrator — part II: applications to bipedal locomotion. In: Proceedings of the 49th IEEE Conference of Decision and Control. Atlanta, GA: IEEE, 2010. 3554−3559

27 Oza H B, Orlov Y V, Spurgeon S K, Aoustin Y, Chevallereau C. Finite time tracking of a fully actuated biped robot with pre-specified settling time: a second order sliding mode synthesis. In: Proceedings of the 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Hong Kong, China: IEEE, 2014. 2570−2575

28 Oza H B, Orlov Y V, Spurgeon S K, Aoustin Y, Chevallereau C. Continuous second order sliding mode based robust finite time tracking of a fully actuated biped robot. In: Proceedings of the 2014 European Control Conference. Strasbourg, France: IEEE, 2014. 2600−2605

29 Or Y, Ames A D. Stability and completion of Zeno equilibria in Lagrangian hybrid systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(6): 1322−1336

30 Or Y, Teel A R. Zeno stability of the set-valued bouncing ball. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(2): 447−452

31 Goebel R, Teel A R. Solutions to hybrid inclusions via set and graphical convergence with stability theory applications. *Automatica*, 2006, **42**(4): 573−587

32 Ames A D. Characterizing knee-bounce in bipedal robotic walking: a Zeno behavior approach. In: Proceedings of the 14th International Conference on Hybrid Systems: Computation and Control. New York, USA: ACM, 2011. 163−172

33 Hu Jun-Feng, Cao Jun. Analysis for global stability of passive bipeds walking. *Computer Engineering*, 2015, **41**(2): 173−177
(胡峻峰, 曹军, 双足被动步行的全局稳定性分析. 计算机工程, 2015, **41**(2): 173−177)

34 Montaño O E, Orlov Y, Aoustin Y. Nonlinear state feedback H_∞-control of mechanical systems under unilateral constraints. In: Proceedings of the 19th IFAC World Congress. Cape Town, South Africa: IFAC, 2014. 3833−3838

35 Dai H K, Tedrake R. Optimizing robust limit cycles for legged locomotion on unknown terrain. In: Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control. Maui, HI, USA: IEEE, 2012. 1207−1213

36 Manchester I R, Mettin U, Iida F, Tedrake R. Stable dynamic walking over uneven terrain. *The International Journal of Robotics Research*, 2011, **30**(3): 265−279

37 Dai H K, Tedrake R. L_2-gain optimization for robust bipedal walking on unknown terrain. In: Proceedings of the 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Karlsruhe, Germany: IEEE, 2013. 3116−3123

38 Gan C B, Ding C T, Yang S X. Dynamical analysis and performance evaluation of a biped robot under multi-source random disturbances. *Acta Mechanica Sinica*, 2014, **30**(6): 983−994

39 Montano O, Orlov Y, Aoustin Y, Chevallereau C. Orbital stabilization of an underactuated bipedal gait via nonlinear H_∞ control using measurement feedback. *Autonomous Robots*, DOI: 10.1007/s1054-015-9543-z

40 Hamed K A, Buss B G, Grizzle J W. Exponentially stabilizing continuous time controllers for periodic orbits of hybrid systems: application to bipedal locomotion with ground height variations. *International Journal of Robotics Research*, 2016, **35**(8): 977−999

41 Hodgins J K, Raibert M N. Adjusting step length for rough terrain locomotion. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1991, **7**(3): 289−298

42 Andrada E, Rode C, Blickhan R. Grounded running in quails: simulations indicate benefits of observed fixed aperture angle between legs before touch-down. *Journal of Theoretical Biology*, 2013, **335**: 97−107

43 Maus H M, Seyfarth A. Walking in circles: a modelling approach. *Journal of the Royal Society Interface*, 2014, **11**(99), doi: 10.1098/rsif.2014.0594

44 Li Man-Tian, Yu Hai-Tao, Guo Wei, Wang Peng-Fei, Cai He-Gao. Research on the analyticity of SLIP model based on perturbation theory and locomotion control. *Robot*, 2012, **34**(6): 689−696
(李满天, 于海涛, 郭伟, 王鹏飞, 蔡鹤皋. 基于摄动理论的 SLIP 模型解析化研究及其运动控制. 机器人, 2012, **34**(6): 689−696)

45 Yu H T, Li M T, Cai H G. Analysis on the performance of the SLIP runner with nonlinear spring leg. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2013, **26**(5): 892−899

46 Meghdari A, Sohrabpour S, Naderi D, Tamaddoni S H, Jafari F, Salarieh H. A novel method of gait synthesis for bipedal fast locomotion. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2008, **53**(2): 101−118

47 Kwon O, Park J H. Asymmetric trajectory generation and impedance control for running of biped robots. *Autonomous Robots*, 2009, **26**(1): 47−78

48 Celik H, Piazza S J. Simulation of aperiodic bipedal sprinting. *Journal of Biomechanical Engineering*, 2013, **135**(8): 81008

49 Tamaddoni S H, Jafari F, Meghdari A, Sohrabpour S. Biped hopping control bazsed on spring loaded inverted pendulum model. *International Journal of Humanoid Robotics*, 2010, **7**(2): 263−280

50 Han B, Luo X, Liu Q Y, Zhou B, Chen X D. Hybrid control for SLIP-based robots running on unknown rough terrain. *Robotica*, 2014, **32**(7): 1065−1080

51 Shen Z H, Seipel J. A piecewise-linear approximation of the canonical spring-loaded inverted pendulum model of legged locomotion. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2016, **11**(1): 011007

52 Geng T, Porr B, Wörgötter F. Fast biped walking with a sensor-driven neuronal controller and real-time online learning. *The International Journal of Robotics Research*, 2006, **25**(3): 243−259

53 Geng T. Online regulation of the walking speed of a planar limit cycle walker via model predictive control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, **61**(5): 2326−2333

54 Endo G, Morimoto J, Matsubara T, Nakanishi J, Cheng G. Learning CPG-based biped locomotion with a policy gradient method: application to a humanoid robot. *The International Journal of Robotics Research*, 2008, **27**(2): 213−228

55 Fu C L, Tan F, Chen K. A simple walking strategy for biped walking based on an intermittent sinusoidal oscillator. *Robotica*, 2010, **28**(6): 869−884

56 Liu C J, Wang D W, Chen Q J. Central pattern generator inspired control for adaptive walking of biped robots. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2013, **43**(5): 1206−1215

57 Xue Fang-Zheng, Chen Qiang, Hou Zhi-Cheng. Central pattern generator based multi-level walking controller design of biped robot. *Control and Decision*, 2015, **30**(3): 467−472 (薛方正, 陈强, 厚之成. 基于 CPG 的双足机器人多层步行控制器设计. 控制与决策, 2015, **30**(3): 467−472)

58 Srinivasan M, Ruina A. Computer optimization of a minimal biped model discovers walking and running. *Nature*, 2006, **439**(7072): 72−75

59 Sinnet R W, Jiang S, Ames A D. A human-inspired framework for bipedal robotic walking design. *International Journal of Biomechatronics and Biomedical Robotics*, 2014, **3**(1): 20−41

60 Ames A D. Human-inspired control of bipedal walking robots. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, **59**(5): 1115−1130

61 Ames A D. First steps toward automatically generating bipedal robotic walking from human data. *Robot Motion and Control 2011*. London: Springer, 2011. 89−116

62 Zhao H H, Ma W L, Ames A D, Zeagler M B. Human-inspired multi-contact locomotion with AMBER2. In: Proceedings of the 2014 ACM/IEEE International Conference on Cyber-Physical Systems. Berlin, Germany: IEEE, 2014. 199−210

63 Zhao H H, Powell M J, Ames A D. Human-inspired motion primitives and transitions for bipedal robotic locomotion in diverse terrain. *Optimal Control Applications and Methods*, 2014, **35**(6): 730−755

64 Powell M J, Cousineau E A, Ames A D. Model predictive control of underactuated bipedal robotic walking. In: Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Seattle, USA: IEEE, 2015. 5121−5126

65 Arai H, Tanie K, Shiroma N. Time-scaling control of an underactuated manipulator. *Journal of Robotic Systems*, 1998, **15**(9): 525−536

66 Dahl O, Nielsen L. Torque-limited path following by online trajectory time scaling. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1990, **6**(5): 554−561

67 Chevallereau C, Grizzle J W, Shih C L. Asymptotically stable walking of a five-link underactuated 3-D bipedal robot. *IEEE Transactions on Robotics*, 2009, **25**(1): 37−50

68 Shih C L, Grizzle J W, Chevallereau C. From stable walking to steering of a 3D bipedal robot with passive point feet. *Robotica*, 2012, **30**(7): 1119−1130

69 Holm J K, Lee D, Spong M W. Time-scaling trajectories of passive-dynamic bipedal robots. In: Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Roma, Italy: IEEE, 2007. 3603−3608

70 Holm J K. Gait regulation for bipedal locomotion [Ph. D. dissertation], University of Illinois at Urbana-Champaign, USA, 2008.

71 Hu Y, Yan G F, Lin Z Y. Gait generation and control for biped robots with underactuation degree one. *Automatica*, 2011, **47**(8): 1605−1616

72 Routh E J. *A Treatise on the Stability of a Given State of Motion: Particularly Steady Motion*. London: MacMillan, 1877.

73 Routh E J. *Advanced Rigid Dynamics*. London: McMillan, 1884.

74 Arnold V I. *Dynamical Systems III*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1988.

75 Marsden J E, Scheurle J. Lagrangian reduction and the double spherical pendulum. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik*, 1993, **44**(1): 17−43

76 Marsden J E, Scheurle J. The reduced euler-lagrange equations. *Fields Institute Communications*, 1993, **1**: 139−164

77 Ames A D, Sastry S. Hybrid Routhian reduction of Lagrangian hybrid systems. In: Proceedings of the 2006 American Control Conference. Minneapolis, MN: IEEE, 2006.

78 Ames A D, Sastry S. Hybrid geometric reduction of hybrid systems. In: Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control. San Diego, USA: IEEE, 2006. 923−929

79 Gregg R D, Spong M W. Reduction-based control of three-dimensional bipedal walking robots. *The International Journal of Robotics Research*, 2010, **29**(6): 680−702

80 Ames A D, Gregg R D, Spong M W. A geometric approach to three-dimensional hipped bipedal robotic walking. In: Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans, LA, USA: IEEE, 2007. 5123−5130

81 Sinnet R W, Ames A D. 2D bipedal walking with knees and feet: a hybrid control approach. In: Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference. Shanghai, China: IEEE, 2009. 3200−3207

82 Ames A D, Tabuada P, Schürmann B, Ma W L, Kolathaya S, Rungger M, Grizzle J W. First steps toward formal controller synthesis for bipedal robots. In: Proceedings of the 18th International Conference on Hybrid Systems: Computation and Control. Seattle, WA, USA: ACM, 2015. 209−218

83 Westervelt E R, Grizzle J W, Koditschek D E. Hybrid zero dynamics of planar biped walkers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(1): 42−56

84 Wang T, Chevallereau C, Tlalolini D. Stable walking control of a 3D biped robot with foot rotation. *Robotica*, 2014, **32**(4), 551−570

85 Wang T, Chevallereau C, Rengifo C F. Walking and steering control for a 3D biped robot considering ground contact and stability. *Robotics & Autonomous Systems*, 2012, **60**(7): 962−977

86 Sreenath K, Park H W, Poulakakis I, Grizzle J W. Embedding active force control within the compliant hybrid zero dynamics to achieve stable, fast running on MABEL. *The International Journal of Robotics Research*, 2013, **32**(3): 324−345

87 Hereid A, Hubicki C M, Cousineau E A, Hurst J W, Ames A D. Hybrid zero dynamics based multiple shooting optimization with applications to robotic walking. In: Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Seattle, WA, USA: IEEE, 2015. 5734−5740

88 Ober-Blöbaum S. Discrete Mechanics and Optimal Control [Ph. D. dissertation], University of Paderborn, Germany, 2008

89 Pekarek D, Ames A D, Marsden J E. Discrete mechanics and optimal control applied to the compass gait biped. In: Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans, USA: IEEE, 2007. 5376−5382

90 Sun Zhong-Bo, Duan Fu-Jian, Xu Chun-Ling, Tian Yan-Tao. A superlinearly convergent trust region-SQP algorithm for inequality constrained optimization. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*, 2014, **37**(5): 878−890
(孙中波, 段复建, 许春玲, 田彦涛. 不等式约束优化超线性收敛的信赖域 -SQP 算法. 应用数学学报, 2014, **37**(5): 878−890)

91 Kai T, Shintani T. A gait generation method for the compass-type biped robot on slopes via discrete mechanics. In: Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. Orlando, USA: IEEE, 2011. 675−681

92 Kai T, Shintani T. Gait generation on periodically unlevel grounds for the compass-type biped robot via discrete mechanics. In: Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Control Applications. Dubrovnik, Croatia: IEEE, 2012. 1362−1368

93 Kai T, Shintani T. A discrete mechanics approach to gait generation on periodically unlevel grounds for the compass-type biped robot. *International Journal of Advanced Research in Artificial Intelligence*, 2013, **2**(9): 43−51

94 Sun Z B, Tian Y T, Li H Y, Wang J. A superlinear convergence feasible sequential quadratic programming algorithm for bipedal dynamic walking robot via discrete mechanics and optimal control. *Optimal Control Applications and Methods*, DOI: 10.1002/oca.2228

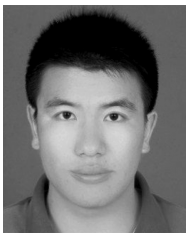
95 Sun Z B, Li H Y, Wang J, Tian Y T. A gait optimization smoothing penalty function method for bipedal robot via DMOC. In: Proceedings of the 17th IFAC Symposium on System Identification. Beijing, China: IFAC, 2015. 1148−1153

96 Aoyama T, Sekiyama K, Lu Z G, Hasegawa Y, Fukuda T. 3-D biped walking using double support phase and swing leg retraction based on the assumption of point-contact. *Journal of Robotics and Mechatronics*, 2012, **24**(5): 866−875

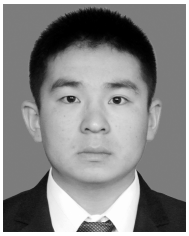
97 Tan Min, Wang Shuo. Research progress on robotics. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(7): 963−972
(谭民, 王硕. 机器人技术研究进展. 自动化学报, 2013, **39**(7): 963−972)

98 Grizzle J W, Chevallereau C, Sinnet R W, Ames A D. Models, feedback control, and open problems of 3D bipedal robotic walking. *Automatica*, 2014, **50**(8): 1955−1988

田彦涛 吉林大学教授. 1993 年于吉林工业大学获得工学博士学位. 主要研究方向为复杂系统建模, 优化与控制, 动态行走机器人, 机器视觉与模式识别. 本文通信作者. E-mail: tianyt@jlu.edu.cn
(**TIAN Yan-Tao** Professor at Jilin University. He received his Ph. D. degree from the Jilin University of Technology in 1993. His research interest covers complex system modeling, optimization and control, dynamic walking robots, machine vision, and pattern recognition. Corresponding author of this paper.)



孙中波 吉林大学通信工程学院博士研究生. 主要研究方向为复杂系统建模, 优化与控制, 动态行走机器人, 数值最优化理论与算法.
E-mail: zhongbosun2012@163.com
(**SUN Zhong-Bo** Ph. D. candidate at the College of Communication Engineering, Jilin University. His research interest covers complex system modeling, optimization and control, dynamic walking robots, and numerical optimization and algorithm.)



李宏扬 吉林大学通信工程学院硕士研究生. 2013 年获得吉林大学学士学位. 主要研究方向为复杂系统建模, 优化与控制.
E-mail: hongyangli1990@163.com
(**LI Hong-Yang** Master student at the College of Communication Engineering, Jilin University. He received his bachelor degree from Jilin University in 2013. His research interest covers complex system modeling, optimization and control.)

王 静 吉林大学通信工程学院博士研究生. 主要研究方向为复杂系统建模, 优化与控制.
E-mail: jingw14@mails.jlu.edu.cn
(**WANG Jing** Ph. D. candidate at the College of Communication Engineering, Jilin University. Her research interest covers complex system modeling, optimization and control.)