一种应对非平稳频率失调的窄带主动噪声控制系统

黄博妍 [1] 常 琳 [1] 马亚平 [1] 孙金玮 [1] 魏 国 [1]

摘 要 在窄带主动噪声控制 (Active noise control, ANC) 系统中, 参考信号频率失调 (Frequency mismatch, FM) 和噪声信号非平稳将会使系统性能下降, 甚至失效. 本文提出一种基于动量最小均方的改进 FM 补偿算法, 通过在代价函数中引入加权累加的平方误差, 提升系统的追踪和收敛能力. 并分别与基于滤波 -X 最小均方 (Filtered -X least mean square, FXLMS)、滤波 -X 递归最小二乘 (Filtered -X recursive least square, FXRLS) 和变步长滤波 -X 最小均方 (Variable step-size filtered -X least mean square, VSS-FXLMS) 算法的主控制系统结合, 共同完成系统综合性能的提高. 大量仿真分析表明, 新的 FM 补偿算法在非平稳的 FM 和离散傅里叶系数翻转的条件下仍能保持较高的追踪能力和合理的残余误差.

关键词 窄带主动噪声控制, 频率失调补偿, 非平稳噪声, 动量最小均方, 变步长滤波 -X 最小均方

引用格式 黄博妍, 常琳, 马亚平, 孙金玮, 魏国. 一种应对非平稳频率失调的窄带主动噪声控制系统. 自动化学报, 2015, **41**(1): 186−193

DOI 10.16383/j.aas.2015.c130797

A New Narrowband ANC System against Nonstationary Frequency Mismatch

HUANG Bo-Yan[1] CHANG Lin[1] MA Ya-Ping[1]
SUN Jin-Wei[1] WEI Guo[1]

Abstract A frequency mismatch (FM) compensation method is proposed for the narrowband active noise control (ANC) system to solve the problem of large nonstationary FM. Inspired by the momentum least mean square (LMS) theory, a new recursion algorithm for the updating of frequency compensation sequence is derived by incorporating a weighted accumulated square error into the cost function, and applied to the conventional filtered -X least mean square (FXLMS), filtered -X recursive least square (FXRLS), and variable step-size filtered -X LMS (VSS-FXLMS) algorithms, respectively. In both stationary and nonstationary environments, extensive simulations show that the proposed FM compensation method combined with the VSS-FXLMS based main controller possesses excellent tracking ability and is fast convergent.

Key words Narrowband active noise control (ANC), frequency mismatch (FM) compensation, nonstationary noise, momentum least mean square (MLMS), variable step-size filtered -X least mean square (VSS-FXLMS)

Citation Huang Bo-Yan, Chang Lin, Ma Ya-Ping, Sun Jin-Wei, Wei Guo. A new narrowband ANC system against nonstationary frequency mismatch. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(1): 186−193

收稿日期 2013-08-26 录用日期 2014-03-14
Manuscript received August 26, 2013; accepted March 14, 2014
国家自然科学基金 (61171183), 2012 航天支撑基金 (01320214) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61171183) and 2012 Aerospace Support Fund (01320214)
本文责任编委 刘允刚
Recommended by Associate Editor LIU Yun-Gang
1. 哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院 哈尔滨 150001
1. School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001

由风机、引擎和大规模切割机械等旋转设备产生的噪音信号是窄带信号, 可用正余弦线性组合的形式表达[1]. 这些噪音信号的频率未知, 幅值和相位也会随时间变化而改变. 显然, 在各种环境和工程问题中, 消除这些噪音信号非常重要[2−3], 窄带主动噪声控制 (Active noise control, ANC) 系统应运而生[4]. ANC 是根据声波的相消干涉物理原理, 通过引入电声装置产生额外的噪声源 (次级噪声) 与待消除的原始噪声 (初级噪声) 叠加, 从而达到降低或消除噪声的目的[5].

在窄带前馈 ANC 系统中, 噪声信号的非平稳和参考信号的频率失调均为常见的影响系统性能的致命因素[6]. 旋转设备的变速、引擎机械的换挡等因素将会引起初级噪声信号的非平稳, 非平稳的存在严重影响系统稳定性和追踪能力[6−7]. 而参考信号通常通过非声学传感器 (转速计、加速度计等) 获取. 由传感器疲劳磨损、本身精度等问题引起的同步信号的跟踪不准确, 称为频率失调 (Frequency mismatch, FM)[8]. 即使微小的频率失调也会导致系统无法消除目标噪声[9]. 非平稳和频率失调在 ANC 的实际应用中总是难以避免. 当非平稳初级噪声存在时, 传感器的响应延迟将会导致非平稳的频率失调 (Nonstationary FM). 应用自适应变步长滤波 -X 最小均方算法 (Variable step-size filtered -X least mean square, VSS-FXLMS) 的主动控制器可以很好地追踪初级噪声的非平稳[6], 但是几乎所有的算法对频率失调都无能为力.

Xiao 等提出利用二阶 AR 模型对参考信号进行预处理, 能够应对一定程度的 FM[7]. 其本质是增添一个新的频率失调补偿 (Frequency mismatch compensation, FMC) 子系统. 当频率失调信号为非平稳信号时, 上述方法只在 5% 失调量以下有效. 即使引入变步长的主控制器来应对非平稳, 系统追踪曲线依然比较迟滞. 这也许是由于补偿算法的非线性对主控制器的影响. 因此考虑引入动量最小均方 (Momentum least mean square, MLMS) 算法, 即在最小均方算法中权矢量的校正量与梯度估计之间人为地引入一个时延[10−11]. MLMS 被广泛地应用于神经网络改进、非线性系统辨识等领域; Dahanayake 等将 MLMS 应用于神经网络, 提出了一种 “智能神经网络” 的概念[12]. Cho 等[13] 在 MLMS 算法基础上, 加入归一化方法, 得到归一化 MLMS (Normalized MLMS, NMLMS) 算法, 该方法在非平稳信号领域应用效果较好. Dahanayake 等利用现时刻的梯度估计代替前一时刻的梯度估计, 减小了梯度估计的残余误差[10]. Ting 等证明了 MLMS 相比于 LMS (Least mean square) 有着更快更光滑的收敛性能[14]. 在 ANC 领域, Chang 率先在残余误差预滤波路径上引入动量修正项来避免模型早熟[15]. 在窄带 ANC 的频率失调补偿系统上尚没有学者深入研究[13, 16−21].

本文基于 MLMS 的思想, 推导出频率补偿序列的新的关系式. 进而提出一种改进频率补偿算法用以降低非平稳频率失调对系统的影响. 该算法具有更快的收敛速度, 更强的系统追踪能力和平滑能力, 将其分别与基于滤波 -X 最小均方 (Filtered -X least mean square, FXLMS)、滤波 -X 递归最小二乘 (Filtered -X recursive least square, FXRLS) 和 VSS-FXLMS 算法的主控制相结合, 可有效提升系统综合性能指标. 仿真表明, 新算法与 VSS-FXLMS 算法的主控制器结合最紧密, 效果最优, 有效抑制了非平稳频率失调对系统性能的影响; 且该算法的计算量仅比经典频率补偿算法每步更新多一个乘法.

1　主动噪声控制算法

传统的窄带主动噪声控制系统如图 1 所示[2]. 目标噪声信号的表达式为

$$p(n)=\sum_{i=1}^{q}\left[a_i\cos(\omega_i n)+b_i\sin(\omega_i n)\right]+v_p(n) \tag{1}$$

其中, q 为频率个数. ω_i 是第 i 个频率分量. 附加白噪声表达为 $v_p(n)$, 其方差为 σ_p^2. 参考信号表达成正余弦的形式

$$x_{a_i}(n)=\cos(\omega_i n),\quad x_{b_i}(n)=\sin(\omega_i n) \tag{2}$$

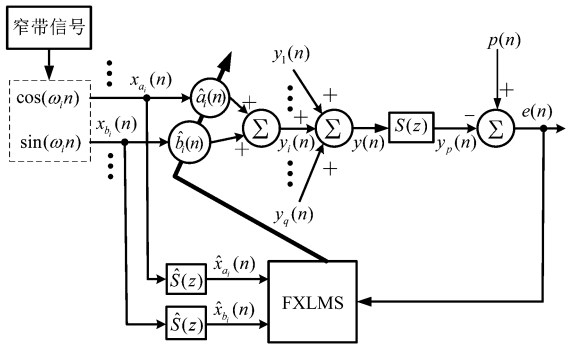


图 1　第 i 个通道的传统窄带 ANC 系统

Fig. 1　The conventional narrowband ANC system (ith channel)

参考信号由非声学传感器获得. 首先以频率特征为信号的先验知识, 再通过已知频率合成参考输入. 即 $\{\omega_i\}_{i=1}^{q}$ 是通过实时测量振动频率且按线性的关系取得的[17]. 系数 $\{a_i,b_i\}_{i=1}^{q}$ 代表噪声的离散傅里叶系数 (Discrete Fourier coefficient, DFC). 次级噪声由 q 个线性组合的并行控制器组成, 分别用来控制 q 个频率. 所有滤波器的输出的总和构成了次级噪声信号. 控制滤波器系数, 由自适应滤波器更新而得.

1.1　Filtered-X LMS (FXLMS) 算法

FXLMS 算法因运算简单、速度快、实时性好被广泛应用于 ANC 系统中. 图 1 中的窄带系统 (第 i 个通道) 应用 FXLMS 算法的系数更新表达式为

$$\hat{a}_i(n+1)=\hat{a}_i(n)+\mu_{a_i}e(n)\hat{x}_{a_i}(n) \tag{3}$$

$$\hat{b}_i(n+1)=\hat{b}_i(n)+\mu_{b_i}e(n)\hat{x}_{b_i}(n) \tag{4}$$

其中, $\{\hat{x}_{a_i}(n),\hat{x}_{b_i}(n)\}_{i=1}^{q}$ 是由参考初级信号 $\{x_{a_i}(n),x_{b_i}(n)\}_{i=1}^{q}$ 经过估计的次级通道 $\hat{S}(z)$ 而获得. 这种预滤波的过程有效补偿了真实次级通道带来的系统误差. 估计次级通道是提前由某种信号辨识技术, 如 LMS 算法或维纳滤波等对真实次级通道进行在线训练, 进而获得估计次级通道系数[18].

$$\hat{x}_{a_i}(n)=\sum_{j=0}^{\hat{M}-1}\hat{s}_j x_{a_i}(n-j) \tag{5}$$

$$\hat{x}_{b_i}(n)=\sum_{j=0}^{\hat{M}-1}\hat{s}_j x_{b_i}(n-j) \tag{6}$$

其中, 参数 $\hat{M}$ 和 $\{\hat{s}_j\}_{j=0}^{\hat{M}-1}$ 分别是估计次级通道 $\hat{S}(z)$ 的长度和系数. 信号 $e(n)$ 是残余噪声信号, 由下式得到

$$e(n)=p(n)-\sum_{j=0}^{M-1}s_j\left[\sum_{i=1}^{q}y_i(n-j)\right] \tag{7}$$

真实的次级通道长度和系数分别为 M 和 $\{s_j\}_{j=0}^{M-1}$. 步长参数 μ_{a_i} 和 μ_{b_i} 是非常小的正常数, 由用户确定. 步长的选取直接影响到窄带 ANC 系统的收敛速度和稳态误差. 为了简化计算量, 设 $\mu_{a_i}=\mu_{b_i}=\mu_i$, $\mu_1=\mu_2=\cdots=\mu_q=\mu$, 这种全局的算法目前在 ANC 领域应用最为普遍.

1.2　Filtered-X RLS (FXRLS) 算法

将 FXRLS 算法写成多频正余弦函数的线性结合, 表达式为[6]

$$\hat{\Theta}_i(n)=\hat{\Theta}_i(n-1)+F_i(n)\hat{\Phi}_i(n)e(n),\quad i=1,2,\cdots,q \tag{8}$$

其中, $\hat{\Theta}_i(n)=[\hat{a}_i(n),\hat{b}_i(n)]^{\mathrm{T}}$, 可将 $F_i(n)$ 看作另一种意义下的变步长, 设 $\Phi_i(n)=[x_{a_i}(n),x_{b_i}(n)]^{\mathrm{T}}$ 和 $\hat{\Phi}_i(n)=[\hat{x}_{a_i}(n),\hat{x}_{b_i}(n)]^{\mathrm{T}}$, 则可以得到

$$F_i(n)=\frac{1}{\lambda_i}\left[F_i(n-1)-\frac{F_i(n-1)\hat{\Phi}_i(n)\hat{\Phi}_i^{\mathrm{T}}(n)F_i(n-1)}{\lambda_i+\hat{\Phi}_i^{\mathrm{T}}(n)F_i(n-1)\hat{\Phi}_i(n)}\right] \tag{9}$$

$$e(n)=p(n)-\sum_{j=0}^{M-1}s_j\left[\sum_{k=1}^{q}\hat{\Theta}_k^{\mathrm{T}}(n-1-j)\Phi_k(n-j)\right] \tag{10}$$

其中, λ_i 被定义为遗忘因子, $\lambda_i\in(0,1]$. 在 ANC 领域, 由于其计算非常复杂, 对处理器的成本要求很高, FXRLS 算法并没有取得广泛应用. 而且 FXRLS 算法的追踪能力滞后, 对于非平稳的噪声环境, FXRLS 算法很难胜任. 这主要是由于 FXRLS 算法的增益矩阵在迭代过程中逐渐变得非常小. 根据噪声的检测来更新增益矩阵或许为解决这个问题带来思路, 然而更新增益矩阵的时间难以确定, 不停地更新矩阵又不能保证实时性.

1.3　窄带 VSS-FXLMS 算法

为了保证较低的稳态误差、合理的收敛速度和追踪能力, 以及对非平稳的适应能力, 引入 VSS-FXLMS 算法[19−20]. 通过应用步长 $\mu_{a_i}(n)$ 和 $\mu_{b_i}(n)$, 来代替固定的步长 μ_{a_i} 和 μ_{b_i}, 对每个第 i 频率通道, 传统的 FXLMS 算法可以写成

$$\hat{a}_i(n+1)=\hat{a}_i(n)+\mu_{a_i}(n)e(n)\hat{x}_{a_i}(n) \tag{11}$$

$$\hat{b}_i(n+1)=\hat{b}_i(n)+\mu_{b_i}(n)e(n)\hat{x}_{b_i}(n) \tag{12}$$

用来更新 FXLMS 算法的目标函数是隐函数, $J(n)=e^2(n)/2$, 其中包含 $\mu_{a_i}(n-1)$ 和 $\mu_{b_i}(n-1)$. 因此将代价函数设计成

$$J(n)=\frac{1}{2}e^2(n)+\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{q}\alpha_j[\mu_{a_j}^2(n-1)+\mu_{b_j}^2(n-1)] \tag{13}$$

第 2 项含有 $\mu_{a_j}(n-1)$ 和 $\mu_{b_j}(n-1)$. 其中 α_j 是很小的正常

数, 这会使得系统更加稳定可靠, 通过最速下降法得到

$$\mu_{a_i}(n)=\mu_{a_i}(n-1)-\eta_{a_i}\nabla_{\mu_{a_i}}J(n) \tag{14}$$

$$\mu_{b_i}(n)=\mu_{b_i}(n-1)-\eta_{b_i}\nabla_{\mu_{b_i}}J(n) \tag{15}$$

其中, $\nabla_{\mu_{a_i}}J(n)$ 和 $\nabla_{\mu_{b_i}}J(n)$ 代表在 n 时刻的梯度. η_{a_i} 和 η_{b_i} 可以看作步长序列的步长, 应该取很小的正常数, 进而保证系统的稳定收敛和合理的稳态误差. 通过式 (13) 和式 (7) 模仿 FXLMS 很容易构造出

$$\mu_{a_i}(n)=\xi_{a_i}\mu_{a_i}(n-1)+\eta_{a_i}e(n)\hat{x}_{a_i}(n)e(n-1)\hat{x}_{a_i}(n-1) \tag{16}$$

$$\mu_{b_i}(n)=\xi_{b_i}\mu_{b_i}(n-1)+\eta_{b_i}e(n)\hat{x}_{b_i}(n)e(n-1)\hat{x}_{b_i}(n-1) \tag{17}$$

其中, $\xi_{a_i}=1-\eta_{a_i}\alpha_i$, $\xi_{b_i}=1-\eta_{b_i}\alpha_i$. 因为 η_{a_i} 和 α_i 都是很小的正常数, ξ_{a_i} 和 ξ_{b_i} 将会是小于且接近 1 的正数. 因此该式的功能很类似于泄漏函数. 式 (11)、(12)、(16) 和 (17) 代表了 VSS-FXLMS 算法的基本迭代式.

2 频率失调的补偿

频率失调对以上 ANC 系统性能影响严重, 在频率失调存在的情况下, 单独使用以上算法进行噪声控制都无法取得理想效果, 因此对频率失调的参考信号进行补偿是必要的. 考虑到自适应系统的鲁棒性, 自适应的在线补偿方法是可靠有效的研究方向.

2.1 传统频率失调补偿算法

Xiao 等在对 FIR 型窄带 ANC 系统的分析研究中, 提出利用二阶 AR 模型对参考信号进行预处理, 能够应对一定程度的 FM[7]. 将一阶的 FIR 滤波器或者说频率相位调节器作为控制器, 第 i 个参考通道的参考信号改写为

$$x_{a_i}(n)=-c_i(n)x_{a_i}(n-1)-x_{a_i}(n-2),\ \ n\geq 2 \tag{18}$$

$$x_{b_i}(n)=-c_i(n)x_{b_i}(n-1)-x_{b_i}(n-2),\ \ n\geq 2 \tag{19}$$

式中与频率相关的系数 $c_i(n)$ 是通过用一个像 LMS 算法一样的式子更新所得.

$$c_i(n+1)=c_i(n)-\mu_{c_i}e(n)\left[\hat{a}_i(n)\hat{x}_{a_i}(n-1)+\hat{b}_i(n)\hat{x}_{b_i}(n-1)\right] \tag{20}$$

其本质是利用最速下降法使得目标函数 $e^2(n)$ 最小, 参数 μ_{c_i} 是它对应的步长. 初值 $c_i(n)$ 设为 $-2\cos(\omega_i)$. 频率失调 (FM) 定义为

$$\Delta\omega_i=\frac{\omega_{p,i}-\omega_i}{\omega_{p,i}}\times 100\,(\%) \tag{21}$$

该频率补偿算法在一定程度上改善了频率失调对系统性能的影响. 但是当噪声信号非平稳时, 如噪声的幅度突变、频率突变, 甚至频率失调量也发生突变时, 单纯应用这种频率补偿方法还不够. 研究显示, 该方法同样可以应用到变步长 VSS-FXLMS 系统中, 解决变步长系统中同样存在的频率失调问题. 实际上即使应用上述补偿方法, 非平稳的频率失调对这种综合系统性能的影响依然很严重. 尤其是当频率失调量超过 2 % 时, 这种补偿方法收敛速度过慢, 无法保证对系统的跟踪补偿. 研究更快的频率补偿方法对整个系统的性能提高尤其重要.

2.2 改进频率失调补偿算法

受 MLMS 算法启发, 将该算法思想运用到参考信号频率补偿环节, 即将 AR 模型的系数更新方式加一个动量修正项. 传统的 FM 补偿算法的目标是使瞬时的平方残余噪声最小, 为了加速 FM 补偿的过程, 将目标函数设为平方残余噪声的加权累积形式, 增加了历史残余噪声对当前系数更新的贡献度. 这样, 提高了搜索到全局最优系数的速度. 如图 2 为改进频率补偿的变步长主动噪声控制系统. 将频率补偿与自适应变步长算法相结合, 可有效提升系统的综合性能.

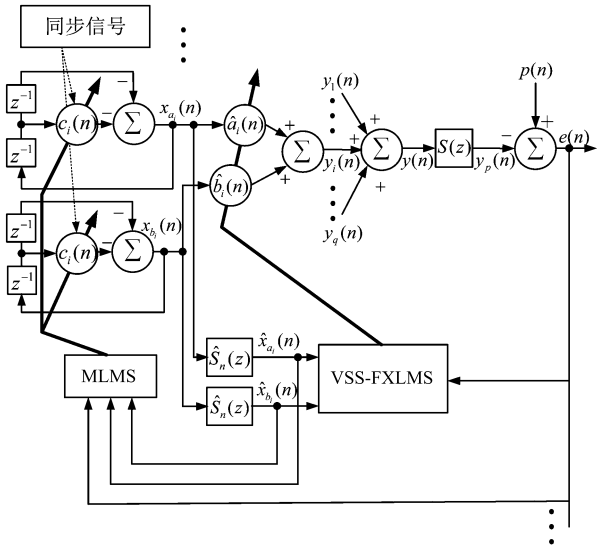


图 2 改进频率失调补偿的变步长 ANC 系统结构
Fig. 2 ANC system based on VSS-FXLMS with modified FM compensation

新的代价函数表达式为

$$J_{c_i}(n)=\sum_{k=1}^{n}\lambda_c^{n-k}e^2(k),\ \ \lambda_c\in(0,1] \tag{22}$$

由式 (22) 可以看出, 当 k 取较小值时, λ_c^{n-k} 的结果非常小, 即距离迭代点越远, 误差均方的权重越小. 其梯度表示为

$$\frac{1}{2}\nabla_{c_i}J_{c_i}(n)=-\sum_{k=1}^{n}\lambda_c^{n-k}e(k)\frac{\partial\sum_{j=0}^{M-1}s_jy_i(k-j)}{\partial c_i(k)} \tag{23}$$

将式 (7) 代入式 (23) 中, 可得

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\nabla_{c_i}J_{c_i}(n)=&-\sum_{k=1}^{n}\lambda_c^{n-k}e(k)\frac{s_0\partial y_i(k)}{\partial c_i(k)}=\\&-s_0\sum_{k=1}^{n}\lambda_c^{n-k}e(k)\left\{\frac{\partial y_i(k)}{\partial\hat{x}_{a_i}(k)}\frac{\partial\hat{x}_{a_i}(k)}{\partial c_i(k)}+\right.\\&\left.\frac{\partial y_i(k)}{\partial\hat{x}_{b_i}(k)}\frac{\partial\hat{x}_{b_i}(k)}{\partial c_i(k)}\right\}=\\&-s_0\sum_{k=1}^{n}\lambda_c^{n-k}e(k)\left\{\hat{a}_i(k)[-\hat{x}_{a_i}(k-1)]+\right.\end{aligned}$$

$$\hat{b}_i(k)[-\hat{x}_{b_i}(k-1)]\Big\} \tag{24}$$

依据最速下降法构造 $c_i(n)$ 的迭代公式, 可得

$$c_i(n+1)=c_i(n)-\frac{1}{2}\mu_{c_i}\nabla_{c_i}J_{c_i}(n) \tag{25}$$

将式 (25) 中第 2 项展开, 可得

$$\begin{aligned}c_i(n+1)=&\,c_i(n)-\mu_{c_i}\sum_{k=1}^{n}\lambda_c^{n-k}e(k)\times\\&\Big\{\hat{a}_i(k)\hat{x}_{a_i}(k-1)+\hat{b}_i(k)\hat{x}_{b_i}(k-1)\Big\}=\\&c_i(n)-\mu_{c_i}e(n)[\hat{a}_i(n)\hat{x}_{a_i}(n-1)+\\&\hat{b}_i(n)\hat{x}_{b_i}(n-1)]-\\&\mu_{c_i}\sum_{k=1}^{n-1}\lambda_c^{n-k}e(k)\Big\{\hat{a}_i(k)\hat{x}_{a_i}(k-1)+\\&\hat{b}_i(k)\hat{x}_{b_i}(k-1)\Big\}\end{aligned} \tag{26}$$

将系数更新公式前移, 可得

$$\begin{aligned}c_i(n)=&\,c_i(n-1)-\mu_{c_i}\sum_{k=1}^{n-1}\lambda_c^{n-k-1}e(k)\times\\&\Big\{\hat{a}_i(k)\hat{x}_{a_i}(k-1)+\hat{b}_i(k)\hat{x}_{b_i}(k-1)\Big\}\end{aligned} \tag{27}$$

用式 (26) 减去式 (27), 可得简化的 FM 补偿系数更新公式

$$\begin{aligned}c_i(n+1)=&\,c_i(n)-\mu_{c_i}e(n)[\hat{a}_i(n)\hat{x}_{a_i}(n-1)+\\&\hat{b}_i(n)\hat{x}_{b_i}(n-1)]+\\&\lambda_c[c_i(n)-c_i(n-1)]\end{aligned} \tag{28}$$

改进的 FM 补偿系数更新式引入了增量 $\lambda_c[c_i(n)-c_i(n-1)]$, 这种改进使得补偿过程每步仅增加了一次对前一点的系数 $c_i(n-1)$ 的存储和一个乘法. 然而, 改进的 FM 算法的收敛能力和追踪能力都大幅提高.

为了评价补偿系统的性能, 考察补偿系数偏差 $\varepsilon_{c_i}(n)=c_{i,opt}-c_i(n)$, 设 $\Delta\varepsilon_{c_i}(n)=\varepsilon_{c_i}(n+1)-\varepsilon_{c_i}(n)$, 则

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_{c_i}(n)=&\,\mu_{c_i}e(n)[\hat{a}_i(n)\hat{x}_{a_i}(n-1)+\\&\hat{b}_i(n)\hat{x}_{b_i}(n-1)]+\lambda_c\Delta\varepsilon_{c_i}(n-1)\end{aligned} \tag{29}$$

设 $\gamma(n)=e(n)[\hat{a}_i(n)\hat{x}_{a_i}(n-1)+\hat{b}_i(n)\hat{x}_{b_i}(n-1)]$, 利用数学归纳法可得

$$\Delta\varepsilon_{c_i}(n)=\lambda_c^n\Delta\varepsilon_{c_i}(0)+\mu_{c_i}\gamma(n)+\mu_{c_i}\sum_{j=1}^{n-1}\lambda^j\gamma(n-j) \tag{30}$$

式 (30) 中补偿系数偏差的更新式包含三项, 当加权因子 λ_c 为 0 时, 改进的补偿系统等效为 Xiao 等[7] 提出的经典系统, 由于 $\gamma(n)$ 中含有 $e(n)$ 和 $\hat{a}_i(n)$ 的乘积项, 这意味着补偿系数偏差的更新式中含有 DFC 偏差的二次项, 即经典和改进的 FM 补偿系统均是非线性的. 当 λ_c 在 0 到 1 之间时, 初值对系统动态影响不大, 对系统稳态无影响; 由于第 3 项的存在, 正的 λ_c 提升了补偿系统的追踪能力, λ_c 取值越大, 收敛速度和追踪性能提升越大, 而收敛速度的提升牺牲的是稳态的性能.

系统稳态后的残余误差变大, 可以通过降低步长因子 μ_{c_i} 的取值来改善稳态性能. 步长参数 μ_{c_i} 和加权因子 λ_c 都直接影响着收敛速度、追踪能力和稳态性能. 根据残余误差变化更新步长 $\mu_{c_i}(n)$ 或加权因子 $\lambda_c(n)$, 在系统收敛过程和非平稳追踪过程时采用较大的 $\mu_{c_i}(n)$ 或 $\lambda_c(n)$, 提升动态性能; 在系统收敛到平稳时采用较小的 $\mu_{c_i}(n)$ 或 $\lambda_c(n)$, 提升稳态性能, 将会改善动态和稳态性能的矛盾. 频率失调补偿是针对参考输入信号进行的, 相当于在主动噪声控制系统工作前增加了一个自适应控制环节, 因此 FM 补偿系统的收敛速度和追踪性能是尤其重要的, 补偿系统不宜过复杂. 补偿系统和主控制器相互之间存在一定的影响, 都是以残余误差的某种函数最小为目标来更新控制滤波器的系数. 采用变步长的主控制器与改进的 FM 补偿算法相结合也可以适当弥补稳态性能的下降.

3　仿真

本节分别对 FXLMS、FXRLS 和 VSS-FXLMS 应用改进的频率失调补偿算法, 并给出频率失调量在 1 % 和 5 % 的情况下各系统的性能比较.

次级通道是由 Matlab 产生的, 截止频率 0.4π, 次级通道的估计基于 AR 模型, 用经典 LMS 算法估计得到, 取自适应训练稳态的 2 000 个点的均值作为 FIR 次级通道的系数. 表 1 列出了次级通道参数设定.

表 1　次级通道估计的参数

Table 1　Parameters of secondary path estimation

参数名称	参数值
次级通道 $S(z)$ 的长度	20 ($M=21$)
估计次级通道 $\hat{S}(z)$ 的长度	25 ($\hat{M}=26$)
估计次级通道的步长	$\mu_s=0.0025$
训练输入噪声方差	$\sigma_{xs}^2(n)=1$
训练观测噪声方差	$\sigma_{vs}^2(n)=0.1$
训练次数	25 000

参考信号和初级噪声信号的参数如表 2 所示. 在迭代进行的中间点, 有意引入 DFC 的翻转、频率失调量的翻转, 进而模仿实际应用常遇到的噪声幅值突变、频率突变等非平稳的频率失调现象. 仿真给出频率失调量 1 % 和 5 % 情况下的系统性能. 在迭代的中间点, 初级噪声频率的失调量分别从 +1 % 跳至 −1 %, +5 % 跳至 −5 %. 参考信号的频率始终不

表 2　初级噪声参数

Table 2　Primary noise parameters

参数名称	平稳	非平稳
参考信号频率	$\omega=[0.1\ 0.2\ 0.3]\pi$	$\omega=[0.1\ 0.2\ 0.3]\pi$
噪声频率 (FM 1 %)	$\omega_{\mathrm{FM1}}=\omega(1+1\,\%)$	$\omega_{\mathrm{FM1}}=\omega(1-1\,\%)$
噪声频率 (FM 5 %)	$\omega_{\mathrm{FM5}}=\omega(1+5\,\%)$	$\omega_{\mathrm{FM5}}=\omega(1-5\,\%)$
离散傅里叶系数	$a_{\mathrm{sta}}=[2.0\ 1.0\ 0.5]$	$a_{\mathrm{nonsta}}=-a_{\mathrm{sta}}$
	$b_{\mathrm{sta}}=[-1.0\ -0.5\ 0.1]$	$b_{\mathrm{nonsta}}=-b_{\mathrm{sta}}$
附加白噪声方差	$\sigma_p^2(n)=0.1$	$\sigma_p^2(n)=0.1$

变, 模拟实际应用中传感器的响应延迟, 传感器测量不准确始终存在频率测量偏差, 即频率失调 (FM). 仿真中执行 100 次独立运算取集平均逼近期望值.

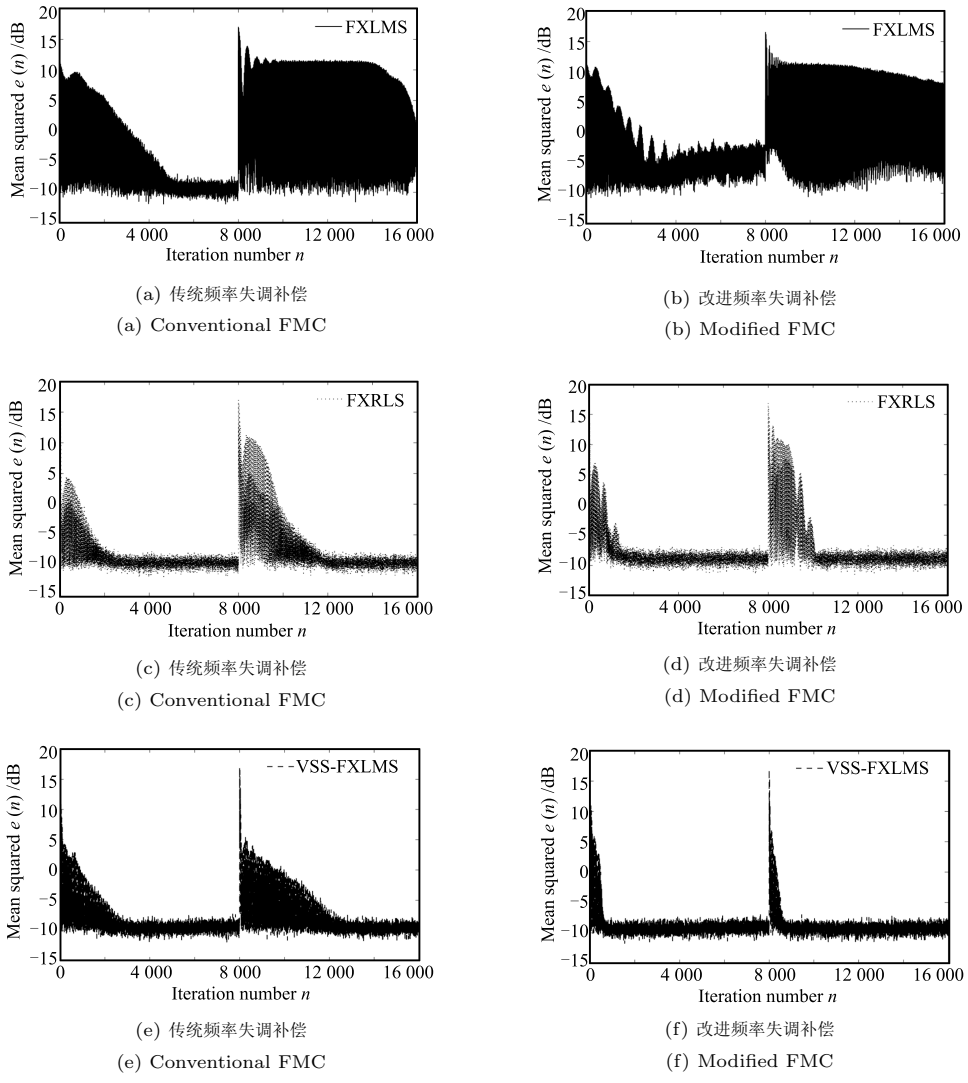
FM 1 % 时对三种主控制器的参数进行设置: FXLMS 算法主控制器的步长为 $\mu_{con_i} = 0.0035$; FXRLS 算法的系数 $\lambda_i = 0.995$; VSS-FXLMS 算法系数 $\xi_i = 0.998$, $\eta_i = 0.0002$; $i = 1, 2, 3$. 应用传统的频率失调补偿算法, 其步长系数为 μ_c = [0.00001 0.00005 0.00015]; 改进的频率失调补偿算法, 其步长系数分别为 μ_c = [0.000005 0.000025 0.000075], 对于所有频率, 遗忘因子为 $\lambda_c = 0.8$. FM 5 % 时, 将 VSS-FXLMS 算法系数变为 $\eta_i = 0.00005$; $i = 1, 2, 3$; 其他参数保持不变.

应用传统的频率补偿算法, 在频率失调较大或存在非平稳噪声时, 某些系统收敛过于缓慢, 为了方便观察各算法的收敛性能, 仅给出迭代 16 000 点的系统性能曲线, 此时, 那些尚未达到收敛的系统已经失去实用意义. 图 3 为频率失调量为 1 % 的系统残余误差收敛性能曲线对比. 其中图 3 (a)、3 (c)、3 (e) 分别为算法 FXLMS、FXRLS、VSS-FXLMS 应用传统频率补偿算法后的残余误差收敛曲线, 对应的图 3 (b)、3 (d)、3 (f) 为经过改进频率失调补偿算法后的残余误差收敛曲线. 在迭代进行中间, 离散傅里叶系数发生幅值翻转, 同时频率失调量从 +1 % 跳至 −1 %.

图 4 给出了频率失调量从 +5 % 跳至 −5 % 时各算法的系统性能. 图 5 为主控制算法 VSS-FXLMS 使用改进频率补偿算法和传统频率补偿算法的系数收敛曲线对比. 图 5 (a) 给出了改进和传统的频率补偿系数 $c_1(n)$ 的收敛过程. 图 5 (b) 分别为应用不同的补偿方法后的 VSS-FXLMS 步长收敛曲线. 为了比较算法的稳态性能, 仿真迭代 100 000 点, 在 50 000 点时引入非平稳, 其他条件与图 3 和图 4 完全一致. 各种情况下的稳态均方误差如表 3 所示. 稳态均方误差由达到稳态的最终 2 000 点的误差的平方取均值得到, 即, $E_T[e^2(n)]$, $T = 2\,000$. 由于附加白噪声的方差为 0.1, 稳态误差的理想最小值应为 −10 dB.

从仿真可以得出:

1) 应用传统的 FM 补偿算法在频率失调量不大的情况下, FXLMS、FXRLS、VSS-FXLMS 算法的主控制器都显示出良好的工作状态, 但是在非平稳存在下, FXLMS 和 VSS-



(a) 传统频率失调补偿
(a) Conventional FMC

(b) 改进频率失调补偿
(b) Modified FMC

(c) 传统频率失调补偿
(c) Conventional FMC

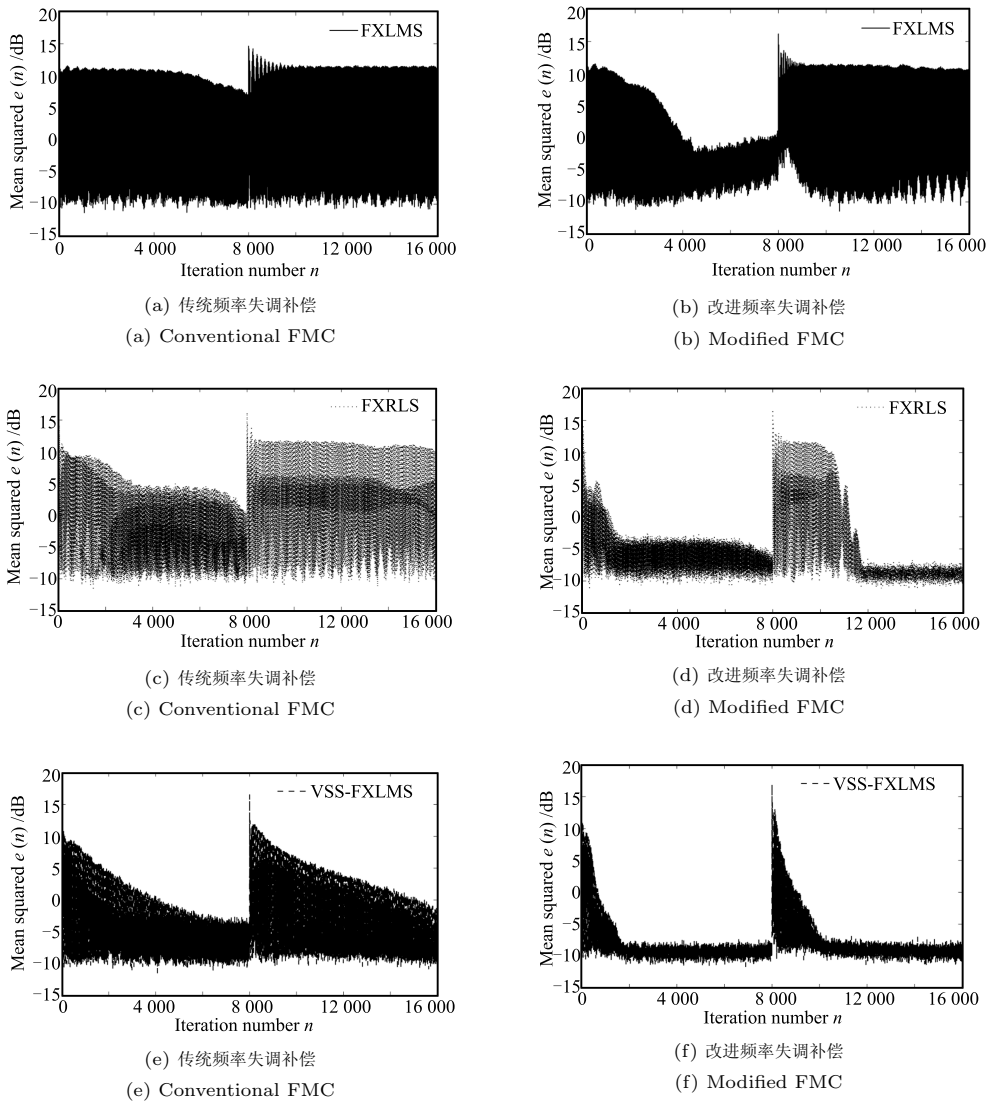
(d) 改进频率失调补偿
(d) Modified FMC

(e) 传统频率失调补偿
(e) Conventional FMC

(f) 改进频率失调补偿
(f) Modified FMC

图 3 非平稳噪声频率失调 1 % 的系统算法性能对比

Fig. 3 Comparisons between algorithms for nonstationary frequency mismatch 1 %



(a) 传统频率失调补偿
(a) Conventional FMC

(b) 改进频率失调补偿
(b) Modified FMC

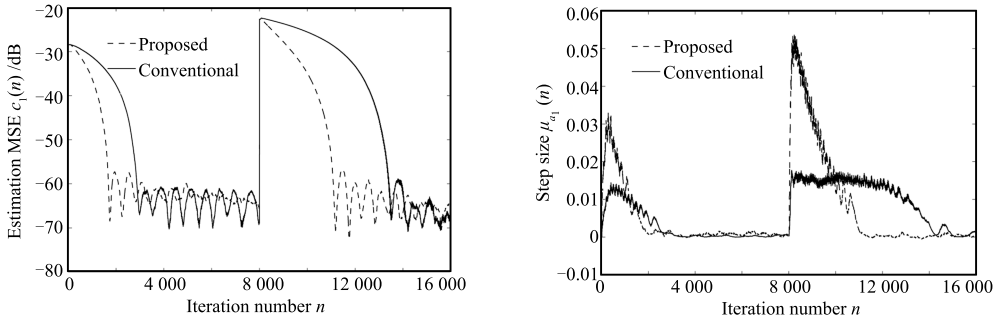
(c) 传统频率失调补偿
(c) Conventional FMC

(d) 改进频率失调补偿
(d) Modified FMC

(e) 传统频率失调补偿
(e) Conventional FMC

(f) 改进频率失调补偿
(f) Modified FMC

图 4　非平稳噪声频率失调 5 % 的系统算法性能对比
Fig. 4　Comparisons between algorithms for nonstationary frequency mismatch 5 %



(a) 频率失调补偿系数
(a) FMC coefficients

(b) 可变步长
(b) Variable step sizes

图 5　非平稳噪声频率失调 5 % 的系统参数收敛曲线
Fig. 5　Comparisons of coefficients convergence for nonstationary frequency mismatch 5 %

FXLMS 算法收敛曲线发生迟滞现象, 不能跟踪控制, 而 FXRLS 算法可以正常工作, 如图 3 所示. 一向擅长处理非平稳噪声的变步长算法, 在频率失调存在时很难发挥其优势. 这是由于频率失调补偿算法本身引入了非线性的因素, 而 FXRLS 算法对于非线性有一定的应对能力.

表 3 稳态误差比较 (dB)

Table 3 Comparison of steady-state error (dB)

算法	FM 补偿	平稳 FM 1 %	非平稳 FM 1 %	平稳 FM 5 %	非平稳 FM 5 %
FXLMS	传统	−9.2665	−9.1937	−6.5679	0.4548
	改进	−9.0868	−7.2723	−6.7695	0.8293
FXRLS	传统	−9.4157	−9.3219	−9.7388	−9.6178
	改进	−9.1471	−9.2191	−8.8273	−9.1937
VSS-FXLMS	传统	−8.1816	−8.2218	−8.1930	−8.2304
	改进	−9.5782	−9.6337	−9.5039	−9.7184

2) 如图 3 所示, 应用改进的频率补偿算法, FXLMS 主控制器的系统性能没有明显改善, 应用改进的频率失调补偿方法, 由于引入了动量修正项, 3 种算法在平稳时的收敛速度都有所加快; 非平稳出现后, 分别在 2 500、2 000、800 点后收敛.

3) 在频率失调较大的情况下 (FM 5 %), 应用传统的频率补偿算法, 各个控制算法都收敛过慢; 应用改进的补偿算法后, FXLMS 算法性能反而下降, FXRLS 算法性能得到明显提高, VSS-FXLMS 算法显示出极其优越的收敛性能和稳态误差, 如图 4 所示. 大量仿真显示改进的频率失调补偿算法与 VSS-FXLMS 的主控制器结合, 在失调量高达 20 % 时依然能保持稳定工作.

4) 由图 5 可以看出, 改进频率失调补偿算法对于系统性能的提升是与变步长系统综合作用的结果, 由于引入了遗忘因子 λ_c 不仅使收敛速度加快, 同时使得 VSS-FXLMS 主控制器步长因子的取值范围变宽, 对于系统的控制能力更强. 大量的仿真也显示 λ_c 取值越大, 步长 μ_i 上边界越大, 这就意味着变步长系统发挥其应对非平稳的优势越大.

5) 稳态性能和收敛性能总是一对矛盾的量, 在保证合理的稳态性能的同时, 提高系统的收敛速度和追踪能力尤其重要. 频率失调和非平稳的程度对系统的稳态性能影响不大, 如表 3 所示. FXRLS 算法始终拥有最出色的稳态性能和较快的收敛速度, 但是其追踪能力却远不如 VSS-FXLMS 算法. 改进的频率失调补偿的 VSS-FXLMS 算法拥有和 FXRLS 相当的稳态性能和收敛速度, 同时具备较高的反应追踪能力, 计算量也远比 FXRLS 算法少.

4 结论

本文主要针对窄带 ANC 系统的非平稳噪声 FM 补偿算法进行研究, 首先介绍传统窄带 ANC 主控制算法, 探讨了 FM 和非平稳噪声以及二者同时存在时对系统综合性能的影响. 同时提出了一种基于动量最小均方思想的改进 FM 补偿算法, 并分析了其提升系统追踪性能的机理和参数选取规则. 大量的仿真显示改进的补偿算法与变步长的主控制器相结合性能最优, 提升了系统应对非平稳频率失调的能力, 为窄带 ANC 的应用奠定了理论基础.

References

1 Xiao Y G, Tadokoro Y, Shida K. Adaptive algorithm based on least mean p-power error criterion for Fourier analysis in additive noise. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, **47**(4): 1172−1181

2 Xiao Y G, Ikuta A, Ma L, Khorosani K. Stochastic analysis of the FXLMS-based narrowband active noise control system. *IEEE Transactions on Audio, Speech, Language Processing*, 2008, **16**(5): 1000−1014

3 Wang L, Gan W S. Convergence analysis of narrowband active noise equalizer system under imperfect secondary path estimation. *IEEE Transactions on Audio, Speech, Language Processing*, 2009, **17**(4): 566−571

4 Xiao Y, Ma L, Hasegawa K. Properties of FXLMS-based narrowband active noise control with online secondary-path modeling. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(8): 2931−2949

5 Sun X, Kuo S M. Active narrowband noise control systems using cascading adaptive filters. *IEEE Transactions on Audio, Speech, Language Processing*, 2007, **15**(2): 586−592

6 Huang B Y, Xiao Y G, Sun J W, Wei G. A variable step-size FXLMS algorithm for narrowband active noise control. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2013, **21**(2): 301−312

7 Xiao Y G, Ma L Y, Ward R, Xu L. Fast RLS Fourier analyzers capable of accommodating frequency mismatch. *Signal Processing*, 2007, **87**(4): 2197−2212

8 Kuo S M, Puvvala A B. Effects of frequency separation in periodic active noise control systems. *IEEE Transactions on Audio, Speech, Language Processing*, 2006, **14**(5): 1857−1866

9 Jeon H J, Chang T G, Kuo S M. Analysis of frequency mismatch in narrowband active noise control. *IEEE Transactions on Audio, Speech, Language Processing*, 2010, **18**(6): 1632−1642

10 Dahanayake B W, Upton A R. Derivation of momentum LMS learning algorithms by mimizing objective functions. *IEEE International Conference on Neural Networks*, 1993, **2**(36): 831−835

11 Ou Shi-Feng, Gao Ying, Zhao Xiao-Hui. Stochastic gradient based variable momentum factor algorithm for adaptive whitening. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(8): 1370−1374 (欧世峰, 高颖, 赵晓晖. 基于随机梯度的变动量因子自适应白化算法. 自动化学报, 2012, **38**(8): 1370−1374)

12 Dahanayake B W, Upton A R. A novel approach to fast learning: smart neural nets. *IEEE World Congress on Computational Intelligence*, 1994, **1**(5): 572−577

13 Cho H, Lee C H, Kim S W. Derivation of a new normalized least mean squares algorithm with modified minimization criterion. *Signal Processing*, 2009, **89**(4): 692−695

14 Ting L K, Cowan C F N, Woods R F. Tracking performance of momentum LMS algorithm for a chirped sinusoidal signal. *Processing EUSIPCO*, 2000, (3): 985−988

15 Chang C Y. Neural filtered-U algorithm for the application of active noise control system with correction terms momentum. *Digital Signal Processing*, 2010, **20**(4): 1019−1026

16 Shi Yong, Han Chong-Zhao. Adaptive UKF method with applications to target tracking. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(6): 755−759
(石勇, 韩崇昭. 自适应 UKF 算法在目标跟踪中的应用. 自动化学报, 2011, **37**(6): 755−759)

17 Qu Cong-Shan, Lu Ting-Zhen, Tan Ying. A modifed empirical mode decomposition method with applications to signal de-noising. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(1): 67−73
(曲从善, 路廷镇, 谭营. 一种改进型经验模态分解及其在信号消噪中的应用. 自动化学报, 2010, **36**(1): 67−73)

18 Williamson G A, Clarkson P M, Sethares W A. Performance characteristics of the median LMS adaptive filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, **41**(2): 1172−1181

19 Mathews V J, Xie Z. A stochastic gradient adaptive filter with gradient adaptive step size. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, **41**(6): 2075−2087

20 Ang W P, Farhang-Boroujeny B. A new class of gradient adaptive step-size LMS algorithms. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 2001, **49**(4): 805−810

21 Chu Zhao-Bi, Zhang Chong-Wei, Feng Xiao-Ying. Adaptive notch filter-based frequency and amplitude estimation. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(1): 60−66
(储昭碧, 张崇巍, 冯小英. 基于自适应陷波滤波器的频率和幅值估计. 自动化学报, 2010, **36**(1): 60−66)

黄博妍 哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院讲师. 主要研究方向为信号与信息处理, 主动噪声控制理论. E-mail: byhuang@hit.edu.cn
(**HUANG Bo-Yan** Lecturer at the School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology. Her research interest covers signal and information processing, and active noise control theory.)

常 琳 哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院硕士研究生. 主要研究方向为主动噪声控制, 多智能体系统. E-mail: edwardhit@163.com
(**CHANG Lin** Master student at the School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology. His research interest covers active noise control and distributed multi-agent systems.)

马亚平 哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院博士研究生. 主要研究方向为主动噪声控制, 生物医学传感器. E-mail: mabandao@126.com
(**MA Ya-Ping** Ph. D. candidate at the School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology. His research interest covers active noise control and biomedical sensors.)

孙金玮 哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院教授. 主要研究方向为生物医学传感器, 主动噪声控制理论. E-mail: jwsun@hit.edu.cn
(**SUN Jin-Wei** Professor at the School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology. His research interest covers biomedical sensors and active noise control theory.)

魏 国 哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院教授. 主要研究方向为传感技术和自适应信号处理. 本文通信作者.
E-mail: wg_weiguo@yahoo.com.cn
(**WEI Guo** Professor at the School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology. His research interest covers sensing technology and adaptive signal processing. Corresponding author of this paper.)