

一致性约束下末制导系统最大可容许模式决策延迟

项盛文¹ 范红旗¹ 达凯¹ 付强¹

摘 要 对于大机动目标拦截问题, 模式决策器是基于逻辑的集成估计导引系统 (Integrated estimation and guidance, IEG) 中的一个重要组件. 为了保证系统的估计精度和制导性能, 模式决策器的模式延迟应尽可能小. 本文针对末制导场景, 首先推导了离散时间系统零控脱靶量的估计误差模型, 然后在一致性约束条件下给出了系统最大可容许模式决策延迟的数值计算方法. 本文的研究结果可为 IEG 系统中模式决策器的设计提供指标参考.

关键词 大机动目标拦截, 集成估计导引, 模式决策器, 模式延迟, 一致性

引用格式 项盛文, 范红旗, 达凯, 付强. 一致性约束下末制导系统最大可容许模式决策延迟. 自动化学报, 2022, 48(6): 1448–1456

DOI 10.16383/j.aas.c200717

Maximal Admissible Mode Decision Delay Under Consistency Constraint in Terminal Guidance System

XIANG Sheng-Wen¹ FAN Hong-Qi¹ DA Kai¹ FU Qiang¹

Abstract For highly maneuvering target interception, mode decision-maker is a critical component of the logic-based integrated estimation and guidance (IEG) system. To ensure the estimation accuracy and guidance performance, the mode delay of the mode decision-maker should be as small as possible. For the case of terminal guidance scenario, this paper first derives the estimation error model of the zero-effort miss distance of the discrete-time system, and then gives a numerical computing method of the maximal admissible mode decision delay under consistency constraint. The results provide an index reference for the design of (IEG) mode decision-maker in IEG systems.

Key words Highly maneuvering target interception, integrated estimation and guidance (IEG), mode decision-maker, mode delay, consistency

Citation Xiang Sheng-Wen, Fan Hong-Qi, Da Kai, Fu Qiang. Maximal admissible mode decision delay under consistency constraint in terminal guidance system. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 48(6): 1448–1456

在实际的末制导拦截场景中, 目标状态不可避免地受噪声污染并且不是所有的状态量都能直接被量测, 因此估计器是制导系统中的一个关键组件. 由于目标机动通常是未知且难以预测的, 目标状态估计是一个典型的混合估计问题, 即包含基础状态估计和模式决策两个任务. 目前, 常用的混合估计方法可以分为两类: 单模方法和多模方法. Li 等^[1–2]对这两类方法进行了全面的分析和总结. 值得注意的是, 无论选用哪种方法, 模式决策延迟都是影响系统估计精度的关键因素. 具体而言, 在单模方法中模式决策延迟表现为目标机动检测延迟; 而在多模方法中则表现为模型概率收敛的时间. Shinar 等^[3]

指出对于大机动目标拦截 (Highly maneuvering target interception, HMTI) 问题, 目标状态估计延迟特别是目标横向加速度的估计延迟, 是引起系统非零脱靶量的主要因素. 因此, 为了尽可能地提高系统估计和制导的精度, 模式决策延迟的取值越小越好. 否则, 由模式失配引起的不精确状态估计会误导拦截器生成错误的控制指令, 并最终导致系统拦截精度降低 (模式延迟太大且没有足够长的时间让估计器收敛).

近年来, 研究者分别从不同的角度考虑如何降低模式延迟对制导性能的影响: 一种是研究新型导引律以适应模式决策延迟; 另一种则聚焦于怎样降低系统的模式决策延迟. 在导引律设计方面, 学者们提出了一系列延迟信息模式下的微分对策导引律. Shinar 等^[4]假定目标横向加速度分量存在一个固定的估计延迟, 基于状态可达集提出了一种新型导引律 DGL/C (Differential games law, DGL). 文献 [5] 在同时考虑目标横向加速度和相对速度存在延迟的条件下提出了 DGL/CC. 对于随机 Bang-

收稿日期 2020-09-05 录用日期 2020-12-01

Manuscript received September 5, 2020; accepted December 1, 2020

本文责任编辑 倪茂林

Recommended by Associate Editor NI Mao-Lin

1. 国防科技大学电子科学学院 ATR 国防科技重点实验室 长沙 410073

1. National Laboratory of Science and Technology on ATR, College of Electronic Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073

Bang 机动目标, DGL/CC 与 DGL/C 相比可进一步降低系统脱靶量. 文献 [6] 则考虑更一般情形, 假定弹目相对距离、相对速度和目标加速度均存在估计延迟, 提出了一种多信息延迟模式下的微分对策引导律. 然而, 对于 HMTI 问题, 单一的估计器和引导律的简单组合并不能适应所有的目标机动情形^[7]. 采用集成估计引导 (Integrated estimation and guidance, IEG) 的思路, 组合使用一组不同精度和带宽的估计器和一个独立的模式决策器, 可以显著提高末制导精度并越来越受到研究领域的关注^[8-11]. 其中, 基于逻辑的 IEG 方法具有潜在的应用前景^[12-13], 该方法也在多个拦截场景中得到了验证. 另一方面, 为了降低模式决策延迟, 研究者们从目标机动特性出发进行了不同的尝试. 事实上, 雷达和光电导引头可以观测到与目标机动紧密相关的特征信息, 这也为目标机动的快速辨识提供了可能. 相关研究表明, 集成雷达特征信息可以有效降低目标机动检测的延迟并提高制导系统的精度^[14-15].

为了定量评估模式决策延迟对制导性能的潜在影响, 需进一步回答该问题: 给定系统误差边界后, 模式决策器最大可容许的模式决策延迟 (Maximal admissible mode decision delay, MAMDD) 是多少? 对于该问题, 文献 [16] 分析了离散时间系统状态估计误差特性并推导了模式延迟的上边界和模式逗留时间的下边界^[16]. 文献 [17] 将该工作推广至连续时间情形. 考虑末制导的拦截特性, 文献 [18] 通过将零控脱靶量 (Zero-effort miss, ZEM) 估计误差的均值限定在捕获区边界内提出了一种 MAMDD 的数值计算方法, 然而该方法未考虑 ZEM 估计误差的方差. 文献 [19] 同时考虑 ZEM 估计误差的均值和方差, 引入可靠性评价指标得到了系统可接受模式决策延迟的范围, 但没有给出 MAMDD 的具体数值.

本文针对 HMTI 问题, 在 IEG 系统框架下, 分析给定系统性能约束条件下模式决策器的性能指标, 为模式决策器的设计提供指标参考. 主要创新点包括: 1) 给出了离散时间系统 ZEM 估计误差模型; 2) 同时考虑 ZEM 估计误差一阶矩和二阶矩, 利用一致性约束条件提出了一种 MAMDD 的数值计算方法. 研究结果表明在末制导前段采用一致性约束、后段采用捕获区约束可保证更好的拦截性能.

1 问题描述

1.1 系统运动模型

本文仅考虑图 1 所示的一弹一目平面拦截场景, 表 1 给出了全文的符号描述, 下面对拦截问题

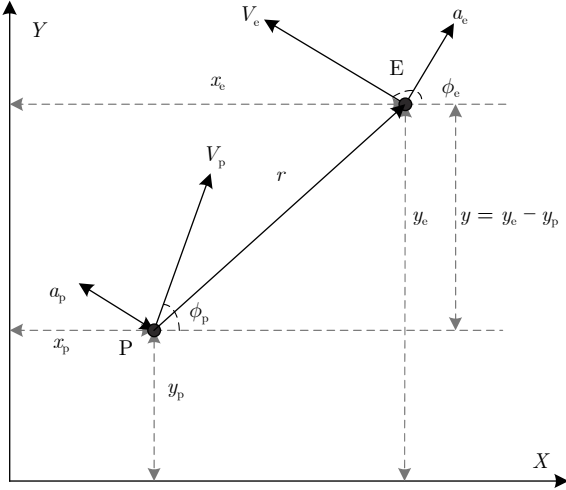


图 1 平面拦截几何

Fig.1 Planer interception geometry

表 1 符号说明

Table 1 Description of symbols

变量名称	变量描述
P	导弹
E	目标
τ_p, τ_e	导弹和目标控制系统的时间常数
$a_p^{\max}, a_e^{\max}$	导弹和目标最大横向加速度
V_p, V_e	导弹和目标的飞行速度
u_p, u_e	导弹和目标的横向加速度指令
r	弹目相对距离
t_{sw}	目标模式切换时刻
t	仿真时间
t_f	终止时刻
t_{go}	剩余飞行时间
g	重力加速度, 9.8 m/s^2
m	目标的运动模式
m_1, m_2	目标在模式切换时刻前后的运动模式
Δm	目标运动模式改变量, $\Delta m = m_2 - m_1$
T	采样时间间隔
σ_θ	测角精度
σ_a	导弹加速度测量精度
s_w	目标指令加速度误差的功率谱密度
Δt	目标运动模式辨识延迟
$\hat{x}$	状态估计误差
ξ, Σ	状态估计误差的均值和方差
μ, σ^2	ZEM估计误差的均值和方差
χ_k^2	检验统计量

做 3 个假设^[3-6, 11-12, 15-19]:

1) 弹目的控制动态可用一阶转移函数近似, 对

应的时间常数分别记为 τ_p 和 τ_e ;

2) 弹目飞行速度恒定, 分别用 V_p 和 V_e 表示;

3) 弹目的横向加速度有界, 最大横向加速度分别用 $a_p^{\max}$ 和 $a_e^{\max}$ 表示.

在图 1 中, P (Pursuer) 和 E (Evader) 分别表示导弹和目标; X 轴沿弹目初始视线方向; Y 垂直于 X 轴; (x_p, y_p) 和 (x_e, y_e) 分别为 P、E 的当前位置; ϕ_p 和 ϕ_e 分别为弹目的速度偏角, 定义为速度矢量和 X 轴正方向的夹角. 对于高速大机动目标末制导拦截场景, 速度偏角满足小角度条件 ($\sin \phi_p \approx \phi_p$, $\sin \phi_e \approx \pi - \phi_e$), 弹目相对运动轨迹可沿初始视线方向进行线性化^[12]. 假定弹目接近速度恒定、起始时刻 $t_0 = 0$ s, 给定弹目起始距离 r_0 后, 拦截的终止时刻满足

$$t_f \approx \frac{r_0}{V_p \cos \phi_p(0) - V_e \cos \phi_e(0)} \quad (1)$$

剩余飞行时间定义为 $t_{go} = t_f - t$, 其中, $t \in [0, t_f]$.

定义状态矢量 $\mathbf{x} = [x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)]^T = [y(t), \dot{y}(t), a_y^e(t), a_y^p(t)]^T$. 基于上述三个假设条件, 容易得到如下的线性动态方程:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, & x_1(0) &= 0 \\ \dot{x}_2 &= x_3 - x_4, & x_2(0) &= V_e \phi_e(0) - V_p \phi_p(0) \\ \dot{x}_3 &= \frac{u_e - x_3}{\tau_e}, & x_3(0) &= 0 \\ \dot{x}_4 &= \frac{u_p - x_4}{\tau_p}, & x_4(0) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $x_1 = y_e - y_p$ 为弹目沿 Y 轴的相对距离; x_2 为相对横向速度; u_p 和 u_e 分别表示 P 和 E 的横向加速度指令且满足有界条件

$$\begin{aligned} |u_p(t)| &\leq |a_p^{\max}| \\ |u_e(t)| &\leq |a_e^{\max}| \end{aligned} \quad (3)$$

系统的动态方程可写成如下的矢量形式

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}_1 u_p(t) + \mathbf{b}_2 u_e(t) \\ \mathbf{x}(0) &= (0, x_2(0), 0, 0)^T \end{aligned} \quad (4)$$

其中,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau_e} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\tau_p} \end{bmatrix}, \mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau_p} \end{bmatrix}, \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau_e} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

通过终端投影变换

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{d}^T \Phi(t_f, t) \mathbf{x}(t) \quad (6)$$

可将方程 (4) 转换为一个标量问题. 此时, 系统新的状态量为零控脱靶量 $z(t)$, 系统的脱靶量则为 t_f 时刻的 $z(t)$, 即 $z(t_f)$. 在式 (6) 中, $\mathbf{d} = [1, 0, 0, 0]^T$; $\Phi(t_f, t)$ 为满足齐次方程 $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t)$ 的状态转移矩阵, 求解可得到

$$\Phi(t_f, t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}(t_f - t)} \quad (7)$$

由式 (6) 容易得到 $z(t)$ 满足

$$\dot{z}(t) = \mathbf{g}^T(t) \mathbf{x}(t) \quad (8)$$

其中, $\mathbf{g}^T(t) = [g_1(t), g_2(t), g_3(t), g_4(t)]$ 且

$$\begin{aligned} g_1(t) &= 1 \\ g_2(t) &= t_f - t \\ g_3(t) &= \tau_e^2 \left(\exp \left(-\frac{t_f - t}{\tau_e} \right) + \frac{t_f - t}{\tau_e} - 1 \right) \\ g_4(t) &= -\tau_p^2 \left(\exp \left(-\frac{t_f - t}{\tau_p} \right) + \frac{t_f - t}{\tau_p} - 1 \right) \end{aligned} \quad (9)$$

将目标的横向加速度控制指令 $u_e(t)$ 建模为一个跳变的马尔科夫过程^[16]

$$u_e(t) = m(t) + w(t) \quad (10)$$

其中, $m(t)$ 为目标当前时刻的运动模式, 它表示目标横向加速度指令的具体取值, 且满足 $\{m(t) \in M = [m_1, m_2, \dots, m_{|M|}]\}$, 其中 M 为目标运动模式集、 $|M|$ 为模型集的势, $w(t)$ 为量化误差, 建模为零均值的高斯白噪声, 功率谱密度为 s_w .

不失一般性, 我们假定在 $[0, t_f]$ 内目标仅发生一次模式切换. 用 t_{sw} 表示模式切换时刻, m_1, m_2 分别表示模式切换前后目标的运动模式量, 则 $m(t)$ 可表示为

$$m(t) = m_1 + (m_2 - m_1)u(t - t_{sw}) \quad (11)$$

其中, $u(t)$ 为阶跃函数, 定义为

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (12)$$

1.2 状态方程离散化

将式 (10) 中的 u_e 代入式 (4), 可以得到

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}_1 u_p + \mathbf{b}_2 m + \mathbf{b}_2 w \quad (13)$$

假定系统的时间采样间隔为 T 且在每一个 T 内弹目的横向加速度指令保持恒定, 容易得到与式 (13) 等价的离散模型为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi \mathbf{x}_k + \mathbf{l}_1 u_k^p + \mathbf{l}_2 m_k + \boldsymbol{\omega}_k \quad (14)$$

其中,

$$\Phi = e^{AT} = \begin{bmatrix} 1 & T & \tau_e(T - \zeta_e) & -\tau_p(T - \zeta_p) \\ 0 & 1 & \zeta_e & -\zeta_p \\ 0 & 0 & e^{-\frac{T}{\tau_e}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-\frac{T}{\tau_p}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$l_1 = \int_0^T e^{A(T-t)} b_1 dt = \begin{bmatrix} -\frac{T^2}{2} + \tau_p(T - \zeta_p) \\ \zeta_p - T \\ 0 \\ 1 - e^{-\frac{T}{\tau_p}} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$l_2 = \int_0^T e^{A(T-t)} b_2 dt = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} + \tau_e(\zeta_e - T) \\ T - \zeta_e \\ 1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \zeta_p &= \tau_p \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_p}}\right) \\ \zeta_e &= \tau_e \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

其中, u_k^p 和 m_k 分别为离散化后的弹目加速度控制指令; $\omega_k = b_2 w_k$ 为零均值的高斯白噪声, 协方差矩阵为

$$Q = s_w \times \int_0^T (e^{At} b_2)(e^{At} b_2)^T dt = s_w \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & 0 \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & 0 \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

其中,

$$\begin{aligned} q_{11} &= \tau_e^2(T - 2Te^{\frac{T}{\tau_e}}) - T^2\tau_e + \frac{T^3}{3} - \tau_e^3 \left(\frac{e^{-\frac{2T}{\tau_e}}}{2} - \frac{1}{2} \right) \\ q_{12} = q_{21} &= e^{-\frac{2T}{\tau_e}} \times \frac{(\tau_e + Te^{\frac{T}{\tau_e}} - \tau_e e^{\frac{T}{\tau_e}})^2}{2} \\ q_{13} = q_{31} &= \frac{\tau_e}{2} - Te^{-\frac{T}{\tau_e}} - \frac{\tau_e e^{-\frac{2T}{\tau_e}}}{2} \\ q_{22} &= T - \tau_e \left(\frac{e^{-\frac{2T}{\tau_e}}}{2} - 2e^{-\frac{T}{\tau_e}} + \frac{3}{2} \right) \\ q_{23} = q_{32} &= \frac{e^{-\frac{2T}{\tau_e}} \times (e^{\frac{T}{\tau_e}} - 1)^2}{2} \\ q_{33} &= \frac{1 - 2e^{-\frac{2T}{\tau_e}}}{2\tau_e} \end{aligned} \quad (20)$$

1.3 系统观测模型

假定雷达导引头测量每一时刻弹目的相对位置和导弹自身的加速度, 则系统的观测方程可以写成^[20]

$$y_k = Hx_k + v_k \quad (21)$$

其中, $y_k = [y_k, a_{y_k}^p]^T$ 为 t_k 时刻含噪的观测向量; y_k 和 $a_{y_k}^p$ 分别对应该时刻弹目相对位置和导弹加速度的量测值; v_k 为离散化后的测量噪声, 其均值为零、协方差矩阵为 R_k ^[20].

2 ZEM 估计误差模型的推导

图 2 给出了一种典型的基于逻辑的 IEG 系统架构^[8, 17-19]. 在该制导系统中, 通过引入一个独立的模式决策器用于估计目标当前的运动模式 (即目标横向加速度指令), 并为估计器和导引律提供目标的运动模式信息. 这种系统架构的优势可从以下两方面进行理解. 一方面, 模式决策器的输出可以辅助估计器选择合适的动态模型; 当目标发生机动后, 估计器能够根据目标的运动模式信息快速切换至正确的模型. 另一方面, 模式决策器的输出可以辅助制导律单元选择合适的导引律. 例如, 当目标当前的运动模式量取值很小时 (即 $|v|$ 很小), 对应的目标横向加速度很小, 此时可选用 DGL/0 导引律, 因为其计算效率更高; 若目标当前的运动模式量取值较大 (即 $|v|$ 很大), 此时目标加速度不能直接忽略, 可将导引律切换至 DGL/1 以保证更高的拦截精度; 此外, 如果模式决策器能够提供目标运动模式的符号或方向, 可根据这一信息进一步缩小目标加速度的可达集^[21]. 本节将基于该制导系统架构推导目标存在运动模式切换时 ZEM 估计误差的分布, 在此基础上进一步分析模式决策延迟对系统制导精度的影响.

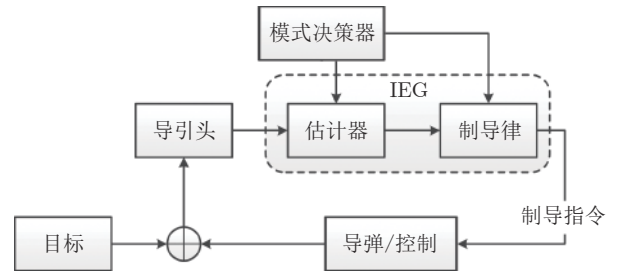


图 2 一个典型的基于逻辑的 IEG 制导系统框架^[18]

Fig. 2 A typical logic-based IEG guidance system frame^[18]

对式 (11) 进行离散化处理, 目标加速度指令满足

$$m_k = m_1 + (m_2 - m_1)1_{k-k_{sw}} \quad (22)$$

其中, k_{sw} 表示模式切换离散时刻

$$1_{k-k_{\text{sw}}} = \begin{cases} 1, & k \geq k_{\text{sw}} \\ 0, & k < k_{\text{sw}} \end{cases} \quad (23)$$

将式 (22) 代入式 (14), 可以得出离散系统的动态方程满足

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \Phi \mathbf{x}_k + \mathbf{l}_1 u_k^p + \mathbf{l}_2 m_1 + \\ &\quad \mathbf{l}_2 (m_2 - m_1) 1_{k-k_{\text{sw}}} + \boldsymbol{\omega}_k \\ \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0 \end{aligned} \quad (24)$$

记模式决策器的时间延迟步长为 j , 则离散系统目标模式切换以及对应模式决策器的输出可用图 3 表示. 从图 3 容易得出估计器的动态模型满足

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \Phi \mathbf{x}_k + \mathbf{l}_1 u_k^p + \mathbf{l}_2 m_1 + \\ &\quad \mathbf{l}_2 (m_2 - m_1) 1_{k-k_{\text{sw}}-j} + \boldsymbol{\omega}_k \\ \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0 \end{aligned} \quad (25)$$

由式 (24) 和式 (21) 可以看出, 系统的状态方程和测量方程具有线性形式. 因此, 选用线性 Kalman 滤波器作为最优估计器. 下面根据目标模式切换时间、模式决策器延迟和拦截终止时刻的关系分三种情形分别讨论 ZEM 估计误差的分布.

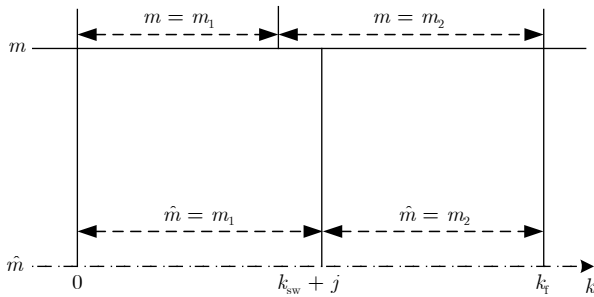


图 3 目标模式切换和模式决策器输出示意图

Fig. 3 Diagram of target's mode switch and mode decision-maker's outputs

情形 1. $k_{\text{sw}} \geq k_f$. 在这种情形下, 目标的横向加速度指令在整个末制导期间始终为 m_1 , 估计器使用的模型不存在失配. 此时系统的状态方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \Phi \mathbf{x}_k + \mathbf{l}_1 u_k^p + \mathbf{l}_2 m_1 + \boldsymbol{\omega}_k \\ \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0 \end{aligned} \quad (26)$$

从式 (25) 容易看出估计器的滤波方程为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k+1} &= (I - K_{k+1}H)(\Phi \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{l}_1 u_k^p + \mathbf{l}_2 m_1) + \\ &\quad K_{k+1} \mathbf{y}_{k+1} \end{aligned} \quad (27)$$

其中, K_{k+1} 表示 t_{k+1} 时刻的离散 Kalman 增益矩阵, 满足

$$\hat{P}_{k+1} = \Phi P_k \Phi^T + Q \quad (28)$$

$$K_{k+1} = \hat{P}_{k+1} H^T (H \hat{P}_{k+1} H^T + R_{k+1})^{-1} \quad (29)$$

$$P_{k+1} = \hat{P}_{k+1} - K_{k+1} (H \hat{P}_{k+1} H^T + R_{k+1}) K_{k+1}^T \quad (30)$$

定义状态估计误差 $\tilde{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k$, 将式 (27) 和式 (26) 相减得到

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} &= (I - K_{k+1}H)\Phi \tilde{\mathbf{x}}_k + (K_{k+1}H - I)\boldsymbol{\omega}_k + \\ &\quad K_{k+1} \mathbf{v}_{k+1} \end{aligned} \quad (31)$$

由于 $E\{\boldsymbol{\omega}_k\} = \mathbf{0}$ 和 $E\{\mathbf{v}_k\} = \mathbf{0}$, 则状态估计误差的均值 (记作 $\boldsymbol{\xi}_k$) 满足

$$\boldsymbol{\xi}_{k+1} = E\{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1}\} = (I - K_{k+1}H)\Phi \boldsymbol{\xi}_k \quad (32)$$

且状态估计误差的协方差矩阵 (记作 Σ_k) 具有如下的迭代形式

$$\begin{aligned} \Sigma_{k+1} &= \text{cov}(\tilde{\mathbf{x}}_{k+1}) = (I - K_{k+1}H)(\Phi \Sigma_k \Phi^T + Q) \\ &\quad (I - K_{k+1}H)^T + K_{k+1} R_{k+1} K_{k+1}^T \end{aligned} \quad (33)$$

情形 2. $k_{\text{sw}} < k_f \leq k_{\text{sw}} + j$. 这里需要分两种情况分别讨论.

1) $k \in [0, k_{\text{sw}}]$. 此时状态估计误差的均值和协方差分别同式 (32) 和式 (33).

2) $k \in [k_{\text{sw}}, k_f]$. 目标的运动模式发生了切换, 此时系统的动态方程满足

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi \mathbf{x}_k + \mathbf{l}_1 u_k^p + \mathbf{l}_2 m_2 + \boldsymbol{\omega}_k \quad (34)$$

估计器的滤波方程为式 (27), 因为导弹仍然认为目标的运动模式为 m_1 , 即在此期间内系统存在模式失配. 根据状态估计误差的定义, $\tilde{\mathbf{x}}_k$ 满足

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} &= (I - K_{k+1}H)\Phi \tilde{\mathbf{x}}_k + \\ &\quad (K_{k+1}H - I)\mathbf{l}_2(m_2 - m_1) + \\ &\quad (K_{k+1}H - I)\boldsymbol{\omega}_k + K_{k+1} \mathbf{v}_{k+1} \end{aligned} \quad (35)$$

容易得出状态估计误差的均值为

$$\boldsymbol{\xi}_{k+1} = (I - K_{k+1}H)\Phi \boldsymbol{\xi}_k + (K_{k+1}H - I)\mathbf{l}_2(m_2 - m_1) \quad (36)$$

协方差矩阵的递归形式与式 (33) 相同. 式 (36) 中的前一项描述了起始状态估计误差的影响, 而后一项则度量了模式失配的影响.

情形 3. $k_{\text{sw}} + j < k_f$. 类似地, 需要分三种情况分别讨论.

1) $k \in [0, k_{\text{sw}}]$. 在此区间内, 目标运动模式未发生改变, 因此状态估计误差的均值由式 (32) 确定, 协方差矩阵由式 (33) 确定.

2) $k \in [k_{\text{sw}}, k_{\text{sw}} + j]$. 在此区间内, 目标的运动模式发生切换但模式决策器未检测对应的改变, 系统存在模式失配. 状态估计误差的均值和协方差分别满足式 (36) 和式 (33).

3) $k \in [k_{\text{sw}} + j, k_f]$. 在此区间内, 目标的运动模式由 m_1 切换至 m_2 , 并且模式决策器已经正确检测出目标的运动模式. 因此, 系统的状态方程满足式 (34), 而滤波方程为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = (I - K_{k+1}H)(\Phi\hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{l}_1 u_k^p + \mathbf{l}_2 m_2) + K_{k+1}\mathbf{y}_{k+1} \quad (37)$$

由式 (37) 和式 (34) 容易得到状态估计误差均值将由式 (32) 确定, 误差协方差矩阵由式 (33) 确定.

定义 ZEM 的估计误差为估计的 ZEM 值与系统真实的 ZEM 值之差, 即

$$\tilde{z}_k = \hat{z}_k - z_k = \mathbf{g}_k^T \{\hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k\} = \mathbf{g}_k^T \tilde{\mathbf{x}}_k \quad (38)$$

其中, $\mathbf{g}_k^T = \mathbf{g}^T(t_k)$. 因此, ZEM 估计误差的均值 (记作 μ_k) 具有如下的迭代形式

$$\mu_{k+1} = E\{\tilde{z}_{k+1}\} = \mathbf{g}_{k+1}^T \times E\{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1}\} = \mathbf{g}_{k+1}^T \times \boldsymbol{\xi}_{k+1} \quad (39)$$

ZEM 估计误差的方差满足

$$\sigma_{k+1}^2 = \text{var}(\tilde{z}_{k+1}) = \mathbf{g}_{k+1}^T \Sigma_{k+1} \mathbf{g}_{k+1} \quad (40)$$

综上所述, 每一时刻的 ZEM 估计误差均服从有偏的高斯分布, 均值为 μ_k , 方差为 σ_k^2 . 当目标的运动模式和估计器执行的模式匹配时 (即模式切换前和模式正确匹配后), ZEM 估计误差的均值满足如下的迭代方程

$$\mu_{k+1} = \mathbf{g}_{k+1}^T (I - K_{k+1}H) \Phi \boldsymbol{\xi}_k \quad (41)$$

而当存在模式失配时, μ_k 满足

$$\mu_{k+1} = \mathbf{g}_{k+1}^T (I - K_{k+1}H) (\Phi \boldsymbol{\xi}_k - \mathbf{l}_2(m_2 - m_1)) \quad (42)$$

从式 (39) 和式 (40) 可以看出, 导弹的控制指令 u_k^p 未出现在式中, 这说明 ZEM 估计误差的方差不受导引律的影响. 该误差模型准确性的证明可见文献 [19], 这里不再赘述.

3 一致性约束下 MAMDD

由前文分析可知, 每一时刻的 ZEM 估计误差均服从均值为 μ_k 、方差为 σ_k^2 的高斯分布, 即 $\tilde{z}_k \sim N(\mu_k, \sigma_k^2)$. 受基于跟踪滤波器残差进行机动检测理论的启发, 构造如下的中心加权的检验统计量

$$\chi_k^2 = (\hat{z}_k - z_k) (\sigma_k^2)^{-1} (\hat{z}_k - z_k)^T \quad (43)$$

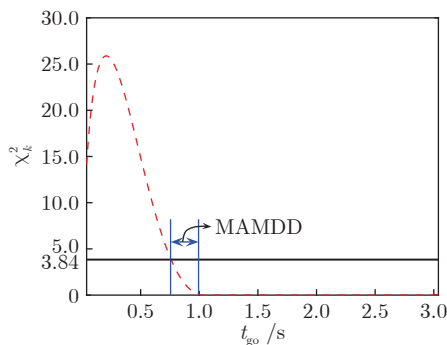
不考虑系统的起始状态估计误差, 当目标运动模式不发生切换时, $\tilde{z}_k \sim N(0, \sigma_k^2)$. 此时, χ_k^2 服从自由度为 1 的 χ^2 分布, 即 $\chi_k^2 \sim \chi^2(1)$. 相反, 当目标

运动模式改变后, ZEM 的误差随着模式决策延迟的增大逐渐增大, 对应 χ_k^2 的取值增大; 而当误差增大到一定程度后 $\chi_k^2 \sim \chi^2(1)$ 的条件将不满足, 此时认为系统的模式决策延迟不可接受. 因此, 在给定系统容许的虚警概率后, 根据上述的一致性约束条件可计算得出 MAMDD.

下面通过一个典型的 TBM 拦截场景介绍 MAMDD 的具体求解过程, 仿真参数见表 2^[11, 17-20]. 系统可容许的虚警率 α 设定为 0.05, 查表可知 $\chi_{1-\alpha}^2(1) = 3.84$. 评判标准如下: 当 $\chi_k^2 \leq 3.84$, ZEM 估计误差位于系统容许的误差范围内, 对应的模式决策延迟是制导系统可接受的; 反之, 则认为该模式决策延迟超出了系统可容许的范围之内. 图 4 给出了 $t_{\text{sw}} = 2.0 \text{ s}$ 、 $\Delta m = 10 \text{ g}$ 时 χ_k^2 的变化. 如图所示, 目标模式切换前 ($t_{\text{sw}} \leq 2.0 \text{ s}$, 即 $t_{\text{go}} \geq 1.03 \text{ s}$), ZEM 估计误差的均值为零, 对应的 χ_k^2 取值为零, 因此 χ_k^2 始终位于置信边界 $\chi_k^2 = 3.84$ 范围内. 目标模式切换后 ($t_{\text{sw}} > 2.0 \text{ s}$, 即 $t_{\text{go}} < 1.03 \text{ s}$), 由于系统模式决策延迟的存在, ZEM 估计误差增大, χ_k^2 也随之增大. 经过一段时间后, χ_k^2 的取值超出系统给定的置信边界 $\chi_{0.95}^2$. 此时, 我们认为 ZEM 的估计误差过大, 估计的 ZEM 将不可靠, 它会误导导弹生成错误的制导指令从而导致系统的制导性能下降. 在这种思路下,

表 2 仿真参数
Table 2 Simulation parameters

参数类型	参数名称	单位	值 (范围)
弹目参数	V_p	m/s	2300
	V_e	m/s	2700
	$a_p^{\max}$	g	30
	$a_e^{\max}$	g	15
	τ_p	s	0.2
	τ_e	s	0.2
观测参数	T	s	0.01
	σ_θ	mrad	5
	σ_a	m/s ²	1
场景参数	r_0	m	15000
	$\phi_p(0)$	rad	$\pi/18$
	$\phi_e(0)$	rad	$> \pi/2$ 且满足碰撞三角形
	目标机动方式	—	随机乒乓
估计器参数	s_w	g ² /Hz	1
	初估计误差	—	$\tilde{\mathbf{x}}_0 = [0, 0, 0, 0]^T$
	初估协方差阵	—	$P_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (a_e^{\max})^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

图 4 $t_{sw} = 2.0$ s 和 $\Delta m = 10$ g 下的 χ_k^2 Fig. 4 χ_k^2 under $t_{sw} = 2.0$ s and $\Delta m = 10$ g

将系统的 MAMDD 定义为 χ_k^2 与 $\chi_k^2 = 3.84$ 交点对应的时刻与目标模式切换时刻之间的时间差值。由于系统的时变特性, 这里很难得到 MAMDD 的解析表达式, 因此需要通过数值计算方法进行求解。综上所述, MAMDD 的计算过程可归纳如下。

初始化. 初始化拦截场景和估计器参数, 目标模式切换时刻 t_{sw} , 模式变化量, $\Delta m = m_2 - m_1$ 和系统可接受虚警率 α 。

步骤 1. 根据式 (42) 计算 t_k 时刻 ZEM 估计误差的均值。

步骤 2. 根据式 (40) 计算 t_k 时刻 ZEM 估计误差的方差。

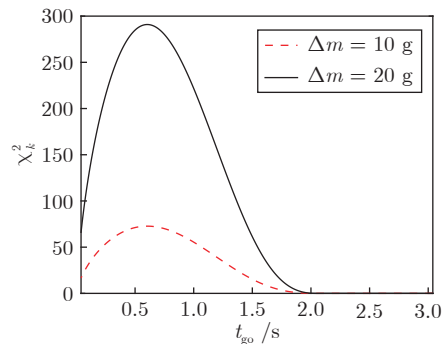
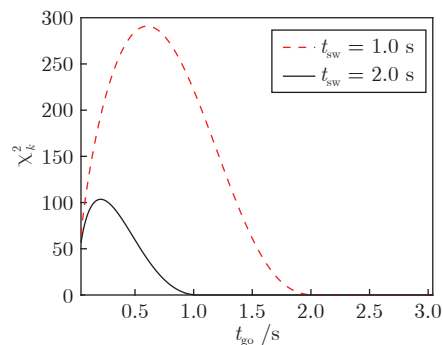
步骤 3. 根据式 (43) 计算 t_k 时刻检验统计量 χ_k^2 。

步骤 4. 判断 t_k 时刻 χ_k^2 与 $\chi_{1-\alpha}^2(1)$ 的大小, 若当前时刻满足 $\chi_k^2 \geq \chi_{1-\alpha}^2(1)$, 则 $MAMDD = t_k - t_{sw}$; 否则, 回到步骤 1。

4 仿真实验

本节基于表 2 的拦截场景进一步讨论 χ_k^2 和 MAMDD 的性质。

图 5 给出了 $t_{sw} = 1.0$ s (对应 $t_{go} = 2.03$ s)、 Δm 分别取 10 g 和 20 g 两种情形下 χ_k^2 的取值。仿真过程中, 我们将模式决策延迟设置为无穷大。如图 5 所示, 如果目标在同一时刻进行模式切换, 机动的强度越小, 对应 χ_k^2 的取值越小。因为在该情形下, Δm 取值越小, ZEM 估计误差的均值也越小, 对应的 χ_k^2 值就越小。图 6 给出了 $\Delta m = 20$ g、 t_{sw} 分别取 1.0 s 和 2.0 s (对应 $t_{go} = 1.03$ s) 两种情形下 χ_k^2 的取值。可以看出, 目标机动时刻越晚, 对应 χ_k^2 的取值越小。由前面的分析可知, 目标模式切换不影响 ZEM 估计误差的方差, 因此在 Δm 相同情形下, σ_k^2 在每一时刻的取值相等。目标机动越早 (红色虚

图 5 $t_{sw} = 1.0$ s 时不同机动幅度下的 χ_k^2 Fig. 5 χ_k^2 under different maneuver magnitude for $t_{sw} = 1.0$ s图 6 $\Delta m = 20$ g 时不同机动时刻下的 χ_k^2 Fig. 6 χ_k^2 under different maneuver time for $\Delta m = 20$ g

线), 由于模式决策延迟无穷大, 每一时刻 ZEM 估计误差的取值越大, 对应 χ_k^2 的值也就越大。

图 7 给出了 Δm 分别取 5 g, 10 g, 15 g, 20 g, 30 g 时系统 MAMDD 与目标模式切换时刻的关系。在仿真实验中, 我们假定拦截器的参数始终保持不变, 仅改变目标的机动参数。如图 7 所示, MAMDD 随着模式切换时刻呈现先减小后增大并最终达到无穷大的变化趋势, 这与文献 [18] 给出的结果是一致的。可以看出, 当目标机动时刻较早时 (即对应 t_{go} 取值较大), ZEM 估计误差的方差取值较大, χ_k^2 的取值相对较小 (见式 (43))。此时, χ_k^2 与置信边界相交的时间较长, 这意味着 MAMDD 的取值越大, 即系统对模式决策器的要求相对宽松。当目标机动时刻越来越接近拦截终止时刻 (即 t_{go} 取值减小) 时, ZEM 估计误差的均值和方差均逐渐减小, 对应的 χ_k^2 取值也随着时间逐渐减小。当满足 $\chi_k^2 < 3.84$ 时, ZEM 估计误差对拦截精度的影响可以忽略。如果目标在此时机动将无益于逃逸, MAMDD 的取值趋向于无穷大, 系统对模式辨识器的性能不作要求。此外, 对比不同机动幅度下 MAMDD 的曲线可以

看出, 当 Δm 的取值较小时, 对应的 MAMDD 的值越大. 这表明, 对于弱机动类型目标, 拦截系统对于模式决策器的要求也相对宽松.

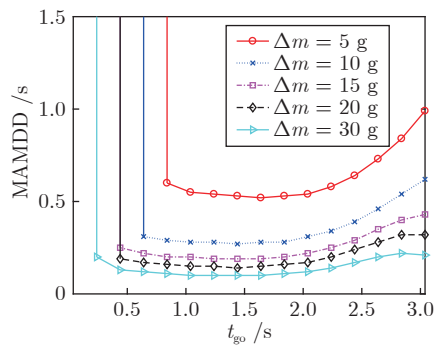


图 7 不同 Δm 条件下 MAMDD 与模式切换时刻

Fig.7 MAMDD with mode switch time for different Δm

表 3 对比了 5 组不同机动幅度下分别采用捕获区边界作为 ZEM 误差边界^[18] 和利用本文一致性约束条件作为 ZEM 误差边界的 MAMDD. 对比 5 组数据结果可以看出, 在拦截周期的前段选用一致性约束条件系统对模式决策器的性能要求更为严格; 而在拦截周期的后半段选用捕获区边界作为约束条件系统对模式决策器的要求更加苛刻. 具体来看, 当 $t_{sw} < 2.2$ s (即 $t_{go} = 0.83$ s) 时, 采用一致性约束条件得出的 MAMDD 小于采用捕获区边界的 MAMDD. 当 $t_{sw} \geq 2.2$ s, 采用捕获区约束条件获取的 MAMDD 大于一致性约束条件下的 MAMDD (注意当 $t_{sw} = 2.2$ s、 Δm 取 20 g 和 30 g 时, 两种方法求得的 MAMDD 可看作近似相等). 因此, 为对模式决策器提出更为严格的要求以确保系统的拦截精度, 在末制导前段可以采纳一致性约束条件, 而在末制导后段应选用更为严格的捕获区边界作为 ZEM 估计误差的约束条件.

5 结束语

本文在基于逻辑的集成估计导引的制导系统框架下, 针对末制导拦截场景推导了离散时间 ZEM 估计误差模型; 然后提出了一种满足一致性约束条件的系统最大可容许模式决策延迟的数值计算方法, 可为模式决策器的设计提供性能参考. 实验结果表明, 为确保系统的拦截精度, 在末制导前段可选用一致性约束作为 ZEM 估计误差的限制条件, 在后段应选用捕获区边界的限制条件. 开展目标运

表 3 两种方法 MAMDD 对比

Table 3 Comparison of MAMDD with two methods

t_{sw} (s)	捕获区约束MAMDD (s)	一致性约束MAMDD (s)
$\Delta m = 5$ g		
0.6	1.35	0.64
1.2	0.94	0.53
1.8	0.58	0.54
2.2	0.37	0.60
2.6	0.18	∞
$\Delta m = 10$ g		
0.6	0.94	0.39
1.2	0.65	0.28
1.8	0.41	0.28
2.2	0.26	0.29
2.6	0.12	∞
$\Delta m = 15$ g		
0.6	0.72	0.29
1.2	0.50	0.20
1.8	0.32	0.19
2.2	0.20	0.25
2.6	0.09	∞
$\Delta m = 20$ g		
0.6	0.58	0.24
1.2	0.41	0.16
1.8	0.26	0.15
2.2	0.16	0.16
2.6	0.08	0.19
$\Delta m = 30$ g		
0.6	0.42	0.17
1.2	0.30	0.11
1.8	0.19	0.10
2.2	0.12	0.11
2.6	0.05	0.13

动模式辨识技术研究是下一步的主要工作.

References

- Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. Part IV: decision-based methods. In: Proceedings of the 2002 SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets, Orlando, USA: SPIE, 2002. 511–534
- Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. Part V: Multiple-model methods. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(4): 1255–1321
- Shinar J, Turetsky V, Glizer V Y. On Estimation in Interception Endgames. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2013, 157(3): 593–611
- Shinar J, Shima T. Non-orthodox guidance law development approach for the interception of maneuvering anti-surface missiles. In: Proceedings of the 2000 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Denver, USA: AIAA, 2000.
- Glizer V Y, Turetsky V. A linear differential game with

- bounded controls and two information delays. *Optimal Control Applications and Methods*, 2009, **30**(2): 135–161
- 6 Glizer V Y, Turetsky V, Shinar J. Differential game with linear dynamics and multiple information delays. In: Proceedings of the 13th WSEAS International Conference on Systems, Rodos, Greece: WSEAS Press, 2009.179–184
 - 7 Shinar J, Turetsky V. What happens when certainty equivalence is not valid? Is there an optimal estimator for terminal guidance? *Annual Reviews in Control*, 2003, **27**(2): 119–130
 - 8 Dionne D, Michalska H, Shinar J, Oshman Y. Decision-directed adaptive estimation and guidance for an interception endgame. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2006, **29**(4): 970–980
 - 9 Hua Wen-Hua, Chen Xing-Lin, Song Shen-Min. Decision-directed adaptive estimation and guidance for an interception endgame. *Journal of Central South University*, 2011, **42**(6): 1617–1623
(花文华, 陈兴林, 宋申民. 基于目标机动检测的集成估计与制导方法. 中南大学学报(自然科学版), 2011, **42**(6): 1617–1623)
 - 10 Kumar G S, Ghose D, Vengadarajan A. A novel IEG strategy for realistically modeled seeker-less interceptors. In: Proceedings of the 2015 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Kissimmee, USA: AIAA, 2015.
 - 11 Shinar J, Turetsky V, Oshman Y. Integrated estimation/guidance design approach for improved homing against randomly maneuvering targets. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2007, **30**(1): 154–161
 - 12 Shinar J, Turetsky V. Three-dimensional validation of an integrated estimation/guidance algorithm against randomly maneuvering targets. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2009, **32**(3): 1034–1039
 - 13 Su M, Liu L, Wang Y. Integrated estimation/guidance law against exoatmo-spheric maneuvering targets. *Complexity*, 2018, **2018**: 1–19
 - 14 Zhu Y L, Fan H Q, Fan J P, Lu Z Q, Fu Q. Target turning maneuver detection using high resolution doppler profile. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, **48**(1): 762–779
 - 15 Fan S J, Xiao H T, Fan H Q, Fan J P. Target maneuver discrimination using isar image in interception. *Eurasip Journal on Advances in Signal Processing*, 2016, **24**(1): 1–13
 - 16 Fan H Q, Zhu Y L, Fu Q. Impact of mode decision delay on estimation error for maneuvering target interception. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, **47**(1): 702–711
 - 17 Xiang S W, Fan H Q, Fu Q. Impact of mode decision delay on estimation error in continuous-time controlled system. *IEEE Access*, 2018, **6**: 73265–73272
 - 18 Xiang S W, Li T C, Chen W, Fan H Q, Fu Q. Maximal admissible mode decision delay in terminal guidance. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2019, **32**(8): 1959–1966
 - 19 Xiang S W, Fan H Q, Fu Q. Error distribution of zero-effort miss distance under mode mismatch. *International Journal of Control*, 2021, **94**(3): 643–652
 - 20 Fan Hong-Qi. Technology on Maneuvering Target Motion Model Identification in Active Homing Guidance [Ph.D. dissertation], National University of Defense Technology, China. 2008.

(范红旗. 主动寻的制导中机动目标运动模式辨识技术 [博士学位论文], 国防科技大学, 中国. 2008.)

- 21 Fan Shi-Jie. Research on Feature Aided Highly Maneuvering Target Interception [Ph.D. dissertation], National University of Defense Technology, China. 2015.
(樊世杰. 特征辅助的大机动目标拦截技术研究 [博士学位论文], 国防科技大学, 中国. 2015.)



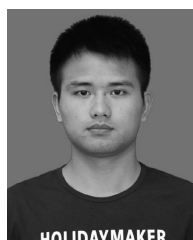
navigation and control.)

项盛文 国防科技大学博士. 主要研究方向为图像处理, 制导, 导航与控制. E-mail: xiangsw224@163.com
(**XIANG Sheng-Wen** Ph.D. at National University of Defense Technology. His research interest covers image processing, guidance, and



radar signal processing, target tracking, guidance and control, and information fusion. Corresponding author of this paper.)

范红旗 国防科技大学研究员. 主要研究方向为雷达信号处理, 目标跟踪, 导引控制, 信息融合. 本文通信作者. E-mail: fanhongqi@nudt.edu.cn
(**FAN Hong-Qi** Professor at National University of Defense Technology. His research interest covers



processing, multisensor multitarget tracking, and information fusion.)

达 凯 国防科技大学博士. 主要研究方向为雷达信号处理, 多传感器多目标跟踪, 信息融合. E-mail: dktm131@163.com

(**DA Kai** Ph.D. at National University of Defense Technology. His research interest covers radar signal



tation.)

付 强 国防科技大学教授. 主要研究方向为雷达信号处理与目标识别. E-mail: fuqiang1962@vip.sina.com
(**FU Qiang** Professor at National University of Defense Technology. His research interest covers radar signal processing and target recognition.)