# 模型误差变化率有界的空间连接系统鲁棒性能分析

刘华波 [1,2] 周 彤 [1,3]

**摘 要** 针对具有时空不变名义模型的空间连接系统, 讨论其存在有界、线性、时空变化和有结构性约束的模型误差时, 取得鲁棒性能的条件. 对于时间轴和空间轴, 分别定义了算子的时间变化率和空间变化率, 给出了系统取得鲁棒性能时该变化率的上界和下界. 研究表明, 对于时间轴和空间轴上变化率满足一定条件、具有结构约束的有界模型误差, 系统取得鲁棒性能的充分必要条件是存在频率域上的缩放矩阵 ($D$ 标度), 使得系统名义模型范数小于 1.

**关键词** 空间连接系统, 鲁棒性能, 模型误差, 非因果性, 结构不确定性

**引用格式** 刘华波, 周彤. 模型误差变化率有界的空间连接系统鲁棒性能分析. 自动化学报, 2014, **40**(10): 2098−2107

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2014.02098

## Robust Performance Analysis of Spatially Interconnected Systems with Rate-of-variation Bounded Time-varying and Space-varying Uncertainties

LIU Hua-Bo[1,2] ZHOU Tong[1,3]

**Abstract** This paper investigates robust performance for a kind of spatially interconnected dynamic systems under bounded, linear, time-varying, space-varying, structured uncertainties. Both temporal rate-of-variation and spatial rate-of-variation are introduced to a linear time-varying and space-varying operator. On the premise of guaranteeing robust performances, both upper and lower bounds are obtained for the maximal rate-of-variation of uncertainties. It is proved that the existence of a temporal and spatial frequency dependent $D$-scale matrix that can render the norm of the nominal model less than one is necessary and sufficient for robust performances against time-varying and space-varying structured bounded uncertainties with appropriate rate-of-variations.

**Key words** Spatially interconnected system, robust performance, model errors, noncausality, structured uncertainties

**Citation** Liu Hua-Bo, Zhou Tong. Robust performance analysis of spatially interconnected systems with rate-of-variation bounded time-varying and space-varying uncertainties. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(10): 2098−2107

现实生活中有许多大规模系统[1], 如自动高速公路系统[2]、飞机器编队[3]、卫星星座群体控制[4]、基因调控网络[5] 等都可以认为是由多个特性近乎相同的子系统互相连接而成, 每个子系统的结构和彼此之间的互连都比较简单, 但是它们组成的整体却可能具有复杂而丰富的特性. 文献 [6] 将此类系统称为 “空间连接系统” 并给出了线性矩阵不等式 (Linear matrix inequity, LMI) 形式的时空不变连接系统同时满足适定性、稳定性和收缩性的充分条件; 文献 [7] 基于矩阵多项式零空间的几何结构得到了比文献 [6] 更不保守的时空不变连接系统稳定性的充分条件; 文献 [8] 考虑空间特性不变的分布参数系统, 引入空间傅里叶变换将无穷维状态空间模型变换为带参数的有限维状态空间模型, 得到系统指数稳定的充分必要条件; 文献 [9] 考虑了存在时间不变和空间不变不确定性而名义模型时空不变的空间连接系统的鲁棒 $l_2$ 稳定性并给出了类似 $\mu$ (结构奇异值) 的条件; 文献 [10] 给出了子系统名义模型一致, 而存在时间上和空间上任意变化的不确定性时空间连接系统取得 $l_\infty$ 和 $l_2$ 鲁棒稳定性的充分必要条件; 文献 [11] 同样探讨了时空变化不确定性情形下, 空间连接系统鲁棒 $l_2$ 稳定的充分必要条件, 给出了等价于小增益条件形式的结论.

实际工程中, 由于材料特性变化以及建模条件所限, 所得系统模型必存在不确定性, 通常该不确定性随时间不会发生剧烈的变化, 文献 [12−13] 考虑了时间轴上不确定性变化率满足一定约束条件的情形下, 系统鲁棒性能的分析问题. 同样, 对于空间连接系统, 不同空间位置的子系统都存在着不确定性.

收稿日期 2013-10-09 录用日期 2014-03-06
Manuscript received October 9, 2013; accepted March 6, 2014
国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (2009CB320602), 国家自然科学基金 (61174122, 61021063) 资助
Supported by National Basic Research Program of China (973 Program) (2009CB320602) and National Natural Science Foundation of China (61174122, 61021063)
本文责任编委 耿志勇
Recommended by Associate Editor GENG Zhi-Yong
1. 清华大学自动化系 北京 100084 2. 青岛大学自动化工程学院 青岛 266071 3. 清华信息科学与技术国家实验室 北京 100084
1. Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084 2. College of Automation Engineering, Qingdao University, Qingdao 266071 3. Tsinghua National Laboratory for Information Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084

通常有直接作用子系统的空间位置都比较接近, 这意味着其工作环境大体相同, 从而其动态特性差异不会太大, 故子系统的不确定性随空间位置一般不会发生剧烈的变化, 本文定义了不确定性算子在空间轴上的变化率.

本文按照文献 [13] 的处理思路结合文献 [8] 引入的空间频率的概念考虑现实生活中空间连接系统名义模型时空不变而不确定性随时间和空间的变化率满足一定约束条件情形下, 系统取得鲁棒性能的充分条件和必要条件. 本文其余部分结构如下: 第 1 节首先介绍了本文涉及的基础知识; 第 2 节推导了本文的主要结论; 第 3 节通过一个应用实例对本文结论进行了验证; 最后给出了本文的总结.

## 1 准备知识

$\mathbf{Z}$, $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{C}$ 分别表示整数、实数和复数集, $\mathbf{Z}^+$ 表示非负整数集合. $l_{2e}^m(-\infty,+\infty)$ 表示双边序列集合, 即 $l_{2e}^m(-\infty,+\infty)=\{\boldsymbol{u}=(\cdots,\boldsymbol{u}(-1),\boldsymbol{u}(0),\boldsymbol{u}(1),\cdots):\boldsymbol{u}(p)\in\mathbf{R}^m\ (\mathbf{C}^m),\ p\in\mathbf{Z}\}$. $l_{2e}^m(0,+\infty)$ 表示单边序列集合, 即 $l_{2e}^m(0,+\infty)=\{\boldsymbol{u}=(\boldsymbol{u}(0),\boldsymbol{u}(1),\cdots):\boldsymbol{u}(t)\in\mathbf{R}^m\ (\mathbf{C}^m),\ t\in\mathbf{Z}^+\}$. $l_{2e}^m$ 表示双重序列, 即 $l_{2e}^m=\{\boldsymbol{u}=(\cdots,\boldsymbol{u}(0,-1),\boldsymbol{u}(0,0),\boldsymbol{u}(0,1),\cdots;\cdots,\boldsymbol{u}(1,-1),\boldsymbol{u}(1,0),\boldsymbol{u}(1,1),\cdots;\cdots):\ \boldsymbol{u}(t,p)\in\mathbf{R}^m\ (\mathbf{C}^m),\ t\in\mathbf{Z}^+,\ p\in\mathbf{Z}\}$. $l_2^m$ 表示为 $l_{2e}^m$ 中定义了有界范数的子集, 即 $\|\boldsymbol{u}\|_2=(\sum_{t=0}^{+\infty}\sum_{p=-\infty}^{+\infty}|\boldsymbol{u}(t,p)|^2)^{\frac{1}{2}}<+\infty$. $|\cdot|$ 表示向量或矩阵的 2 范数. $l_2^m(-\infty,+\infty)$ 和 $l_2^m\ (0,+\infty)$ 类似的含义. 在不引起歧义和模糊的情况下, 有时为了简洁, 略去维数上标.

定义 $l_{2e}$ 空间上的时间轴右移算子和空间轴右移算子分别如下:

$$\begin{aligned}
z^{-1}(\boldsymbol{u}) = {} & z^{-1}(\boldsymbol{u}(0,p);\boldsymbol{u}(1,p);\boldsymbol{u}(2,p);\cdots) = \\
& (0;\boldsymbol{u}(0,p);\boldsymbol{u}(1,p);\cdots) \\
\lambda^{-1}(\boldsymbol{x}) = {} & \lambda^{-1}(\cdots,\boldsymbol{x}(t,-1),\boldsymbol{x}(t,0),\boldsymbol{x}(t,1),\cdots) = \\
& (\boldsymbol{x}(t,p-1)) = \\
& (\cdots,\boldsymbol{x}(t,-2),\boldsymbol{x}(t,-1),\boldsymbol{x}(t,0),\cdots)
\end{aligned}$$

空间 $l_{2e}(-\infty,+\infty)$ 和 $l_{2e}(0,+\infty)$ 上的右移算子是类同的.

定义 $l_{2e}$ 空间上的时间截取算子和空间截取算子分别如下:

$$\begin{aligned}
\pi_t(\boldsymbol{u}) = {} & \pi_t(\boldsymbol{u}(0,p);\boldsymbol{u}(1,p);\boldsymbol{u}(2,p);\cdots) = \\
& (\boldsymbol{u}(0,p);\boldsymbol{u}(1,p);\cdots;\boldsymbol{u}(t-1,p);0,\cdots) \\
\pi_p(\boldsymbol{u}) = {} & \pi_p(\cdots,\boldsymbol{u}(t,-1),\boldsymbol{u}(t,0),\boldsymbol{u}(t,1),\cdots) = \\
& (\cdots,0,\boldsymbol{u}(t,-p),\cdots,\boldsymbol{u}(t,0),\cdots, \\
& \boldsymbol{u}(t,p-1),0,\cdots)
\end{aligned}$$

空间 $l_{2e}(-\infty,+\infty)$ 和 $l_{2e}(0,+\infty)$ 上的截取算子是类同的.

一个 $m$ 维输入 $n$ 维输出线性时空不变系统就是一个线性算子 $H:l_{2e}^m\rightarrow l_{2e}^n$. 该系统称为时间因果的, 如果对 $\forall\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2\in l_{2e}^m$, $t\in\mathbf{Z}^+$, $\pi_t\boldsymbol{v}_1=\pi_t\boldsymbol{v}_2$ 有 $\pi_tH(\boldsymbol{v}_1)=\pi_tH(\boldsymbol{v}_2)$.

系统 $H$ 称为时不变的, 如果 $H$ 与时间轴右移算子可交换, 即 $z^{-1}H=Hz^{-1}$; 系统 $H$ 称为空不变的, 如果 $H$ 与空间轴右移算子可交换, 即 $\lambda^{-1}H=H\lambda^{-1}$. 若系统 $H$ 时空不变, 则有 $z^{-1}H=Hz^{-1}$, $\lambda^{-1}H=H\lambda^{-1}$. 本文后续章节, 用 $H(z)$、$H(\lambda)$ 和 $H(z,\lambda)$ 等分别表示系统 $H$ 是时不变、空不变和时空不变的.

如果 $\|H\|_2=\sup_{\boldsymbol{u}\neq 0,\boldsymbol{u}\in l_2}\frac{\|H\boldsymbol{u}\|_2}{\|\boldsymbol{u}\|_2}<\infty$, 系统 $H$ 称为 $l_2$ 稳定的. 如果 $\|H\|_2\leq 1$, 称 $H$ 为收缩的; 如果 $\|H\|_2<1$, 称 $H$ 为严格收缩的. 本文后续章节中, 如无特殊说明, 算子范数 $\|H\|$ 指 $l_2$ 导出范数 $\|H\|_2$.

对于一个稳定的线性算子 $\Delta:l_{2e}\rightarrow l_{2e}$, 定义时间轴变化率 $\nu_1$ 和空间轴变化率 $\nu_2$ 分别为 $\nu_1(\Delta)=\|z^{-1}\Delta-\Delta z^{-1}\|$, $\nu_2(\Delta)=\|\lambda^{-1}\Delta-\Delta\lambda^{-1}\|$. 容易看出, 如果 $\Delta$ 是时间不变的, 则 $\nu_1=0$; 如果 $\Delta$ 是空间不变的, 则 $\nu_2=0$. 集合 $\mathcal{F}(\nu_1,\nu_2)$ 表示一类线性算子为

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}(\nu_1,\nu_2) = {} & \{\Delta:l_{2e}\rightarrow l_{2e},\|\Delta\|\leq 1, \\
& \left\|z^{-1}\Delta-\Delta z^{-1}\right\|\leq\nu_1, \\
& \left\|\lambda^{-1}\Delta-\Delta\lambda^{-1}\right\|\leq\nu_2\}
\end{aligned}$$

注意: 当 $\nu_1=2$ 时表示有界的且时间变化任意快的时变线性算子; 当 $\nu_2=2$ 时表示有界的且空间变化任意快的空变线性算子.

同理, 可以记两种算子集合 $\mathcal{F}(\nu_1)$ 和 $\mathcal{F}(\nu_2)$ 分别为

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}(\nu_1) = {} & \{\Delta:l_{2e}(0,+\infty)\rightarrow l_{2e}(0,+\infty), \\
& \|\Delta\|\leq 1,\left\|z^{-1}\Delta-\Delta z^{-1}\right\|\leq\nu_1\} \\
\mathcal{F}(\nu_2) = {} & \{\Delta:l_{2e}(-\infty,+\infty)\rightarrow l_{2e}(-\infty,+\infty), \\
& \|\Delta\|\leq 1,\left\|\lambda^{-1}\Delta-\Delta\lambda^{-1}\right\|\leq\nu_2\}
\end{aligned}$$

本文讨论图 1 所示标准反馈系统, 系统 $M(z,\lambda)$ 是实有理的, 稳定的, 时间上严格正则的多输入多输出线性时空不变系统. 向量值输入 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{w}_0$ 和 $\boldsymbol{w}_1,\cdots,\boldsymbol{w}_n$ 分别称为性能输入和不确定性输入, 而输出 $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{z}_0$ 和 $\boldsymbol{z}_1,\cdots,\boldsymbol{z}_n$ 分别称为性能输出和不确定性输出. 按照输入输出的分块将 $M(z,\lambda)$ 记为

$$M(z,\lambda)=\left[\begin{array}{c|c} M_{11}(z,\lambda) & M_{12}(z,\lambda) \\ \hline M_{21}(z,\lambda) & M_{22}(z,\lambda)\end{array}\right]$$

图 1 所示反馈系统中, 设 $S$ 为一类线性有界且时空变化的算子, 算子 $\Delta$ 具有块对角结构 $\Delta=\mathrm{diag}(\Delta_1,\cdots,\Delta_n),\Delta_i\in S,i=1,\cdots,n$. 有时为了简洁, 也称 $\Delta\in S$.

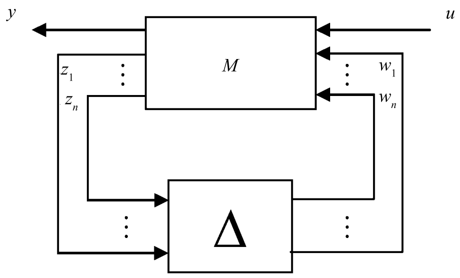


图 1 标准反馈系统示意图

Fig. 1 Standard feedback system

称系统 $M(z,\lambda)$ 对模型不确定性 $S$ 取得一致鲁棒性能, 若对任意的 $\Delta\in S$, 图 1 系统是一致稳定的, 即时间因果的 $(I-M_{22}\Delta)^{-1}$ 存在, $\|(I-M_{22}\Delta)^{-1}\|<+\infty$, 且取得一致性能, 即 $\sup_{\Delta\in S}\|T_{yu}(\Delta)\|<1$. 其中, $T_{yu}$ 是输入 $\boldsymbol{u}$ 到输出 $\boldsymbol{y}$ 的闭环性能算子. 为了简洁, 在不引起歧义时也称一致鲁棒性能为鲁棒性能.

定义基于系统 $M(z,\lambda)$ 的输入输出分块的集合 $\mathbf{D}=\{\mathrm{diag}(I,d_1I,\cdots,d_nI):0<d_i\in\mathbf{R}\}$, 可以将集合 $\mathbf{D}$ 中的元素视为集合 $\mathbf{R}^n$ 中向量 $(d_1,\cdots,d_n)'$ 的自然嵌入.

称系统 $M(z,\lambda)$ 存在基于时间频率和空间频率的 $D$ 标度, 如果对于任意 $\omega\in[-\pi,\pi]$ 和 $\theta\in[-\pi,\pi]$ 存在矩阵 $D(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta})\in\mathbf{D}$, 使得

$$\bar\sigma\left(D(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta})M\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}\right)D^{-1}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta})\right)<1$$

称系统 $M(z,\lambda)$ 存在基于时间频率的 $D$ 标度, 如果对于任意 $\omega\in[-\pi,\pi]$ 存在矩阵 $D(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})\in\mathbf{D}$ 使得 $\|D(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})M(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega},\lambda)D^{-1}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})\|<1$.

称系统 $M(z,\lambda)$ 存在基于空间频率的 $D$ 标度, 如果对于任意 $\theta\in[-\pi,\pi]$ 存在矩阵 $D(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta})\in\mathbf{D}$ 使得 $\left\|D\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}\right)M\left(z,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}\right)D^{-1}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}\right)\right\|<1$.

称系统 $M(z,\lambda)$ 存在常数 $D$ 标度, 如果存在矩阵 $D\in\mathbf{D}$ 使得 $\|DM(z,\lambda)D^{-1}\|<1$.

## 2 主要结论

本文需要多次用到文献 [13] 引理 7.1 给出的结论, 它作为矩阵值 Loewner 型插值的一个特例描述如下.

**引理 1 (文献 [13] 引理 7.1).** 对于任意给定两两不同的频率的集合 $\{\omega_k,\omega_k\in(-\pi,\pi],k=1,\cdots,R\}$, 存在一个稳定的、有限维的线性时不变系统 $F(z)=[F_1(z)\ F_2(z)\ \cdots\ F_R(z)]$, 使得 $\|F(z)\|\le1$ 且

$$F_k\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}\right)=\begin{cases}I, & \omega=\omega_k\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

文献 [13−14] 给出的功率分配定理描述的是给定时间轴上的信号序列 $\boldsymbol{z}^\circ,\boldsymbol{w}^\circ\in l_{2e}(0,+\infty)$, 存在一个时变的线性算子 $\Delta$ 使得从 $\boldsymbol{z}^\circ$ 到 $\boldsymbol{w}^\circ$ 的插值成立, 即 $\Delta(\boldsymbol{z}^\circ)=\boldsymbol{w}^\circ+\boldsymbol{w}^\dagger$, $\boldsymbol{w}^\dagger\in l_2(0,+\infty)$. 下面将其推广到 $l_{2e}(-\infty,+\infty)$ 和 $l_{2e}$ 空间. 对信号 $\boldsymbol{w}\in l_{2e}(-\infty,+\infty)$, 定义其功率为 $\mathrm{Power}(\boldsymbol{w})=\lim_{P\to\infty}\frac{\|\pi_P\boldsymbol{w}\|^2}{2P}$; 对信号 $\boldsymbol{w}\in l_{2e}$, 定义其功率为 $\mathrm{Power}(\boldsymbol{w})=\lim_{P\to\infty,T\to\infty}\frac{\|\pi_T\pi_P\boldsymbol{w}\|^2}{2PT}$. 易知, 上述插值成立的充分必要条件为 $\mathrm{Power}(\boldsymbol{w}^\circ)\le\mathrm{Power}(\boldsymbol{z}^\circ)$.

对于空间轴上的信号序列 $\boldsymbol{z}^\circ,\boldsymbol{w}^\circ\in l_{2e}(-\infty,+\infty)$, 存在一个空变的线性算子 $\Delta$ 使得从 $\boldsymbol{z}^\circ$ 到 $\boldsymbol{w}^\circ$ 的插值成立, 即 $\Delta(\boldsymbol{z}^\circ)=\boldsymbol{w}^\circ+\boldsymbol{w}^\dagger$, $\boldsymbol{w}^\dagger\in l_2(-\infty,+\infty)$. 此时, $\Delta$ 不必要求为因果的. 由下面定理 1 可知, 对于多频谱信号间的任意非因果的线性插值算子在模 $l_2$ 信号意义下等价于一个因果的线性算子.

**定理 1.** 给定频率 $-\pi<\omega_1<\omega_2<\cdots<\omega_r\le\pi$, $\boldsymbol{a}^k\in\mathbf{C}^m$, $\boldsymbol{b}^k\in\mathbf{C}^n$, $k=1,\cdots,r$, $p\in\mathbf{Z}$, 对输入信号序列 $\boldsymbol{u}^\circ=\left\{\sum_{k=1}^r\left(\boldsymbol{a}^k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_kp}\right)\right\}$ 和输出信号序列 $\boldsymbol{y}^\circ=\left\{\sum_{k=1}^r\left(\boldsymbol{b}^k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_kp}\right)\right\}$, $\boldsymbol{u}^\circ\in l_{2e}^m(-\infty,\infty)$, $\boldsymbol{y}^\circ\in l_{2e}^n(-\infty,+\infty)$, 存在非因果的线性算子 $\Delta_N: l_{2e}^m(-\infty,+\infty)\to l_{2e}^n(-\infty,+\infty)$, 使得下列插值成立:

$$\Delta_N(\boldsymbol{u}^\circ)=\boldsymbol{y}^\circ+\boldsymbol{y}^\dagger,\ \ \boldsymbol{y}^\dagger\in l_2^n(-\infty,+\infty)$$

其在模 $l_2$ 信号意义下等价于存在因果的线性算子 $\Delta_C$: $l_{2e}^m(-\infty,+\infty)\to l_{2e}^n(-\infty,+\infty)$, 使得下列插值成立:

$$\Delta_C(\boldsymbol{u}^\circ)=\boldsymbol{y}^\circ+\boldsymbol{y}^{\dagger\dagger},\ \ \boldsymbol{y}^{\dagger\dagger}\in l_2^n(-\infty,+\infty)$$

记 $\Delta_N=(\Delta(i,j))\big|_{i,j=-\infty}^{+\infty}$, $\Delta(i,j)\in\mathbf{C}^{m\times n}$, $\Delta_C=\mathrm{diag}(\Delta_C(p)\big|_{p=-\infty}^{+\infty})$, $\Delta_C(p)\in\mathbf{C}^{m\times n}$, 且 $\Delta_N$ 与 $\Delta_C$ 的关系如下:

$$\Delta_C(p)=\\ F(\lambda)\,\mathrm{diag}_k\left(\sum_{\tau=-\infty}^{+\infty}\Delta(p,\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k(\tau-p)}\right)F^{\mathrm{T}}(\lambda)$$

其中, $\mathrm{diag}_k(A(\omega_k))=\mathrm{diag}(A(\omega_k)|_{k=1}^r)$.

**证明.** 当 $\boldsymbol{u}^\circ=\left\{\sum_{k=1}^r\left(\boldsymbol{a}^k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_kp}\right):p\in\mathbf{Z}\right\}$ 时,

记 $\Delta_N(\boldsymbol{u}^\circ)=\{\boldsymbol{x}_1(p)\}$, 则有

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}_1(p)=&\sum_{\tau=-\infty}^{+\infty}\Delta(p,\tau)\left(\sum_{k=1}^{r}\boldsymbol{a}^k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k\tau}\right)=\\&\sum_{k=1}^{r}\left(\sum_{\tau=-\infty}^{+\infty}\Delta(p,\tau)\,\boldsymbol{a}^k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k\tau}\right)=\\&\sum_{k=1}^{r}\left(\sum_{\tau=-\infty}^{+\infty}\Delta(p,\tau)\boldsymbol{a}^k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k(\tau-p)}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k p}\end{aligned}$$

由引理 1 知, 存在一个因果滤波器 $F(\lambda)$ 使得

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{x}_1(p)=\sum_{k=1}^{r}\left(\sum_{\tau=-\infty}^{+\infty}\Delta(p,\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k(\tau-p)}\boldsymbol{a}^k\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k p}=\\&\left(F(\lambda)\,\mathrm{diag}_k\left(\sum_{\tau=-\infty}^{+\infty}\Delta(p,\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k(\tau-p)}\right)F^{\mathrm{T}}(\lambda)\right)\times\\&\left(\sum_{k=1}^{r}\boldsymbol{a}^k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k p}\right)+\boldsymbol{x}^{\dagger}(p)\end{aligned}\tag{1}$$

其中, $\boldsymbol{x}^\dagger=\{\boldsymbol{x}^\dagger(p),p\in\mathbf{Z}\}\in l_2^n(-\infty,+\infty)$, $F(\lambda)=[F_1(\lambda)\ \cdots\ F_r(\lambda)]$ 且有 $\|F(\lambda)\|\le 1$ 及

$$F_k(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta})=\begin{cases}I, & \theta=\theta_k\\0, & \text{其他}\end{cases}$$

当 $\boldsymbol{u}^\circ=\left\{\sum_{k=1}^{r}\left(\boldsymbol{a}^k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k p}\right):p\in\mathbf{Z}\right\}$ 时, 记 $\Delta_C(\boldsymbol{u}^\circ)=\{\boldsymbol{x}_2(p)\}$, 则

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}_2(p)=&\Delta_C(p)\left(\sum_{k=1}^{r}\boldsymbol{a}^k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k p}\right)=\\&\sum_{k=1}^{r}\Delta_C(p)\,\boldsymbol{a}^k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k p}\end{aligned}\tag{2}$$

对比式 (1) 和式 (2), 可得

$$\begin{aligned}&\Delta_C(p)=\\&\left(F(\lambda)\,\mathrm{diag}_k\left(\sum_{\tau=-\infty}^{+\infty}\Delta(p,\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k(\tau-p)}\right)F^{\mathrm{T}}(\lambda)\right)\\&\boldsymbol{y}^\dagger=\boldsymbol{y}^{\dagger\dagger}+\boldsymbol{x}^\dagger\end{aligned}$$

□

下面考虑 $l_{2e}$ 空间实现上述插值的时空变化算子在时间轴上和空间轴上的最小变化率.

**定理 2.** 给定信号序列 $\boldsymbol{z}^\circ\in l_{2e}^m$, $\boldsymbol{w}^\circ\in l_{2e}^n$, 记

$$\begin{aligned}\boldsymbol{z}^\circ=&\left\{\sum_{k_1=1}^{r}\sum_{k_2=1}^{l}\Big(\boldsymbol{a}^{k_1k_2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{k_1}t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_{k_2}p}+\right.\\&\bar{\boldsymbol{a}}^{k_1k_2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{k_1}t}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta_{k_2}p}+\boldsymbol{a}^{k_1k_2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_{k_1}t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_{k_2}p}+\\&\left.\bar{\boldsymbol{a}}^{k_1k_2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_{k_1}t}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta_{k_2}p}\Big)\right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{w}^\circ=&\left\{\sum_{k_1=1}^{r}\sum_{k_2=1}^{l}\Big(\boldsymbol{b}^{k_1k_2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{k_1}t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_{k_2}p}+\right.\\&\bar{\boldsymbol{b}}^{k_1k_2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{k_1}t}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta_{k_2}p}+\boldsymbol{b}^{k_1k_2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_{k_1}t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_{k_2}p}+\\&\left.\bar{\boldsymbol{b}}^{k_1k_2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_{k_1}t}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta_{k_2}p}\Big)\right\}\end{aligned}$$

其中, $0\le\omega_1<\omega_2<\cdots<\omega_r\le\pi$, $0\le\theta_1<\theta_2<\cdots<\theta_l\le\pi$ 及幅值 $\boldsymbol{a}^{k_1k_2}\in\mathbf{C}^m$ 和 $\boldsymbol{b}^{k_1k_2}\in\mathbf{C}^n$, $k_1=1,\cdots,r$, $k_2=1,\cdots,l$. 假定 $\mathrm{Power}(\boldsymbol{w}^\circ)\le\mathrm{Power}(\boldsymbol{z}^\circ)$, 则可以找到一个时间上因果、变化的空间上 (非) 因果且变化的线性算子, 使得从 $\boldsymbol{z}^\circ$ 到 $\boldsymbol{w}^\circ$ 的插值成立, 即 $\Delta(\boldsymbol{z}^\circ)=\boldsymbol{w}^\circ+\boldsymbol{w}^\dagger$, $\boldsymbol{w}^\dagger\in l_2^n$, $\Delta\in\mathcal{F}(\nu_1,\nu_2)$, $\nu_1=\sin(\frac{\omega_r-\omega_1}{2})$, $\nu_2=\sin(\frac{\theta_l-\theta_1}{2})$.

**证明.** 思路如图 2 所示. $\Delta$ 算子由五部分构成, 时间频谱滤波器 $F_T^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{z})$ 分解输入信号 $\boldsymbol{z}^\circ$ 为其各部分时间频谱, 空间频谱滤波器 $F_S^{\mathrm{T}}(\lambda)$ 分解输入信号 $\boldsymbol{z}^\circ$ 为其各部分空间频谱, 时空变化算子 $Q$ 调制输出信号 $\boldsymbol{w}^\circ$ 各空间频谱和时间频谱再由 $F_S(\lambda)$ 和 $F_T(z)$ 组合产生输出信号 $\boldsymbol{w}^\circ$.

时间滤波器的构造由引理 1 知, 对于不同的时间频率集合 $\{\omega_{k_1},\omega_{-k_1},k_1=1,\cdots,r\}$, 存在一个因果的、稳定的、有限维时不变系统

$$\begin{aligned}F_T(z)=\Big[\ &F_{T1}(z)\quad F_{T2}(z)\quad\cdots\quad F_{Tr}(z)\quad F_{T1}(z)\\&F_{T2}(z)\quad\cdots\quad F_{Tr}(z)\quad F_{-T1}(z)\quad\cdots\quad F_{-Tr}(z)\\&F_{-T1}(z)\quad\cdots\quad F_{-Tr}(z)\ \Big]\end{aligned}$$

使得 $\|F_T(z)\|\le 1$ 且

$$F_{Tk_1}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\begin{cases}I, & \omega=\omega_{k_1}\\0, & \text{其他}\end{cases}$$

$$F_{-Tk_1}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\begin{cases}I, & \omega=-\omega_{k_1}\\0, & \text{其他}\end{cases}$$

对于空间滤波器 $F_S(\lambda)$, 空间信号允许非因果插值, 可以采用理想滤波器; 或者同样由引理 1, 对于不同的空间频率集合 $\{\theta_{k_2},\theta_{-k_2},k_2=1,\cdots,l\}$, 存在一个因果的、稳定的、有限维时不变系统

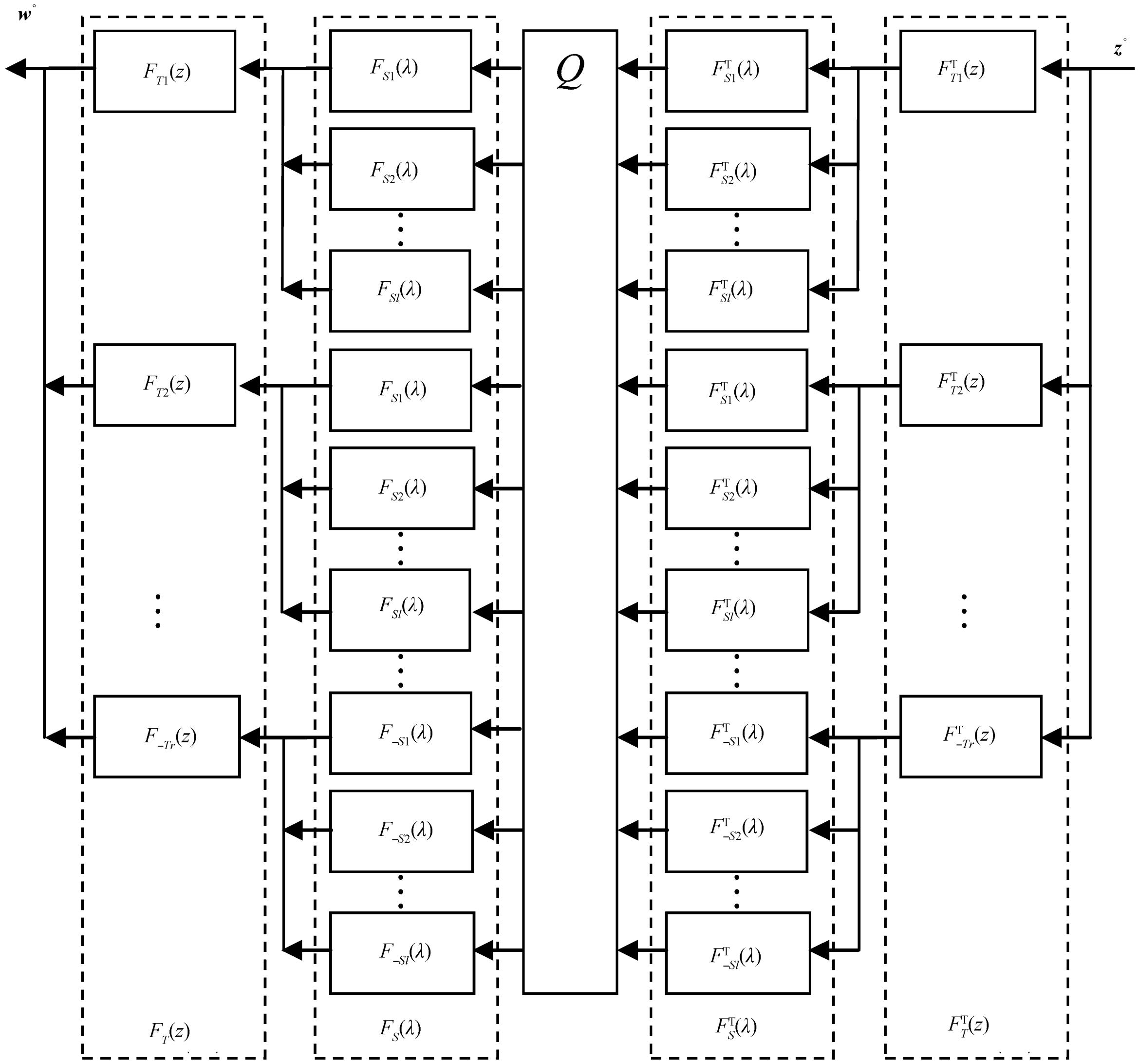


图 2 Δ 算子结构示意图

Fig. 2 Structure of the Δ operator

$$F_S(\lambda)=\Big[\ F_{S1}(\lambda)\quad F_{S2}(\lambda)\quad\cdots\quad F_{Sl}(\lambda)\quad F_{-S1}(\lambda)\quad F_{-S2}(\lambda)\quad\cdots\quad F_{-Sl}(\lambda)\quad F_{S1}(\lambda)\quad\cdots\quad F_{Sl}(\lambda)\quad F_{-S1}(\lambda)\quad F_{-S2}(\lambda)\quad\cdots\quad F_{-Sl}(\lambda)\ \Big]$$

使得 $\|F_S(\lambda)\|\le 1$ 且

$$F_{Sk_2}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta})=\begin{cases}I, & \theta=\theta_{k_2}\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

$$F_{-Sk_2}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta})=\begin{cases}I, & \theta=-\theta_{k_2}\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

对于 $Q$ 的构造, 定义向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 和酉矩阵 $U_T(t)$, $U_S(p)$ 如下:

$$\boldsymbol{a}=\mathrm{col}\left(\boldsymbol{a}^{11},\cdots,\boldsymbol{a}^{1l},\boldsymbol{a}^{21},\cdots,\boldsymbol{a}^{rl}\right)$$
$$\boldsymbol{b}=\mathrm{col}\left(\boldsymbol{b}^{11},\cdots,\boldsymbol{b}^{1l},\boldsymbol{b}^{21},\cdots,\boldsymbol{b}^{rl}\right)$$
$$U_T(t)=\mathrm{diag}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_1 t}I_{ml},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_r t}I_{ml}\right)$$
$$U_S(p)=\mathrm{diag}\left(\mathrm{diag}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_1 p}I_m,\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_l p}I_m),\cdots,\mathrm{diag}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_1 p}I_m,\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_l p}I_m)\right)$$

由 $\mathrm{Power}(\boldsymbol{w}^\circ)\le\mathrm{Power}(\boldsymbol{z}^\circ)$, 可得 $\|\boldsymbol{a}\|\ge\|\boldsymbol{b}\|$, 故存在一个矩阵 $M$, 使得 $\bar{\sigma}(M)\le 1$ 且 $M\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$. 定义无记忆线性时变算子和空变算子 $U_T$, $U_S$ 如下:

$$(U_T\boldsymbol{x})(t)=U_T(t)\boldsymbol{x}(t)$$
$$(U_S\boldsymbol{x})(p)=U_S(p)\boldsymbol{x}(p)$$

构造线性时变空变算子

$$\begin{aligned}Q=&\operatorname{diag}\left(U_T,U_T,U_T^{\rm H},U_T^{\rm H}\right)\times\\&\operatorname{diag}\left(U_S,U_S^{\rm H},U_S,U_S^{\rm H}\right)\times\operatorname{diag}\left(M,\bar M,M,\bar M\right)\times\\&\operatorname{diag}\left(U_S^{\rm H},U_S,U_S^{\rm H},U_S\right)\times\operatorname{diag}\left(U_T^{\rm H},U_T^{\rm H},U_T,U_T\right)\end{aligned}$$

为了简洁, 记为: $Q=V_TV_SNV_S^{\rm H}V_T^{\rm H}$.

容易看出, $Q$ 是收缩的且无记忆的. 下面证明构造的 $\Delta=F_T(z)F_S(\lambda)QF_S^{\rm T}(\lambda)F_T^{\rm T}(z)$ 能够满足要求的插值及变化率的界.

$$\begin{aligned}\Delta\left(\boldsymbol{z}^\circ\right)=&F_T(z)F_S\left(\lambda\right)QF_S^{\rm T}\left(\lambda\right)F_T^{\rm T}(z)\left(\boldsymbol{z}^\circ\right)=\\&F_T(z)F_S(\lambda)Q(\{\operatorname{col}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_{k_2}p}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{k_1}t}\times\\&\boldsymbol{a}^{k_1k_2}|_{k_1=1,k_2=1}^{k_1=r,k_2=l})\}+\boldsymbol{z}^\dagger)=\\&F_T(z)F_S(\lambda)V_TV_SNV_S^{\rm H}V_T^{\rm H}\times\\&\{\operatorname{col}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_{k_2}p}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{k_1}t}\boldsymbol{a}^{k_1k_2}|_{k_1=1,k_2=1}^{k_1=r,k_2=l})\}+\boldsymbol{z}^{\dagger\dagger}=\\&F_T(z)F_S(\lambda)V_TV_SNV_S^{\rm H}V_T^{\rm H}\times\\&\{\operatorname{col}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_{k_2}p}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{k_1}t}\boldsymbol{a}^{k_1k_2}|_{k_1=1,k_2=1}^{k_1=r,k_2=l})\}+\boldsymbol{z}^{\dagger\dagger}=\\&F_T(z)F_S(\lambda)\operatorname{diag}\{U_T,U_T,U_T^{\rm H},U_T^{\rm H}\}\times\\&\operatorname{diag}\{U_S,U_S^{\rm H},U_S,U_S^{\rm H}\}\times\\&\operatorname{col}(\boldsymbol{b},\bar{\boldsymbol{b}},\boldsymbol{b},\bar{\boldsymbol{b}})+\boldsymbol{z}^{\dagger\dagger}=\\&\boldsymbol{w}^\circ+\boldsymbol{w}^{\dagger\dagger}+\boldsymbol{z}^{\dagger\dagger}=\\&\boldsymbol{w}^\circ+\boldsymbol{w}^\dagger\end{aligned}$$

可以看出, 构造的 $\Delta$ 满足要求的插值关系, 下面来讨论其变化率.

$$\begin{aligned}\left\|\lambda^{-1}\Delta-\Delta\lambda^{-1}\right\|\le&\left\|\lambda^{-1}Q-Q\lambda^{-1}\right\|=\\&\sup_{t,p}\bar\sigma\left(Q\left(t,p\right)-Q\left(t,p-1\right)\right)=\\&\sup_{t,p}\bar\sigma\left(V_T(t)V_S\left(p\right)NV_S^{\rm H}\left(p\right)V_T^{\rm H}(t)-\right.\\&\left.V_T(t)V_S\left(p-1\right)NV_S^{\rm H}\left(p-1\right)V_T^{\rm H}(t)\right)=\\&\sup_{p}\bar\sigma\left(V_S^{\rm H}\left(p-1\right)V_S\left(p\right)NV_S^{\rm H}\left(p\right)V_S\left(p\right)-\right.\\&\left.V_S^{\rm H}\left(p-1\right)V_S\left(p-1\right)NV_S^{\rm H}\left(p-1\right)V_S\left(p\right)\right)=\\&\sup_{p}\bar\sigma\left(V_S\left(1\right)N-NV_S\left(1\right)\right)=\\&\bar\sigma\left(V_S\left(1\right)N-NV_S\left(1\right)\right)\end{aligned}$$

由于 $V_S(1)$ 和 $N$ 的对角特性及对角元素或相同或共轭的特性, 可简化为

$$\left\|\lambda^{-1}\Delta-\Delta\lambda^{-1}\right\|\le\bar\sigma(U_S(1)M-MU_S(1))\quad(3)$$

进一步, 式 (3) 等价于对任意的 $\alpha$, 有 $\|\lambda^{-1}\Delta-\Delta\lambda^{-1}\|\le\bar\sigma(U_S(1)M-\alpha M+\alpha M-MU_S(1))\le2\bar\sigma(M)\bar\sigma(U_S(1)-\alpha I)$, 即 $\|\lambda^{-1}\Delta-\Delta\lambda^{-1}\|\le2\min_{\alpha\in\mathbf{C}}\max_{k_2}|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_{k_2}}-\alpha|=2\sin(\frac{\theta_l-\theta_1}{2})=\nu_2$.

同理可得: $\|z^{-1}\Delta-\Delta z^{-1}\|\le\bar\sigma(U_T(1)M-MU_T(1))\le2\sin(\frac{\omega_r-\omega_1}{2})=\nu_1$. □

由文献 [12−13] 知道, 对于一个多频谱输入信号由性能通道到多频谱输出信号功率增益小于等于 1 的线性系统, 如果存在一个由输出信号通过不确定性通道到输入信号的时空变化的算子, 则系统无法取得鲁棒性能, 描述如下.

**引理 2 (文献 [13] 定理 3.2).** 一个实稳定的严格正则的系统 $M(z)$, 假定对于不同频率 $0\le\omega_1<\omega_2<\cdots<\omega_r\le\pi$ 系统 $M(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$ 不存在公共的 $D$ 标度矩阵, 即不存在 $D\in\mathbf{D}$ 使得 $\bar\sigma(DM(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k})D^{-1})<1$, $k=1,2,\cdots,r$ 同时成立, 则 $M(z)$ 对 $\mathcal{F}(\nu_1)$, $\nu_1=2\sin\frac{\omega_r-\omega_1}{2}$ 无法取得鲁棒性能.

引理 2 中讨论的系统其输入输出信号都属于 $l_{2e}\,(0,+\infty)$ 空间, 对于输入输出信号属于 $l_{2e}$ 空间, 引理 2 同样成立, 即下面定理 3, 其证明可由文献 [13] 中的证明过程稍加修改完成, 其繁琐过程, 不再详述. 定理 3 给出了存在时变空变不确定性的空间连接系统取得鲁棒性能时不确定性时间变化率和空间变化率的一个上界.

**定理 3.** 一个实的、稳定的、时间上严格正则的系统 $M(z,\lambda)$, 假设存在不同的时间频率 $0\le\omega_1<\omega_2<\cdots<\omega_r\le\pi$ 和空间频率 $0\le\theta_1<\theta_2<\cdots<\theta_l\le\pi$, 使得 $M(z,\lambda)$ 不存在一个公共的 $D\in\mathbf{D}$ 标度满足 $\bar\sigma\left(DM\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{k_1}},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_{k_2}}\right)D^{-1}\right)<1$, $k_1=1,\cdots,r$, $k_2=1,\cdots,l$, 那么 $M(z,\lambda)$ 对 $\mathcal{F}(\nu_1,\nu_2)$, $\nu_1=\sin\frac{\omega_r-\omega_1}{2}$, $\nu_2=\sin\frac{\theta_l-\theta_1}{2}$ 无法取得鲁棒性能.

下面讨论系统取得鲁棒性能时不确定性算子变化率的下界. 首先介绍该定理中用到的定义. $l_\infty$ 表示定义了范数 $\|\boldsymbol{u}\|_\infty=\sup_{t,p}|\boldsymbol{u}(t,p)|$ 的双重序列空间, 即 $\boldsymbol{u}\in l_\infty$, $\boldsymbol{u}=(\cdots,\boldsymbol{u}(0,-1),\boldsymbol{u}(0,0),\boldsymbol{u}(0,1),\cdots;\cdots,\boldsymbol{u}(1,-1),\boldsymbol{u}(1,0),\boldsymbol{u}(1,1),\cdots;\cdots)$. $H:l_\infty\to l_\infty$ 为有界的、线性的、时空不变的、时间因果的算子, 定义其导出范数 $\|H\|_{i\infty}=\sup_{\boldsymbol{u}\ne0,\boldsymbol{u}\in l_\infty}\frac{\|H\boldsymbol{u}\|_\infty}{\|\boldsymbol{u}\|_\infty}<+\infty$. 又因为

$$\begin{aligned}H(z,\lambda)=&\sum_{k_1=0}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}h(k_1,k_2)z^{-k_1}\lambda^{-k_2}=\\&\sum_{k_1=0}^{\infty}H_{k_1}(\lambda)z^{-k_1}=\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}H_{k_2}(z)\lambda^{-k_2}\end{aligned}$$

根据文献 [10] 可得

$$\|H\|_{i\infty}=\sum_{k_1=0}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}|h(k_1,k_2)|$$

**引理 3.** 系统 $M(z,\lambda)$ 存在基于空间频率和时间频率的 $D$ 标度当且仅当存在实有理的、稳定及稳定可逆的传递函数 $d_1(z,\lambda),\cdots,d_n(z,\lambda)$, 使得 $\|D(z,\lambda)M(z,\lambda)D^{-1}(z,\lambda)\|<1$, 其中 $D(z,\lambda)=\operatorname{diag}\{I,\,d_1(z,\lambda)I,\,\cdots,\,d_n(z,\lambda)I\}$.

引理 3 的证明可由文献 [13] 引理 2.3 稍加修改得到, 不再详述.

**引理 4.** 给定算子 $\Delta\in\mathcal{F}(\nu_1)$, 则对任意 $k_1\in\mathbf{Z}^+$, 有 $\left\|z^{-k_1}\Delta-\Delta z^{-k_1}\right\|\le k_1\nu_1$; 给定算子 $\Delta\in\mathcal{F}(\nu_2)$, 则对任意 $k_2\in\mathbf{Z}$, 有 $\left\|\lambda^{-k_2}\Delta-\Delta\lambda^{-k_2}\right\|\le|k_2|\nu_2$.

引理 4 的证明根据定义容易得到, 不再详述.

定理 4 的证明过程将用到引理 4 的结论.

**定理 4.** 若系统 $M(z,\lambda)$ 存在基于空间频率和时间频率的 $D$ 标度 $D\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}\right)$, 即存在一个实有理的、稳定的、稳定可逆的传递函数 $D(z,\lambda)$, 使得

$$\left\|D\left(z,\lambda\right)M\left(z,\lambda\right)D^{-1}\left(z,\lambda\right)\right\|=\beta<1$$

则对于不确定性 $\Delta\in\mathcal{F}(\nu_1,\nu_2):\mathcal{F}(\nu_1,\nu_2)=\{\Delta:\|\Delta\|\le1,\ \|z^{-1}\Delta-\Delta z^{-1}\|\le\nu_1,\ \|\lambda^{-1}\Delta-\Delta\lambda^{-1}\|\le\nu_2\}$, 系统 $M(z,\lambda)$ 取得鲁棒性能, 其中,

$$\begin{aligned}&0<\nu_1<\frac{1-\beta-\beta\gamma_1\nu_2\gamma_2}{\beta\gamma_1\gamma_3}\\&0<\nu_2<\frac{1-\beta-\beta\gamma_1\nu_1\gamma_3}{\beta\gamma_1\gamma_2}\\&\gamma_1=\left\|D^{-1}(z,\lambda)\right\|\\&\gamma_2=\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}\left\|k_2D_{k_2}\left(z\right)\right\|=\left\|\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\lambda}D\left(z,\lambda\right)\right\|_{i\infty}\\&\gamma_3=\sum_{k_1=0}^{\infty}k_1\left\|D_{k_1}\left(\lambda\right)\right\|=\left\|\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}D\left(z,\lambda\right)\right\|_{i\infty}\end{aligned}$$

**证明.** 考虑算子 $\Delta^{\mathrm{tmp}}=\mathrm{diag}(\Delta^{\mathrm{perf}},\Delta)$, $\Delta^{\mathrm{perf}}$, $\Delta\in\mathcal{F}(\nu_1,\nu_2)$. 定义算子 $\hat{\Delta}=D(z,\lambda)\ \Delta^{\mathrm{tmp}}D^{-1}(z,\lambda)$ 和 $\hat{M}(z,\lambda)=D(z,\lambda)M(z,\lambda)\ D^{-1}(z,\lambda)$.

又因为

$$\begin{aligned}D\left(z,\lambda\right)=&\sum_{k_1=0}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}D_{k_1k_2}z^{-k_1}\lambda^{-k_2}=\\&\sum_{k_1=0}^{\infty}D_{k_1}\left(\lambda\right)z^{-k_1}=\\&\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}D_{k_2}\left(z\right)\lambda^{-k_2}\end{aligned}$$

则有

$$\begin{aligned}&\left\|\hat{\Delta}\right\|=\left\|\Delta^{\mathrm{tmp}}+\hat{\Delta}-\Delta^{\mathrm{tmp}}\right\|\le1+\\&\left\|\left(D\left(z,\lambda\right)\Delta^{\mathrm{tmp}}-\Delta^{\mathrm{tmp}}D\left(z,\lambda\right)\right)D^{-1}\left(z,\lambda\right)\right\|\le\\&1+\gamma_1\left\|D\left(z,\lambda\right)\Delta^{\mathrm{tmp}}-\Delta^{\mathrm{tmp}}D\left(z,\lambda\right)\right\|\le\\&1+\gamma_1\left\|\sum_{k_1=0}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}D_{k_1k_2}\left(z^{-k_1}\lambda^{-k_2}\Delta^{\mathrm{tmp}}-\right.\right.\\&\left.\left.\Delta^{\mathrm{tmp}}z^{-k_1}\lambda^{-k_2}\right)\right\|=\\&1+\gamma_1\left\|\sum_{k_1=0}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}D_{k_1k_2}\left(z^{-k_1}\lambda^{-k_2}\Delta^{\mathrm{tmp}}-\right.\right.\\&z^{-k_1}\Delta^{\mathrm{tmp}}\lambda^{-k_2}+z^{-k_1}\Delta^{\mathrm{tmp}}\lambda^{-k_2}-\\&\left.\left.\Delta^{\mathrm{tmp}}z^{-k_1}\lambda^{-k_2}\right)\right\|\le\\&1+\gamma_1\left\|\sum_{k_1=0}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}D_{k_1k_2}z^{-k_1}\times\right.\\&\left.\left(\lambda^{-k_2}\Delta^{\mathrm{tmp}}-\Delta^{\mathrm{tmp}}\lambda^{-k_2}\right)\right\|+\\&\gamma_1\left\|\sum_{k_1=0}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}D_{k_1k_2}\left(z^{-k_1}\Delta^{\mathrm{tmp}}-\right.\right.\\&\left.\left.\Delta^{\mathrm{tmp}}z^{-k_1}\right)\lambda^{-k_2}\right\|\le\\&1+\gamma_1\left\|\sum_{k_1=0}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}D_{k_1k_2}z^{-k_1}|k_2|\nu_2\right\|+\\&\gamma_1\left\|\sum_{k_1=0}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}D_{k_1k_2}\lambda^{-k_2}k_1\nu_1\right\|\le\\&1+\gamma_1\nu_2\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}\left\|k_2D_{k_2}(z)\right\|+\\&\gamma_1\nu_1\sum_{k_1=0}^{\infty}\left\|k_1D_{k_1}(\lambda)\right\|=\\&1+\gamma_1\nu_2\gamma_2+\gamma_1\nu_1\gamma_3\end{aligned}$$

由此可知, $0<\nu_1<\frac{1-\beta-\beta\gamma_1\nu_2\gamma_2}{\beta\gamma_1\gamma_3}$, $0<\nu_2<\frac{1-\beta-\beta\gamma_1\nu_1\gamma_3}{\beta\gamma_1\gamma_2}$, 可以使得

$$\left\|\hat{\Delta}\right\|\left\|\hat{M}\right\|\le\left(1+\gamma_1\nu_2\gamma_2+\gamma_1\nu_1\gamma_3\right)\beta<1$$

从而由小增益定理知系统取得鲁棒性能. □

利用定理 3 和定理 4, 可以得到以下结果.

**定理 5.** 一个实有理的、稳定的、时间上严格正

则的系统 $M(z,\lambda)$ 存在基于时间频率和空间频率的 $D$ 标度, 当且仅当 $M(z,\lambda)$ 对时间上变化率满足一定约束条件、空间上变化率满足一定约束条件的不确定性取得鲁棒性能, 即 $M(z,\lambda)$ 对 $\Delta\in\mathcal{F}(\nu_1,\nu_2)$, $\nu_1>0, \nu_2>0$ 取得鲁棒性能.

**证明.** 必要性由定理 4 得到. 下面证明充分性.

假设 $M(z,\lambda)$ 不存在基于时间频率和空间频率的 $D$ 标度, 则存在一个时间频率 $\omega_1$ 和空间频率 $\theta_1$ 使得 $M(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_1},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_1})$ 不存在常数 $D$ 标度. 给定 $\nu_1>0$, $\nu_2>0$, 则系统 $M(z,\lambda)$ 对于时间频率 $\omega_1$ 和 $\omega_1+\nu_1$, 空间频率 $\theta_1$ 和 $\theta_1+\nu_2$ 不存在公共的 $D$ 标度. 由于 $2\sin\frac{\nu_1}{2}\le\nu_1, 2\sin\frac{\nu_2}{2}\le\nu_2$, 利用定理 3 可知系统 $M(z,\lambda)$ 对于不确定性 $\Delta\in\mathcal{F}(\nu_1,\nu_2)$ 无法取得鲁棒性能, 推出矛盾, 故充分性得证. □

下面考虑存在随时间和空间任意变化的不确定性时系统鲁棒性能的分析问题. 利用定理 2 和定理 3 结合文献 [13] 定理 3.5 类似的证明方法可以得到文献 [10] 定理 5 的结论, 文献 [10] 采用的是构造满足条件的破坏稳定性的不确定性的方法证明, 本文采用算子分析的方法, 具有更强的物理直观性, 且在数学推导上更为简洁.

**定理 6 (文献 [10] 定理 5).** 一个实有理的、稳定的、时间上严格正则的系统 $M(z,\lambda)$ 存在常数 $D$ 标度, 当且仅当 $M(z,\lambda)$ 对时间上任意变化和空间上任意变化的不确定性取得鲁棒性能, 即 $M(z,\lambda)$ 对 $\Delta\in\mathcal{F}(\infty,\infty)=\mathcal{F}(2,2)$ 取得鲁棒性能.

**证明.** 必要性由定理 5 易证.

下面证明充分性. 假设系统对时间上空间上任意变化率的不确定性取得鲁棒性能, 又假设 $M(z,\lambda)$ 不存在常数 $D$ 标度. 固定 $\epsilon>0$, $\gamma>0$, 定义集合: $\mathcal{D}(\omega,\theta)=\{D\in\mathbf{D}:\bar\sigma(DM(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta})D^{-1})<1\}$, $\varepsilon(\omega,\theta,\epsilon,\gamma)=\{D\in\mathbf{D}:\bar\sigma(D)\le\gamma,\bar\sigma(D^{-1})\le\gamma, \bar\sigma(DM(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta})D^{-1})\le 1-\epsilon\}$.

考虑集合 $\mathbf{D}$ 的元素可以看作 $\mathbf{R}^n$ 的自然嵌入, 故集合 $\mathcal{D}$ 和 $\varepsilon$ 可以看作 $\mathbf{R}^n$ 的子集. 对于每个 $\omega$ 和 $\theta$, 集合 $\mathcal{D}(\omega,\theta)$ 是一个凸开集, 同样可知 $\varepsilon(\omega,\theta,\epsilon,\gamma)$ 是一个紧的凸集.

由于 $M(z,\lambda)$ 不存在常数 $D$ 标度, 则有

$$\bigcap_{\substack{\omega\in[-\pi,\pi]\\ \theta\in[-\pi,\pi]}}\varepsilon(\omega,\theta,\epsilon,\gamma)\subseteq\bigcap_{\substack{\omega\in[-\pi,\pi]\\ \theta\in[-\pi,\pi]}}\mathcal{D}(\omega,\theta)=\phi.$$

由无限维 Helly 定理知, 存在 $n+1$ 个不同的频率对 $(\omega_k^{\epsilon,\gamma},\theta_k^{\epsilon,\gamma})\in[-\pi,\pi]\times[-\pi,\pi]:k=1,\cdots,n+1$, 使得

$$\bigcap_{k=1}^{n+1}\varepsilon\left(\omega_k^{\epsilon,\gamma},\theta_k^{\epsilon,\gamma},\epsilon,\gamma\right)=\phi \tag{4}$$

式 (4) 对任意 $\epsilon>0$, $\gamma>0$ 成立. 选择任意正的序列 $\{\epsilon_L\}\to 0$ 和 $\{\gamma_L\}\to\infty$, 存在频率 $(\omega_k^L,\theta_k^L)\in[0,\pi]\times[0,\pi]:k=1,\cdots,n+1$, 使得

$$\bigcap_{k=1}^{n+1}\varepsilon\left(\omega_k^L,\theta_k^L,\epsilon_L,\gamma_L\right)=\phi$$

由 $[-\pi,\pi]\times[-\pi,\pi]$ 的紧性, 可知存在着收敛的子序列 $\{(\omega_k^{L_i},\theta_k^{L_i})\}$. 即:

$$\begin{aligned}&\lim_{i=\infty}\epsilon_{L_i}=0,\ \lim_{i=\infty}\gamma_{L_i}=\infty,\\&\lim_{i=\infty}\left(\omega_k^{L_i},\theta_k^{L_i}\right)=(\omega_k^\circ,\theta_k^\circ)\end{aligned} \tag{5}$$

且

$$\bigcap_{k=1}^{n+1}\varepsilon\left(\omega_k^{L_i},\theta_k^{L_i},\epsilon_{L_i},\gamma_{L_i}\right)=\phi \tag{6}$$

令 $D_{\rm tmp}\in\bigcap_{k=1}^{n+1}\mathcal{D}(\omega_k^\circ,\theta_k^\circ)$, 定义 $\gamma_{\rm tmp}=\max(\bar\sigma(D_{\rm tmp}),\bar\sigma(D_{\rm tmp}^{-1}))$.

由 $M(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta})$ 在 $\omega,\theta$ 连续, 且 $\bar\sigma(\cdot)$ 连续, 故存在 $\epsilon_{\rm tmp},\delta_{\rm tmp1}>0,\delta_{\rm tmp2}>0$ 使得对 $k=1,\cdots,n+1$, 所有 $|\omega_k-\omega_k^\circ|\le\delta_{\rm tmp1}$, $|\theta_k-\theta_k^\circ|\le\delta_{\rm tmp2}$ 有

$$\bar\sigma\left(D_{\rm tmp}M(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_k})D_{\rm tmp}^{-1}\right)\le 1-\epsilon_{\rm tmp} \tag{7}$$

由式 (5) 知存在 $L_{\rm tmp}$, 使得 $\epsilon_{L_{\rm tmp}}\le\epsilon_{\rm tmp}$, $\gamma_{L_{\rm tmp}}\ge\gamma_{\rm tmp}$, 且对 $k=1,\cdots,n+1$, 有 $|\omega_k^{L_{\rm tmp}}-\omega_k^\circ|\le\delta_{\rm tmp1}$ 和 $|\theta_k^{L_{\rm tmp}}-\theta_k^\circ|\le\delta_{\rm tmp2}$. 由式 (7) 且利用式 (6) 得到

$$D_{\rm tmp}\in\bigcap_{k=1}^{n+1}\varepsilon\left(\omega_k^{L_{\rm tmp}},\theta_k^{L_{\rm tmp}},\epsilon_{L_{\rm tmp}},\gamma_{L_{\rm tmp}}\right)=\phi$$

则有

$$\bigcap_{k=1}^{n+1}\mathcal{D}\left(\omega_k^\circ,\theta_k^\circ\right)=\phi$$

□

结合定理 4 和定理 5, 可得以下推论.

**推论 1.** 一个实有理的、稳定的、时间上严格正则的系统 $M(z,\lambda)$ 存在基于时间频率的 $D$ 标度, 当且仅当 $M(z,\lambda)$ 对时间上变化率满足一定约束条件, 空间上任意变化的不确定性取得鲁棒性能, 即 $M(z,\lambda)$ 对 $\Delta\in\mathcal{F}(\nu_1,2),\nu_1>0$ 取得鲁棒性能.

**推论 2.** 一个实有理的、稳定的、时间上严格正则的系统 $M(z,\lambda)$ 存在基于空间频率的 $D$ 标度, 当且仅当 $M(z,\lambda)$ 对时间上任意变化, 空间上变化率满足一定约束条件的不确定性取得鲁棒性能, 即 $M(z,\lambda)$ 对 $\Delta\in\mathcal{F}(2,\nu_2),\nu_2>0$ 取得鲁棒性能.

## 3 数值仿真

为验证本文结论, 以文献 [9] 中造纸过程的横向控制为例进行仿真实验. 文献 [9] 中讨论的造纸过程

横向控制系统的不确定性为时空不变的参数不确定性, 本文假定该参数不确定性为时空变化的.

针对文献 [9] 中图 6 所示的框图, 采用拉出不确定性 $\Delta$ 的思路将整个系统转换为本文图 1 的形式, 文献 [9] 中的外部扰动 $\boldsymbol{\zeta}$ 为图 1 中的输入 $\boldsymbol{u}$, 系统输出 $\boldsymbol{y}$ 为图 1 中的输出 $\boldsymbol{y}$, $\Delta=\delta$, $M$ 表达式如式 (8) 所示.

$$
\begin{aligned}
&M(z,\lambda)=\\
&\frac{1}{1+g_0\Psi(\lambda)\Psi(\lambda^{-1})g(z^{-1})\dfrac{K\cdot c(z^{-1})}{1-z^{-1}-z^{-1}S}}\times\\
&\left[\begin{array}{cc}
1 & g_0\Psi(\lambda)\Psi(\lambda^{-1})d_0\\
-g(z^{-1})\dfrac{K\cdot c(z^{-1})}{1-z^{-1}-z^{-1}S} & -g(z^{-1})\dfrac{K\cdot c(z^{-1})}{1-z^{-1}-z^{-1}S}g_0\Psi(\lambda)\Psi(\lambda^{-1})d_0
\end{array}\right]
\end{aligned}
\tag{8}
$$

其中,

$$
\begin{aligned}
&\Psi(\lambda)=\frac{1}{1-2\omega\xi\lambda+\omega^2\lambda^2}\\
&g(z^{-1})=\frac{z^{-1}}{1-az^{-1}}\\
&c(z^{-1})=k_P(1-z^{-1})+k_I\\
&K=k_2\lambda^{-2}+k_1\lambda^{-1}+1+k_1\lambda+k_2\lambda^2\\
&S=b_0+b_1(-0.5\lambda^{-1}+1-0.5\lambda)
\end{aligned}
$$

对上面实例进行仿真验证, 各参数取值采用文献 [9] 中的数据, 即 $\omega=0.55$, $\xi=0.315$, $a=0.7$, $g_0=1$, $k_1=0.18$, $k_2=-0.39$, $b_0=-0.0001$, $b_1=0.0005$, $k_P=0.1$, $k_I=0.02$, $d_0=0.5$. 此时缩放矩阵 $D=\mathrm{diag}\{1,d\}$, $d>0$.

通过 Matlab 计算得到:

$$
\begin{aligned}
&\inf_{D\in\mathbf{D}}\left\|DMD^{-1}\right\|=\\
&\qquad\inf_{D\in\mathbf{D}}\max_{\omega,\theta\in[0,\pi]}\bar{\sigma}\left(DM\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}\right)D^{-1}\right)\approx 968.3781\\
&\max_{\omega,\theta\in[0,\pi]}\inf_{D\in\mathbf{D}}\bar{\sigma}\left(DM\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}\right)D^{-1}\right)\approx 1.5106
\end{aligned}
$$

由文献 [10], 对于任意变化的不确定性, 系统取得鲁棒性能的充分必要条件是存在公共的 $D$ 标度矩阵使得 $\inf_{D\in\mathbf{D}}\|DMD^{-1}\|\le\frac{1}{\|\Delta\|}$, 由上面计算知 $\inf_{D\in\mathbf{D}}\|DMD^{-1}\|\approx 968.3781$. 故此时允许的不确定性上界为 1/968.3781, 即只有 $\|\Delta\|<1/968.3781$ 时, 系统才能取得鲁棒性能. 假设不确定性 $\|\Delta\|<1/100$, 若认为 $\Delta$ 是任意变化的, 则判断系统无法取得鲁棒性能. 但是由于实际工程中, 不确定性通常随时间和空间不会任意变化, 此时按照文献 [10] 的结论进行系统性能分析有一定的保守性.

本文给出不确定性时间轴和空间轴上变化率满足一定约束条件情形下系统取得鲁棒性能的充分必要条件是对任意时间频率和空间频率, 存在基于时间频率和空间频率的 $D$ 标度使得

$$
\bar{\sigma}\left(D\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}\right)M\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}\right)D^{-1}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}\right)\right)\le\frac{1}{\|\Delta\|}
$$

此时允许的不确定性的上界为 1/1.5106, 即变化率满足一定约束条件的不确定性只要 $\|\Delta\|<1/1.5106$, 系统就可以取得鲁棒性能; 假设不确定性 $\|\Delta\|<1/100$, 若认为 $\Delta$ 的变化率满足一定的约束条件, 则判断系统可以取得鲁棒性能. 此时不确定性变化率满足的条件精确值无法确切知道, 根据本文定理可以估算不确定性变化率的取值范围. 例如, 假定 $\|\Delta\|<1/100$, 对于时间频率 $\omega\in[0,\frac{2\pi}{3}]$, $\theta\in[0,\frac{\pi}{2}]$, 仿真计算 $\inf_{D\in\mathbf{D}}\max_{\omega\in[0,\frac{2\pi}{3}],\theta\in[0,\frac{\pi}{2}]}\bar{\sigma}\left(DM(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta})D^{-1}\right)\approx 133.5893$. 可以看出对于时间频率范围 $[0,\frac{2}{3}\pi]$ 和空间频率范围 $[0,\frac{1}{2}\pi]$ 不存在一个公共的 $D$ 标度使得 $\|DMD^{-1}\|\le 100$, 则该系统对于时间变化率大于 $2\sin\frac{2\pi}{2\times3}$ 或空间变化率大于 $2\sin\frac{\pi}{2\times2}$ 的不确定性无法取得鲁棒性能. 同样仿真计算, 对于不同的频率点, 存在基于空间频率和时间频率的 $D$ 标度使得 $\|D(z,\lambda)M(z,\lambda)D^{-1}(z,\lambda)\|=1.5500<100$, 计算得 $\gamma_2=\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}\|k_2D_{k_2}(z)\|\approx 334.5849$, $\gamma_3=\sum_{k_1=0}^{\infty}k_1\|D_{k_1}(\lambda)\|\approx 589.8930$, $\gamma_1=\|D^{-1}(z,\lambda)\|\approx\frac{1}{0.4509}$, 则由定理 4 可以计算系统取得鲁棒性能时不确定性时间变化率和空间变化率的关系满足下面关系式: $\gamma_2\nu_2+\gamma_3\nu_1<\frac{100-1.55}{1.55*\frac{1}{0.4509}}\approx 28.6394$. 例如, 空间变化率 $\nu_2$ 为 0.05, 时间变化率 $\nu_1$ 为 0.02 就满足该关系式, 则说明在不确定性空间变化率不大于 0.05 且时间变化率不大于 0.02 时, 系统可以取得鲁棒性能.

## 4 结论

存在线性、有界、具有结构约束的不确定性的前提下, 本文研究了空间连接系统的鲁棒性能, 给出了系统取得鲁棒性能时不确定性算子时间变化率和空间变化率的上界和下界. 证明了对于时间轴和空间轴上变化率满足一定约束条件的不确定性, 系统取得鲁棒性能的充分必要条件是系统存在基于时间频率和空间频率的缩放矩阵 $D$ ($D$ 标度).

下一步的研究工作包括寻找空间连接系统取得鲁棒性能时不确定性算子空间变化率的更紧的界,

以及存在不依赖于时间但依赖于空间位置的不确定性时, 空间连接系统鲁棒性能的分析问题.

## References


1 Xi Yu-Geng. Large-scale systems control and complex networks-exploration and thinking. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(11): 1758−1768
(席裕庚. 大系统控制论与复杂网络 — 探索与思考. 自动化学报, 2013, **39**(11): 1758−1768)

2 Raza H, Ioannou P. Vehicle following control design for automated highway systems. *IEEE Control Systems*, 1996, **16**(6): 43−60

3 Chichka D F, Speyer J L. Solar-powered, formation-enhanced aerial vehicle system for sustained endurance. In: Proceedings of the 1998 American Control Conferences. Philadelphia, PA: AACC, 1998. 684−688

4 Shaw G B, Miller D W, Hastings D E. The Generalized Information Network Analysis Methodology for Distributed Satellite Systems [Ph. D. dissertation], Massachusetts Institute of Technology, USA, 1998

5 Wang Pei, Lv Jin-Hu. Control of genetic regulatory networks: opportunities and challenges. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(12): 1969−1979
(王沛, 吕金虎. 基因调控网络的控制: 机遇与挑战. 自动化学报, 2013, **39**(12): 1969−1979)

6 D′Andrea R, Dullerud G E. Distributed control design for spatially interconnected systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(9): 1478−1495

7 Zhou T. On the stability of spatially distributed systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, **53**(10): 2385−2391

8 Bamieh B, Paganini F, Dahleh M A. Distributed control of spatially invariant systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(7): 1091−1107

9 Gorinevsky D, Stein G. Structured uncertainty analysis of robust stability for multidimensional array systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(9): 1557−1568

10 Sarwar A, Voulgaris P G, Salapaka S M. On $l_\infty$ and $l_2$ robustness of spatially invariant systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2010, **20**(6): 607−622

11 Chandra R, D′Andrea R. A scaled small gain theorem with applications to spatially interconnected systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, **51**(3): 465−469

12 Koroglu H, Scherer C W. Robust performance analysis for structured linear time-varying perturbations with bounded rates-of-variation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, **52**(2): 197−210

13 Poolla K, Tikku A. Robust performance against time-varying structured perturbations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, **40**(9): 1589−1602

14 Wolodkin G, Poolla K. Spectral power distribution using time-varying operators. In: Proceedings of the 1994 American Control Conferences. Baltimore, MD: AACC, 1994. 3147−3151



**刘华波** 清华大学自动化系博士研究生, 青岛大学自动化工程学院讲师. 主要研究方向为多维分布系统的鲁棒性能分析及鲁棒状态估计. 本文通信作者.
E-mail: liu-hb10@mails.tsinghua.edu.cn
(**LIU Hua-Bo** Ph. D. candidate in the Department of Automation, Tsinghua University, and lecturer at the College of Automation Engineering, Qingdao University. His research interest covers robust performance analysis and robust state estimation of multidimensional distributed systems. Corresponding author of this paper.)



**周 彤** 清华大学自动化系教授. 分别于 1984 年和 1989 年在成都电子科技大学获得学士和硕士学位, 1994 年在日本大阪大学获得博士学位. 主要研究方向为鲁棒控制, 系统辨识, 信号处理, 混合系统和通讯系统及其在实际中的应用.
E-mail: tzhou@mail.tsinghua.edu.cn
(**ZHOU Tong** Professor in the Department of Automation, Tsinghua University. He received his bachelor and master degrees from University of Electronic Science and Technology of China in 1984 and 1989, respectively, and his Ph. D. degree from Osaka University, Japan in 1994. His research interest covers robust control, system identification, signal processing, hybrid systems, communication systems and their applications to real-world problems.)