

一种改进的骨架曲线串行多边形近似算法

吕哲¹ 王福利^{1,2} 常玉清^{1,2} 刘阳¹

摘要 常见骨架提取算法对复杂多变的目标边缘具有较强的敏感性, 提取出的骨架曲线结构相对复杂, 数据量仍然较大. 针对这一问题, 提出了一种新的骨架曲线多边形近似算法. 该算法结合骨架曲线的特点, 在传统串行多边形近似算法的基础上引入了平滑度保持、结构特征保持以及拓扑特征保持等约束条件, 既较好地保留了原始骨架的主要拓扑结构特征, 又有效地简化了骨架曲线的结构, 进一步压缩了数据. 仿真研究证明了该方法的有效性.

关键词 骨架, 多边形近似, 形状分析
中图分类号 TP391

An Improved Sequential Polygonal Approximation Algorithm on Skeleton Curves

LV Zhe¹ WANG Fu-Li^{1,2} CHANG Yu-Qing^{1,2} LIU Yang¹

Abstract High sensitivity of most skeletonization algorithms to the variable edge features makes the structure of the extracted skeletons relatively complicated and the corresponding data excessive. To solve this problem, a novel skeleton polygonal approximation algorithm is proposed. Several impactful improvements such as smoothness-preservation, structure-preservation, and topo-preservation have been proposed to characterize the main structure of the original skeleton as well as predigest other trivial structure for compression of redundant information. The new algorithm is thus superior to the conventional one. Simulation tests have verified the effectiveness of the algorithm.

Key words Skeleton, polygonal approximation, shape analysis

在图像几何形态分析及其相关领域中, 骨架具有非常广泛的应用. 利用骨架表示原始图像, 可以在保持图像重要拓扑结构特征的前提下, 减少冗余信息. 因此, 基于骨架的目标形状表示和识别技术已经成为模式识别领域的重要研究内容, 被广泛应用于自动字符识别、指纹识别、工件识别以及医学图像分析等领域^[1-2].

近年来, 针对目标骨架提取问题的研究已经十分深入, 新算法及改进算法层出不穷. 总的来说, 这些算法可以分为两大类型^[3]: 1) 细化算法, 这类算法以焚烧草地定义为基础, 通过不断地剥离边缘点来获取目标的骨架^[4-5]; 2) 中轴变换法, 这类算法以最大圆盘定义为基础, 通过距离变换或形态学变换搜寻目标中最大圆盘的圆心点, 并由此构成目标的骨架^[6-7].

不同类型的骨架提取算法虽然各有优缺点, 但

都能够较好地实现对目标骨架特征的提取. 然而, 在实际应用中, 多数骨架提取算法获得的骨架曲线都存在一个共同的问题, 那就是它们对目标形状的细节变化比较敏感, 自身结构较为复杂, 数据难以得到有效压缩. 这一不足一方面影响了骨架曲线对目标主要拓扑特征的描述能力, 另一方面占用了大量的存储空间和计算时间. 因此, 有必要对骨架曲线的结构简化问题进行研究.

线性近似 (Linear approximation, LP), 或称为多边形近似 (Polygonal approximation, PA), 是一种行之有效的离散曲线简化算法^[8]. 该算法通过控制近似偏差, 以分段线性线段或圆弧来代替原曲线, 从而达到简化曲线结构、压缩曲线数据的目的. 目前, 多边形近似算法在目标边缘表示等领域已经得到了广泛应用.

借鉴多边形近似算法在离散曲线简化问题中的成功应用, 结合骨架曲线自身结构特点, 本文对传统的多边形近似算法进行了改进, 成功地将其应用于骨架曲线结构简化问题, 使得简化后的骨架曲线在有效保留目标主要拓扑结构特征的同时, 信息量得到进一步压缩, 能够更好地满足实际应用的要求, 具有较为重要的理论及现实意义.

1 传统算法简介

在图像处理、计算机图形、模式识别及数据压缩等诸多领域中都存在离散曲线结构简化问题. 通

收稿日期 2007-10-08 收修改稿日期 2008-01-14
Received October 8, 2007; in revised form January 14, 2008
国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (2002CB312201), 国家自然科学基金 (60374003) 资助
Supported by National Basic Research Program of China (973 Program) (2002CB312201) and National Natural Science Foundation of China (60374003)
1. 东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110004 2. 东北大学流程工业综合自动化教育部重点实验室 沈阳 110004
1. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004 2. Key Laboratory of Integrated Automation of Process Industry, Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110004
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.01467

常,在此类应用中,人们希望使用某些简单的特征来近似复杂的图形或几何目标,以达到数据压缩的目的。

多边形近似是曲线结构简化算法中应用最为广泛的一种。该方法通过控制近似偏差,在偏差允许范围内不断减少数据点(或称为控制点),用分段线性线段或圆弧来代替原始曲线,简单有效地实现了对离散曲线的近似。近似后的分段线性曲线能够携带尽可能多的原始曲线信息,可以很好地描述原始曲线的形状结构特征。

多边形近似算法定义如下^[9]。

定义 1. 令 C 为任意一条离散曲线上的 N ($N > 1$) 个点组成的序列, $C = \{P_i(x_i, y_i) | i = 1, 2, \dots, N\}$. 其中 (x_i, y_i) 为序列中第 i 个点 P_i 的坐标。

定义 2. 线段 S 由 C 中两个不同的点 P_i 和 P_{i+k} 唯一确定, $S = \overline{P_i P_{i+k}}$.

定义 3. 线段 S 相对于原始离散曲线的近似偏差 $E(S)$ 为

$$E(S) = \max_{i \leq t \leq i+k} E_{P_t}(S) = \max_{i \leq t \leq i+k} \text{Dist}(P_t, S) \quad (1)$$

其中, $\text{Dist}(P_t, S)$ 为点 P_t , $t \in (i, i+k)$ 到线段 S 的垂直距离的平方。

$$\text{Dist}(P_t, S) = \frac{((x_t - x_i)(y_{i+k} - y_i) - (y_t - y_i)(x_{i+k} - x_i))^2}{(x_i - x_{i+k})^2 + (y_i - y_{i+k})^2} \quad (2)$$

定义 4. 任意曲线的多边形近似曲线 PA 满足如下条件:

- 1) $PA = \{S_1, S_2, \dots, S_{\text{Card}(PA)}\}$;
- 2) $\forall S_n, S_{n+1} \in PA$, S_n 的最后一个点为 S_{n+1} 的第一个点;
- 3) $\text{Card}(PA)$ 为 PA 中线段的数目;
- 4) 令 SPA 为全部多边形近似曲线 PA 的集合。

给定一个最大误差阈值,则多边形近似问题可以描述为求取线段序列 $PA_1 = \{S_1, S_2, \dots, S_{\text{Card}(PA)}\}$, 使得

$$\forall E(S_n) < \text{MaxError}, n \in (1, \text{Card}(PA_1)) \quad (3)$$

且对于满足 $\text{Card}(PA_2) < \text{Card}(PA_1)$ 的 $\forall PA_2 \in SPA$ 有

$$\exists E(S_m) > \text{MaxError}, m \in (1, \text{Card}(PA_2)) \quad (4)$$

常用多边形近似算法可以分为三大类,即串行方法(Sequential approach)、分裂合并法(Split-and-merge approach)及启发式搜索法(Heuristic-search approach)^[10]。其中,分裂合并法对初始线段的选择有很强的依赖性,而启发式搜索法计算复杂

度高,计算效率较低。串行方法虽然难以保证最优近似结果,但对于结构相对简单的骨架曲线仍不失为一种较好的选择。此外,串行方法还具有算法简单、计算速度快等优点。因此,本文采用串行多边形近似算法对骨架曲线进行简化处理。

2 改进算法

骨架曲线通常被用于目标形状的和描述,人们更为关心的是其携带的目标的主要拓扑结构信息,而非目标形状的细节变化信息。然而,不论是采用细化算法,还是采用中轴变换方法,骨架曲线的获取在很大程度上都依赖于目标的边缘信息,最终获得的骨架曲线对边缘的细节变化有很强的敏感性。这一方面使得骨架曲线的结构不够平滑、存在噪声,影响其对目标主要结构特征的表示;另一方面使得骨架曲线中含有大量不重要、甚至错误的细节信息,给之后的计算和存储带来困难。

基于此,本文提出了一种新的骨架曲线串行多边形近似算法,通过平滑度保持、结构特征保持和拓扑稳定性保持等约束,提高了串行近似算法保留原始骨架主要拓扑结构特征的能力,降低了骨架曲线对边缘细节变化的敏感程度,达到了简化骨架结构、突出主要信息以及进一步压缩数据的目的。改进的骨架曲线串行多边形近似算法包括控制点初始化和近似计算两个主要步骤。

2.1 控制点初始化

对于给定的骨架曲线 $Skel$ 有

$$Skel = \{P_i(x_i, y_i) | i = 1, 2, \dots, n\} \quad (5)$$

其中, n 为骨架曲线上骨架点的数目, P_i 为第 i 个骨架点,且其坐标为 (x_i, y_i) 。初始控制点(Dominant point, DP)选择的依据是由这些控制点确定的近似曲线 PA 与原曲线之间不能存在任何偏差^[10]。显然,最简单的方法就是将骨架曲线上的所有点均初始化为控制点。但是,这种方法不可避免地包含了大量的冗余信息。相比于上述方法,将骨架曲线上的所有拐点(即曲线走向发生变化的点)初始化为控制点是一种更为有效的方法。它不仅能够保证近似曲线与原曲线之间的零偏差,而且大量减少了冗余信息。因此,本文使用该方法对骨架曲线的控制点进行初始化。

如图 1(见下页)所示,使用 Freeman 链码^[11]可以方便地实现拐点的确定。对于骨架曲线上的任意点 P_i , 依据其相邻骨架点 P_{i+1} 在邻域内所处的位置,可以给 P_i 分配一个 0 到 7 之间的整数编码 c_i 。那么当任意骨架点 P_i 的链码与其前一个骨架点

P_{i-1} 的链码不同时, 即

$$c_i \neq c_{i-1} \tag{6}$$

则骨架曲线的走向在该点处发生变化, 点 P_i 即为曲线的一个拐点. 骨架曲线上的所有拐点构成了曲线的初始控制点.

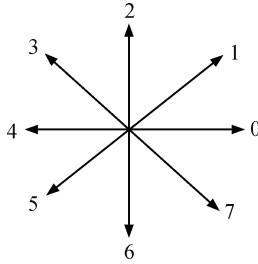


图 1 Freeman 链码

Fig. 1 Freeman chain code

此外, 由于骨架曲线上的端点和连接点对于骨架曲线的拓扑结构的稳定起着重要的作用, 因此, 无论这些点是否为骨架曲线的拐点, 都应将其初始化为控制点. 对于端点和连接点的定义, 在下文中将详细叙述.

2.2 近似计算

在完成控制点初始化之后, 近似算法从骨架曲线的端点开始以串行方式进行曲线近似. 对于控制点 DP_i , 为了评价该点与其后第 k 个控制点 DP_{i+k} 之间的连线 $S_n = \overline{DP_i DP_{i+k}}$ 能否用于近似此两点之间的原始骨架曲线, 需要计算两点之间各控制点的近似偏差 $E_{DP_t}(S_n)$, $t \in (i, i+k)$, 并求出最大近似偏差 $E(S_n)$. 当 $E(S_n)$ 小于预先设定的最大偏差阈值 $MaxError$ 时, 继续判断下一个控制点 DP_{i+k+1} ; 否则, 当 $E(S_n) > MaxError$ 时, 将上一个控制点 DP_{i+k-1} 与起始控制点 DP_i 之间的骨架曲线近似为此两点的连线 $S_n = \overline{DP_i DP_{i+k-1}}$, 并将 DP_{i+k-1} 设为下一搜索的起始点.

但是在实际应用中, 若直接根据式 (1) 和 (2) 计算近似偏差 $E_{DP_t}(S_n)$ 和最大近似偏差 $E(S_n)$, 会导致近似后的骨架曲线无法保持良好的平滑度和稳定的结构特征 (其原因将在第 3 节中详细分析). 为此, 本文在传统算法的基础上引入了三个约束条件.

1) 平滑度保持约束. 为了保持骨架曲线的平滑程度, 避免骨架曲线上的噪声突起给曲线近似带来的影响, 改进算法在 $E_{DP_t}(S_n)$ 的计算过程中引入了修正项 $Modify(DP_t, S_n)$, 用于对原始骨架中的噪声偏差进行约束.

$$E_{DP_t}(S_n) = Dist(DP_t, S_n) + Modify(DP_t, S_n) \tag{7}$$

2) 结构特征保持约束. 能够准确描述目标的主

要结构特征是近似后骨架曲线必须具备的能力. 为此, 改进算法进一步引入了惩罚项 $Penalty(S_n)$, 对同方向偏差情况下的近似曲线跨度进行约束, 避免了近似曲线偏离原始骨架曲线情况的发生.

$$E(S_n) = \max_{i \leq t \leq i+k} E_{DP_t}(S_n) + Penalty(S_n) = \max_{i \leq t \leq i+k} (Dist(DP_t, S_n) + Modify(DP_t, S_n)) + Penalty(S_n) \tag{8}$$

其中, 近似偏差 $E_{DP_t}(S_n)$ 是采用带有平滑度保持约束的式 (7) 得到的, 可见改进后的最大偏差 $E(S_n)$ 同时结合了平滑度保持约束和结构特征保持约束.

3) 拓扑稳定性保持约束. 由于骨架曲线由主干和连接于其上的分支构成, 所以曲线近似过程还必须能够保证骨架曲线各分支与主干之间的拓扑关系不发生变化. 为此, 本文还引入了确保近似曲线拓扑不变性的拓扑稳定性保持约束.

下面分别对上述三个约束条件进行详细分析.

3 约束条件分析

3.1 平滑度保持

如图 2 所示, 当目标边缘存在细微变化时, 获得的骨架曲线往往会产生相应的突起, 从而降低了骨架曲线的平滑程度. 在该骨架曲线进行多边形近似时, 为了克服这些突起的影响, 提高骨架曲线的平滑程度, 往往需要设定相对较大的偏差阈值. 但是, 较大的阈值又会影响到其他部分曲线的近似效果, 甚至导致近似后曲线不能有效保留原始曲线的结构特征.

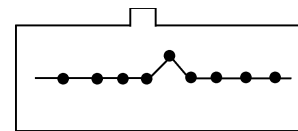


图 2 边缘细微变化对骨架的影响

Fig. 2 Influence of the edge details

在研究过程中发现, 突起的顶角的角度和组成突起的骨架点数目是这类由边缘的细微变化引起的突起区别于骨架曲线上正常结构变化的两个主要特征. 因此, 在计算突起处的近似偏差时, 若能依据这两个特征进行修正, 就能够有效地抑制其对骨架曲线近似过程的影响.

文献 [12] 给出了一种确定曲线上某一拐角的支持区域的方法. 借鉴这一方法, 能够十分方便地确定组成突起的骨架点的数目.

设突起的顶点为骨架点 P_i , 定义连接 P_i 两侧的

骨架点 P_{i-k} 和 P_{i+k} 的线段的长度为

$$l_{i,k} = \|\overline{P_{i-k}P_{i+k}}\| \quad (9)$$

令 $d_{i,k}$ 为点 P_i 到线段 $\overline{P_{i-k}P_{i+k}}$ 的垂直距离。
从 $k=1$ 开始, 计算 $l_{i,k}$ 和 $d_{i,k}$, 直到

$$l_{i,k} \geq l_{i,k-1} \quad (10)$$

或

$$\frac{d_{i,k}}{l_{i,k}} \geq \frac{d_{i,k+1}}{l_{i,k+1}}, d_{i,k} > 0 \quad (11)$$

$$\frac{d_{i,k}}{l_{i,k}} \leq \frac{d_{i,k+1}}{l_{i,k+1}}, d_{i,k} < 0 \quad (12)$$

此时, 以 P_i 为顶点的突起所包含的骨架点的集合为

$$A(P_i) = \{P_{i-k}, \dots, P_i, \dots, P_{i+k} \mid a \text{ or } b\} \quad (13)$$

集合 $A(P_i)$ 中骨架点的数目为

$$\text{Card}(A(P_i)) = 2k + 1 \quad (14)$$

在确定了组成突起的骨架点的集合的同时, 还可以进一步确定出该突起的顶角的角度. 令

$$\mathbf{a}_{ik} = (x_i - x_{i+k}, y_i - y_{i+k}) \quad (15)$$

$$\mathbf{b}_{ik} = (x_i - x_{i-k}, y_i - y_{i-k}) \quad (16)$$

则顶角的角度为

$$\text{angle}_{P_i} = \arccos \frac{\mathbf{a}_{ik} \cdot \mathbf{b}_{ik}}{|\mathbf{a}_{ik}| |\mathbf{b}_{ik}|} \quad (17)$$

此时, 本文利用各控制点 DP_i 的 $\text{Card}(A(DP_i))$ 和 angle_{P_i} 对该点处的近似偏差进行如下修正

$$E_{DP_t}(S_n) = \text{Dist}(DP_t, S_n) + \text{Modify}(DP_t, S_n) \quad (18)$$

$$\text{Modify}(DP_t, S_n) = c \cdot \frac{1}{\text{Card}(A(DP_t))} (1 + \cos(\text{angle}_{DP_t})) \quad (19)$$

其中, c 为负实数, 用于保持尺度一致.

当控制点 DP_i 位于由边缘细微变化引起的突起上时, $\text{Card}(A(DP_i))$ 和 angle_{P_i} 均较小, 修正作用较强, 只需用较小的偏差阈值即能实现对该突起的平滑. 当 DP_i 位于骨架曲线上正常的结构变化处时, $\text{Card}(A(DP_i))$ 和 angle_{P_i} 均较大, 修正作用很弱, 不会影响骨架曲线正常部分多边形近似的效果. 这样, 新算法就能够在平滑骨架曲线的同时, 有效降低骨架对边缘变化的敏感性给骨架曲线的多边形近似带来的影响.

3.2 结构特征保持

对骨架曲线进行多边形近似处理的目的是在保留原始骨架曲线主要结构特征的前提下, 尽可能地简化骨架曲线的结构, 压缩数据. 因此, 能够更为准确地保留原始骨架曲线的主要结构特征, 这对于骨架曲线多边形近似算法是十分重要的.

使用传统串行多边形近似算法虽然能够有效简化骨架曲线, 但是在某些情况下, 其近似结果不能准确地反映原始骨架的主要结构特征. 例如, 图 3 中曲线 a 、曲线 b 分别为不同偏差阈值下多边形近似的结果, 其中 $\text{MaxError}_a < \text{MaxError}_b$. 可以看出, 虽然曲线 b 较曲线 a 有更少的控制点, 数据量也更小, 但是, 其主要结构与曲线 a 的相似性较差, 不能很好地反映原始曲线的主要结构特征. 其原因主要是传统串行多边形近似算法只能保证控制点到近似后曲线的最大偏差不超过预先设定的幅值, 却无法防止多数控制点位于近似曲线的同一侧的情况出现. 随着同侧偏差的累积, 近似曲线逐渐偏离原始曲线.

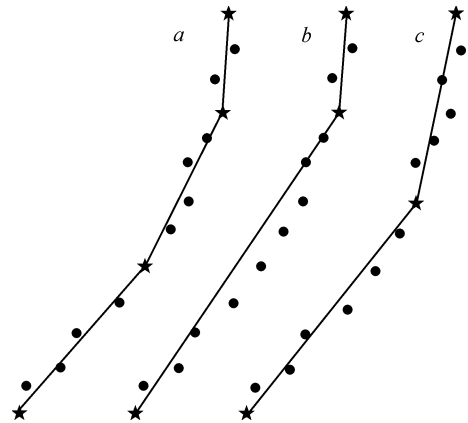


图 3 引入结构稳定性约束前后近似结果

Fig. 3 Approximated skeletons with and without structure-preservation

为了解决这一问题, 本文在计算最大近似偏差 $E(S_n)$ 时引入了一个惩罚项, 用于控制近似曲线与原始骨架曲线的偏离程度.

$$E(S_n) = \max_{i \leq t \leq i+k} E_{DP_t}(S_n) + \text{Penalty}(S_n) \quad (20)$$

$$\text{Penalty}(S_n) = r \cdot \sum_{t=i}^{i+k} \text{sgn}(DP_t) E_{DP_t}(S_n) \quad (21)$$

$$\text{sgn}(DP_t) = \begin{cases} 1, & y_t - mx_t - n \geq 0 \\ -1, & y_t - mx_t - n < 0 \end{cases} \quad (22)$$

其中, r 为正实数, 用于保持尺度一致, m 和 n 分别为 $S_n = \overline{DP_i DP_{i+k}}$ 的斜率和截距, 惩罚项 $\text{Penalty}(S_n)$ 为线段 S_n 包含的区域内所有控制点

近似偏差的累计值. 当多数控制点均位于近似曲线同一侧时, 累计值将快速增大, 最大近似偏差 $E(S_n)$ 也随之快速增大. 在最大偏差阈值的限制下, 近似曲线的跨度将得到控制, 从而有效防止了近似曲线与原始骨架曲线的偏离程度进一步扩大. 由图 3 可以看出, 在引入惩罚项后, 所得近似曲线 c 与曲线 a 更为相似, 能够更好地反映原始曲线的主要结构特征.

3.3 拓扑稳定性保持

在对骨架曲线进行多边形近似处理时, 除了要保证近似后的骨架曲线能够准确地反映原始骨架的主要结构特征, 还需保证骨架曲线各分支与主干之间的拓扑关系不发生变化. 由于骨架曲线中的端点和连接点决定了该骨架曲线的拓扑, 因此, 只要保证端点和连接点的位置不发生变化, 即可有效保持骨架曲线的拓扑稳定性.

定义骨架点 P_i 的 8 邻域内像素沿逆时针方向由 0 到 1 及由 1 到 0 变换的次数为^[13]

$$X_R(P_i) = \sum_{i=1}^8 |x_{i+1} - x_i| \quad (23)$$

定义骨架点 P_i 的 8 邻域内的骨架点的数目为

$$X_H(P_i) = \sum_{i=1}^8 x_i \quad (24)$$

基于此, 本文对骨架曲线中的端点 $EP(Skel)$ 和连接点 $JP(Skel)$ 分别作如下定义

$$EP(Skel) = \bigcup_{P \in Skel} \{X_R(P) \leq 2 \text{ and } X_H(P) \leq 2\} \quad (25)$$

$$JP(Skel) = \bigcup_{P \in Skel} \{X_R(P) \geq 6 \text{ and } X_H(P) \geq 3\} \quad (26)$$

此时, 可将拓扑稳定性保持过程表述如下:

1) 在初始化控制点时, 将骨架曲线上的所有端点和连接点初始化为控制点;

2) 在进行串行近似时, 首先将各端点作为起点进行近似搜索;

3) 当搜索遇到连接点时, 无论近似偏差是否超过预先设定的阈值, 都强行结束该搜索, 转而从另一端点开始进行新的搜索;

4) 当没有新的未搜索的端点时, 将连接点作为搜索起点, 沿未搜索过的骨架曲线, 进行搜索;

5) 当搜索遇到连接点时, 无论近似偏差是否超过预先设定的阈值, 都强行结束该搜索, 转而从另一连接点开始进行新的搜索;

6) 直到对所有骨架曲线均完成近似搜索后过程结束.

4 实验结果分析及讨论

在仿真实验中, 本文采用形态学骨架提取算法对二值的 Island 图像进行骨架提取, 然后应用新的骨架曲线多边形近似算法对原始骨架进行简化处理.

图 4 中的圆圈标出了骨架曲线上控制点的位置, 这些点是确定该骨架形状所需的最少的数据. 由图 4(b) 可见, 简化前骨架曲线的结构仍然较为复杂, 数据量较大, 不利于表示和存储. 而图 4(c)、4(d) 分别给出了在不同偏差阈值 (Threshold, TH) 下应用本文提出的骨架曲线多边形近似算法进行简化处理后获得的新骨架曲线. 由图可见本文算法在较好地保留原始拓扑结构特征的同时, 大大简化了骨架曲线的结构, 从而有效地压缩了数据.

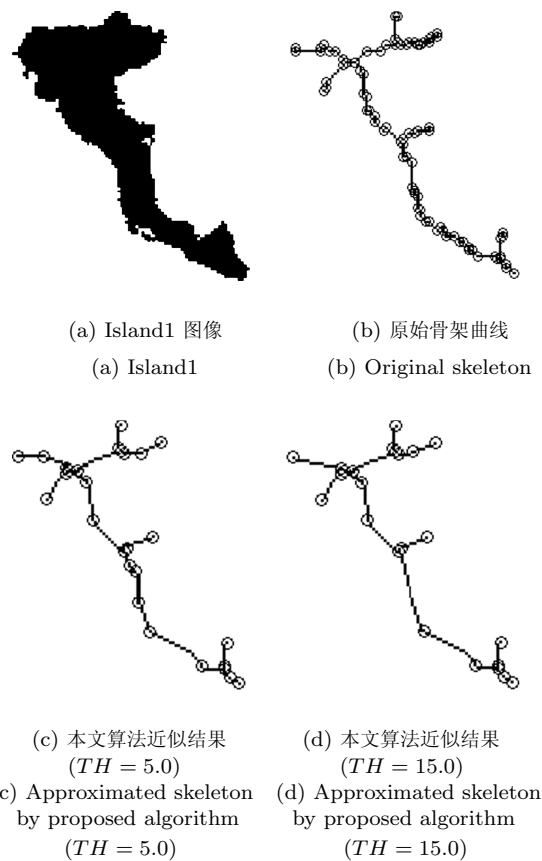


图 4 本文算法在不同偏差阈值下的近似结果
Fig. 4 Approximated skeletons by proposed algorithm with different thresholds

在将多边形近似算法应用于骨架曲线近似问题的过程中, 为了解决骨架曲线平滑度保持和结构特征保持的问题, 本文分别引入了修正项 $Modify(DP_t, S_n)$ 和惩罚项 $Penalty(S_n)$. 图 5 和图 6 对改进前后的多边形近似算法在骨架曲线多边形近似问题中的应用效果进行了比较研究.

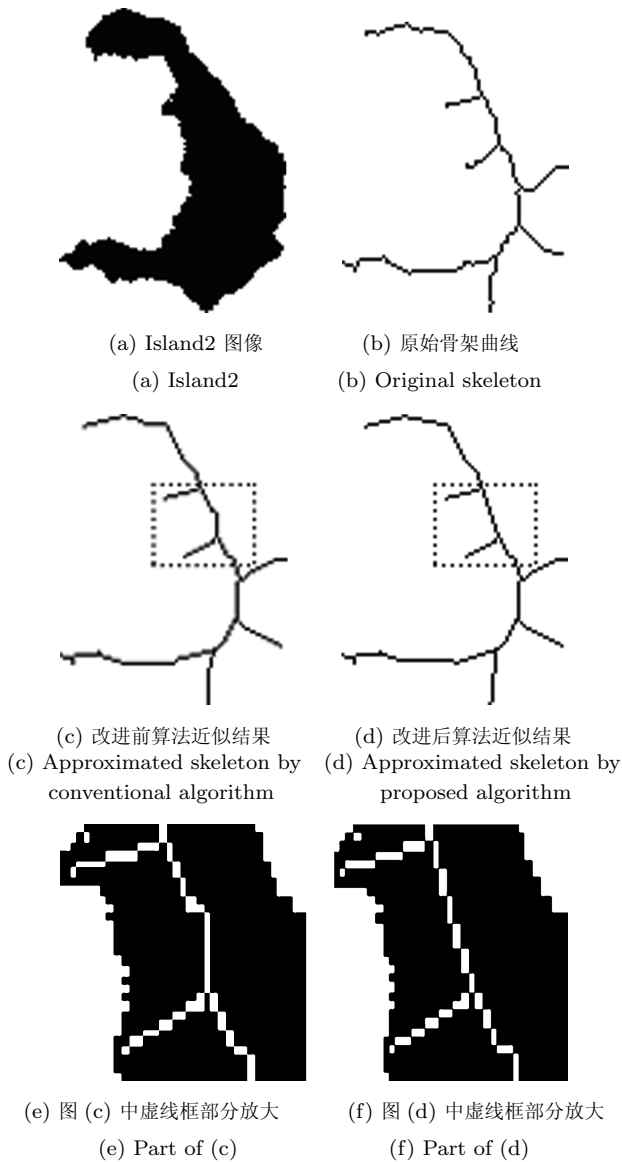


图 5 较小偏差阈值下近似结果比较

Fig. 5 Comparison of the approximated skeletons with lower threshold

当预先设定的偏差阈值较小时, 传统近似算法虽然能够较为准确地保留原始骨架曲线的拓扑结构特征, 但是由于原始骨架曲线中存在由目标边缘细微变化引起的噪声突起 (如图 5(b) 所示), 因此, 较小的偏差阈值将很难有效地抑制这些不重要的噪声信息 (图 5(c)、5(e)), 从而既影响了近似后曲线的平滑程度, 又不能在偏差允许范围内最大程度地压缩数据. 为了解决这一问题, 本文在计算近似偏差时引入了修正项, 使得新算法在相同的偏差阈值下, 较好地避免了噪声突起的影响, 获得了更为出色的骨架曲线多边形近似结果 (如图 5(d)、5(f) 所示).

当预先设定的偏差阈值较大时, 人们往往希望在不破坏原始骨架曲线拓扑特征的前提下, 尽可能

地简化骨架曲线的结构. 但是, 在实际应用过程中, 由于传统多边形近似算法以最大近似偏差作为衡量标准, 因此难以防止近似曲线偏于原始骨架一侧的情况出现, 使得近似曲线在一些情况下不能正确地反映原始骨架曲线的主要结构特征 (图 6(a)、6(c)). 为此, 本文引入了基于累计近似偏差的惩罚项, 较好地避免了传统多边形近似算法存在的问题. 如图 6(b)、6(d) 所示, 在相同偏差阈值下, 改进算法的近似结果能够更好地保留原始骨架曲线的结构特征.

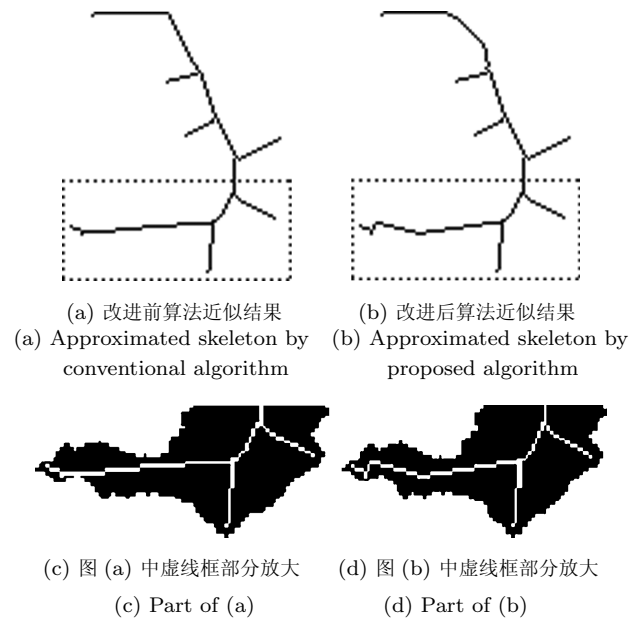


图 6 较大偏差阈值下近似结果比较

Fig. 6 Comparison of the approximated skeletons with higher threshold

为了更客观地评价算法性能, 本文对改进前后多边形近似算法的骨架曲线近似效果进行了量化分析. 在实际应用中, 常见的评价多边形近似算法性能的两个指标分别为压缩比 (Compression ratio, CR) 和误差平方积分 (Integral square error, ISE), 其相应的表达式为

$$CR = \frac{n}{nDP} \quad (27)$$

$$ISE = \sum e_i \quad (28)$$

其中, CR 为原始曲线骨架点数目 n 与近似后曲线控制点数目 nDP 的比值; 而 ISE 为原始骨架曲线所有控制点与近似后骨架曲线间偏差的累计量.

但是, 这两个指标往往是相互矛盾的. 较大的 CR 通常伴随着较大的 ISE . Sarkar^[14] 将两个指标结合起来, 构成一个更具一般性的指标, 即性能指数 (Figure of merit, FOM), 其表达式为

$$FOM = \frac{CR}{ISE} \quad (29)$$

在相同偏差阈值的情况下, 如表 1 所示, 当阈值较小时, 改进算法在不明显提高累计偏差的同时, 获得了更高的压缩比. 这里计算的偏差是相对于含有噪声的原始骨架的, 从这一层面上说, 抑制噪声突起的过程实际上提高了近似骨架曲线相对于真实骨架曲线的精度; 当阈值较大时, 改进算法在保持较高压缩比的同时, 有效地降低了累计偏差, 更好地保持了近似曲线的结构稳定性. 相应地, 改进方法的综合性指标 FOM 也优于传统串行多边形近似算法.

表 1 不同偏差阈值下近似结果量化对比
Table 1 Comparison of approximating results with different thresholds

方法	TH	CR	ISE	FOM
改进前	5	7.5	122.4900	0.0612
	15	10.0	415.3227	0.0241
改进后	5	8.6	126.7418	0.0679
	15	9.2	179.6612	0.0514

进一步地, 文献 [15] 提出了一种相对量化指标, 通过与最优近似结果的比较来衡量串行近似算法的性能. 该量化指标基于两个参数: $Fidelity$ (偏差度量参数) 和 $Efficiency$ (压缩比度量参数).

$$Fidelity = \frac{E_{opt}}{E_{appr}} \times 100 \quad (30)$$

$$Efficiency = \frac{N_{opt}}{N_{appr}} \times 100 \quad (31)$$

其中, E_{appr} 和 N_{appr} 为待测试串行近似算法的误差平方和 ISE 及近似后曲线控制点数目 nDP . E_{opt} 为相同近似后曲线控制点数目下, 最优算法获得的误差平方和, 而 N_{opt} 为相同误差平方和下, 最优算法获得的近似曲线的控制点数目. 将两个参数结合可以获得一个更为一般的指标

$$Merit = \sqrt{Fidelity \times Efficiency} \quad (32)$$

本文对广泛应用的基于动态规划的 Preze and Vidal 最优多边形近似算法^[6]进行了拓扑稳定性改造, 将其应用于骨架曲线的多边形近似计算, 并以此作为参考来衡量改进前后的串行多边形近似算法.

在相同近似后控制点数目, 如表 2 和表 3 所示, 约束条件的引入使得改进的骨架曲线串行多边形近似算法在基本不增加算法计算代价的同时, 获得了更为接近最优近似曲线的近似结果. 这也进一步验证了改进方法在近似性能方面的优势.

表 2 改进前后方法的相对评分

Table 2 Relative scores of the conventional algorithm and the improved one

方法	TH	nDP	ISE	$Fidelity$	$Efficiency$	$Merit$
改进前	2.0	36	105.32	20.7	41.7	29.4
	12.0	26	221.83	32.1	46.2	38.5
改进后	1.1	36	102.47	21.3	44.4	30.8
	15.0	26	179.66	39.7	61.3	49.3

表 3 计算用时比较 (P4 3.0, 512 M)

Table 3 Comparison of computation times (P4 3.0, 512 M)

方法 ($nDP = 26$)	改进前	改进后	Perez and Vidal
计算用时 (ms)	18.4	19.1	1 071.2

通过文中分析和相关仿真研究, 我们知道基于寻优的多边形近似算法虽然能够获得较高的近似精度, 但其过高的计算用时是多数实际过程不能允许的; 而传统串行多边形近似算法虽然计算效率很高, 但其容易受到噪声突起和同侧偏差累积的影响, 在很多情况下不能准确描述目标的主要拓扑结构特征. 相比之下, 本文提出的改进的骨架曲线串行多边形近似算法一方面克服了传统方法存在的不足, 其相对评分达到或接近文献 [15] 中列出的多种基于寻优或学习的曲线近似算法的评分, 能够较好地满足平滑骨架曲线、保持目标主要拓扑结构特征的要求; 另一方面继承了串行方法计算速度快的优点, 在算法效率方面明显优于其他曲线近似算法.

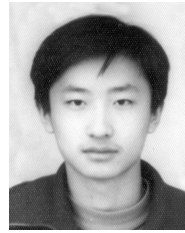
5 结论

骨架是目标形状分析、模式识别等领域中应用最为广泛的一种特征表示方式. 但是, 由于骨架的提取过程对于多变的边缘有较强敏感性, 所提取的骨架结构相对复杂, 给骨架的应用造成了困难. 为此, 本文提出了一种改进的串行多边形近似算法, 通过平滑度保持、结构保持和拓扑保持等约束条件, 成功地将传统多边形近似算法应用于骨架曲线的结构简化问题. 相关仿真实验表明, 应用本文算法得到的简化骨架曲线不仅能够很好地描述原始骨架曲线的主要拓扑结构特征, 而且获得了较高的压缩比, 有效地减少了骨架曲线中的冗余信息, 具有很高的应用价值.

References

- 1 Cornea N D, Min P. Curve-skeleton properties, applications, and algorithms. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2007, **13**(3): 530–548
- 2 Van E M, Macrini D, Telea A, Sminchisescu C, Dickinson S

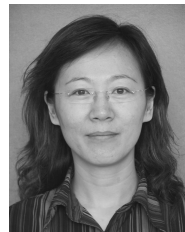
- S. Canonical skeletons for shape matching. In: Proceedings of the 18th International Conference on Pattern Recognition. Hong Kong, China: IEEE, 2006. 64–69
- 3 Choi W P, Lam K M, Siu W C. An efficient algorithm for the extraction of a Euclidean skeleton. In: Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal. New York, USA: IEEE, 2002. 3241–3244
- 4 Rockett P I. An improved rotation-invariant thinning algorithm. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, **27**(10): 1671–1674
- 5 Ahmed M, Ward R. A rotation invariant rule-based thinning algorithm for character recognition. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, **24**(12): 1672–1678
- 6 Bouaynaya N, Charif-Chefchaoui M, Schonfeld D. Spatially variant morphological restoration and skeleton representation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, **15**(11): 3579–3591
- 7 Coeurjolly D, Montanvert A. Optimal separable algorithms to compute the reverse Euclidean distance transformation and discrete medial axis in arbitrary dimension. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007, **29**(3): 437–448
- 8 Kegl B, Krzyzak A. Piecewise linear skeletonization using principal curves. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, **24**(1): 59–74
- 9 Salotti M. Optimal polygonal approximation of digitized curves using the sum of square deviations criterion. *Pattern Recognition*, 2002, **35**(2): 435–443
- 10 Masood A, Haq S A. A novel approach to polygonal approximation of digital curves. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2007, **18**(3): 264–274
- 11 Freeman H. On the encoding of arbitrary geometric configurations. *IEEE Transactions on Electronic Computers*, 1961, **10**(2): 260–268
- 12 The C H, Chin R T. On the detection of dominant points on digital curves. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, **11**(8): 859–872
- 13 Lam L, Lee S W, Suen C Y. Thinning methodologies – a comprehensive survey. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, **14**(9): 869–895
- 14 Sarkar D. A simple algorithm for detection of significant vertices for polygonal approximation of chain-coded curves. *Pattern Recognition Letters*, 1993, **14**(12): 959–964
- 15 Rosin P L. Techniques for assessing polygonal approximations of curves. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, **19**(6): 659–666
- 16 Perez J C, Vidal E. Optimum polygonal approximation of digitized curves. *Pattern Recognition Letters*, 1994, **15**(8): 743–750



吕哲 东北大学信息科学与工程学院博士研究生. 主要研究方向为基于图像处理的质量监测与故障诊断. 本文通信作者. E-mail: lvzhe.neu@gmail.com
(LV Zhe Ph.D. candidate at the School of Information Science and Engineering, Northeastern University. His research interest covers quality inspection and fault diagnosis based on image processing. Corresponding author of this paper.)



王福利 东北大学信息科学与工程学院教授. 主要研究方向为过程控制, 过程优化, 过程监测和故障诊断算法.
E-mail: wangfuli@ise.neu.edu.cn
(WANG Fu-Li Professor at the School of Information and Science, Northeastern University. His research interest covers process control, process optimization, process monitoring, and fault diagnosis and their applications in process industry.)



常玉清 东北大学信息科学与工程学院副教授. 2002 年获东北大学检测技术与自动化仪表专业博士学位. 主要研究方向为软测量技术.
E-mail: changyuqing@ise.neu.edu.cn
(CHANG Yu-Qing Associate professor at the School of Information and Science, Northeastern University. She received her Ph.D. degree in measurement technology and instrumentation from Northeastern University in 2002. Her main research interest is soft sensing technology.)



刘阳 东北大学信息科学与工程学院博士研究生. 主要研究方向为图像处理, 故障诊断. E-mail: lmx@sina.com.cn
(LIU Yang Ph.D. candidate at the School of Information Science and Engineering, Northeastern University. His research interest covers image processing and fault diagnosis.)