

一类非线性系统的 H_2 容错控制器的设计 及其在空间飞行器的应用

刘春生¹ 姜斌¹

摘 要 针对存在执行器故障的不确定系统, 本文研究了一种 H_2 鲁棒容错控制的设计. 控制器包括三个功能: 1) 利用径向基函数 (Radial basis function, RBF) 神经网络估计得到的近似非线性函数构成闭环控制, 抵消系统的非线性特征; 2) 能实现 H_2 性能指标的最优控制; 3) 利用滑模控制抑制模型估计误差以提高控制精度, 并且控制器具有指定稳定裕度的设计功能. 文中提出了用于执行器故障估计的调整规则, 故障估计信息用于控制律的设计. 基于 Lyapunov 函数, 推导了满足 H_2 最优性能的充分条件: 非线性二次矩阵不等式. 为了降低计算成本, 给出了不等式求解的简化算法, 避免了在线求解非线性矩阵不等式. 通过一个空间飞行器模型的仿真, 验证了本文提出方法的有效性.

关键词 故障容错控制, 神经网络, H_2 控制, 自适应算法

引用格式 刘春生, 姜斌. 一类非线性系统的 H_2 容错控制器的设计及其在空间飞行器的应用. 自动化学报, 2013, 39(2): 188–196

DOI 10.3724/SP.J.1004.2013.00188

H_2 Fault Tolerant Controller Design for a Class of Nonlinear Systems with a Spacecraft Control Application

LIU Chun-Sheng¹ JIANG Bin¹

Abstract This paper presents an H_2 robust fault tolerant controller design method for uncertain systems in the presence of unknown failures. The developed H_2 controller with optimal index incorporates a neural network learning action and sliding mode control action. A radial basis function (RBF) neural network is utilized to approximate the unknown nonlinear dynamics. An updating rule is designed to estimate actuator failure. The sliding-mode control is used to eliminate the effect of neural network approximation error. Based on Lyapunov function, the sufficient condition for H_2 optimal performance is developed in terms of nonlinear quadratic matrix inequality. In order to reduce computing cost, a simplification algorithm is developed, which avoids solving on-line nonlinear matrix inequality. A numerical example on a spacecraft system is presented to demonstrate the effectiveness of the proposed methods.

Key words Fault tolerant control (FTC), neural networks, H_2 control, adaptive algorithm

Citation Chun-Sheng Liu, Bin Jiang. H_2 fault tolerant controller design for a class of nonlinear systems with a spacecraft control application. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(2): 188–196

众所周知, 任何控制系统将不可避免地会发生故障, 如执行器和 (或) 传感器故障, 导致系统性能下降甚至不稳定. 复杂系统的可靠性要求加速了故障容错控制 (Fault tolerant control, FTC) 的研究进展. 针对具有外部扰动的线性定常连续系统, 2009 年 Jin 等^[1] 设计了一个自适应状态反馈控制方案以

解决执行器发生故障时的容错补偿控制. 基于模糊小脑模型神经网络, 2006 年 Zhu 等^[2] 为非线性系统提出了一种自适应容错控制方案. 其他研究成果可参考文献 [3–9].

根据是否利用故障诊断信息构成闭环反馈, 故障容错控制可分为主动容错控制与被动容错控制^[10]. 主动容错控制通过故障估计和重构机理, 主动对故障进行补偿; 而被动容错控制不需要在线故障诊断与控制重构, 因而实施更加容易. 然而, 被动容错控制具有更多的保守性^[11].

主动容错控制的原理是利用系统的状态 (或估计的状态) 以及估计的故障信息设计可重构控制器, 补偿故障的影响^[12]. 在近 20 年来, 这种方法被广泛应用于各种军事领域, 例如飞行器控制和空间技术. 文献 [13] 给出了再入姿态重构飞行控制律设计方法, 并将其应用于一类非线性飞行器模型以补偿操纵面

收稿日期 2010-12-06 录用日期 2012-01-18
Manuscript received December 6, 2010; accepted January 18, 2012

国家自然科学基金 (61074063, 61273171) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61074063, 61273171)

本文责任编辑 周东华
Recommended by Associate Editor ZHOU Dong-Hua

1. 南京航空航天大学 南京 210016
1. Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016

该文的英文版同时发表在 *Acta Automatica Sinica*, vol. 39, no. 2, pp. 188–196, 2013.

故障的影响. 文献 [14] 研究了一个主动容错飞行控制策略, 提高了飞行器的可靠性.

空间飞行器可完成多种用途的任务, 有时需要在太空不间断地飞行多年而不必维护. 因此, 关于航天器的鲁棒姿态控制或鲁棒跟踪控制在近些年已获得了高度的关注^[15-16]. 然而, 关于航天器的故障容错控制研究却很少报道.

神经网络作为非线性函数的通用逼近器, 使得它被应用于复杂非线性系统的控制中. 滑模控制主要优点是对系统模型的不确定性及外部扰动具有很强的鲁棒性, 可使系统具有良好的动态性能^[17-18]. 神经网络逼近性能和滑模控制策略的良好结合, 可使系统得到更强的鲁棒性, 有利于减小由于干扰及模型不确定性引起的系统误差.

本文目的是研究一个综合且满足 H_2 性能指标的故障容错控制器. 首先, 一个神经网络用于估计系统模型的不确定性, 然后给出一个故障估计算法. 为消除神经网络逼近误差的影响, 本文采用滑模控制. 根据故障估计的信息, 给出了具有指定稳定度的 H_2 控制律的充分条件, 即满足一个非线性二次矩阵不等式. 为了降低计算成本, 本文给出了一个简化算法, 避免了在线求解非线性矩阵不等式.

本文其余部分安排如下: 第 1 节简要介绍了故障模型和径向基函数 (Radial basis function, RBF) 神经网络模型; 第 2 节给出了本文的主要结果, 即 H_2 控制器的设计过程; 第 3 节推导和证明了非线性矩阵不等式的简化算法; 第 4 节描述了空间飞行器的非线性方程, 并提供了仿真结果以及讨论; 第 5 节得出了相关结论.

1 系统故障模型和 RBF 神经网络模型的描述

考虑以下非线性系统:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})] + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 是系统的可测状态, $\mathbf{u} = [u_1 \cdots u_m]^T \in \mathbf{R}^m$ 是控制输入, 其分量可能会发生故障. $\mathbf{f}(\mathbf{x}): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ 和 $\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 分别代表系统的动态特性和建模误差.

假设 1. 系统的状态完全可测量.

在正常飞行时, 执行器会完全执行控制指令响应, 我们称执行器为 100% 有效. 当操纵面发生了故障如部分舵面损失, 执行器就不能完全履行控制指令, 在这种情况下, 我们称相应的控制效应降低. 为此, 引入一个量化的参数, 即控制增益来描述这类故障, 这也是被国内外学者广泛采用的一种方法^[19].

发生故障时的系统模型可用以下方程描述:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{L}\mathbf{u} + \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})] \quad (2)$$

其中, $\mathbf{L} = \text{diag}\{l_1, \cdots, l_m\}$, $l_i \in [l_{\min}, 1]$, $i = 1, \cdots, m$. l_i 是未知常数, 代表第 i 个执行器控制增益的衰减程度, $l_{\min}$ ($0 < l_{\min} \leq 1$) 是 l_i 的下界. 注意到当没有故障发生时, $\mathbf{L} = \mathbf{I}_{m \times m}$ 是一个 $m \times m$ 维的单位矩阵.

故障参数 $\mathbf{L}$ 的估计是本文要解决的问题之一. 令:

$$\tilde{\mathbf{L}} = \mathbf{L} - \hat{\mathbf{L}} \quad (3)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_a + \mathbf{u}_b + \mathbf{u}_s \quad (4)$$

其中, $\hat{\mathbf{L}} = \text{diag}\{\hat{l}_1, \cdots, \hat{l}_m\}$ 是 $\mathbf{L}$ 的估计, $\tilde{\mathbf{L}} = \text{diag}\{\tilde{l}_1, \cdots, \tilde{l}_m\}$. $\tilde{l}_i = l_i - \hat{l}_i$ ($i = 1, \cdots, m$) 代表估计误差. $\mathbf{u}_a$ 是系统控制; $\mathbf{u}_b$ 是待设计的 H_2 控制律; $\mathbf{u}_s$ 是滑模控制, 用于抑制估计误差.

利用方程 (3) 和 (4), 系统 (2) 可表示为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} = & \mathbf{A}\mathbf{x} + \\ & \mathbf{B}[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \hat{\mathbf{L}}\mathbf{u}_a + \hat{\mathbf{L}}\mathbf{u}_b + \hat{\mathbf{L}}\mathbf{u}_s + \tilde{\mathbf{L}}\mathbf{u} + \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})] \end{aligned} \quad (5)$$

本文利用 RBF 网络^[20] 来逼近未知非线性函数:

$$\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{W}^*\mathbf{S}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\varepsilon}$$

则神经网络的输出是 $\Delta\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) = \hat{\mathbf{W}}\mathbf{S}(\mathbf{x})$, 其中 $\mathbf{x} \in A_d \subset \mathbf{R}^n$, A_d 是紧集, $\mathbf{W}^* \in \mathbf{R}^{m \times k}$ 是理想加权阵且满足以下条件:

$$\mathbf{W}^* = \arg \min_W \left\{ \sup_{\mathbf{x} \in A_d} \|\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \hat{\mathbf{W}}\mathbf{S}(\mathbf{x})\| \right\}$$

$\mathbf{S}(\mathbf{x}) \in \mathbf{R}^k$ 为高斯函数向量, 其分量选择为

$$s_i(\mathbf{x}) = \exp \left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|^2}{d_i^2} \right)$$

其中, $\mathbf{c}_i$ 与 d_i 分别是高斯函数的中心与宽度, k 为神经元的个数, $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_1 \cdots \varepsilon_m]^T$ 是逼近误差.

我们引入以下假设:

假设 2. 存在理想加权矩阵 $\mathbf{W}^*$, 使得对所有的 $\mathbf{x} \in A_d$ 都满足 $|\varepsilon_i| \leq \varepsilon_{0i}$ ($\varepsilon_{0i} > 0$ 代表逼近误差的界).

2 H_2 故障容错控制器设计

如果选择如下的控制律:

$$\mathbf{u}_a = -\hat{\mathbf{L}}^{-1}[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \hat{\mathbf{W}}\mathbf{S}(\mathbf{x})] \quad (6)$$

则动态方程变为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}[\tilde{\mathbf{W}}\mathbf{S}(\mathbf{x}) + \hat{\mathbf{L}}\mathbf{u}_b + \hat{\mathbf{L}}\mathbf{u}_s + \tilde{\mathbf{L}}\mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}] \quad (7)$$

其中, $\tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W}^* - \hat{\mathbf{W}}$.

以方程 (7) 为研究对象, 设计满足以下性能指标的 H_2 故障容错控制律以及参数调整律.

$$\min_{\mathbf{u}_b \in L_2[0, t_f]} \frac{1}{2} \int_0^{t_f} e^{2at} (\mathbf{x}^T Q \mathbf{x} + \mathbf{u}_b^T R \mathbf{u}_b) dt \quad (8)$$

其中, $Q = Q^T \geq 0$, $R = R^T > 0$, $a > 0$ 是表征稳定裕度的参数, $t_f \in [0, \infty)$.

引进变量 $\bar{\mathbf{x}} = e^{at} \mathbf{x}$, 则系统 (7) 以及性能指标 (8) 可分别写为

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = A_1 \bar{\mathbf{x}} + B[\tilde{W}\tilde{S}(\bar{\mathbf{x}}) + \hat{L}\bar{\mathbf{u}}_b + \hat{L}\bar{\mathbf{u}}_s + \tilde{L}\bar{\mathbf{u}} + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}] \quad (9)$$

$$\min_{\mathbf{u}_b \in L_2[0, t_f]} \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (\bar{\mathbf{x}}^T Q \bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{u}}_b^T R \bar{\mathbf{u}}_b) dt \quad (10)$$

其中, $A_1 = A + aI$, $\bar{\mathbf{u}}_b = e^{at} \mathbf{u}_b$, $\bar{\mathbf{u}}_s = e^{at} \mathbf{u}_s$, $\bar{\mathbf{u}} = e^{at} \mathbf{u}$, $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = e^{at} \boldsymbol{\varepsilon}$, $\tilde{S}(\bar{\mathbf{x}}) = e^{at} S(\mathbf{x})$.

在介绍主要结论之前, 首先引入两个引理.

引理 1. 假设 $\phi = \bar{\mathbf{x}}^T P B = [\varphi_1 \varphi_2 \cdots \varphi_m] \in \mathbf{R}^{l \times m}$, 如果参数调整律为

$$\dot{\hat{l}}_i = \begin{cases} 0, & \text{如果 } \hat{l}_i = l_{i\max} \text{ 且 } \varphi_i \bar{u}_i > 0 \\ & \text{或 } \hat{l}_i = l_{i\min} \text{ 且 } \varphi_i \bar{u}_i < 0 \\ \sigma_i^{-1} \varphi_i \bar{u}_i, & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

则 $\bar{\mathbf{x}}^T P B \tilde{L} \bar{\mathbf{u}} - \text{tr}[\dot{\hat{L}}^T \Sigma \tilde{L}] \leq 0$, 其中 $\Sigma = \text{diag}\{\sigma_1, \cdots, \sigma_m\}$ 为所设计的正定矩阵, $P = P^T > 0$.

证明. 令 $\tilde{\mathbf{L}}_0 = [\tilde{l}_1, \cdots, \tilde{l}_m]^T$, $\bar{\mathbf{u}} = [\bar{u}_1, \cdots, \bar{u}_m]^T$, $\bar{u}_0 = \text{diag}\{\bar{u}_1, \cdots, \bar{u}_m\} \in \mathbf{R}^{m \times m}$. 利用 $\tilde{L} = \text{diag}\{\tilde{l}_1, \cdots, \tilde{l}_m\}$, 容易得到:

$$\tilde{L} \bar{\mathbf{u}} = \bar{u}_0 \tilde{\mathbf{L}}_0$$

因此, 有:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}^T P B \tilde{L} \bar{\mathbf{u}} - \text{tr}[\dot{\hat{L}}^T \Sigma \tilde{L}] &= \\ \phi \bar{\mathbf{u}}_0 \tilde{\mathbf{L}}_0 - [\dot{\hat{l}}_1 \sigma_1 \cdots \dot{\hat{l}}_m \sigma_m] \tilde{\mathbf{L}}_0 &= \\ [\varphi_1 \bar{u}_1 \varphi_2 \bar{u}_2 \cdots \varphi_m \bar{u}_m] \tilde{\mathbf{L}}_0 - [\dot{\hat{l}}_1 \sigma_1 \cdots \dot{\hat{l}}_m \sigma_m] \tilde{\mathbf{L}}_0 &= \\ \sum_{i=1}^m (\varphi_i \bar{u}_i - \dot{\hat{l}}_i \sigma_i) \tilde{l}_i \end{aligned}$$

将参数调整律 $\dot{\hat{l}}$ 代入后, 得:

$$\bar{\mathbf{x}}^T P B \tilde{L} \bar{\mathbf{u}} - \text{tr}[\dot{\hat{L}}^T \Sigma \tilde{L}] \leq 0$$

□

引理 2. 如果 $\mathbf{u}_s = -\hat{L}^{-1} \Omega \text{sgn}(B^T P \mathbf{x})$, 则

$$\bar{\mathbf{x}}^T P B (\hat{L} \bar{\mathbf{u}}_s + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) \leq 0. \text{ 其中, } \Omega = \begin{bmatrix} \varepsilon_{01} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{0m} \end{bmatrix},$$

$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = e^{at} \boldsymbol{\varepsilon}$.

证明.

$$\bar{\mathbf{x}}^T P B (\hat{L} \bar{\mathbf{u}}_s + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) = e^{at} \bar{\mathbf{x}}^T P B (\hat{L} \mathbf{u}_s + \boldsymbol{\varepsilon})$$

令 $\mathbf{z} = B^T P \bar{\mathbf{x}}$, 并且注意到 $\text{sgn}(B^T P \mathbf{x}) = \text{sgn}(B^T P \bar{\mathbf{x}})$, 则:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}^T P B (\hat{L} \bar{\mathbf{u}}_s + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) &= e^{at} \mathbf{z}^T (\hat{L} \mathbf{u}_s + \boldsymbol{\varepsilon}) = \\ e^{at} \mathbf{z}^T [\boldsymbol{\varepsilon} - \Omega \text{sgn}(B^T P \mathbf{x})] &= \\ e^{at} \mathbf{z}^T [\boldsymbol{\varepsilon} - \Omega \text{sgn}(\mathbf{z})] &= \\ e^{at} [(z_1 \varepsilon_1 + \cdots + z_m \varepsilon_m) - & \\ (\varepsilon_{01} |z_1| + \cdots + \varepsilon_{0m} |z_m|)] &\leq \\ e^{at} [z_1 (|\varepsilon_1| - \varepsilon_{01}) + \cdots + & \\ z_m (|\varepsilon_m| - \varepsilon_{0m})] \end{aligned}$$

再利用 $|\varepsilon_i| \leq \varepsilon_{0i}$, 得到 $\bar{\mathbf{x}}^T P B (\hat{L} \bar{\mathbf{u}}_s + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) \leq 0$. □
定义:

$$J_2(\bar{\mathbf{u}}_b) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (\bar{\mathbf{x}}^T Q \bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{u}}_b^T R \bar{\mathbf{u}}_b) dt$$

定理 1. 考虑系统 (1), 假设采用参数调整律 (11) 与 (14), 以及以下控制律:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{u}_b - \hat{L}^{-1} [\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \hat{W} S(\mathbf{x})] - \\ &\hat{L}^{-1} \Omega \text{sgn}(B^T P \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mathbf{u}_b = -R^{-1} \hat{L} B^T P \mathbf{x} \quad (13)$$

$$\dot{\hat{W}} = -B^T P \mathbf{x} \bar{S}^T \quad (14)$$

当矩阵 P 满足以下矩阵不等式时:

$$A_1^T P + P A_1 + Q - P B \hat{L} R^{-1} \hat{L} B^T P \leq 0 \quad (15)$$

则最小 H_2 性能指标为

$$\begin{aligned} J_2(\bar{\mathbf{u}}_b^*) &\leq \frac{1}{2} \bar{\mathbf{x}}^T(0) P \bar{\mathbf{x}}(0) + \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{W}^T(0) M \tilde{W}(0)] + \\ &\frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{L}^T(0) \Sigma \tilde{L}(0)] \end{aligned}$$

其中,

$$Q = Q^T \geq 0, \quad R = R^T > 0, \quad \Omega = \begin{bmatrix} \varepsilon_{01} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{0m} \end{bmatrix}$$

证明. 选择 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{x}}^T P \bar{\mathbf{x}} + \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{W}^T M \tilde{W}] + \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{L}^T \Sigma \tilde{L}]$$

其中, $P = P^T \in \mathbf{R}^{n \times n} > 0$, $M = M^T \in \mathbf{R}^{m \times m} > 0$, $\Sigma = \Sigma^T \in \mathbf{R}^{m \times m} > 0$.

通过简单的数学推导, 容易得到:

$$J_2(\bar{\mathbf{u}}_b) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (\bar{\mathbf{x}}^T Q \bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{u}}_b^T R \bar{\mathbf{u}}_b) dt + \int_0^{t_f} \frac{dV}{dt} dt - \frac{1}{2} \bar{\mathbf{x}}^T(t_f) P \bar{\mathbf{x}}(t_f) + \frac{1}{2} \bar{\mathbf{x}}^T(0) P \bar{\mathbf{x}}(0) - \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{W}^T(t_f) M \tilde{W}(t_f)] + \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{W}^T(0) M \tilde{W}(0)] - \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{L}^T(t_f) \Sigma \tilde{L}(t_f)] + \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{L}^T(0) \Sigma \tilde{L}(0)]$$

将 $\frac{dV}{dt}$ 代入 $J_2(\bar{\mathbf{u}}_b)$, 可得:

$$J_2(\bar{\mathbf{u}}_b) \leq \frac{1}{2} \bar{\mathbf{x}}^T(0) P \bar{\mathbf{x}}(0) + \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{W}^T(0) M \tilde{W}(0)] + \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{L}^T(0) \Sigma \tilde{L}(0)] + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [\bar{\mathbf{x}}^T Q \bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{u}}_b^T R \bar{\mathbf{u}}_b + \dot{\bar{\mathbf{x}}}^T P \bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{x}}^T P \dot{\bar{\mathbf{x}}} - 2 \text{tr}(\dot{W}^T M \tilde{W}) - 2 \text{tr}(\dot{L}^T \Sigma \tilde{L})] dt = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{x}}^T(0) P \bar{\mathbf{x}}(0) + \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{W}^T(0) M \tilde{W}(0)] + \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{L}^T(0) \Sigma \tilde{L}(0)] + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [\bar{\mathbf{x}}^T (A_1^T P + P A_1 + Q) \bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{u}}_b^T R \bar{\mathbf{u}}_b + 2 \bar{\mathbf{x}} P B \hat{L} \bar{\mathbf{u}}_b + 2 \bar{\mathbf{x}} P B \tilde{W} \tilde{S}(\bar{\mathbf{x}}) - 2 \text{tr}(\dot{W}^T M \tilde{W})] dt + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [2 \bar{\mathbf{x}}^T P B (\hat{L} \bar{\mathbf{u}}_s + \bar{\epsilon}) + 2 \bar{\mathbf{x}} P B \tilde{L} \bar{\mathbf{u}} - 2 \text{tr}(\dot{L}^T \Sigma \tilde{L})] dt$$

再利用引理 1 和引理 2, 可得:

$$J_2(\bar{\mathbf{u}}_b) \leq \frac{1}{2} \bar{\mathbf{x}}^T(0) P \bar{\mathbf{x}}(0) + \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{W}^T(0) M \tilde{W}(0)] + \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{L}^T(0) \Sigma \tilde{L}(0)] + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \{ \bar{\mathbf{x}}^T (A_1^T P + P A_1 + Q - P B \hat{L} R^{-1} \hat{L}^T B^T P) \bar{\mathbf{x}} + (\bar{\mathbf{u}}_b + R^{-1} \hat{L} B^T P \bar{\mathbf{x}})^T R (\bar{\mathbf{u}}_b + R^{-1} \hat{L} B^T P \bar{\mathbf{x}}) + 2 \text{tr}[\tilde{S}(\bar{\mathbf{x}}) \bar{\mathbf{x}}^T P B \tilde{W}] - 2 \text{tr}(\dot{W}^T M \tilde{W}) \} dt =$$

$$\frac{1}{2} \bar{\mathbf{x}}^T(0) P \bar{\mathbf{x}}(0) + \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{W}^T(0) M \tilde{W}(0)] + \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{L}^T(0) \Sigma \tilde{L}(0)] + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \{ \bar{\mathbf{x}}^T (A_1^T P + P A_1 + Q - P B \hat{L} R^{-1} \hat{L}^T B^T P) \bar{\mathbf{x}} + (\bar{\mathbf{u}}_b + R^{-1} \hat{L} B^T P \bar{\mathbf{x}})^T R (\bar{\mathbf{u}}_b + R^{-1} \hat{L} B^T P \bar{\mathbf{x}}) + 2 \text{tr}[\tilde{S}(\bar{\mathbf{x}}) \bar{\mathbf{x}}^T P B - \dot{W}^T M] \tilde{W} \} dt$$

将 $\bar{\mathbf{u}}_b = -R^{-1} \hat{L} B^T P \bar{\mathbf{x}}$ 以及 $\dot{W} = M^{-1} B^T P \bar{\mathbf{x}} \tilde{S}^T$ 代入上式, 考虑到 $A_1^T P + P A_1 + Q - P B \hat{L} R^{-1} \hat{L} B^T P \leq 0$,

$$J_2(\bar{\mathbf{u}}_b^*) \leq \frac{1}{2} \bar{\mathbf{x}}^T(0) P \bar{\mathbf{x}}(0) + \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{W}^T(0) M \tilde{W}(0)] + \frac{1}{2} \text{tr}[\tilde{L}^T(0) \Sigma \tilde{L}(0)]$$

因此, 可得综合容错控制律为

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_a + \mathbf{u}_b + \mathbf{u}_s = -\hat{L}^{-1}[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \hat{W} S(\mathbf{x})] - R^{-1} \hat{L} B^T P \mathbf{x} - \hat{L}^{-1} \Omega \text{sgn}(B^T P \mathbf{x}) \quad \square$$

注 1. 定理 1 中关于 P 存在性条件只是充分条件, 而充要条件可参见文献 [21].

3 非线性矩阵不等式的求解

从式 (15) 可以看出, 由于估计参数矩阵 $\hat{L}$ 的存在, 需要在线求解不等式才能得到矩阵 P . 为了避免在线求解矩阵不等式, 简化求解过程, 需要研究新的求解算法.

引理 3. 如果 P 是以下 Riccati 方程的解:

$$A_1^T P + P A_1 + Q - P B R^{-1} B^T P = 0$$

则 $P_1 = \beta P$ 满足以下矩阵不等式:

$$A_1^T P_1 + P_1 A_1 + Q - l_0^2 P_1 B R^{-1} B^T P_1 \leq 0 \quad (16)$$

其中, $\beta \geq \frac{1}{l_0^2} \geq 1$, $l_0 = \min(l_i) \leq 1$.

证明. 略 $\square$

引理 4. 取 $R = \text{diag}\{r_1, \dots, r_m\}$, 若 P_1 满足矩阵不等式

$$A_1^T P_1 + P_1 A_1 + Q - l_0^2 P_1 B R^{-1} B^T P_1 \leq 0$$

则 P_1 也满足不等式

$$A_1^T P_1 + P_1 A_1 + Q - P_1 \hat{B} \hat{L} R^{-1} \hat{L}^T B^T P_1 \leq 0$$

证明. $\hat{L} = \text{diag}\{\hat{l}_1, \dots, \hat{l}_m\}$, $L_0 = \text{diag}\{l_0, \dots, l_0\}$, $R = \text{diag}\{r_1, \dots, r_m\}$.

由 $l_0^2 PBR^{-1}B^T P = PBL_0R^{-1}L_0B^T P$, $l_0 \leq l_i \leq 1$ 以及 $PBL_0R^{-1}L_0B^T P \leq P\hat{B}\hat{L}R^{-1}\hat{L}B^T P$, 可得 $A_1^T P_1 + P_1 A_1 + Q - P_1 \hat{B}\hat{L}R^{-1}\hat{L}B^T P_1 \leq 0$.

□

因此, 在设计控制律与参数调整律时, 可用 P_1 代替 P .

注 2. l_0 是设计的参数, l_0 选的太小意味着故障很严重, 尽管在理论上能够实现容错控制, 但可能会需要很强的控制作用.

定理 2. 考虑系统 (1), 假设 P 是以下 Riccati 方程的解:

$$A_1^T P + P A_1 + Q - PBR^{-1}B^T P \leq 0 \quad (17)$$

令 $P_1 = \beta P$, $\beta \geq \frac{1}{l_0^2} \geq 1$.

如果采用以下的控制律与参数调整律:

$$\mathbf{u} = -\hat{L}^{-1}[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \hat{W}S(\mathbf{x})] - R^{-1}\hat{L}B^T P_1 \mathbf{x} -$$

$$\hat{L}^{-1}\Omega \text{sgn}(B^T P_1 \mathbf{x})$$

$$\dot{\hat{W}} = e^{at} M^{-1} B^T P_1 \mathbf{x} S^T$$

$$\dot{\hat{l}}_i = \begin{cases} 0, & \text{如果 } \hat{l}_i = l_{i\max} \text{ 且 } \varphi_i \bar{u}_i > 0 \\ & \text{或 } \hat{l}_i = l_{i\min} \text{ 且 } \varphi_i \bar{u}_i < 0 \\ \sigma_i^{-1} \varphi_i \bar{u}_i, & \text{其他} \end{cases} \quad (18)$$

$\Phi = e^{at} \mathbf{x}^T P_1 B = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \cdots \ \varphi_1] \in \mathbf{R}^{l \times m}$, 则可以得到与定理 1 相同的最小性能指标.

4 空间飞行器的动特性以及仿真研究

空间飞行器的非线性状态方程为^[22]

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\theta}_1 + (1 + 3\cos^2 \theta_2) w_0^2 (I_2 - I_3) \theta_1 - \\ w_0 (I_1 - I_2 + I_3) \dot{\theta}_3 + 3(I_2 - I_3) \times \\ w_0^2 (\sin \theta_2 \cos \theta_2) \theta_3 = u_1 \\ I_2 \ddot{\theta}_2 + 3w_0^2 (I_1 - I_3) (\sin \theta_2 \cos \theta_2) = u_2 \\ I_3 \ddot{\theta}_3 + (1 + 3\sin^2 \theta_2) w_0^2 (I_2 - I_1) \theta_1 - \\ w_0 (I_1 - I_2 + I_3) \dot{\theta}_1 + 3(I_2 - I_3) \times \\ w_0^2 (\sin \theta_2 \cos \theta_2) \theta_1 = u_3 \end{aligned} \quad (19)$$

其中, $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 分别是滚转角、俯仰角与偏航角 (deg), $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$ 分别是对应的角速度 (deg/s), u_1, u_2, u_3 为控制力矩分量 (N·m), w_0 是轨道角速度, I_1, I_2, I_3 是惯性矩.

令 $\mathbf{x} = [\theta_1 \ \dot{\theta}_1 \ \theta_2 \ \dot{\theta}_2 \ \theta_3 \ \dot{\theta}_3]^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5$

$x_6]^T$, 则状态方程形式如下:

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})] + B\mathbf{u} \quad (20)$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix}$$

$$f_1(\mathbf{x}) = -[(1 + 3\cos^2 x_3) \times$$

$$w_0^2 (I_2 - I_3) x_1 - w_0 (I_1 - I_2 + I_3) x_6 +$$

$$3(I_2 - I_3) w_0^2 (\sin x_3 \cos x_3) x_5]$$

$$f_2(\mathbf{x}) = -[3w_0^2 (I_1 - I_3) \sin x_3 \cos x_3]$$

$$f_3(\mathbf{x}) = -[(1 + 3\sin^2 x_3) \times$$

$$w_0^2 (I_2 - I_1) x_1 - w_0 (I_1 - I_2 + I_3) x_2 +$$

$$3(I_2 - I_1) w_0^2 (\sin x_3 \cos x_3) x_1]$$

$$b_1 = \frac{1}{I_1}, \quad b_2 = \frac{1}{I_2}, \quad b_3 = \frac{1}{I_3}$$

$$\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0.3x_1 \sin x_3 \\ 0.5x_2 \cos x_4 \\ x_3 \cos x_6 \end{bmatrix}$$

由于 A 是稀疏矩阵, 为了用尽可能小的控制力矩实现尽可能好的动态性能, 且又容易选择参数, 所以引入新的状态方程形式:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 120 & -22 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 99 & -20 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 450 & -30 \end{bmatrix}$$

根据 $A\mathbf{x} + B\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \bar{A}\mathbf{x} + B\mathbf{F}(\mathbf{x})$, 可得到以下方程:

$$\dot{\mathbf{x}} = \bar{A}\mathbf{x} + B[\mathbf{F}(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})] + B\mathbf{u} \quad (21)$$

其中

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} F_1(\mathbf{x}) \\ F_2(\mathbf{x}) \\ F_3(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

$$F_1(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) - \frac{1}{b_1}(120x_1 - 22x_2)$$

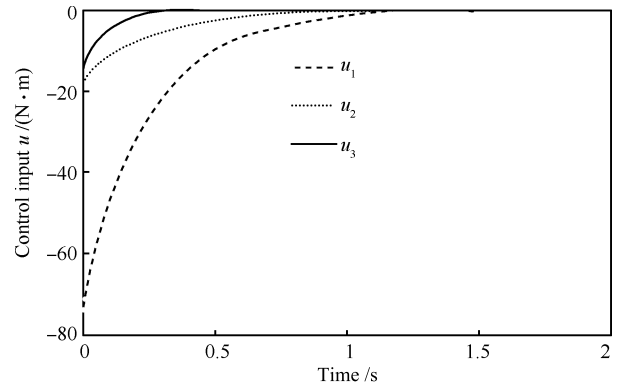
$$F_2(\mathbf{x}) = f_2(\mathbf{x}) - \frac{1}{b_2}(99x_3 - 20x_4)$$

$$F_3(\mathbf{x}) = f_3(\mathbf{x}) - \frac{1}{b_3}(450x_5 - 30x_6)$$

本文中, 控制力矩的上限为 $150 \text{ N}\cdot\text{m}$. 设计参数选为 $\alpha = 1$, $\mathbf{x}_0 = [4 \ 12 \ 1 \ 7 \ 2 \ 9]$, $R = \text{diag}\{0.4 \ 0.02 \ 0.5\}$, $Q = \text{diag}\{10 \ 20 \ 10 \ 20 \ 20 \ 20\}$. 高斯函数的中心与宽度为 $c_i \in [-7, 7]$, $d_i \in [0.1, 0.6]$, $i = 1, \dots, k$, $k = 9$. $l_{\min} = 0.1$, $M = 3I$, $\Sigma = \text{diag}\{2.1 \ 1.2 \ 3\}$, $\hat{L}(0) = \text{diag}\{0.95 \ 0.8 \ 0.9\}$.

根据定理 2 设计控制律, 仿真时滑模函数用一个 sigmoidal 函数来代替符号函数^[19].

正常飞行时的姿态角、姿态角速度以及控制力矩由图 1 给出, 各种故障情况下的系统响应也分别给出. 图 2 的故障矩阵为 $L = \text{diag}\{1 \ 0.6 \ 1\}$, 从图中看到, 尽管出现故障, 但由于采用了主动容错控制, 系统的响应曲线与图 1 比较相差不明显, 即系统性能几乎没有降低. 当故障为 $L = \text{diag}\{0.5 \ 0.4 \ 0.7\}$



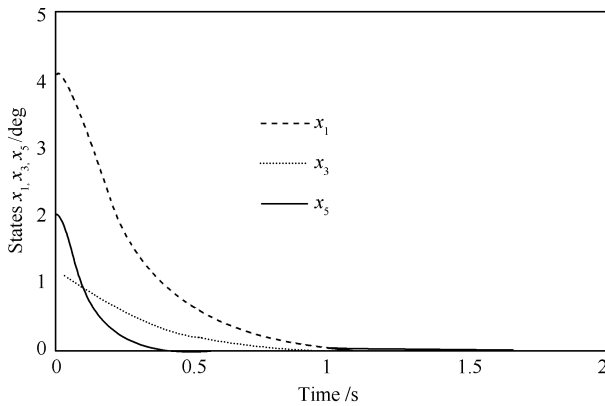
(c) 控制输入

(c) Control inputs

图 1 正常飞行时的动态响应

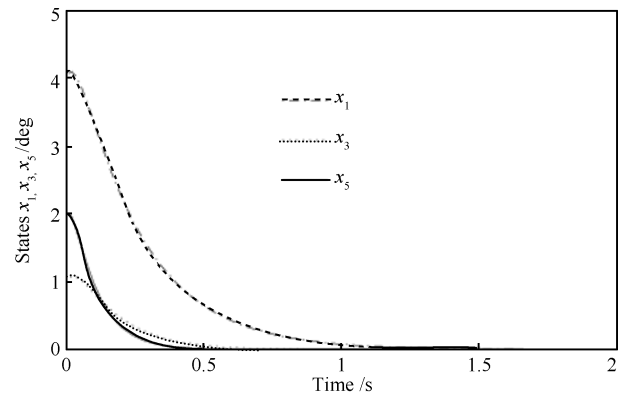
Fig. 1 Dynamic responses in normal flight

时的仿真结果如图 3, 系统仍能稳定并且具有较好的动特性, 但付出的代价是较大的控制力矩, 此时的故障 L 的估计值如图 3(d), 估计效果良好. 图 4 给出了故障为 $L = \text{diag}\{0.5 \ 0.4 \ 0.7\}$ 且噪声强度为 0.01 时的各种响应曲线, 噪声的存在使得参数估计结果稍有偏差. 仿真也验证了表征稳定裕度的参数 α 影



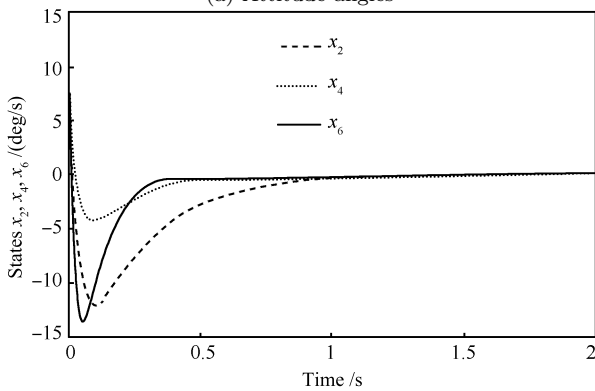
(a) 姿态角

(a) Attitude angles



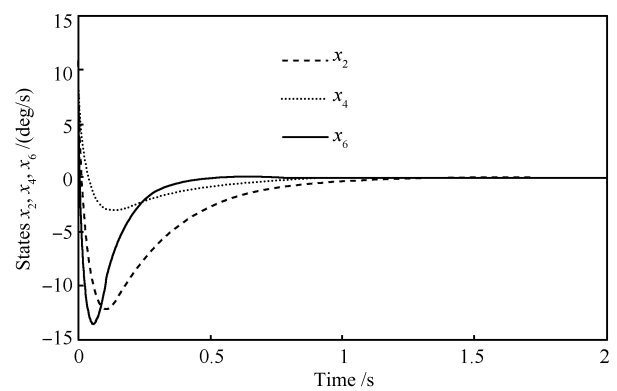
(a) 姿态角

(a) Attitude angles



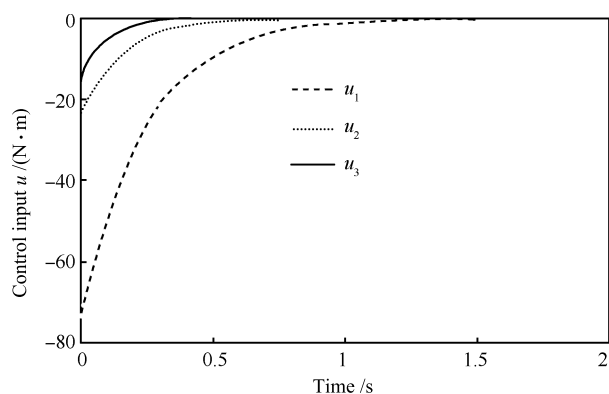
(b) 姿态角速度

(b) Attitude angle rates



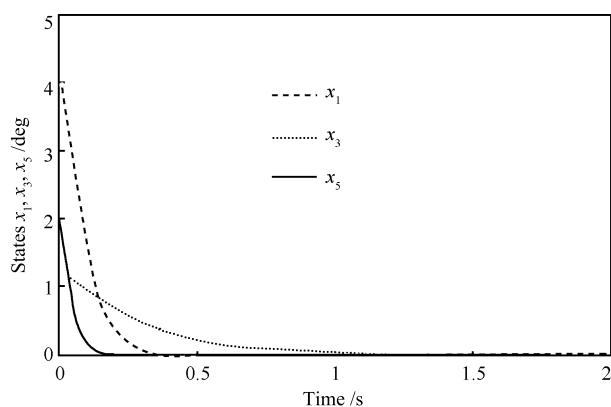
(b) 姿态角速度

(b) Attitude angle rates



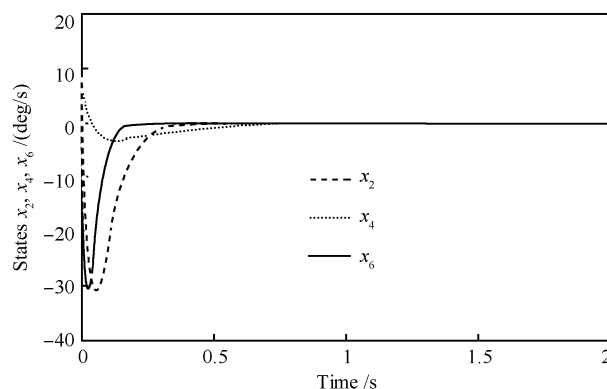
(c) 控制输入

(c) Control inputs

图 2 故障的动态响应: $L = \text{diag}\{1 \ 0.6 \ 1\}$ Fig. 2 Dynamic responses in the event of fault: $L = \text{diag}\{1 \ 0.6 \ 1\}$ $L = \text{diag}\{1 \ 0.6 \ 1\}$ 

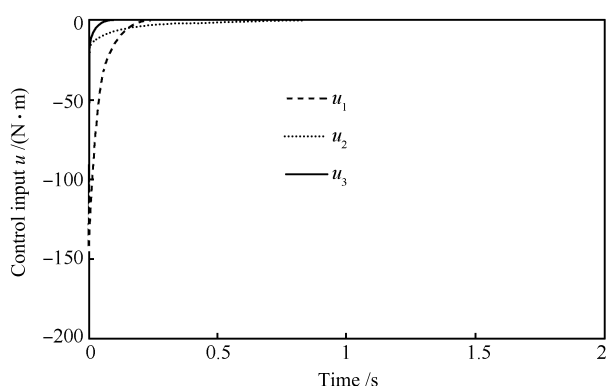
(a) 姿态角

(a) Attitude angles



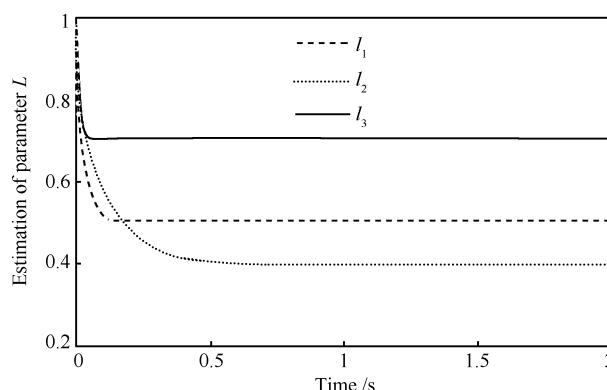
(b) 姿态角速度

(b) Attitude angle rates



(c) 控制输入

(c) Control inputs



(d) L 的估计

(d) Estimation of parameter L 图 3 故障时的动态响应 $L = \text{diag}\{0.5 \ 0.4 \ 0.7\}$ Fig. 3 Dynamic responses in the event of fault: $L = \text{diag}\{0.5 \ 0.4 \ 0.7\}$

响: 较大的 α 导致较快的响应速度, 但 α 太大也会导致控制力度的加大, 仿真结果略。

总之, 所有的仿真结果都表明了本文提出的控制算法适用于非线性空间飞行器的有效容错控制, 即使在发生故障或者含有模型不确定性的情况下, 系统仍有较好的性能。

5 结论

提出了一种 H_2 鲁棒的容错控制设计方法, 具有指定稳定裕度的控制器集成了神经网络的学习功能与滑模控制的优点。为了实现主动容错控制, 设计了用于估计执行器故障的调整算法, 并用于控制器的设计。论文的另一特点是提出了一个简化算法, 避免了在线求解非线性矩阵不等式。大量的仿真结果验证了本文算法的有效性, 对解决一类非线性系统的故障容错控制具有良好的参考价值。

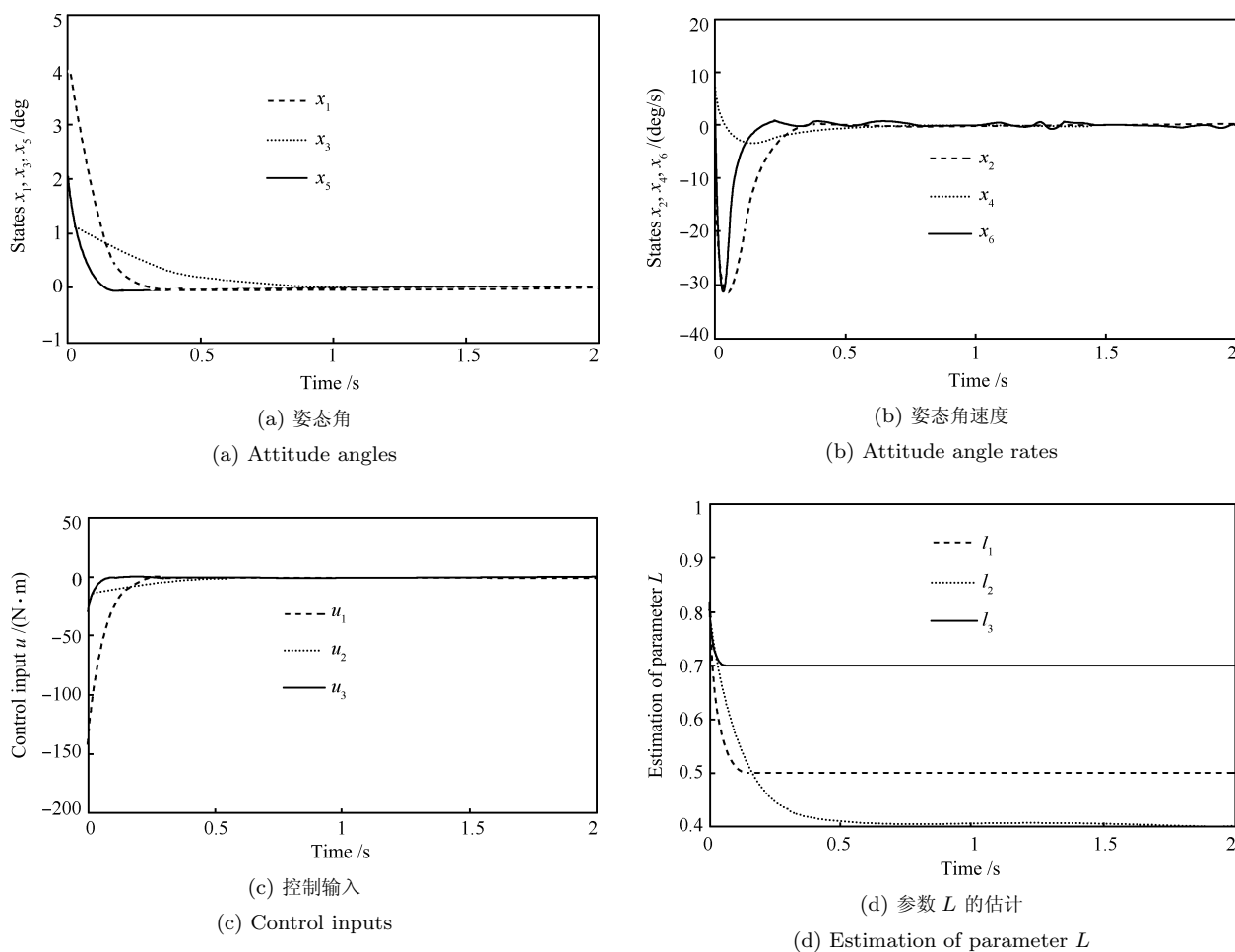


图 4 故障时的动态响应 $L = \text{diag}\{0.5 \ 0.4 \ 0.7\}$, 噪声方差 0.01

Fig. 4 Dynamic responses in the event of fault: $L = \text{diag}\{0.5 \ 0.4 \ 0.7\}$ with noise 0.01

References

- Jin Xiao-Zheng, Yang You-Hong. Robust adaptive fault-tolerant compensation control with actuator failures and bounded disturbances. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(3): 305–309
- Zhu Da-Qi, Kong Min. Fault-tolerant control of nonlinear system using credit assign fuzzy CMAC. *Acta Automatica Sinica*, 2006, **32**(3): 329–336
- Wang Z S, Zhang H G. Design of a bilinear fault detection observer for singular bilinear systems. *Journal of Control Theory and Applications*, 2007, **5**(1): 28–36
- He X, Wang Z D, Zhou D H. Robust fault detection for networked systems with communication delay and data missing. *Automatica*, 2009, **45**(11): 2634–2639
- Wang H, Chai T Y, Ding J L, Brown M. Data driven fault diagnosis and fault tolerant control: Some advances and possible new directions. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(6): 739–747
- Jiang B, Staroswiecki M, Cocquempot V. Fault accommodation for nonlinear dynamic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, **51**(9): 1578–1583
- Yang H, Jiang B, Staroswiecki M. Supervisory fault tolerant control for a class of uncertain nonlinear systems. *Automatica*, 2009, **45**(10): 2319–2324
- Meskin N, Khorasani K. Robust fault detection and isolation of time-delay systems using a geometric approach. *Automatica*, 2009, **45**(6): 1567–1573
- Fan Ling-Ling, Song Yong-Duan. On fault-tolerant control of dynamic systems with actuator failures and external disturbances. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(11): 1620–1625
- Zhang Y M, Jiang J. Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. *Annual Reviews in Control*, 2008, **32**(2): 229–252
- Ye S J, Zhang Y M, Wang X M, Rabbath C A. Robust fault-tolerant control using on-line control re-allocation with application to aircraft. In: Proceedings of the 2009 American Control Conference. St. Louis, MO, USA: IEEE, 2009. 5534–5539
- Chen W, Jiang J. Fault-tolerant control against stuck actuator faults. *IEEE Proceedings Control Theory & Applications*, 2005, **152**(2): 138–146
- Bošković, Prasanth R, Mehra R K. Retrofit fault-tolerant flight control design under control effector damage. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, **30**(3): 703–712

- 14 Cieslak J, Henry D, Zolghadri A, Goupil P. Development of an active fault-tolerant flight control strategy. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, **31**(1): 135–147
- 15 Wu C S, Chen B S. Adaptive attitude control of spacecraft: mixed approach. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2001, **24**(4): 755–766
- 16 Uang H J, Lien C C. Mixed H_2/H_∞ PID tracking control design for uncertain spacecraft systems using a cerebellar model articulation controller. *IEE Proceedings of Control Theory Application*, 2006, **153**(1): 1–13
- 17 Yan X G, Edwards C. Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding mode observer. *Automatica*, 2007, **43**(9): 1605–1614
- 18 Alwi H, Edwards C. Robust sensor fault estimation for tolerant control of a civil aircraft using sliding modes. In: *Proceedings of the 2006 American Control Conference*. Minneapolis, Minnesota, USA: IEEE, 2006. 5704–5709
- 19 Alwi H, Edwards C. Fault tolerant control using sliding modes with on-line control allocation. *Automatica*, 2008, **44**(7): 1859–1866
- 20 Liu C S, Zhang H J, Hu S S. Adaptive neural-networks-based fault detection and diagnosis using unmeasured states. *IET Control Theory & Applications*, 2008, **2**(12): 1066–1076
- 21 Ni M L. Existence condition on solutions to the algebraic Riccati equation. *Acta Automatica Sinica*, 2008, **34**(1): 85–87
- 22 Singh S N, Lyer A. Nonlinear regulation of space station: a geometric approach. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1994, **17**(2): 242–249



刘春生 南京航空航天大学教授. 分别于 1982 年、1990 年、2006 年在华中科技大学、西安交通大学和南京航空航天大学获得学士、硕士和博士学位. 主要研究方向为非线性系统的鲁棒控制, 故障诊断和容错控制. 本文通信作者.

E-mail: liuchsh@nuaa.edu.cn

(LIU Chun-Sheng Professor at Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. She received her B.Sc. degree, M.E. degree and Ph.D. degree in automation control from Huazhong University of Science and Technology, Xi'an Jiao Tong University, and Nanjing University of Aeronautics and Astronautics (NCAA), in 1982, 1990, and 2006, respectively. Her research interest covers robust control of nonlinear system, fault diagnosis and tolerant control. Corresponding author of this paper.)



姜 斌 南京航空航天大学教授. 1995 年于东北大学取得博士学位. 主要研究方向为复杂系统的故障诊断和故障容错控制, 以及飞行器健康管理.

E-mail: binjiang@nuaa.edu.cn

(JIANG Bin Professor at the College of Automation Engineering. Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. He received his Ph.D. degree from Northeastern University in 1995. His research interest covers fault diagnosis and fault-tolerant control for complex systems, vehicle health management.)