

一种优化的消失点估计方法及误差分析

李海丰¹ 刘景泰¹

摘要 空间一组平行直线在图像平面上所成的像的交点称为消失点. 消失点可以提供大量的场景三维结构信息. 本文提出一种新的优化的消失点估计方法. 该方法基于随机采样一致算法 (Random sample consensus, RANSAC) 对图像空间中的线段进行聚类, 通过最小化 Sampson 误差获得消失点的极大似然估计 (Maximum likelihood estimation, MLE). 该方法不需要预知摄像机参数及直线的三维位置信息. 为了对该算法进行定量评估, 构造了基于反向传播的消失点误差传递模型. 实验结果验证了本文提出算法的有效性.

关键词 消失点, 极大似然估计, 误差分析, Sampson 误差, 随机采样一致性

DOI 10.3724/SP.J.1004.2012.00213

An Optimal Vanishing Point Detection Method with Error Analysis

LI Hai-Feng¹ LIU Jing-Tai¹

Abstract An vanishing point is defined as the convergence point of lines in an image plane that is produced by the projection of parallel lines in real space. Vanishing points can provide strong cues for inferring information about the 3D structure of a real scene. In this paper, a novel optimal vanishing point estimation method is proposed. This method detects line segment clustering based on random sample consensus (RANSAC) framework, obtaining the maximum likelihood estimation (MLE) results by minimizing the derived Sampson error. This method is performed without any prior knowledge of the camera parameters or information of underlying 3D lines. The error analysis based on backward propagation method is proceeded to give quantitative evaluation of our estimation algorithm. The physical experiments are carried out to validate the proposed method.

Key words Vanishing point, maximum likelihood estimation (MLE), error analysis, Sampson error, random sample consensus (RANSAC)

三维空间中的一组平行线在二维图像空间中的成像为一组相交直线, 这组相交直线的交点称为消失点^[1]. 消失点蕴含了场景的三维结构信息. 估计场景中的消失点有助于场景理解, 特别是在有大量平行直线的人造环境中. 因此, 消失点估计在机器人导航、三维重建以及摄像机标定等方面都有广泛应用, 是计算机视觉领域非常重要的研究点.

消失点一般通过图像空间中提取的线段计算得到. 首先需要从大量的图像空间中的线段中找到哪些是同一组空间平行线的投影. 但由于镜头畸变以及线段检测误差等原因, 空间中一组平行线的二维投影并不能准确地交于一点. 因此, 聚类查找平行线段、降低误差的影响是消失点估计算法的研究重点.

现有的消失点估计算法可以归结为两类: 第一类是基于空间变换进行消失点检测, 如高斯映射. 高斯球首先由 Barnard 等提出^[2]. 该方法将图像平面

映射到以相机为原点的单位球上, 图像中的平行直线的交点在高斯球上映射为沿球面曲线的交点. 因此, 对于有限远和无穷远的消失点可以用同样的方法进行检测. 但该方法按照等方位角、等俯仰角的方式对高斯球面进行划分, 造成累积空间划分不均匀, 容易产生统计计算的偏差. 在此基础上, 一些学者发展并改进了高斯映射的方法^[3-5]. 第二类是直接图像空间中对消失点进行检测. 例如, Almansa 等^[6] 在 2003 年提出了一种新的不需要任何先验知识的消失点检测方法, 但该方法需要较复杂的概率模型; Kalantari 等^[7] 提出了在受较强噪声干扰的图像中进行消失点检测的方法; Schaffalitzky 等^[8] 提出了基于平面分组模型的消失点和消失线检测方法. 此外, 近年来很多成果专注于某些特殊情况下的消失点检测, 如考虑镜头的畸变^[9], 利用高效的聚类算法^[10-11], 以及在路面场景中的消失点检测^[12] 等.

本文将消失点估计转化为一个优化问题, 通过最小化 Sampson 误差获得消失点的极大似然估计. 该方法不需要预知摄像机的参数及平行直线的三维信息. 为了对该算法进行定量评估, 构造了基于反向传播的消失点误差传递模型. 最后, 通过对 100 幅图像进行实验, 验证了本文提出的算法的有效性. 本文的主要贡献包括:

收稿日期 2011-06-08 录用日期 2011-09-27
Manuscript received June 8, 2011; accepted September 27, 2011
国家自然科学基金 (60905061) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60905061)

本文责任编辑 刘成林
Recommended by Associate Editor LIU Cheng-Lin

1. 南开大学机器人与信息自动化研究所 天津 300071
1. Institute of Robotics and Automatic Information System,
Nankai University, Tianjin 300071

1) 提出了一种新的能够获得极大似然估计 (Maximum likelihood estimation, MLE) 结果的消失点估计方法;

2) 构造了基于反向传播的消失点误差传递模型, 实现了对检测误差的定量评估.

本文组织如下: 第 1 节给出本文研究问题的定义; 第 2 节和第 3 节分别为基于随机采样一致算法 (Random sample consensus, RANSAC) 的消失点估计以及误差传递分析; 第 4 节利用实验结果验证了本文提出的算法的性能; 第 5 节为结论.

1 问题定义

1.1 输入和输出

本文所研究问题的输入为一幅图像; 输出为图像平面中消失点的极大似然估计.

1.2 假设

本文假设图像中的所有线段已经通过 LSD (Line segment detector) 算法^[13] 获得, 并假设所有线段的端点的横纵坐标均受到已知方差为 σ_x^2 的零均值的高斯随机噪声的干扰.

1.3 符号定义

定义 L 为图像中的线段集合. 向量 $\mathbf{l}_i = [u_{i,0}, v_{i,0}, u_{i,1}, v_{i,1}]^T$ 为第 i 条线段, 其中 $\mathbf{E}_{i,0} = [u_{i,0}, v_{i,0}, 1]^T$ 和 $\mathbf{E}_{i,1} = [u_{i,1}, v_{i,1}, 1]^T$ 分别为线段 $\mathbf{l}_i$ 的起点和终点的齐次坐标. $\mathbf{P}^v = [\mathbf{p}_1^v, \mathbf{p}_2^v, \dots, \mathbf{p}_m^v]^T$ 表示消失点集合, 其中, $\mathbf{p}_i^v = [u_i, v_i, 1]^T$ 为第 i 个消失点.

1.4 问题表述

给定一幅图像, 利用图像中的线段集 L 优化地估计出图像空间中的所有消失点 $\mathbf{P}^v$.

$$\mathbf{P}^v = \mathbf{F}(L) \quad (1)$$

其中, 函数 $\mathbf{F}$ 输出为消失点的极大似然估计结果.

显然, 消失点估计过程将不可避免地引入误差, 因为我们并不知道每个线段的真实值 $\mathbf{l}_i = [u_{i,0}, v_{i,0}, u_{i,1}, v_{i,1}]^T$. 而仅知线段位置的测量值 $\hat{\mathbf{l}}_i = [u_{i,0} + e_{i,0}^u, v_{i,0} + e_{i,0}^v, u_{i,1} + e_{i,1}^u, v_{i,1} + e_{i,1}^v]^T$, 其中, $e_{m,n}^a = \hat{a}_{m,n} - a_{m,n}$ 表示变量 $a_{m,n}$ 的误差值. 因此, 式 (1) 变为

$$\mathbf{P}^v + \mathbf{e}^v = \mathbf{F}(L + \mathbf{e}^L) \quad (2)$$

其中, $\mathbf{e}^L = [\mathbf{e}^{l_1}, \mathbf{e}^{l_2}, \dots, \mathbf{e}^{l_n}]^T$ 为线段的测量误差, n 为线段的总数.

为了分析在消失点估计过程中误差的传递, 需要从式 (2) 推导出以下关系:

$$\mathbf{e}^v = \mathbf{G}(\mathbf{e}^L) \quad (3)$$

因此, 本文所研究的问题可以定义如下:

定义 1. 给定单幅图像和其中的线段集 L , 优化地估计出其中存在的所有消失点 $\mathbf{P}^v$, 并且通过分析式 (3) 表示的误差传递模型给出消失点估计结果的定量评估.

2 优化估计方法

在 RANSAC^[14] 框架下, 通过最小化相应的代价函数, 获得图像中所有消失点的极大似然估计.

2.1 代价函数

给定一组平行线段在图像中的投影, 目标是利用这些线段估计出消失点, 记为 $\mathbf{p}_k^v$. 然而, 图像中的线段位置却被噪声干扰. 为了获得消失点的优化估计结果, 下面讨论一些能够获得极大似然估计结果的代价函数.

方便起见, 本文中 $\mathbf{a}$ 表示变量 $\mathbf{a}$ 的测量值, $\hat{\mathbf{a}}$ 为其估计值.

2.1.1 重投影误差

基于一组线段的消失点估计可以视为用 4D 空间 $\mathbf{R}^4$ 中的“曲面”来拟合点. 每条线段定义测量空间 $\mathbf{R}^4$ 的一个点, 记作 $\mathbf{X}_i = [u_{i,0}, v_{i,0}, u_{i,1}, v_{i,1}]^T$. 给定 $\mathbf{R}^4$ 中的点 $\mathbf{X}_i$, 消失点估计的任务变成寻找一个通过点 $\mathbf{X}_i$ 的簇 ν_v . 由于测量噪声的存在, 一般不可能精确地与一个簇拟合. 因此, 令 ν_v 为对应于消失点 $\mathbf{p}_k^v$ 的某个簇, 而对于每个点 $\mathbf{X}_i$, 令 $\hat{\mathbf{X}}_i$ 为簇 ν_v 上最靠近 $\mathbf{X}_i$ 的点. 至此, 问题转化为寻找消失点 $\hat{\mathbf{p}}_k^v$ 和测量点 $\hat{\mathbf{X}}_i$, 以最小化以下重投影误差:

$$\sum_i \|\mathbf{X}_i - \hat{\mathbf{X}}_i\|_{\sum_i}^2 \quad (4)$$

s.t.

$$(\hat{\mathbf{E}}_{i,0} \times \hat{\mathbf{E}}_{i,1})^T \hat{\mathbf{p}}_k^v = 0, \forall i$$

其中, $\sum_i$ 为 $\mathbf{X}_i$ 的协方差矩阵, $\|\mathbf{X}_i - \hat{\mathbf{X}}_i\|_{\sum_i}^2 = (\mathbf{X}_i - \hat{\mathbf{X}}_i)^T \sum_i^{-1} (\mathbf{X}_i - \hat{\mathbf{X}}_i)$ 表示 Mahalanobis 距离.

尽管当测量点 $\mathbf{X}_i$ 满足高斯分布时, 最小化重投影误差能够得到极大似然估计结果, 但整个优化过程需要同时估计消失点 $\hat{\mathbf{p}}_k^v$ 和测量空间中的点 $\hat{\mathbf{X}}_i$, 导致运算非常复杂和耗时.

2.1.2 Sampson 误差

与重投影误差试图在簇 ν_v 上寻找距离测量点 $\mathbf{X}_i$ 最近的点不同, Sampson 误差是估计点 $\hat{\mathbf{X}}_i$ 的一阶近似并假设代价函数在被估计点附近有很好的线性近似.

对给定的消失点 $\mathbf{p}_k^v$ 和任意的测量点 $\mathbf{X}_i$, 定义

$$C_\nu(\mathbf{X}_i) = (\mathbf{E}_{i,0} \times \mathbf{E}_{i,1})^T \mathbf{p}_k^v \quad (5)$$

因此, 在簇 ν_v 上的任何点 $\mathbf{X}_i$ 都满足 $C_\nu(\mathbf{X}_i) = 0$. 该代价函数可以用下列 Taylor 展开式来一阶逼近:

$$C_\nu(\mathbf{X}_i + \delta_{X_i}) = C_\nu(\mathbf{X}_i) + \frac{\partial C_\nu}{\partial \mathbf{X}_i} \delta_{X_i}$$

其中, $\delta_{X_i} = \hat{\mathbf{X}}_i - \mathbf{X}_i$.

如果我们希望 $\hat{\mathbf{X}}_i$ 在 ν_v 上, 即 $C_\nu(\hat{\mathbf{X}}_i) = 0$, 便得到 $C_\nu(\mathbf{X}_i) + \frac{\partial C_\nu}{\partial \mathbf{X}_i} \delta_{X_i} = 0$, 将其记为 $\mathbf{J}_i \delta_{X_i} = -\epsilon$, 其中 $\epsilon = C_\nu(\mathbf{X}_i)$, $\mathbf{J}_i = \frac{\partial C_\nu}{\partial \mathbf{X}_i}$. 现在面临的问题是在满足 $\mathbf{J}_i \delta_{X_i} = -\epsilon$ 的条件下, 使 $\|\delta_{X_i}\|$ 取最小值的矢量 δ_{X_i} .

求解此类问题的标准方法是使用 Lagrange 因子^[1]. 引入 Lagrange 矢量因子 λ 后, 问题就转化为最小化 $\delta_{X_i}^T \delta_{X_i} - 2\lambda^T (\mathbf{J}_i \delta_{X_i} + \epsilon)$, 其中添加因子 2 仅仅是为了方便. 此式先对 δ_{X_i} 求导并使它等于零, 得

$$\delta_{X_i} = \mathbf{J}_i \lambda$$

将上式代入 $\mathbf{J}_i \delta_{X_i} = -\epsilon$, 可以计算出 λ , $\lambda = -(\mathbf{J}_i \mathbf{J}_i^T)^{-1} \epsilon$. 因此,

$$\delta_{X_i} = -\mathbf{J}_i^T (\mathbf{J}_i \mathbf{J}_i^T)^{-1} \epsilon$$

式 (4) 的 Sampson 近似为

$$\sum_i \|\delta_{X_i}\|_{\sum_i}^2 = \sum_i \delta_{X_i}^T \sum_i \delta_{X_i} = \sum_i \epsilon^T (\mathbf{J}_i \sum_i \mathbf{J}_i^T)^{-1} \epsilon \quad (6)$$

$\mathbf{J}_i$ 是 1×4 维矩阵:

$$\mathbf{J}_i = \left[\frac{\partial C_\nu}{\partial u_{i,0}}, \frac{\partial C_\nu}{\partial v_{i,0}}, \frac{\partial C_\nu}{\partial u_{i,1}}, \frac{\partial C_\nu}{\partial v_{i,1}} \right] \quad (7)$$

这意味着 $\mathbf{J}_i \sum_i \mathbf{J}_i^T$ 是标量. $\mathbf{J}_i$ 的元素用复合函数求导规则计算, 即

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_\nu}{\partial u_{i,0}} &= [0, -1, v_{i,1}] \mathbf{p}_k^v, & \frac{\partial C_\nu}{\partial v_{i,0}} &= [1, 0, -u_{i,1}] \mathbf{p}_k^v \\ \frac{\partial C_\nu}{\partial u_{i,1}} &= [0, 1, -v_{i,0}] \mathbf{p}_k^v, & \frac{\partial C_\nu}{\partial v_{i,1}} &= [-1, 0, u_{i,0}] \mathbf{p}_k^v \end{aligned} \quad (8)$$

与最小化重投影误差相比, 最小化 Sampson 误差复杂度更低, 更省时. 上述优化问题可以利用 Levenberg-Marquardt (LM) 算法^[15] 求解.

2.2 基于 RANSAC 的消失点鲁棒估计

本文基于 RANSAC 算法进行消失点的估计. 首先, 检测对应线段最多的主消失点. 然后, 删除主消失点对应的线段, 利用剩下的线段检测次主消失点. 重复此过程直到找出图像中的所有消失点. 算法 1 给出了整个检测过程, 下面对其中的一些细节进行说明.

RANSAC 算法把数据划分为内点 (最大一致性集) 和外点 (数据集的余下部分) 两个不相交子集. 本文算法选择主要交于同一点的线段作为内点. 估计模型为两条直线的交点 $\mathbf{p}_k^v = \mathbf{l}_i \times \mathbf{l}_j$, 其中 $\mathbf{l}_i$ 和 $\mathbf{l}_j$ 分别为两条直线的齐次坐标. 在算法迭代过程中, 选择 Sampson 误差作为距离测量模型. RANSAC 算法的最后一步为利用所有的内点重新估计模型, 即消失点. 本文采用 Sampson 误差作为重新估计中的代价函数来获得消失点的极大似然估计.

在实际中, 距离阈值 t 通常靠经验选取. 采样次数 N 选择足够大, 以保证 s 个点组成的随机样本中至少有一次没有外点的概率为 p . 本算法中, $s = 2$, p 取为 0.99. 假设 w 是任意选择的数据点为内点的概率, 则 $\epsilon = 1 - w$ 是其为外点的概率. 那么至少需要 N 次选择 (每次 s 个点), 其中 $(1 - w^s)^N = 1 - p$, 从而 $N = \frac{\log(1-p)}{\log(1-(1-\epsilon)^s)}$. 然而数据中外点所占的比例 ϵ 是未知的. 本文算法从 ϵ 的最差估计开始, 当发现更大的一致集时就把原估计更新. 更新时, 令 $\epsilon = 1 - \frac{\text{内点数}}{\text{样本总数}}$. 对于每个样本, 一旦发现其一致性集的 ϵ 低于当前的估计就重复更新过程, N 就再一次减少. 一旦完成 N 次, 算法就终止.

算法 1. 基于 RANSAC 的消失点估计

- 1) 输入: 一幅图像.
- 2) 输出: $\mathbf{P}^v$.
- 3) begin
- 4) a) 线段检测: 利用 LSD 算法检测 $\mathbf{L}$.
- b) 基于 RANSAC 的鲁棒估计: 重复进行 N 次采样:
 - i) 从 $\mathbf{L}$ 中随机选择两条线段计算消失点;
 - ii) 对于每条线段, 计算 Sampson 误差 $d_\perp$;
 - iii) 根据 $d_\perp < t$ 确定与当前消失点一致的内点数.
- 选择具有最大内点数的消失点.
- c) 极大似然估计: 由划定为内点的所有线段重新估计消失点, 其中利用 LM 算法来最小化 Sampson 误差.
- d) 迭代: 从 $\mathbf{L}$ 中移除所有内点, 重复 b) 和 c), 直到所选的一致集的大小小于阈值 N_t .
- 5) end.

3 误差传递分析

在上节中, 我们实现了消失点的极大似然估计, 该估计结果为在没有任何先验信息的情况下能取得的最优估计. 在本节中, 将定量地评估消失点的极大似然估计的准确性. 求得的消失点的准确性依赖于用于计算的具体的线段. 消失点的估计误差通常由估计值的协方差矩阵来表征. 由于消失点是包含 2 个元素的向量, 它的协方差矩阵是一个 2×2 矩阵, 定义为 $\sum_p$. 下面将通过反向传播方法来计算消失点的协方差矩阵 $\sum_p$.

3.1 协方差的反向传播

定义 $\mathbf{U}_0 = [u_{1,0}, u_{2,0}, \dots, u_{n,0}]^T$, $\mathbf{V}_0 = [v_{1,0}, v_{2,0}, \dots, v_{n,0}]^T$, $\mathbf{U}_1 = [u_{1,1}, u_{2,1}, \dots, u_{n,1}]^T$, $\mathbf{V}_1 = [v_{1,1}, v_{2,1}, \dots, v_{n,1}]^T$, 其中 n 为线段的总数, $\mathbf{l}_i = [u_{i,0}, v_{i,0}, u_{i,1}, v_{i,1}]^T$ 为第 i 条线段向量的测量值. 如前面定义, $\hat{\mathbf{p}}_k^v = [\hat{u}_k, \hat{v}_k, 1]^T$ 为消失点的估计值.

定义 f 为一个由参数空间 $\mathbf{R}^{3n+2}$ 到测量空间 $\mathbf{R}^{4n}$ 的可微映射, 而 J 是它的雅可比矩阵. 令 $\mathbf{X}$ 是 $\mathbf{R}^{4n}$ 中的一个协方差矩阵为 $\sum_X$ 的随机变量, 且 $\mathbf{X} = [\mathbf{U}_0, \mathbf{V}_0, \mathbf{U}_1, \mathbf{V}_1]^T$. $\mathbf{Q}$ 为参数空间 $\mathbf{R}^{3n+2}$ 中的一个随机变量, 且 $\mathbf{Q} = [\hat{\mathbf{U}}_0, \hat{\mathbf{V}}_0, \hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{p}}_k^v]^T$, 其中 $\hat{\mathbf{S}} = [\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_n]^T$ 代表图像中线段的长度估计值的集合, $\hat{s}_i = \sqrt{(\hat{u}_{i,1} - \hat{u}_{i,0})^2 + (\hat{v}_{i,1} - \hat{v}_{i,0})^2}$ 为第 i 条线段的估计长度. 此时, f 为一个从对应于消失点极大似然估计的参数 $\mathbf{Q}$ 到测量集的映射. $f: \mathbf{R}^{3n+2} \rightarrow \mathbf{R}^{4n}$ 的定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_0 &= \hat{\mathbf{U}}_0 \\ \mathbf{V}_0 &= \hat{\mathbf{V}}_0 \\ u_{i,1} &= \hat{u}_{i,0} + \hat{s}_i \cos \hat{\theta}_i \\ v_{i,1} &= \hat{v}_{i,0} + \hat{s}_i \sin \hat{\theta}_i, \quad \forall i \in [1, n] \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $\hat{\theta}_i = \arctan \frac{\hat{v}_k - \hat{v}_{i,0}}{\hat{u}_k - \hat{u}_{i,0}}$.

根据式 (9), 可以计算出 f 的雅可比矩阵为

$$J = \begin{bmatrix} 1_{n \times n} & 0_{n \times n} & 0_{n \times n} & 0_{n \times 1} & 0_{n \times 1} \\ 0_{n \times n} & 1_{n \times n} & 0_{n \times n} & 0_{n \times 1} & 0_{n \times 1} \\ & & A_{n \times (3n+2)} & & \\ & & B_{n \times (3n+2)} & & \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中, $1_{n \times n}$ 为单位矩阵, $0_{n \times n}$ 和 $0_{n \times 1}$ 均为零矩阵, 矩阵 A 和矩阵 B 分别为

$$a_{i,j} = \begin{cases} \frac{\partial u_{i,1}}{\partial \hat{u}_{i,0}} = 1 - \frac{\hat{s}_i \sin \hat{\theta}_i (\hat{v}_k - \hat{v}_{i,0})}{(\hat{u}_k - \hat{u}_{i,0})^2 + (\hat{v}_k - \hat{v}_{i,0})^2}, & j = i \\ \frac{\partial u_{i,1}}{\partial \hat{v}_{i,0}} = \frac{\hat{s}_i \sin \hat{\theta}_i (\hat{u}_k - \hat{u}_{i,0})}{(\hat{u}_k - \hat{u}_{i,0})^2 + (\hat{v}_k - \hat{v}_{i,0})^2}, & j = n + i \\ \frac{\partial u_{i,1}}{\partial \hat{s}_i} = \cos \hat{\theta}_i, & j = 2n + i \\ \frac{\partial u_{i,1}}{\partial \hat{u}_k} = \frac{\hat{s}_i \sin \hat{\theta}_i (\hat{v}_k - \hat{v}_{i,0})}{(\hat{u}_k - \hat{u}_{i,0})^2 + (\hat{v}_k - \hat{v}_{i,0})^2}, & j = 3n + 1 \\ \frac{\partial u_{i,1}}{\partial \hat{v}_k} = \frac{-\hat{s}_i \sin \hat{\theta}_i (\hat{u}_k - \hat{u}_{i,0})}{(\hat{u}_k - \hat{u}_{i,0})^2 + (\hat{v}_k - \hat{v}_{i,0})^2}, & j = 3n + 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

$$b_{i,j} = \begin{cases} \frac{\partial v_{i,1}}{\partial \hat{u}_{i,0}} = \frac{\hat{s}_i \cos \hat{\theta}_i (\hat{v}_k - \hat{v}_{i,0})}{(\hat{u}_k - \hat{u}_{i,0})^2 + (\hat{v}_k - \hat{v}_{i,0})^2}, & j = i \\ \frac{\partial v_{i,1}}{\partial \hat{v}_{i,0}} = 1 - \frac{\hat{s}_i \cos \hat{\theta}_i (\hat{u}_k - \hat{u}_{i,0})}{(\hat{u}_k - \hat{u}_{i,0})^2 + (\hat{v}_k - \hat{v}_{i,0})^2}, & j = n + i \\ \frac{\partial v_{i,1}}{\partial \hat{s}_i} = \sin \hat{\theta}_i, & j = 2n + i \\ \frac{\partial v_{i,1}}{\partial \hat{u}_k} = \frac{-\hat{s}_i \cos \hat{\theta}_i (\hat{v}_k - \hat{v}_{i,0})}{(\hat{u}_k - \hat{u}_{i,0})^2 + (\hat{v}_k - \hat{v}_{i,0})^2}, & j = 3n + 1 \\ \frac{\partial v_{i,1}}{\partial \hat{v}_k} = \frac{\hat{s}_i \cos \hat{\theta}_i (\hat{u}_k - \hat{u}_{i,0})}{(\hat{u}_k - \hat{u}_{i,0})^2 + (\hat{v}_k - \hat{v}_{i,0})^2}, & j = 3n + 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (12)$$

其中, $a_{i,j}$ 和 $b_{i,j}$ 分别为 $A_{n \times (3n+2)}$ 和 $B_{n \times (3n+2)}$ 的第 (i, j) 个元素, $i \in [1, n]$, $j \in [1, 3n+2]$.

在一阶精度下, 参数空间中变量 $\mathbf{Q}$ 的协方差矩阵为

$$\sum_q = (J^T \sum_X^{-1} J)^{-1} \quad (13)$$

由于 $\mathbf{X}$ 中的每一项都是均值为零方差为 σ_x^2 的随机变量, 那么 $\sum_X$ 为一个对角线上元素都等于 σ_x^2 的对角阵.

雅可比矩阵 J 可以被分为形如 $J = [C_{4n \times 3n} | D_{4n \times 2}]$ 的两部分, 其中 C 和 D 分别是对线段端点和消失点的导数. 应用式 (13) 算得

$$J^T \sum_X^{-1} J = \begin{bmatrix} C^T \sum_X^{-1} C & C^T \sum_X^{-1} D \\ D^T \sum_X^{-1} C & D^T \sum_X^{-1} D \end{bmatrix} \quad (14)$$

该矩阵的逆矩阵即是式 (13) 中所示的参数集的协方差, 而该逆的右下角方块是消失点元素的协方差.

3.2 协方差椭圆

根据消失点的协方差矩阵可以确定误差界. 消失点的置信度椭圆定义为

$$(\mathbf{p}_k^v - \bar{\mathbf{p}}_k^v)^T \sum_p (\mathbf{p}_k^v - \bar{\mathbf{p}}_k^v) = t^2 \quad (15)$$

其中, $\bar{p}_k^v$ 为 p_k^v 的均值, t^2 是置信度期望为 α 时累计分布 χ_2^2 的逆^[1]: $t^2 = F_2^{-1}(\alpha)$. 消失点位于椭圆中的置信度期望为 α . 在本文的实验中, 选取 $\alpha = 0.99$.

4 仿真及实验结果与分析

本节将分别给出仿真及实验结果. 仿真结果用来讨论影响消失点估计误差的因素. 物理实验由三部分组成: 1) 通过检查图像中的所有消失点是否都被检测出来, 验证本文消失点估计算法的可靠性; 2) 展示基于消失点的线段聚类结果以及所估计的消失点的误差; 3) 对本文算法与基于高斯球的消失点估计方法进行对比.

4.1 仿真结果与分析

为了讨论影响消失点估计误差的因素, 我们对交于同一消失点的已知线段组进行消失点估计. 对线段的端点施加零均值已知标准差的高斯噪声进行干扰. 本文共设计了两组仿真实验. 第 1 组实验对象为两组理论上通过相同消失点但长度不等的线段, 如图 1 所示. 利用本文算法分别利用两组线段估计消失点, 根据所得到的消失点的估计结果分析相同噪声条件下线段长度对消失点估计精度的影响, 估计结果如图 2 所示. 第 2 组实验对象为两组长度相等角度不同 (通过的消失点位置不同) 的线段, 如图 3 所示. 利用本文算法分别利用两组线段估计消失点, 根据所得到的消失点的估计结果分析相同噪声条件下消失点的位置对估计精度的影响, 结果如图 4 所示.

仿真结果表明, 除受噪声影响外, 消失点的估计误差与对应线段的长度以及消失点的真实位置有关. 较长的线段组能够获得的消失点精度更高. 对于线段长度相同的情况, 位置较近的消失点比距离远的情况估计的误差更小.

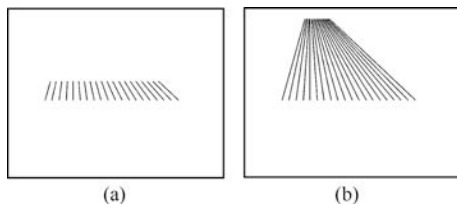


图 1 用于对消失点估计误差来源进行分析的已知线段组 (两幅图像中消失点的位置相同, (a) 线段的长度介于 50 到 70 像素; (b) 线段的长度介于 200 至 240 像素)

Fig. 1 Theoretical line segments used for validating the error analysis of our method (The locations of the vanishing points in the two images are the same. (a) The length of line segments ranges from 50 to 70 units; (b) The length of line segments ranges from 200 to 240 units.)

4.2 检测到的消失点数目验证

本文实验共有 100 个实验样本. 其中 50 幅图像由我们利用 Canon 相机采集, 图像分辨率为 730 像素 $\times$ 548 像素. 另外 50 幅图像通过在 Google 图片库中搜索 “building” 关键词获得, 所下载的图片的最小边长为 320 个像素. 图 5 给出了其中的 10 幅图像.

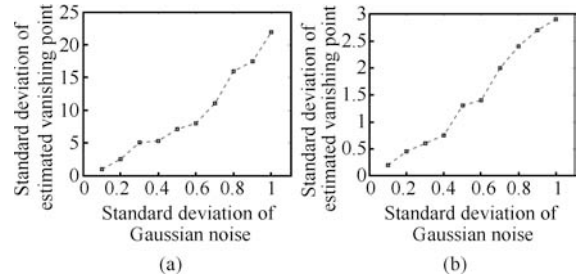


图 2 对图 1 中消失点进行估计的标准差

Fig. 2 Computed standard deviations on the vanishing point for some simulations on the images in Fig. 1

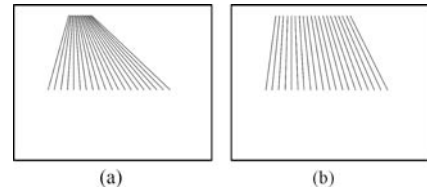


图 3 两幅图像中线段的长度相等 ((a) 中消失点的位置比 (b) 中远)

Fig. 3 The lengths of the line segments in two images are the same. (The location of vanishing point in the second image is more distant than that in the first image.)

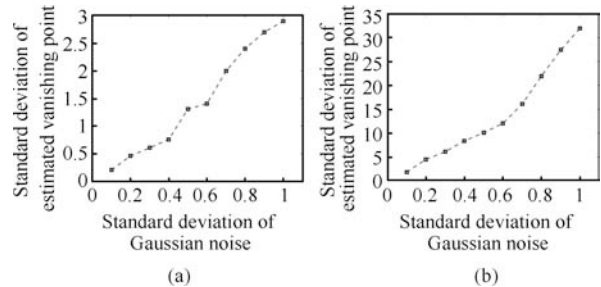


图 4 对图 3 中消失点进行估计的标准差

Fig. 4 Computed standard deviation on the vanishing point for some simulations on the images in Fig. 3



图 5 所有实验样本中的 10 个样本

Fig. 5 10 of the 100 images used in the experiments

每幅图像中消失点数目的真实值通过人来检测. 实验结果如表 1 所示. 在 100 幅图像中, 有 27 幅图

像包含 2 个消失点, 本文方法检测结果中只有 1 幅图像漏掉了 1 个消失点. 有 69 幅图像中包含 3 个消失点, 其中有 4 幅图像利用本文方法只检测出其中的 2 个消失点. 有 4 幅图像包含 4 个消失点, 其中有 3 幅图像利用本文方法成功检测出了所有消失点.

表 1 通过人检测到的消失点数目 (列) 和利用本文提出方法正确检测到的消失点数目 (行)

Table 1 The number of vanishing points a human could detect (column) and the number of vanishing points correctly detected by the proposed method (line)

	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
2	0	1	26	0	0
3	0	0	4	65	0
4	0	0	0	1	3

4.3 实验结果分析

本节将展示所有实验样本中的 4 组消失点估计结果. 所选图像的分辨率均为 730 像素 × 548 像素. 本文算法在这 4 组样本中均检测出了 3 个消失点. 此外, 实验结果中还包含了每幅图像的竖直消失点的置信度椭圆, 该椭圆用来表明估计结果的误差. 对于其他消失点, 由于其情况与竖直消失点类似, 此处不再给出.

此处, 假设线段的端点受到相互独立的均值为零标准差 $\sigma_x = 0.1$ 的高斯噪声的干扰. 下面所有的置信度椭圆的置信度为 99 %.

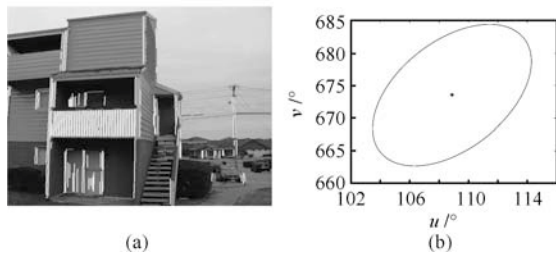


图 6 消失点检测结果 ((a)) 和竖直消失点的置信度椭圆 ((b))

Fig.6 Vanishing point detection result ((a)) and the computed covariance ellipse of the vertical vanishing point ((b))

4.4 对比基于高斯球的消失点估计算法

对本文算法与经典的基于高斯球的消失点估计方法^[4]进行对比. 由于利用图像中 3 个正交的消失点可以计算出针孔摄像机的内参数^[1], 所以我们将对比利用不同的方法估计的消失点进行摄像机标定所得到的摄像机焦距的准确性. 摄像机焦距的真实值通过 Matlab 的工具箱利用 Zhang 的摄像机标定

方法^[16]获得.

图 10 给出了分别利用本文方法和基于高斯球方法的累积焦距误差直方图. 从图中可以看出, 本文提出方法优于基于高斯球的估计方法.

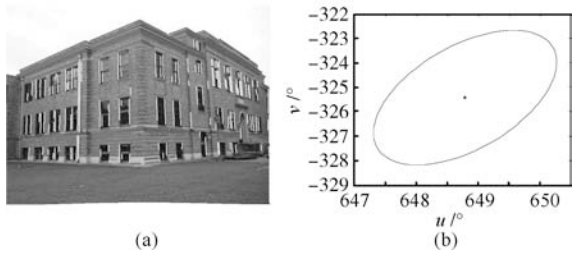


图 7 消失点检测结果 ((a)) 和竖直消失点的置信度椭圆 ((b))

Fig.7 Vanishing point detection result ((a)) and the computed covariance ellipse of the vertical vanishing point ((b))

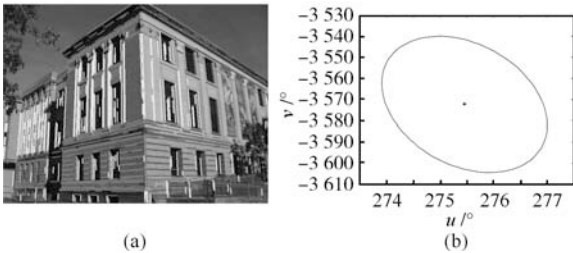


图 8 消失点检测结果 ((a)) 和竖直消失点的置信度椭圆 ((b))

Fig.8 Vanishing point detection result ((a)) and the computed covariance ellipse of the vertical vanishing point ((b))

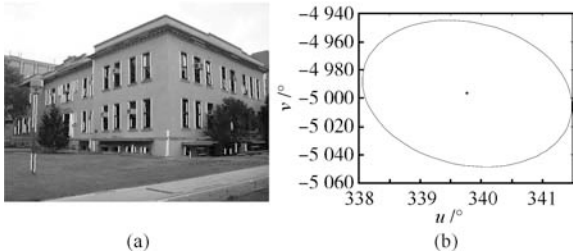


图 9 消失点检测结果 ((a)) 和竖直消失点的置信度椭圆 ((b))

Fig.9 Vanishing point detection result ((a)) and the computed covariance ellipse of the vertical vanishing point ((b))

5 结论

本文提出一种优化的基于 RANSAC 的消失点估计方法, 可以获得消失点的极大似然估计. 给定一

幅图像, 本文提出的方法能够自动检测出其中的消失点, 不需要摄像机参数以及直线的三维位置等先验知识. 同时, 本文对消失点估计的误差传递进行分析, 进而对估计结果进行定量评估. 仿真和实验结果表明, 利用本文提出的方法能够自动地检测出图像中的所有消失点, 并且获得较高的估计精度.

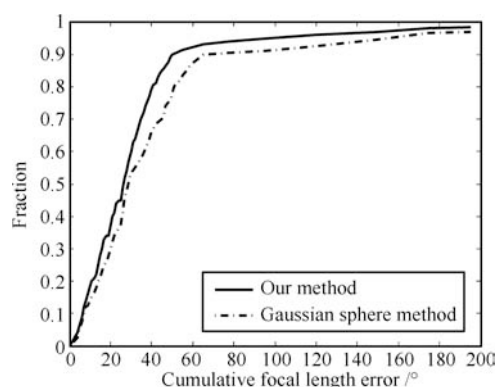


图 10 焦距误差的累积直方图 (水平轴为 x 轴, 垂直轴为 y 轴; 点 (x, y) 表示所有实验样本中有比例为 y 的样本计算得到的焦距误差小于 x)

Fig. 10 Cumulative histograms for the focal length errors (Define the horizontal axis as x axis and vertical axis as y axis; point (x, y) represents the fraction y of images in the experimental samples that have less focal length error than x .)

致谢

感谢 Dez 教授和美国德州 A&M 大学 Netbot 实验室的全部成员, 感谢他们在本文第一作者作为访问学生访问该实验室期间给予的帮助.

References

- Hartley R, Zisserman A. *Multiple View Geometry in Computer Vision (Second Edition)*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 151–233
- Barnard S T. Interpreting perspective images. *Artificial Intelligence*, 1983, **21**(4): 435–462
- Shufelt J A. Performance evaluation and analysis of vanishing point detection techniques. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, **21**(3): 282–288
- Seo K S, Lee J H, Choi H M. An efficient detection of vanishing points using inverted coordinates image space. *Pattern Recognition Letters*, 2006, **27**(2): 102–108
- Chen X, Jia R, Ren H, Zhang Y. A new vanishing point detection algorithm based on Hough transform. In: Proceedings of the 3rd International Joint Conference on Computational Science and Optimization. Huangshan, China: IEEE, 2010. 440–443
- Almansa A, Desolneux A, Vamech S. Vanishing point detection without any a priori information. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2003, **25**(4): 502–507
- Kalantari M, Jung F, Guedon J. Precise, automatic and fast method for vanishing point detection. *The Photogrammetric Record*, 2009, **24**(127): 246–263
- Schaffalitzky F, Zisserman A. Planar grouping for automatic detection of vanishing lines and points. *Image and Vision Computing*, 2000, **18**(9): 647–658
- Hughes C, Denny P, Glavin M, Jones E. Equidistant fish-eye calibration and rectification by vanishing point extraction. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2010, **32**(12): 2289–2296
- Schmitt F, Priebe L. Vanishing point detection with an intersection point neighborhood. In: Proceedings of the 15th IAPR International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery. Montreal, Canada: Springer, 2009. 132–143
- Tardif J P. Non-iterative approach for fast and accurate vanishing point detection. In: Proceedings of the 12th IEEE International Conference on Computer Vision. Kyoto, Japan: IEEE, 2009. 1250–1257
- Kong H, Audibert J, Ponce J. Vanishing point detection for road detection. In: Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Miami, USA: IEEE, 2009. 96–103
- Gioi R, Jakubowicz J, Morel J, Randall G. LSD: a fast line segment detector with a false detection control. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2010, **32**(4): 722–732
- Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*, 1981, **24**(6): 381–395
- More J. The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory. *Lecture Notes in Mathematics*. New York: Springer, 1978. 105–116
- Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, **22**(11): 1330–1334



李海丰 南开大学机器人与信息自动化研究所博士研究生. 2007 年获南开大学计算机科学与技术系学士学位. 主要研究方向为计算机视觉, 机器人控制.
E-mail: lihf@robot.nankai.edu.cn

(**LI Hai-Feng** Ph.D. candidate at the Institute of Robotics and Automatic Information System, Nankai University. He received his bachelor degree from Nankai University in 2007. His research interest covers computer vision and robot control.)



刘景泰 南开大学机器人与信息自动化研究所教授. 主要研究方向为机器人技术, 计算机应用, 智能科学与技术. 本文通信作者.
E-mail: liujt@robot.nankai.edu.cn

(**LIU Jing-Tai** Professor at the Institute of Robotics and Automatic Information System, Nankai University.

His research interest covers robotics, computer applications, intelligence science and technology. Corresponding author of this paper.)