

一类 MIMO 状态可测的非线性连续系统的激励辨识方法

孙希平¹ 王永骥² 钱新恩¹

摘要 研究一类 MIMO 状态可测的非线性连续系统的激励辨识问题. 输入激励信号采用高斯白噪声, 均匀采样获得输出状态数据. 根据 Girsanov 定理获得系统参数的渐近无偏估计. 数值仿真试验说明了该方法的有效性并发现耦合多变量系统辨识中的 NNR 现象. 最后给出该系统的分步激励辨识算法.

关键词 非线性连续系统, 激励辨识, NNR 现象
中图分类号 120.3020

Identification of a Class of MIMO Nonlinear Continuous-time Systems with Observable States Using Driving Signal

SUN Xi-Ping¹ WANG Yong-Ji² QIAN Xin-En¹

Abstract We propose an identification approach for a type of MIMO nonlinear continuous-time systems with observable states using driving signals. The driving signal is Gaussian white noise, the state outputs are sampled evenly. The maximum likelihood estimates of the model parameters are derived by using the Girsanov theorem. The numerical simulations illustrate the efficiency of the estimates and the NNR phenomenon of coupling multi-variable appears in the numerical simulations. A step-type identification algorithm is suggested at the end.

Key words Nonlinear continuous-time systems, system identification using driving signals, NNR phenomenon

1 引言

过去的数十年, 针对离散非线性系统的辨识算法不断出现^[1], 采取的方法不外乎最小二乘法, 极大似然法, 扩展卡尔曼滤波法, 伏特拉级数法, 正交基函数法, 支持向量机法, 正交小波网法, NARMAX 模型法, 神经网络法以及模糊辨识算法^[2]等, 其中最小二乘法较成熟, 应用广泛, 但其状态空间模型大多是线性的. 虽然它们对某些非线性离散模型也是有效的, 但都不是针对非线性连续系统设计的算法. 事实上, 离散系统辨识在理论和应用上都取得了丰硕成果, 而连续系统辨识就逊色得多, 由于连续系统辨识是利用离散采样数据进行的, 由离散采样导致连续系统信息损失在系统与控制入门中都有讨论, 目前应用上一般将连续系统视为离散系统, 采用离散系统辨识方法, 这种处理方法可能增加不稳定零点, 辨识效果差, 甚至不收敛.

现实系统中的绝大部分物理量都是连续量, 如电路系统中的电流, 电压等都是用连续量描述的, 工程系统也多为连续的且有不可测扰动和测量误差. 在宏观社会经济等应用领域, 都存在大量可用连续系统建模描述的对象. 在上述系统中非线性普遍存在, 研究非线性连续系统的建模与辨识具有重要意义.

近些年来, 连续系统辨识研究取得一些有意义的进展, 例如陈翰馥等^[3]讨论由随机微分方程描述的相关扰动下 SISO 随机连续线性系统的辨识, Sagara 等^[4]基于数值积分将连续系统化为离散模型, 用离散系统辨识法来辨识连续系统, Voros^[5]辨识逐段线性的非线性连续系统, 丁锋^[6]基于正交序列逼近, 利用最小二乘法辨识随机连续系统, 文献 [7,8] 分别用神经网络法以及模糊算法辨识非线性系统, 文献 [9] 估计 ARMA 模型参数, 文献 [10] 介绍一种逐步辨识方法. 但对随机非线性连续系统辨识, 从目前国际国内文献看还是一个空白.

在非线性控制领域出现了基于混沌同步原理的系统辨识算法^[11], 例如基于标量驱动的主从系统的参数辨识^[12~14], 但这类连续非线性系统的辨识在推导辨识算法时没有引入标准噪声模型及其与确定性模型的交互作用形成的合成模型, 无法对辨识算法作理论分析和证明, 只能用被噪声污染的采样数据对具体算例作辨识效果的对比试验^[15], 以仿真效果说明辨识算法的有效性和鲁棒性. 实际上基于同步原理的非线性系统的辨识算法本质上应归属为微分方程的反问题解法^[16]. 那么连续非线性系统与离散非线性系统或连续线性系统有什么本质上的不同? 考察一个简单的非线性连续系统模型

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x^{1+\alpha} \\ \alpha > 0, x(0) &= 1 \end{aligned} \quad (1)$$

模型 (1) 解为 $x(t) = 1/(1 - \alpha t)^{\frac{1}{\alpha}}$, $0 < t < \alpha$, 显然有 $t \rightarrow \alpha$, $x(t) \rightarrow \infty$, 即模型解在有限时间内爆炸, 因此从连续模型 (1) 获取的采样数据除了离散化导致的采样损失外, 还可能存在一个初值丢失的问题, 即经过至少一次爆炸后的采样数据不能确定它的 (局部) 初值究竟来自哪里. 对差分方程描述的离散非线性系统, 其模型解不存在有限时间内爆炸的现象, 在数值模拟时即便是超出计算机的数值表示范围, 但在理论上仍然可以递归下去, 因此可根据系统轨迹观测到系统初值. 对连续线性系统也是如此. 由于上述原因, 除去可归属为微分方程的反问题解法的辨识算法外, 针对非线性连续系统的辨识工作不多, 远不如离散非线性系统和线性连续系统的辨识算法丰富多彩.

非线性连续系统出现上述与离散系统不同的现象本质上是因为系统中存在的无限和有限的矛盾以及无限内部的各种差别, 这也是非线性连续系统辨识文献不多的一个重要原因. 要解决这一问题, 考察下面的非线性连续系统模型

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax + bx^3 \\ a = 2, b = -1, x(0) &= 1 \end{aligned} \quad (2)$$

由李雅普诺夫理论知, 模型 (2) 全局解存在, 可见非线性连续系统模型解除了对初值的敏感依赖性外, 还与模型参数有关, 尤其是模型解在有限时间内爆炸依赖于模型参数, 因此这是可以有所作为的, 幸运的是概率论和随机 (无限维) 分析适合作为模型描述和问题求解的分析工具.

针对连续非线性系统的辨识问题, 我们的解决方案是引

收稿日期 2006-3-3 收修改稿日期 2007-2-6
Received March 3, 2006; in revised form February 6, 2007
国家自然科学基金 (60674105), 湖北省教育厅科学技术研究项目 (D200723001) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60674105), Science and Technology Research Project of Education Department of Hubei Province (D200723001)
1. 湖北汽车工业学院电气工程系 十堰 442002 2. 华中科技大学控制科学与工程系 武汉 430074
1. Department of Electricity Engineering, Hubei Automobile Industries Institute, Shiyuan 442002 2. Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074
DOI: 10.1360/aas-007-1105

入标准噪声模型(如用维纳过程, 普阿松过程作为噪声模型), 将噪声模型与确定性非线性模型以某种交互作用(如加性或乘性等方式)构成合成模型, 称为随机非线性系统, 在一定条件下可保证模型(非爆炸)解的存在性, 例如在随机微分方程理论中就是通过线性增长条件来保证(非爆炸)解的存在性. 线性增长条件下的非线性连续系统表现为一种慢变非线性现象, 在非线性系统控制理论中, 这种慢变非线性现象实际上可由(局部)等效线性化模型描述, 若无线性增长条件的限制, 非线性连续系统如模型(1)可产生快变非线性现象, 但若存在某些特殊情形使模型(非爆炸)解存在, 这时就可利用概率论和随机(无限维)分析作为理论分析工具, 推导辨识算法, 对辨识算法作优良性评估以其数值模拟仿真. 对于随机非线性连续系统, 即便系数没有线性增长条件的限制, 由于标准噪声模型的引入, 模型(非爆炸)解的存在性在特定条件下能得到保证, 这时可以根据离散采样数据估计模型参数和对辨识算法作优良性评价. 例如对下文中由维纳过程驱动的随机微分方程(6), 就没有线性增长条件的限制, 但模型(非爆炸)解是存在的^[17], 因此可对其设计辨识算法. 这种做法的另一个好处是当去掉噪声模型(如使噪声强度为零)时, 原辨识算法仍然正确, 成为模型参数的计算公式.

系统的激励辨识问题就是选择输入激励信号, 通过测量输出信号估计系统的结构参数, 如离散线性系统就是输入脉冲激励信号得到脉冲响应函数, 对连续系统, 输入激励信号通常选用白噪声.

本文尝试对状态空间描述的非线性连续系统研究其激励辨识问题, 针对一类二输入二输出状态可测的非线性系统, 在激励信号为高斯白噪声的情形下获得状态参数的渐近无偏估计; 通过仿真数值试验发现提高辨识分辨率的规律; 最后设计了有效的分步激励辨识算法.

2 激励辨识问题

为说明问题简便起见, 本文讨论以下二输入二输出状态可测的非线性系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= a_{11} + a_{12}x_1(t) + a_{13}x_2(t) + \\ & a_{14}x_1(t)x_2(t) + e_1(t) + u_1 \\ \dot{x}_2(t) &= a_{21} + a_{22}x_1(t) + a_{23}x_2(t) + \\ & a_{24}x_2^3(t) + e_2(t) + u_2 \end{aligned} \quad (3)$$

输出为二维状态 $\mathbf{x} = (x_1(t), x_2(t))^T$, $0 \leq t \leq T$, 输入为二维激励信号 $\mathbf{u} = (u_1(t), u_2(t))^T$, $0 \leq t \leq T$, $\mathbf{e} = (e_1(t), e_2(t))^T$, $0 \leq t \leq T$ 为系统的干扰噪声, 设为高斯白噪声. 非线性系统(3)的激励辨识问题就是通过选择输入激励信号, 采样获得输出状态数据, 根据输出数据估计系统的参数矩阵

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{pmatrix} \quad (4)$$

这里为简化模型, 在输入激励信号采用白噪声的情况下, 由于干扰通常也为白噪声, 可将不可控的干扰噪声与输入激励信号归并为一项输入高斯白噪声

$$e_i(t) + u_i(t) = b_i dw_i(t), \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

数值模拟时由伪随机数发生, 为此将(3)改写为如下的二维

非线性随机微分方程

$$\begin{aligned} dx_1(t) &= (a_{11} + a_{12}x_1(t) + a_{13}x_2(t) + \\ & a_{14}x_1(t)x_2(t))dt + b_1 dw_1(t) \\ dx_2(t) &= (a_{21} + a_{22}x_1(t) + a_{23}x_2(t) + \\ & a_{24}x_1(t)x_2(t))dt + b_2 dw_2(t) \end{aligned} \quad (6)$$

对系统(6), 设存在一个概率空间 $\{\Omega, \mathfrak{S}, \{\mathfrak{S}_t\}, P\}$ 满足通常条件, $\mathbf{W} = (w_1(t), w_2(t))^T$, $0 \leq t \leq T$ 表示 P 上的二维布朗运动, $\mathbf{B} = (b_1, b_2)^T$ 为输入二维高斯白噪声强度, 可在一定范围内调节, 如作为物理系统, $b_i (i = 1, 2)$ 有上界, 又若存在系统的扰动噪声, 则 $b_i (i = 1, 2)$ 有正下界. 若 $b_i = 0 (i = 1, 2)$, 则(6)成为确定性状态可测的非线性系统, 虽然下面的算法推导并不是针对它的, 但其获得的估计对确定性情形同样有效(见第5节).

3 极大似然辨识算法

记 P_Y 为过程 $Y = \{(x_1(t)/b_1, x_2(t)/b_2), 0 \leq t \leq T\}$ 导入的概率测度, 由 Girsanov 定理^[18], 似然比为

$$\begin{aligned} dP_Y/dP &= H(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \\ & \exp\left\{-\int_0^T \left[\frac{a_{11} + a_{12}x_1(t) + a_{13}x_2(t) + a_{14}x_1(t)x_2(t)}{b_1^2} dx_1(t) + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{a_{21} + a_{22}x_1(t) + a_{23}x_2(t) + a_{24}x_1(t)x_2(t)}{b_2^2} dx_2(t) \right] + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \int_0^T \left[\left(\frac{a_{11} + a_{12}x_1(t) + a_{13}x_2(t) + a_{14}x_1(t)x_2(t)}{b_1} \right)^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{a_{21} + a_{22}x_1(t) + a_{23}x_2(t) + a_{24}x_1(t)x_2(t)}{b_2} \right)^2 \right] dt \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

极大似然比得到矩阵 A 的第一行参数的极大似然估计 $\hat{a}_{11}, \hat{a}_{12}, \hat{a}_{13}, \hat{a}_{14}$ 满足下列方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial a_{11}} &= \exp(\lambda) \cdot \left\{ -\int_0^T dx_1(t) + \int_0^T (\hat{a}_{11} + \dots + \hat{a}_{14}x_1(t)x_2(t))dt \right\} / b_1^2 = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial a_{12}} &= \exp(\lambda) \cdot \left\{ -\int_0^T x_1(t)dx_1(t) + \int_0^T (\hat{a}_{11} + \dots + \hat{a}_{14}x_1(t)x_2(t))x_1(t)dt \right\} / b_1^2 = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial a_{13}} &= \exp(\lambda) \cdot \left\{ -\int_0^T x_2(t)dx_1(t) + \int_0^T (\hat{a}_{11} + \dots + \hat{a}_{14}x_1(t)x_2(t))x_2(t)dt \right\} / b_1^2 = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial a_{14}} &= \exp(\lambda) \cdot \left\{ -\int_0^T x_1(t)x_2(t)dx_1(t) + \int_0^T (\hat{a}_{11} + \dots + \hat{a}_{14}x_1(t)x_2(t))x_1(t)x_2(t)dt \right\} / b_1^2 = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

这里

$$\begin{aligned} \lambda &= \\ & -\int_0^T \left[\frac{a_{11} + a_{12}x_1(t) + a_{13}x_2(t) + a_{14}x_1(t)x_2(t)}{b_1^2} dx_1(t) + \right. \\ & \left. \frac{a_{21} + a_{22}x_1(t) + a_{23}x_2(t) + a_{24}x_2^3(t)}{b_2^2} dx_2(t) \right] + \\ & \frac{1}{2} \int_0^T \left[\left(\frac{a_{11} + a_{12}x_1(t) + a_{13}x_2(t) + a_{14}x_1(t)x_2(t)}{b_1} \right)^2 + \right. \\ & \left. \left(\frac{a_{21} + a_{22}x_1(t) + a_{23}x_2(t) + a_{24}x_2^3(t)}{b_2} \right)^2 \right] dt \end{aligned} \quad (9)$$

重写 (8) 为

$$\begin{pmatrix} \int_0^T dt & \int_0^T x_1 dt & \int_0^T x_2 dt & \int_0^T x_1 x_2 dt \\ \int_0^T x_1 dt & \int_0^T x_1^2 dt & \int_0^T x_1 x_2 dt & \int_0^T x_1^2 x_2 dt \\ \int_0^T x_2 dt & \int_0^T x_1 x_2 dt & \int_0^T x_2^2 dt & \int_0^T x_1 x_2^2 dt \\ \int_0^T x_1 x_2 dt & \int_0^T x_1^2 x_2 dt & \int_0^T x_1 x_2^2 dt & \int_0^T x_1^2 x_2^2 dt \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_{11} \\ \hat{a}_{12} \\ \hat{a}_{13} \\ \hat{a}_{14} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \int_0^T dx_1(t) \\ \int_0^T x_1(t) dx_1(t) \\ \int_0^T x_2(t) dx_1(t) \\ \int_0^T x_1(t)x_2(t) dx_1(t) \end{pmatrix} \quad (10)$$

考察离散采样数据 $\{x_{ik}; i = 1, 2; k = 0, 1, 2, \dots, m\}$, $(x_1(0), x_2(0)) = (x_{10}, x_{20})$ 为初值, 采样间隔 $\Delta t = \Delta t_k := t_{k+1} - t_k$, 令 $\Delta x_{ik} := x_{i,k+1} - x_{ik}$, 离散化方程 (10) 获得下面的实际计算方程:

$$\begin{pmatrix} m & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k} & \sum_{k=0}^{m-1} x_{2k} & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}x_{2k} \\ \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k} & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}^2 & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}x_{2k} & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}^2x_{2k} \\ \sum_{k=0}^{m-1} x_{2k} & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}x_{2k} & \sum_{k=0}^{m-1} x_{2k}^2 & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}x_{2k}^2 \\ \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}x_{2k} & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}^2x_{2k} & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}x_{2k}^2 & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}^2x_{2k}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_{11} \\ \hat{a}_{12} \\ \hat{a}_{13} \\ \hat{a}_{14} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x_{1m} - x_{10})/\Delta t \\ \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}\Delta x_{1k}/\Delta t \\ \sum_{k=0}^{m-1} x_{2k}\Delta x_{1k}/\Delta t \\ \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}x_{2k}\Delta x_{1k}/\Delta t \end{pmatrix} \quad (11)$$

同理有

$$\begin{pmatrix} m & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k} & \sum_{k=0}^{m-1} x_{2k} & \sum_{k=0}^{m-1} x_{2k}^3 \\ \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k} & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}^2 & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}x_{2k} & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}x_{2k}^3 \\ \sum_{k=0}^{m-1} x_{2k} & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}x_{2k} & \sum_{k=0}^{m-1} x_{2k}^2 & \sum_{k=0}^{m-1} x_{2k}^4 \\ \sum_{k=0}^{m-1} x_{2k}^3 & \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}x_{2k}^3 & \sum_{k=0}^{m-1} x_{2k}^4 & \sum_{k=0}^{m-1} x_{2k}^6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_{21} \\ \hat{a}_{22} \\ \hat{a}_{23} \\ \hat{a}_{24} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x_{2m} - x_{20})/\Delta t \\ \sum_{k=0}^{m-1} x_{1k}\Delta x_{2k}/\Delta t \\ \sum_{k=0}^{m-1} x_{2k}\Delta x_{2k}/\Delta t \\ \sum_{k=0}^{m-1} x_{2k}^3\Delta x_{2k}/\Delta t \end{pmatrix} \quad (12)$$

解方程 (11) 和 (12) 即得参数矩阵 A 的极大似然估计, 这种极大似然估计一般有两个优点: 1) 计算复杂性好, 易于编程实现; 2) 根据推导原理, 它至少是渐近无偏估计.

4 数值模拟

数值模拟采取随机 Runge-Kutta 格式^[19] 产生采样数据:

$$\begin{aligned} dx_1(t) &= a_1(x_1(t), x_2(t))dt + \sigma_1(x_1(t), x_2(t))dw_1(t) \\ dx_2(t) &= a_2(x_1(t), x_2(t))dt + \sigma_2(x_1(t), x_2(t))dw_2(t) \\ (x_1(t), x_2(t)) &= (x_{10}, x_{20}) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} x_{ik+1} &= x_{ik} + a_i(x_{1k}, x_{2k})\Delta t_k + \sigma_i(x_{1k}, x_{2k})\xi_{ik} + \\ &\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\Delta t}} [\sigma_i(x_{1k} + \sigma_1(x_{1k}, x_{2k})\sqrt{\Delta t}) - \sigma_i(x_{1k}, x_{2k})] \right\} \cdot \\ &(\xi_{ik}^2 - \Delta t) \\ \xi_{ik} &\sim N(0, \Delta t), \text{ i.i.d.}, k = 0, 1, \dots, m-1; i = 1, 2 \\ (x_1(0), x_2(0)) &= (x_{10}, x_{20}) \end{aligned} \quad (14)$$

考察模型 (6), 参数矩阵为

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad (15)$$

输入噪声强度为 $B = (b_1, b_2)^T$, 称 $r := b_1/b_2$ 为噪声比 NNR (Noise intensity ratio of one state to another), 即污染各个状态的噪声强度之比. 采样区间为 $[0, 100]$, 区间长度 $T = 100$ 秒, 采样数 $n = 5000$, 采样间隔 $dt = T/n = 0.02$ 秒, 输出状态初值设为 $(x_1(0), x_2(0)) = (1, -1)$.

1) 真实模型为

$$A = \begin{pmatrix} -0.2 & 0 & 0.1 & -0.1 \\ 0 & -0.1 & -0.2 & -0.3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0.001 \\ 0.001 \end{pmatrix}, \quad r = 1 \quad (16)$$

图 1 和图 2 分别为对 A 的第一行、第二行参数辨识的结果.

2) 真实模型为

$$A = \begin{pmatrix} -0.2 & 0 & 0.1 & -0.1 \\ 0 & -0.1 & -0.2 & -0.3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0.001 \\ 0.1 \end{pmatrix}, \quad r = 0.01 \quad (17)$$

图 3 和图 4 分别为对 A 的第一行、第二行参数辨识的结果.

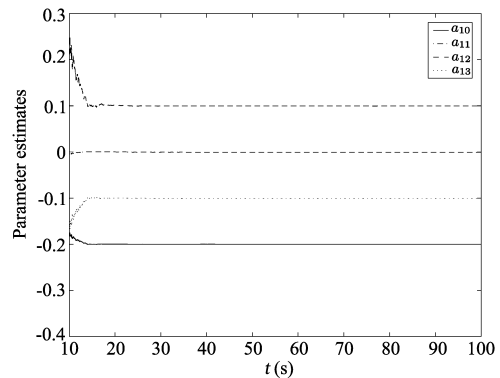


图 1 噪声比 $r = 1$ 时 A 的第一行参数辨识效果
Fig. 1 Identification of the first row of A with $r = 1$

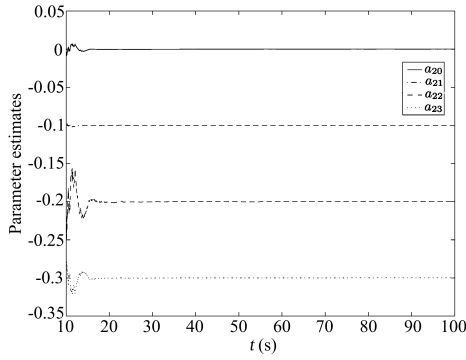


图 2 噪声比 $r = 1$ 时 A 的第二行参数辨识效果

Fig. 2 Identification of the second row of A with $r = 1$

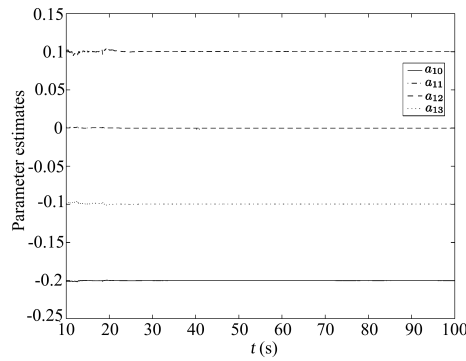


图 3 噪声比 $r = 0.01$ 时 A 的第一行参数辨识效果

Fig. 3 Identification of the first row of A with $r = 0.01$

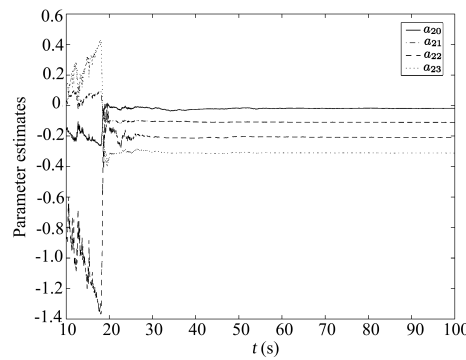


图 4 噪声比 $r = 0.01$ 时 A 的第二行参数辨识效果

Fig. 4 Identification of the second row of A with $r = 0.01$

3) 真实模型为:

$$A = \begin{pmatrix} -0.2 & 0 & 0.1 & -0.1 \\ 0 & -0.1 & -0.2 & -0.3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0.01 \\ 0.001 \end{pmatrix}, r = 10 \quad (18)$$

图 5 和图 6 分别为对 A 的第一行、第二行参数辨识的结果。

数值模拟发现极大似然比估计的分辨率与噪声比 NNR 的关系较信噪比 SNR(状态与噪声强度之比)更密切,虽然参数辨识的分辨率由信噪比确定,但此时若增大一个状态的噪声强度(不是减少),则与噪声强度增大前的分辨率相比,另一个状态参数辨识的分辨率反而得到提高,这种现象我们称为 NNR 现象,它对在多变量耦合情况下提高参数辨识的精度具有一定意义。极限情况是单输入二输出状态可测的非线性系统,其不被噪声污染的状态参数能准确辨识。数值模拟

还发现混沌对提高辨识参数的分辨率有良好的作用。

需要说明的是 NNR 现象所表达的系统辨识仿真规律在文献 [15] 就已出现,那里系统参数由观测器给出,当对其中一个状态施加随机扰动时,该状态的参数观测器在真值附近波动而其它状态的参数观测器则更快地收敛到真值,本文首次提出这一概念并给予初步研究,更深入的结果还有待探讨。

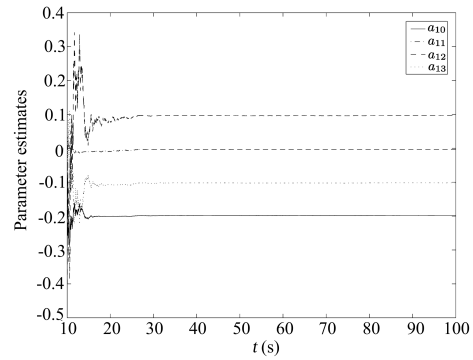


图 5 噪声比 $r = 10$ 时 A 的第一行参数辨识效果

Fig. 5 Identification of the first row of A with $r = 10$

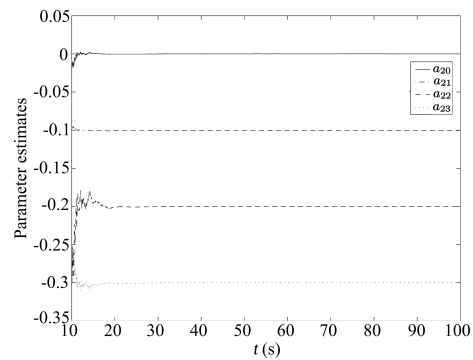


图 6 噪声比 $r = 10$ 时 A 的第二行参数辨识效果

Fig. 6 Identification of the second row of A with $r = 10$

5 应用

文献 [15, 20] 在系统状态可测量的情形下对 Lorenz 系统和 Rossler 系统构建参数自适应观测器,对上述系统应用本文提供的极大似然算法(此时噪声强度为零)可比文献 [15, 20] 的参数观测器更有效地获得系统参数真值,事实上本文算法只需要前几十个采样数据就能获得参数真值,而基于自适应观测器的估计算法要收敛到参数真值,所需采样数据通常要比本文算法多许多,因此本文算法更适合作为系统在线辨识算法以及控制目的的系统参数辨识算法。图 7 是用本文算法对文献 [20](参见图 8)的 Lorenz 系统参数 b 所作的模拟辨识仿真,其中参数 $(\sigma, r, b) = (10, 28, 8/3)$, b 在 $t = 60$ 时变为 $8/3 + 5$ 。

图 9 是用本文算法对文献 [15](参见图 10)的 Lorenz 系统参数所作的模拟辨识仿真,其中参数 $(\sigma, r, b) = (10, 28, 8/3)$,在 $t = 5$ 时变为 $(\sigma, r, b) = (11, 35, 3)$ 。

文献 [15, 20] 因构造较为复杂的自适应参数观测器导致计算效率低下,仿真结果表明本文算法效率极高。用本文算法估计参数时在变化点出现较大跳跃是因为采样数据较少导致矩阵方程奇异性增强所致,可通过算法设计消除这类跳跃。

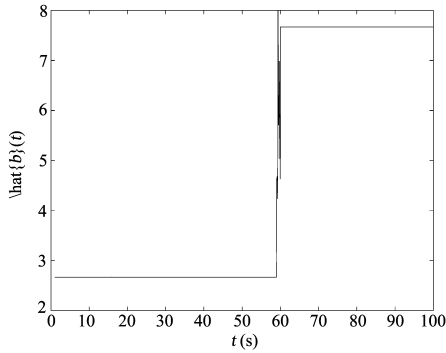


图 7 本文算法 ($T = 100, n = 5000$)

Fig. 7 The maximum likelihood estimates of this paper

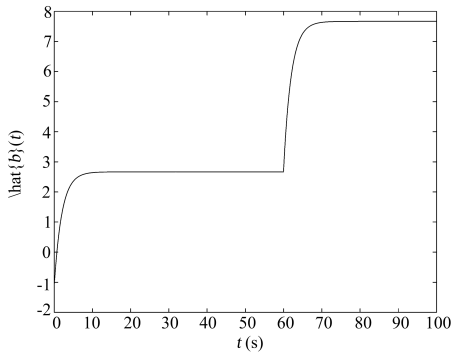


图 8 文献 [20] 算法 ($T = 100, n = 5000$)

Fig. 8 The algorithm in [20]

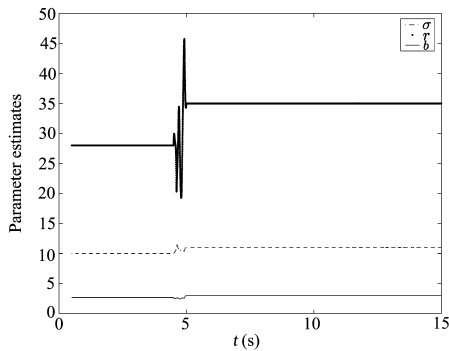


图 9 本文算法

Fig. 9 The maximum likelihood estimates of this paper

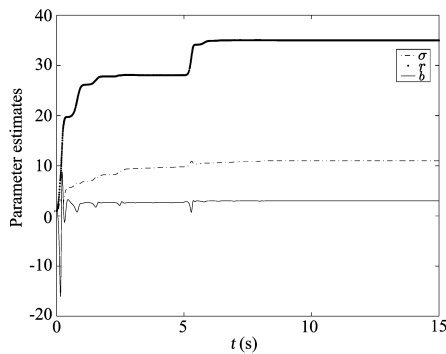


图 10 文献 [15] 算法

Fig. 10 The algorithm in [15]

6 结论

本文针对一类二输入二输出状态可测的非线性系统的激励辨识问题, 激励信号采用二维高斯白噪声, 均匀采样获得输出状态数据, 根据 Girsanov 定理推导出极大似然比估计并作了数值模拟, 发现估计参数的分辨率与信噪比 NNR 的关系密切, 因此在实际辨识时可采用以下方案: 在物理可能的情况下, 分两步进行, 首先在辨识第一个状态的参数时将其输入的高斯白噪声强度减弱到物理极限, 同时将另一状态的输入白噪声强度增强到物理极限, 采样获得输出状态数据, 根据极大似然比估计得到第一个状态的参数估计; 第二步, 同第一步一样辨识第二个状态的参数, 即将第一个状态输入白噪声强度增强到物理极限, 同时将第二个状态的输入白噪声强度减弱到物理极限, 采样获得输出状态数据, 根据极大似然比估计得到第二个状态的参数估计. 特别地, 对单输入二输出状态可测的非线性系统, 将输入的白噪声强度增强到物理极限获得第一个状态 (无输入) 的参数估计; 然后将输入白噪声强度减弱到物理极限获得第二个状态的参数估计, 此时参数估计的分辨率由信噪比 SNR 决定.

本文方法虽然是对多项式非线性连续系统设计的, 但这只是为说明问题方便而已, 不难将本文方法推广应用到更一般的非线性连续系统, 这对丰富非线性时间序列建模分析方法有十分重要的意义, 一维情形可参考文献 [17].

References

- 1 Billings S A. Identification of nonlinear systems-a survey. *IEE Proceedings Part D*, 1980, **6**: 272~282
- 2 Liu Y, Bai B D, Jiao L C. A model identification approach of nonlinear systems based on fuzzy neural networks. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2002, **24**(3): 355~360
- 3 Chen H F, Guo L. Continuous-time stochastic adaptive tracking: robustness and asymptotic properties. *SIAM Journal of Control and Optimization*, 1990, **28**(3): 513~527
- 4 Gevers M, Goodwin G C, Wertz V. Continuous-time stochastic adaptive tracking. *SIAM Journal of Control and Optimization*, 1991, **29**(2): 264~282
- 5 Jozef V. Parameter identification of Wiener systems with multisegment piecewise-linear nonlinearities. *Systems and Control Letters*, 2007, **56**(2): 99~105
- 6 Ding Feng, Xiao De-Yun, Ding Tao. Identification method of random gradient with innovations. *Journal of Control Theory and Its Applications*, 2003, **20**(6): 870~874 (丁锋, 萧德云, 丁韬. 多新息随机梯度辨识方法. 控制理论与应用, 2003, **20**(6): 870~874)
- 7 Peng J X, Li K, Irwin G W. A novel continuous forward algorithm for RBF neural modelling. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, **52**(1): 117~122
- 8 Chen Jian-Qin, Xi Yu-Geng, Zhang Zhong-Jun. Online identification of nonlinear systems using fuzzy models. *Acta Automatica Sinica*, 1998, **24**(1): 90~94 (陈建勤, 席裕庚, 张钟俊. 用模糊模型在线辨识非线性系统. 自动化学报, 1998, **24**(1): 90~94)
- 9 Soderstrom T, Mahata K, Soverini U. Identification of dynamic errors-in-variable models: approaches based on two dimensional ARMA modeling of the data. *Automatica*, 2003, **39**(5): 929~935
- 10 Li K, Peng J X, Bai E W. A two-stage algorithm for identification of nonlinear dynamic systems. *Automatica*, 2006, **42**(7): 1189~1197

- 11 Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems. *Physical Review Letters*, 1990, **64**(8): 821~824
- 12 Maybhate A, Amritkar R E. Use of synchronization and adaptive control in parameter estimation from a time series. *Physical Review E*, 1999, **59**(1): 264~293
- 13 Konnur R. Estimation of all model parameters of chaotic systems from discrete scalar time series measurements. *Physics Letters A*, 2005, **346**(4): 275~280
- 14 Fotsin H B, Woafu P. Adaptive synchronization of a modified and uncertain chaotic Van der Pol-Duffing oscillator based on parameter identification. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2005, **24**(5): 1363~1371
- 15 Huang D B. Synchronization-based estimation of all parameters of chaotic systems from time series. *Physical Review E*, 2004, **69**(6): 1~5
- 16 Ljung L. *System Identification: Theory for the User (Second Edition)*. Prentice Hall PTR, 1999
- 17 Sun Xi-Ping. The identification and stabilization of nonlinear continuous-time systems [Ph.D. dissertation], Huazhong University of Science & Technology, 2006
(孙希平. 非线性连续系统的辨识与镇定 [博士学位论文]. 华中科技大学控制科学与工程系, 2006)
- 18 Liptser R S, Shiriyayev A N. *Statistics of Random Processes I General Theory*. New York: Springer-Verlag, 1977
- 19 Kloeden E P, Platen E. *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*. Berlin: Springer-Verlag, 1992
- 20 Guan Xin-Ping, Peng Hai-Peng. The parameter identification and control of Lorenz systems. *Acta Physica Sinica*, 2001, **50**(1): 26~29
(关新平, 彭海朋. Lorenz 系统的系统参数辨识与控制. 物理学报, 2001, **50**(1): 26~29)

孙希平 湖北汽车工业学院电气工程系副教授. 主要研究方向为非线性系统的辨识与建模. 本文通信作者.

E-mail: Xipingsun@tom.com

(SUN Xi-Ping Associate professor at Department of Electrical Engineering, Hubei Automobile Industries Institute. His research interest covers identification and stabilization of nonlinear systems. Corresponding author of this paper.)

王永骥 华中科技大学控制科学与工程系教授. 主要研究方向为神经网络控制和预测控制.

(WANG Yong-Ji Professor at Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology. His research interest covers neural networks modeling and predictive control.)

钱新恩 湖北汽车工业学院电气工程系教授. 主要研究方向为工业过程控制.

(QIAN Xin-En Professor at Department of Electrical Engineering, Hubei Automobile Industries Institute. His research interest covers industrial process control.)