

一种改进的离散时间系统 变结构控制设计方法

朱齐丹¹ 汪 瞳¹

摘 要 在分析了几种离散变结构趋近律趋近过程的基础上, 提出了一种改进的趋近律, 该方法能够大幅度削弱抖振, 使系统运动最终趋于原点且不存在稳态振荡, 能使系统的准滑动模态保持步步穿越切换面的基本属性, 改善了趋近过程.

关键词 离散时间系统, 变结构控制, 离散趋近律, 抖振

DOI 10.3724/SP.J.1004.2010.00885

An Improved Design Scheme of Variable Structure Control for Discrete-time Systems

ZHU Qi-Dan¹ WANG Tong¹

Abstract An improved discrete reaching law is presented based on the analysis of the reaching process of some discrete reaching law. The discrete-time variable structure control system which is designed by this reaching law can weaken the chattering, approach to zero diminishingly, and keep the basic property of quasi-sliding mode which can cross the switching surface step by step, and the reaching process is improved.

Key words Discrete-time system, variable structure control, discrete reaching law, chattering

近年来变结构控制以其理想的鲁棒性引起了控制界的极大关注^[1-2]. 随着计算机技术的飞速发展和工业自动化等领域实际需要, 离散时间系统的变结构控制得到了深入研究, 并取得丰硕成果^[3-4]. 在变结构控制中, 趋近律方法是一种比较简单而有效的设计方法^[5], 其主要思想在于首先构造满足到达条件的趋近律, 然后再利用趋近律求取变结构控制^[6]. 高为炳等^[7-8]将连续变结构控制中的指数趋近律进行了离散化, 提出了离散指数趋近律:

$$s(k+1) = (1-qT)s(k) - \varepsilon T \operatorname{sgn}(s(k)) \quad (1)$$

其中, $\varepsilon > 0$, $q > 0$, $1-qT > 0$, T 为采样周期.

基于趋近律式 (1) 设计的变结构控制系统具有诸多优点但却存在一个不可忽视的缺点, 即系统状态的运动并不能最终趋向平衡点, 而是在两点之间振荡^[9], 因而系统性能不佳. 文献 [10] 利用 $|s(k)|/2$ 代替式 (1) 中的 ε , 使其能够随 $|s(k)|$ 的变化做自适应调整, 从而提出了一种新的趋近律:

$$s(k+1) = (1-qT)s(k) - \frac{|s(k)|}{2} T \operatorname{sgn}(s(k)) \quad (2)$$

其中, $q > 0$, T 为采样周期. 该方法虽然有效地消除了稳态时的振荡, 但趋近过程会因 q 取值的不同而发生下列三种情况之一: 1) 系统状态渐近地趋向切换面而不发生穿越; 2) 系统状态只需一步便到达切换面; 3) 系统状态从初始状态开始每一步均步步穿越切换面 (原因参照本文定理 1, 本文第 3.1 节对这 3 种情况分别作了仿真研究).

收稿日期 2009-04-29 录用日期 2009-11-06

Manuscript received April 29, 2009; accepted November 6, 2009

国家自然科学基金 (60704004) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (60704004)

1. 哈尔滨工程大学自动化学院 哈尔滨 150001

1. College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001

本文在分析趋近律式 (2) 趋近过程的基础之上, 提出了一种改进的趋近律, 该方法能够保证系统状态渐近地趋向切换面, 在有限时间内到达切换带, 能使系统的准滑动模态保持步步穿越切换面的基本属性, 并能使系统抖振逐渐衰减至零, 不存在稳态振荡现象, 仿真结果表明了本文方法的合理性与有效性。

1 离散趋近律的趋近过程分析

对于趋近律式 (2) 有:

引理 1. 当 $0 < q < (4 - T)/2T$ 时, 利用趋近律式 (2) 设计的控制系统满足离散变结构控制系统准滑动模态的到达条件。

证明. 对于任意的 $s(k) \neq 0$, 有:

$$\begin{aligned} [s(k+1) - s(k)]\text{sgn}(s(k)) &= \\ [-qTs(k) - \frac{T}{2}|s(k)|\text{sgn}(s(k))]\text{sgn}(s(k)) &= \\ (-qT - \frac{T}{2})|s(k)| & \\ [s(k+1) + s(k)]\text{sgn}(s(k)) &= \\ [(2 - qT)s(k) - \frac{T}{2}|s(k)|\text{sgn}(s(k))]\text{sgn}(s(k)) &= \\ (2 - qT - \frac{T}{2})|s(k)| & \end{aligned}$$

当 $0 < q < (4 - T)/2T$ 时, 则有 $[s(k+1) - s(k)]\text{sgn}(s(k)) < 0$ 和 $[s(k+1) + s(k)]\text{sgn}(s(k)) > 0$ 成立, 所以利用趋近律式 (2) 设计的控制系统满足离散变结构控制系统准滑动模态的到达条件。□

定理 1. 对任意初始值 $s(0) \neq 0$, 利用满足引理 1 的趋近律式 (2) 设计的离散变结构控制系统会因 q 取值的不同而出现下列三种情况之一:

1) 当 $0 < q < (2 - T)/2T$ 时, 系统状态的运动将出现渐近趋向切换面而不穿越的情况;

2) 当 $q = (2 - T)/2T$ 时, 系统状态的运动将出现只需一步便到达切换面的情况;

3) 当 $(2 - T)/2T < q < (4 - T)/2T$ 时, 系统状态的运动将出现从初始状态开始每一步均步步穿越切换面的情况。

证明. 由式 (2) 可得:

$$s(k+1) = \left(1 - qT - \frac{T}{2}\right)s(k) \quad (3)$$

当 $0 < q < (2 - T)/2T$ 时, 则有 $0 < 1 - qT - T/2 < 1$ 成立, 由式 (3) 可知对于任意的 k , $s(k+1) = (1 - qT - T/2)^{k+1}s(0)$, 所以有 $\text{sgn}(s(k+1)) = \text{sgn}(s(0))$ 和 $|s(k+1)| < |s(k)|$ 成立, 并且当 $k \rightarrow +\infty$ 时, $|s(k)| \rightarrow 0$, 所以系统状态的运动将出现渐近地趋向切换面而不穿越的情况。

当 $q = (2 - T)/2T$ 时, 则有 $1 - qT - T/2 = 0$, 由式 (3) 可知对于任意的 $k > 0$, 都有 $s(k) = 0$ 成立, 所以系统状态的运动将出现只需一步便到达切换面的情况。

当 $(2 - T)/2T < q < (4 - T)/2T$ 时, 则有 $-1 < 1 - qT - T/2 < 0$ 成立, 由式 (3) 可知对于任意的 k , $\text{sgn}(s(k+1)) = -\text{sgn}(s(k))$, 所以系统状态的运动将出现从初始状态开始每一步均步步穿越切换面的情况。□

在实际中, 根据趋近律式 (2) 中 q 取值所在的范围, 定理 1 中描述的三种情况必有一种情况发生 (不会同时发生), 这三种情况中的任何一种都会对控制系统造成影响, 在第 1) 种情况下系统状态沿着切换面逐渐趋近于切换面, 但整个运动过程不发生对切换面的穿越, 这样会在一定程度上失去滑动模态的优良特性, 第 2) 种和第 3) 种情况则不存在系统状态向切换面渐近趋近的动态过程。

2 改进的控制方法

2.1 改进的趋近律

根据前面的分析, 在准滑动模态的到达条件得以满足的基础上, 合理的离散变结构控制器应当能使系统状态渐近地趋向切换面, 并在有限时间内到达切换带 $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n | |\mathbf{s}(\mathbf{x})| < \Delta, \Delta > 0\}$, 这就要求 $|s(k)|$ 能够随着 k 的增大而减小, 并且在切换带以外满足 $\text{sgn}(s(k+1)) = \text{sgn}(s(k))$ 条件; 当系统状态进入切换带后, 系统状态应当步步穿越切换面, 并最终趋于原点, 抖振逐渐衰减至零, 这就要求在切换带内满足 $\text{sgn}(s(k+1)) = -\text{sgn}(s(k))$ 条件, 并且当 $k \rightarrow +\infty$ 时, $|s(k)| \rightarrow 0$ 。为了改善趋近律式 (2) 的趋近过程, 本文提出了一种改进的趋近律:

$$s(k+1) = (1 - qT)s(k) - F|s(k)|T\text{sgn}(s(k)) \quad (4)$$

其中, $q > 0$, T 为采样周期, 当 $|s(k)| \geq \Delta$ 时, $F = \lambda_1$; 当 $|s(k)| \leq \Delta$ 时, $F = \lambda_2$;

λ_1 和 λ_2 满足条件:

$$0 < \lambda_1 < \frac{1 - qT}{T} < \lambda_2 < \frac{2 - qT}{T} \quad (5)$$

2.2 到达条件分析

定理 2. 当式 (5) 成立时, 利用趋近律式 (4) 设计的控制系统满足离散变结构控制系统准滑动模态的到达条件。

证明.

对于任意的 $s(k) \neq 0$, 有:

$$\begin{aligned} [s(k+1) - s(k)]\text{sgn}(s(k)) &= \\ [-qTs(k) - F|s(k)|T\text{sgn}(s(k))]\text{sgn}(s(k)) &= \\ (-qT - FT)|s(k)| & \\ [s(k+1) + s(k)]\text{sgn}(s(k)) &= \\ [(2 - qT)s(k) - F|s(k)|T\text{sgn}(s(k))]\text{sgn}(s(k)) &= \\ (2 - qT - FT)|s(k)| & \end{aligned}$$

如果式 (5) 成立, 则 $0 < F < (2 - qT)/T$, 有 $[s(k+1) - s(k)]\text{sgn}(s(k)) < 0$ 和 $[s(k+1) + s(k)]\text{sgn}(s(k)) > 0$ 成立, 所以利用趋近律式 (4) 设计的控制系统满足离散变结构控制系统准滑动模态的到达条件。□

2.3 趋近过程分析

定理 3. 对于利用满足式 (5) 要求的趋近律式 (4) 设计的变结构控制系统, 对满足条件 $|s(0)| > \Delta$ 的任意初始值 $s(0)$, 系统状态将渐近趋向切换面并且通过 $[\lg(\Delta/|s(0)|) \cdot [\lg(1 - qT - \lambda_1 T)]^{-1}]$ 步到达切换带 $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n | |\mathbf{s}(\mathbf{x})| < \Delta\}$; 系统状态进入切换带后, 将步步穿越切换面形成准滑动模态。当 $k \rightarrow +\infty$ 时, $|s(k)| \rightarrow 0$ ($[Z]$ 表示大于或等于 Z 的最小整数)。

证明. 由于 $|s(0)| > \Delta$, 由式 (4) 可得:

$$s(k+1) = (1 - qT - F T)s(k)$$

当 $|s(k)| \geq \Delta$ 时, $s(k) = (1 - qT - \lambda_1 T)^k s(0)$ 。

由于 $0 < \lambda_1 < (1 - qT)/T$, 则 $0 < 1 - qT - \lambda_1 T < 1$, 所以 $|s(k)|$ 将随着 k 的增大而减小, 并且 $\text{sgn}(s(k+1)) = \text{sgn}(s(k))$, 所以系统状态将渐近趋向切换面。

假设在 k_1 时刻系统状态第一次进入切换带, 即 $|s(k_1)| < \Delta$, 并且当 $0 \leq k < k_1$ 时, $|s(0)| \geq \Delta$, 则有 $(1 - qT - \lambda_1 T)^{k_1} |s(0)| < \Delta$ 成立, 所以系统状态进入切换带的步数为 $[\lg(\Delta/|s(0)|) \cdot [\lg(1 - qT - \lambda_1 T)]^{-1}]$ 。

当系统状态进入切换带后, 即当 $|s(k)| < \Delta$ 时, $s(k+1) = (1 - qT - \lambda_2 T)s(k)$ 。

由于 $(1 - qT)/T < \lambda_2 < (2 - qT)/T$, 则有 $-1 < 1 - qT - \lambda_2 T < 0$ 成立, 所以 $\text{sgn}(s(k+1)) = -\text{sgn}(s(k))$, 所

以系统状态将步步穿越切换面, 而且 $|s(k+1)|/|s(k)| = |1 - qT - \lambda_2 T| < 1$, 所以当 $k \rightarrow +\infty$ 时, $|s(k)| \rightarrow 0$. $\square$

可见利用趋近律式 (4) 设计得变结构控制器, 不但使系统状态的最终趋于原点且不存在稳态振荡, 而且可以保证系统状态渐近趋向切换面, 在有限步内到达切换带, 能使系统的准滑动模态保持步步穿越切换面的基本属性, 改善了趋近过程. 另外, 改变 λ_1 和 λ_2 的大小可以改变 $s(k)$ 的变化速度.

2.4 控制的设计

考虑如下单输入离散时间系统:

$$\mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u(k)$$

$$s(k) = \mathbf{c}\mathbf{x}(k)$$

其中, $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^n$, $u(k) \in \mathbf{R}$, $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$, $\mathbf{c} = [c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_{n-1} \ 1]$, $s(k)$ 为切换函数, $\{\mathbf{x} | \mathbf{c}\mathbf{x}(k) = 0\}$ 为切换面, 假设 $(A, \mathbf{b})$ 完全可控, $\mathbf{c}$ 的选取可以保证系统的准滑动模态稳定, 并且 $\mathbf{cb} \neq 0$ 成立.

利用趋近律式 (4) 设计控制:

$$s(k+1) = \mathbf{c}\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{c}A\mathbf{x}(k) + \mathbf{c}\mathbf{b}u(k) = (1 - qT)s(k) - F|s(k)|T \operatorname{sgn}(s(k))$$

可得离散变结构控制为

$$u(k) = -(\mathbf{cb})^{-1}[\mathbf{c}A\mathbf{x}(k) + (qT - 1)s(k) + F|s(k)|T \operatorname{sgn}(s(k))]$$

其中, $q > 0$, T 为采样周期, 当 $|s(k)| \geq \Delta$ 时, $F = \lambda_1$; 当 $|s(k)| \leq \Delta$ 时, $F = \lambda_2$; λ_1 和 λ_2 满足式 (5) 的要求.

2.5 不确定离散系统准滑动模态区到达条件分析

为了研究趋近律式 (4) 在不确定离散系统变结构控制设计中的应用, 本文以下讨论不确定离散系统准滑动模态区的到达条件.

考虑如下受参数摄动及干扰影响的单输入不确定离散时间系统:

$$\mathbf{x}(k+1) = (A + \Delta A)\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u(k) + Df(k)$$

$$s(k) = \mathbf{c}\mathbf{x}(k)$$

其中, $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^n$, $u(k) \in \mathbf{R}$, $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$, $\Delta A \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $D \in \mathbf{R}^{n \times 1}$, $\mathbf{c} = [c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_{n-1} \ 1]$, $s(k)$ 为切换函数, $\{\mathbf{x} | \mathbf{c}\mathbf{x}(k) = 0\}$ 为切换面, ΔA 表示系统参数的摄动, $f(k)$ 表示系统所受的干扰, 假设 $(A, \mathbf{b})$ 完全可控, $\mathbf{c}$ 的选取可以保证系统的准滑动模态稳定, 并且 $\mathbf{cb} \neq 0$ 成立.

假设参数摄动和干扰满足匹配条件: $\Delta A = \mathbf{b}\Delta\tilde{A}$, $D = \mathbf{b}\tilde{D}$, 那么: $\mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u(k) + \mathbf{b}[\Delta\tilde{A}\mathbf{x}(k) + \tilde{D}f(k)]$.

令 $d(k) = \Delta\tilde{A}\mathbf{x}(k) + \tilde{D}f(k)$, 并假设 $d(k)$ 有界, 则: $\mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u(k) + \mathbf{b}d(k)$

定理 4. 对于式 (7) 所示不确定离散时间系统, 若采用式 (6) 所示离散变结构控制, 则当 $\max\{|\mathbf{cb}| \cdot \max|d(k)|/(qT + \lambda_1 T), |\mathbf{cb}| \cdot \max|d(k)|/(2 - qT - \lambda_2 T)\} < \Delta$ 时, 满足准滑动模态区的到达条件.

证明. 由式 (6) ~ (8) 可得:

$$\begin{aligned} s(k+1) &= \mathbf{c}\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{c}A\mathbf{x}(k) + \mathbf{c}\mathbf{b}u(k) + \mathbf{c}\mathbf{b}d(k) = \\ &= (1 - qT)s(k) - F|s(k)|T \operatorname{sgn}(s(k)) + \mathbf{c}\mathbf{b}d(k) = \\ &= (1 - qT - FT)s(k) + \mathbf{c}\mathbf{b}d(k) \end{aligned}$$

那么:

$$\begin{aligned} [s(k+1) + s(k)]\operatorname{sgn}(s(k)) &= \\ [(2 - qT - FT)s(k) + \mathbf{c}\mathbf{b}d(k)]\operatorname{sgn}(s(k)) &= \\ (2 - qT - FT)|s(k)| + \mathbf{c}\mathbf{b}d(k)\operatorname{sgn}(s(k)) \\ [s(k+1) - s(k)]\operatorname{sgn}(s(k)) &= \\ [(-qT - FT)s(k) + \mathbf{c}\mathbf{b}d(k)]\operatorname{sgn}(s(k)) &= \end{aligned}$$

$$(-qT - FT)|s(k)| + \mathbf{c}\mathbf{b}d(k)\operatorname{sgn}(s(k))$$

由 $[s(k+1) + s(k)]\operatorname{sgn}(s(k)) > 0$ 可得:

$$(2 - qT - FT)|s(k)| + \mathbf{c}\mathbf{b}d(k)\operatorname{sgn}(s(k)) > 0$$

为保证此条件成立, 可取:

$$|s(k)| > \frac{|\mathbf{cb}| \cdot \max|d(k)|}{2 - qT - FT}$$

由于当式 (5) 成立时有 $\frac{|\mathbf{cb}| \cdot \max|d(k)|}{(2 - qT - \lambda_2 T)} > \frac{|\mathbf{cb}| \cdot \max|d(k)|}{(2 - qT - \lambda_1 T)}$ 成立, 则可取: $|s(k)| > \frac{|\mathbf{cb}| \cdot \max|d(k)|}{(2 - qT - \lambda_2 T)}$.

由 $[s(k+1) - s(k)]\operatorname{sgn}(s(k)) < 0$ 可得:

$$(-qT - FT)|s(k)| + \mathbf{c}\mathbf{b}d(k)\operatorname{sgn}(s(k)) < 0$$

为保证此条件成立, 可取:

$$|s(k)| > \frac{|\mathbf{cb}| \cdot \max|d(k)|}{qT + FT}$$

由于当式 (5) 成立时有 $\frac{|\mathbf{cb}| \cdot \max|d(k)|}{(qT + \lambda_1 T)} > \frac{|\mathbf{cb}| \cdot \max|d(k)|}{(qT + \lambda_2 T)}$ 成立, 则可取: $|s(k)| > \frac{|\mathbf{cb}| \cdot \max|d(k)|}{(qT + \lambda_1 T)}$.

所以当 $\max\{\frac{|\mathbf{cb}| \cdot \max|d(k)|}{(qT + \lambda_1 T)}, \frac{|\mathbf{cb}| \cdot \max|d(k)|}{(2 - qT - \lambda_2 T)}\} < \Delta$ 时, 式 (7) 所示不确定离散时间系统的系统状态能够达到切换带 $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n | |\mathbf{s}(\mathbf{x})| < \Delta\}$, 并在系统状态进入切换带后保持在切换带内运动. $\square$

根据定理 4 的分析, 当系统受参数摄动和外界干扰影响时, 系统状态的运动将不能像定理 3 中描述的那样抖振逐渐衰减至零, 而是表现为在切换带 $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n | |\mathbf{s}(\mathbf{x})| < \Delta\}$ 内的抖振运动, 这与离散指数趋近律式 (1) 相似.

3 仿真分析

考虑如下离散系统:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0088 \\ 0 & 0.7788 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0061 \\ 1.1768 \end{bmatrix} u(k) \quad (9)$$

初始状态为: $\mathbf{x}(0) = [1 \ 1]^T$, $\mathbf{c} = [10 \ 1]$, 采样周期 $T = 0.01$ s.

本文首先对趋近律式 (2) 进行仿真, 以验证本文定理 1 分析的正确性. 然后对本文提出的趋近律式 (4) 进行仿真以验证其合理性.

3.1 离散趋近律趋近过程的仿真

对于式 (2) 取 $q = 10$, 这种情况下有 $0 < q < (2 - T)/2T$ 成立. 由图 1 可见, 系统状态渐近趋向切换面而不发生穿越, 这样会在一定程度上失去滑动模态的优良特性.

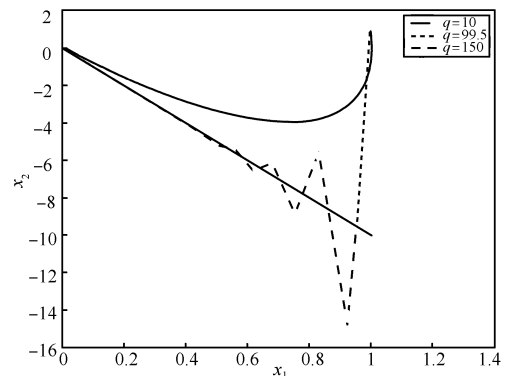


图 1 趋近律式 (2) 的相轨迹

Fig. 1 Phase locus of system designed via reaching law (2)

对于式 (2) 取 $q = 99.5$, 这种情况下有 $q = (2 - T)/2T$ 成立. 由图 1 可见, 系统状态只需一步便到达切换面, 不存在系统状态向切换面渐近趋近的动态过程.

对于式 (2) 取 $q = 150$, 这种情况下有 $(2 - T)/2T < q < (4 - T)/2T$ 成立. 由图 1 可见, 系统状态从初始状态开始每一步均步步穿越切换面, 不存在系统状态向切换面渐近趋近的动态过程, 而且当系统状态初次穿越切换面时, 出现了较大的抖振.

以上为按趋近律式 (2) 设计的离散变结构控制系统在 q 取三种不同值的情况下得出的仿真结果, 仿真结果与定理 1 的分析一致.

3.2 本文提出的趋近律的仿真

对于式 (4) 取 $q = 10$, $\Delta = 0.5$, $\lambda_1 = 50$, $\lambda_2 = 150$, λ_1 和 λ_2 的值满足式 (5) 的要求, 由图 2 ~ 5 可见, 系统状态渐近地趋向切换面, 穿越切换面后系统状态均步步穿越切换面, 并最终趋向原点且不存在稳态振荡, 趋近过程较趋近律式 (2) 有了较大改善.

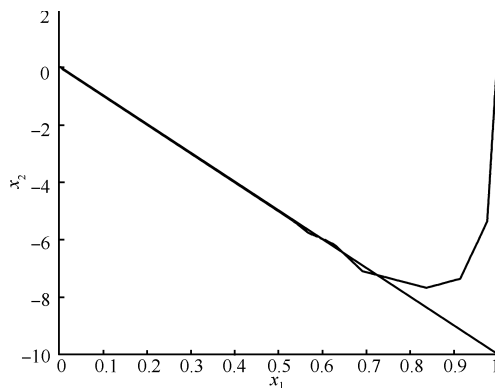


图 2 本文趋近律系统运动的相轨迹

Fig. 2 Phase locus of system designed via the proposed reaching law

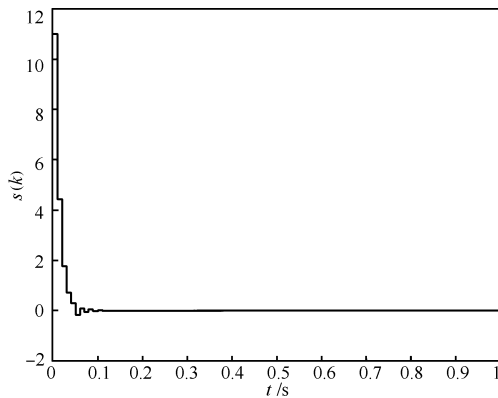


图 3 本文趋近律 $s(k)$ 的变化曲线

Fig. 3 Evolution of $s(k)$ of the proposed reaching law

3.3 不确定离散系统的仿真

考虑如下不确定离散系统:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0088 \\ 0 & 0.7788 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0061 \\ 1.1768 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0.0061 \\ 1.1768 \end{bmatrix} d(k) \quad (10)$$

初始状态为: $\mathbf{x}(0) = [1 \ 1]^T$, $\mathbf{c} = [10 \ 1]$, 采样周期 $T = 0.01$ 秒, $d(k) = 0.1 \sin(0.4\pi k)$.

对于式 (6) 取 $q = 10$, $\Delta = 0.5$, $\lambda_1 = 50$, $\lambda_2 = 150$, λ_1 和 λ_2 的值满足式 (5) 的要求, 由于 $\frac{|\mathbf{cb}| \cdot \max |d(k)|}{(qT + \lambda_1 T)} = 0.2063$, $\frac{|\mathbf{cb}| \cdot \max |d(k)|}{(2 - qT - \lambda_2 T)} = 0.3095$, 可见满足 $\max \left\{ \frac{|\mathbf{cb}| \cdot \max |d(k)|}{(qT + \lambda_1 T)}, \frac{|\mathbf{cb}| \cdot \max |d(k)|}{(2 - qT - \lambda_2 T)} \right\} < \Delta$ 条件.

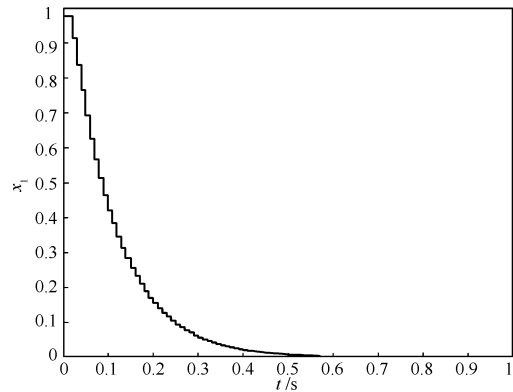


图 4 本文趋近律状态变量 x_1 的变化曲线

Fig. 4 Evolution of state x_1 of system designed via reaching law given by this paper

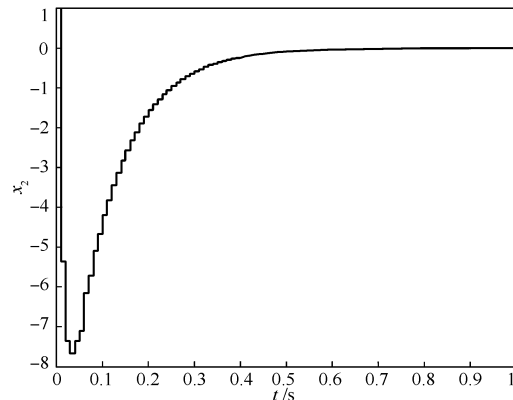


图 5 本文趋近律状态变量 x_2 的变化曲线

Fig. 5 Evolution of state x_2 of system designed via the proposed reaching law

由图 6 ~ 9 可见, 系统状态渐近地趋向切换带 $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n | |\mathbf{s}(\mathbf{x})| < 0.5\}$, 进入切换带后系统状态的运动转为在切换带内沿切换面的抖振运动, 这与离散指数趋近律式 (1) 相似.

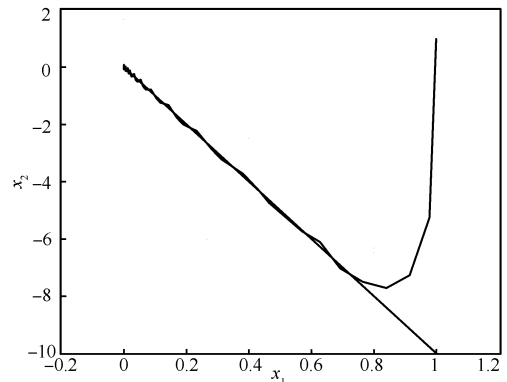
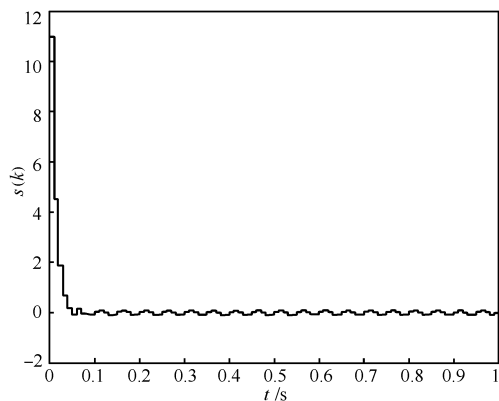
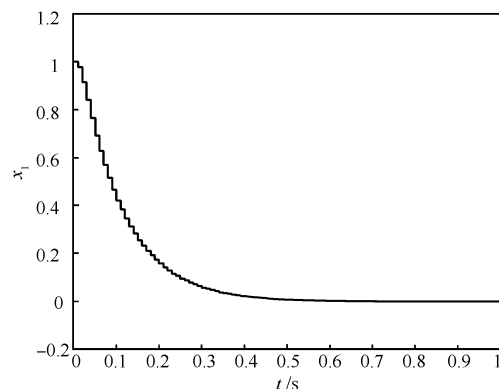
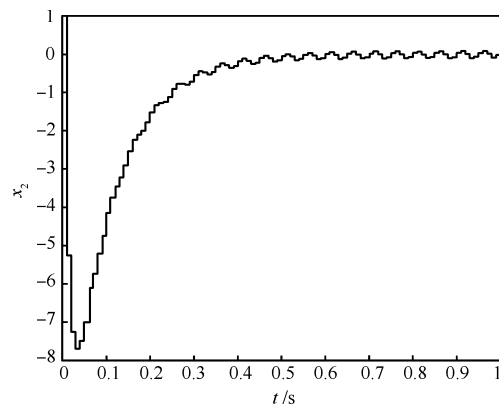


图 6 不确定离散系统状态运动的相轨迹

Fig. 6 Phase locus of the uncertain discrete-time system

图 7 不确定离散系统 $s(k)$ 的变化曲线Fig. 7 Evolution of the $s(k)$ of uncertain discrete-time system图 8 不确定离散系统状态变量 x_1 的变化曲线Fig. 8 Evolution of state x_1 of the uncertain discrete-time system图 9 不确定离散系统状态变量 x_2 的变化曲线Fig. 9 Evolution of state x_2 of the uncertain discrete-time system

4 结论

本文针对离散时间系统的变结构控制问题, 提出了一种改进的趋近律, 该方法可以使系统状态渐近趋向切换面, 在有限步内到达切换带, 能使系统的准滑动模式保持步步穿越切换面的基本属性, 并最终趋向平衡点, 不存在稳态振荡现象, 改善了趋近过程, 理论分析和仿真结果都表明本文给出的方法是行之有效的. 本文提出的方法亦可推广至多输入系统中.

References

- 1 Choi H H. Sliding-mode output feedback control design. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, **55**(11): 4047–4054
- 2 Lin Y, Liu H, Costa R R, Lizarralde F. A variable structure model reference robust control without a prior knowledge of high frequency gain sign. *Automatica*, 2008, **44**(4): 1036–1044
- 3 Pan Y D, Ozguner U, Dagci O H. Variable-structure control of electronic throttle valve. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, **55**(11): 3899–3907
- 4 Rvkin S, Schmidt-Obermoeller R, Steimel A. Sliding-mode-based control for a three-level inverter drive. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, **55**(11): 3828–3835
- 5 Zhou De-Wen, Gao Cun-Chen, Li Zi-Qiang. Reaching law of discrete-time variable structure control system. *Control and Decision*, 2008, **23**(3): 306–309
(周德文, 高存臣, 李自强. 一种离散变结构控制趋近律. 控制与决策, 2008, **23**(3): 306–309)
- 6 Song Li-Zhong, Li Huai-Shu, Yao Qiong-Hui. Discrete-time variable structure control based on reaching law approach. *Control Theory and Applications*, 2008, **25**(3): 525–528
(宋立忠, 李槐树, 姚琼荟. 基于趋近律方法的离散时间系统变结构控制. 控制理论与应用, 2008, **25**(3): 525–528)
- 7 Gao Wei-Bing. Discrete-time variable structure control. *Acta Automatica Sinica*, 1995, **21**(2): 154–161
(高为炳. 离散时间系统的变结构控制. 自动化学报, 1995, **21**(2): 154–161)
- 8 Gao W B, Wang Y F, Homaifa A. Discrete-time variable structure control systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1995, **42**(2): 117–122
- 9 Mi Yang, Li Wen-Lin, Jing Yuan-Wei. Variable structure control for a class of discrete-time system based on power reaching law. *Control and Decision*, 2008, **23**(6): 643–646
(米阳, 李文林, 井元伟. 基于幂次趋近律的一类离散时间系统的变结构控制. 控制与决策, 2008, **23**(6): 643–646)
- 10 Zhai Chang-Lian, Wu Zhi-Ming. Variable structure control design for uncertain discrete time systems. *Acta Automatica Sinica*, 2000, **26**(2): 184–191
(翟长连, 吴智铭. 不确定离散时间系统的变结构控制设计. 自动化学报, 2000, **26**(2): 184–191)

朱齐丹 哈尔滨工程大学自动化学院教授. 主要研究方向为自适应控制, 智能控制, 机器人技术. E-mail: zhuqidan@hrbeu.edu.cn

(ZHU Qi-Dan Professor at the College of Automation, Harbin Engineering University. His research interest covers adaptive control, intelligent control, and robot technology.)

汪 瞳 哈尔滨工程大学自动化学院博士研究生. 主要研究方向为变结构控制系统, 飞行控制系统. 本文通信作者.

E-mail: wtws_2005@yahoo.com.cn

(WANG Tong Ph.D. candidate at the College of Automation, Harbin Engineering University. His research interest covers variable structure control system and flight control system. Corresponding author of this paper.)