自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

基于SA-LM优化的GNSS/蜂窝机会信号融合定位方法

姚志强 陈卓婷 葛泉波 章旭 任晓慧 黄璐

SA-LM Optimization-based Fusion Positioning Method Using GNSS/Cellular Signals of Opportunity

YAO Zhi-Qiang, CHEN Zhuo-Ting, GE Quan-Bo, ZHANG Xu, REN Xiao-Hui, HUANG Lu

在线阅读 View online:
http://www.aas.net.cn/article/current/df2e0ce375856a46813f32ea9f5461674f4d46466769f1ef374af71d229d1f64

您可能感兴趣的其他文章

虚假数据注入攻击信号的融合估计

Fusion Estimate of FDI Attack Signals

自动化学报. 2021, 47(9): 2292-2300 https://doi.org/10.16383/j.aas.c190045

恶意攻击下定位系统偏移同源性分析及协同定位矫正方法

Homology Analysis of Positioning System Offset Caused by Malicious Attack and the Distributed Collaboration Method of Positioning Calibration

自动化学报. 2025, 51(6): 1277-1289 https://doi.org/10.16383/j.aas.c240717

面向RTK定位的整数约束型渐进高斯滤波方法

Integer-constrained Progressive Gaussian Filtering Method for RTK Positioning

自动化学报. 2025, 51(2): 366-375 https://doi.org/10.16383/j.aas.c240384

行人惯性定位新动态: 基于神经网络的方法、性能与展望

Emerging Trends in Pedestrian Inertial Positioning: Neural Network-based Methods, Performance and Prospects

自动化学报. 2025, 51(2): 271-286 https://doi.org/10.16383/j.aas.c240221

景象匹配无人机视觉定位

Drone-based Scene Matching Visual Geo-localization

自动化学报. 2025, 51(2): 287-311 https://doi.org/10.16383/j.aas.c230778

基于渐进无迹卡尔曼滤波网络的人体肢体运动估计

Estimation of Human Limb Motion Based on Progressive Unscented Kalman Filter Network

自动化学报. 2023, 49(8): 1723-1731 https://doi.org/10.16383/j.aas.c220523

基于 SA-LM 优化的 GNSS/蜂窝机会信号融合定位方法

姚志强[1, 2, 3] 陈卓婷[2, 3, 4] 葛泉波[5] 章 旭[1, 2] 任晓慧[2, 4] 黄 璐[1, 2]

摘 要 在全球导航卫星系统 (GNSS) 可见卫星数量不足或观测几何构型退化的受限环境下, 针对 GNSS/蜂窝机会信号融合定位中观测质量差异大、非线性优化易陷入不利局部极值甚至发散的问题, 提出一种基于模拟退火 Levenberg-Marquardt 优化的融合定位方法. 首先, 在迭代扩展卡尔曼滤波状态估计框架下, 将模拟退火机制引入 Levenberg-Marquardt 优化过程, 对未满足确定性接受条件的候选步采用概率接受准则, 以提高退化观测条件下的迭代收敛可靠性, 并给出算法的收敛性分析. 其次, 构建由定位精度因子与伪距残差驱动的双因子动态加权机制, 增强位置估计的鲁棒性. 进一步设计指数加权状态平滑方法, 抑制状态估计的瞬时波动, 提高定位轨迹的连续性与稳定性. 仿真与实测结果表明, 所提方法的三维和高程均方根误差分别为 7.59 m 和 6.06 m, 与对比方法中性能最优的双 Dog-leg 增量估计方法相比分别降低约 35.4% 和 45.6%.

关键词 全球导航卫星系统; 蜂窝机会信号; 融合定位; 模拟退火; 迭代扩展卡尔曼滤波; 莱文伯格–马夸特

引用格式 姚志强, 陈卓婷, 葛泉波, 章旭, 任晓慧, 黄璐. 基于 SA-LM 优化的 GNSS/蜂窝机会信号融合定位方法. 自动化学报, xxxx, **xx**(x): x−xx

DOI 10.16383/j.aas.c260380 **CSTR** 32138.14.j.aas.c260380

SA-LM Optimization-based Fusion Positioning Method Using GNSS/Cellular Signals of Opportunity

YAO Zhi-Qiang[1, 2, 3] CHEN Zhuo-Ting[2, 3, 4] GE Quan-Bo[5] ZHANG Xu[1, 2] REN Xiao-Hui[2, 4] HUANG Lu[1, 2]

Abstract In constrained environments, global navigation satellite system (GNSS) may be limited by an insufficient number of visible satellites or degraded observation geometry. To address large disparities in observation quality and the tendency of nonlinear optimization to converge to undesirable local minima or even diverge in GNSS/cellular signals of opportunity fusion positioning, a fusion positioning method based on simulated annealing Levenberg-Marquardt optimization is proposed. First, within a state estimation framework based on the iterated extended Kalman filter, a simulated annealing mechanism is incorporated into the Levenberg-Marquardt optimization process. Candidate steps that fail to satisfy the deterministic acceptance condition are accepted according to a probabilistic acceptance criterion to improve the reliability of iterative convergence under degraded observation conditions. A convergence analysis of the algorithm is also provided. Second, a dual-factor dynamic weighting mechanism driven by position dilution of precision and pseudorange residuals is developed to enhance the robustness of position estimation. Furthermore, an exponentially weighted state smoothing method is designed to suppress instantaneous fluctuations in the state estimate and improve the continuity and stability of the positioning trajectory. Simulation and field test results show that the proposed method achieves 3D and vertical RMSEs of 7.59 m and 6.06 m, respectively, representing reductions of approximately 35.4% and 45.6% compared with the double Dog-leg incremental estimation method, which performs best among the comparison methods.

Keywords global navigation satellite system; cellular signals of opportunity; fusion positioning; simulated annealing; iterated extended Kalman filter; Levenberg-Marquardt

Citation Yao Zhi-Qiang, Chen Zhuo-Ting, Ge Quan-Bo, Zhang Xu, Ren Xiao-Hui, Huang Lu. SA-LM optimization-based fusion positioning method using GNSS/cellular signals of opportunity. *Acta Automatica Sinica*, xxxx, **xx**(x): x−xx

收稿日期 2026-06-08 录用日期 2026-08-19
Manuscript received June 8, 2026; accepted August 19, 2026
国家自然科学基金 (12431014, 42501542, 62636007), 浙江省自然科学基金 (LZJMD25D050001), 湖南省自然科学基金 (2025JJ90241, 2026JJ30195) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (12431014, 42501542, 62636007), Zhejiang Provincial Natural Science Foundation of China (LZJMD25D050001), and Natural Science Foundation of Hunan Province of China (2025JJ90241, 2026JJ30195)
本文责任编委 倪茂林
Recommended by Associate Editor NI Mao-Lin

1. 湘潭大学自动化与电子信息学院 湘潭 411105 2. 智能可信导航与定位湖南省重点实验室 湘潭 411105 3. 湖南国家应用数学中心 湘潭 411105 4. 湘潭大学数学与计算科学学院 湘潭 411105 5. 南京信息工程大学自动化学院 南京 210044
1. School of Automation and Electronic Information, Xiangtan University, Xiangtan 411105 2. Hunan Province Key Laboratory of Credible Intelligent Navigation and Positioning, Xiangtan 411105 3. National Center for Applied Mathematics in Hunan, Xiangtan 411105 4. School of Mathematics and Computational Science, Xiangtan University, Xiangtan 411105 5. School of Automation, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044

准确、可靠的导航定位能力是无人系统自主运行与智能平台协同控制的核心基础[1]. 全球导航卫星系统 (global navigation satellite system, GNSS) 在开阔环境下能够提供连续、实时的自主定位服务[2−4]. 然而, 在高密度城市环境中, 定位技术仍面临诸多挑战[5−9]. 建筑物遮挡、隧道遮蔽及植被覆盖等因素均可导致卫星信号深度衰落甚至完全阻断, 使接收机可见卫星数量显著减少, 进而造成定位服务性能严重下降或中断, 对依赖连续位置信息的自主导航任务构成直接威胁. 因此, 在遮蔽环境中引入辅助定位观测源以增强 GNSS 的连续性与可靠性, 对提升无人系统自主导航能力具有重要意义.

为此, 研究者们逐渐关注利用环境机会信号 (signals of opportunity, SOPs) 作为辅助定位源. 此类非导航无线信号涵盖蜂窝网络、数字电视、Wi-Fi、蓝牙以及超宽带等, 可用于构建多源融合定位系统[10−12]. 在各种机会信号中, 蜂窝机会信号因其覆盖广、信号强度强、带宽高以及基础设施成熟等优势, 成为最具应用潜力的辅助定位信号之一[13−14].

近年来, GNSS 与蜂窝机会信号的融合受到广泛关注, 相关研究主要集中于滤波方法和优化策略两个方面. 早期基于优化的方法包括最速下降和最小二乘求解. 龚福祥等[15] 提出一种基于最速下降的全球定位系统 (global positioning system, GPS) 伪距与蜂窝机会信号融合方法; 文献 [16] 构建紧耦合加权最小二乘框架进行 GNSS/蜂窝机会信号融合. Li 等[17] 进一步提出针对北斗导航卫星系统 (BeiDou navigation satellite system, BDS)-5G 融合定位的高斯−牛顿迭代加权最小二乘模型. 基于滤波的方法也得到广泛研究. 文献 [18] 利用扩展卡尔曼滤波 (extended Kalman filter, EKF) 将 GNSS 伪距观测与蜂窝机会信号的到达时间差 (time difference of arrival, TDOA) 观测进行融合; 文献 [19] 提出一种基于粒子滤波的融合方法, 以增强信号遮挡条件下的鲁棒性. 此外, 启发式与优化启发方法也被探索. 文献 [20] 构建 BDS-5G 信号的到达时间 (time of arrival, TOA)/到达时间差 TDOA 融合定位模型, 提出一种多目标粒子群优化 (multi-objective particle swarm optimization, MOPSO) 算法. 从系统角度看, 近期研究聚焦于 GNSS/5G 的实际集成及智能手机应用. Li 等[21−22] 提出自适应切换与多源融合策略, 结合卫星仰角、载噪比、载波相位和多普勒观测, 提高了系统鲁棒性. Sun 等[23] 利用 5G 基站的到达角 (angle of arrival, AOA) 估计与 GNSS 卫星 TOA 量测实现混合定位, 并通过移动平均平滑抑制原始定位解中的噪声影响. 近两年来, 相关研究进一步向实际系统集成与复杂环境鲁棒性提升方向发展. 文献 [24] 基于智能手机实测数据, 提出一种基于 AOA 量测的 GNSS/5G 紧耦合融合定位方法; Zhou 等[25] 提出一种 GNSS 辅助的 5G NR 鲁棒跟踪与深耦合定位方法, 将 EKF 融合状态反馈至 5G NR 信号跟踪环路, 以提高复杂遮挡环境下的信号跟踪稳定性和定位精度; Deng 等[26] 面向 GNSS/5G/惯性测量单元紧耦合系统, 提出一种多源故障容错鲁棒导航方法.

上述方法从不同角度推进了 GNSS/蜂窝机会信号融合定位研究, 并验证了蜂窝信号对 GNSS 遮蔽环境定位性能的补偿作用. 然而, 在城市峡谷等复杂遮蔽环境中, 可见卫星数量减少、观测几何退化以及蜂窝信号的非视距、多路径等因素相互耦合, 使融合定位过程仍面临鲁棒性不足与估计稳定性下降的问题, 相关方法仍有进一步提升空间.

EKF 是众多组合导航系统中的基础状态估计方法. 然而, EKF 通常围绕预测状态进行单次线性化更新, 其线性化误差在强非线性条件下可能引入状态估计偏差, 甚至导致滤波发散. GNSS/蜂窝机会信号伪距观测模型的非线性特征相对温和, 采用粒子滤波 (particle filter, PF) 或无迹卡尔曼滤波 (unscented Kalman filter, UKF) 等高阶非线性滤波方法计算开销较大, 难以兼顾实时性与计算效率. 相比之下, 迭代扩展卡尔曼滤波 (iterative extended Kalman filter, IEKF) 在保持较高计算效率的同时, 每次更新过程中对测量模型进行多次线性化, 利用最新状态估计不断更新雅可比矩阵, 从而提高了对非线性的近似精度. 然而, 在可见卫星数量不足或观测几何条件恶化的情况下, 传统 IEKF 的鲁棒性仍然不足. 为此, 已有研究将数值优化方法引入 IEKF 的迭代更新过程以提高收敛性, 代表性方法包括拟牛顿法 (quasi-Newton method, QN)[27]、Levenberg-Marquardt (LM) 方法及基于信赖域的双 Dog-leg 方法[27−30].

拟牛顿法通过引入控制矩阵保持近似海森矩阵正定性, 在一定程度上改善了 IEKF 的数值稳定性. 然而, QN 改进的 IEKF 仍依赖局部一阶泰勒展开, 当观测几何条件恶化或系统可观测性不足时, 近似海森矩阵对目标函数真实曲率的刻画能力下降, 搜索方向可能产生偏差, 导致迭代收敛至局部最优甚至滤波发散. LM 方法[27] 在高斯−牛顿更新中添加阻尼项, 改善了 IEKF 在非线性条件下的数值稳定性. 然而, 该策略较为保守的步长选择机制在一定程度上制约了算法的收敛速度. 双 Dog-leg 增量估计方法[30] 结合多方向搜索与自适应步长机制增加了搜索灵活性. 然而, 该方法仍为确定性局部优化方法, 依赖局部梯度信息驱动搜索, 在非凸误差面

中仍可能陷入局部最优. 近期提出的迭代不变卡尔曼滤波框架[31], 通过在量测更新阶段引入基于高斯–牛顿方法的迭代重线性化, 在保留不变误差结构的同时提高了非线性状态估计精度, 但其本质仍依赖于局部线性化与梯度信息驱动的迭代寻优机制. 上述改进方法虽在不同层面提升了 IEKF 的数值稳定性与收敛性能, 但均以局部梯度信息为驱动, 本质上仍属确定性局部优化策略, 缺乏探索非局部区域的能力.

传统等权或固定权重融合策略通常无法准确反映各观测量对定位精度的实际贡献. 尤其在复杂环境下, 低质量观测易对融合解产生不利影响, 从而降低系统整体定位性能. 针对异质观测在精度与可靠性方面存在的显著差异, 已有研究提出多种自适应加权方法, 以提升融合定位系统的鲁棒性与定位精度. 现有加权策略大多依据单一指标构建. 一类方法基于观测噪声或信号质量进行加权, 文献 [16] 基于卫星仰角对 GNSS 观测进行加权处理, 仰角越高的卫星被赋予越大的权重, 但所有 5G 基站权重固定设置为 1. Bai 等[32] 提出多速率自适应卡尔曼滤波方法融合 GNSS 与不同采样率的 5G 观测, 结合距离相关噪声协方差模型与在线参数自适应调整机制, 更准确地刻画测量不确定性. Jiao 等[33] 仅接入信号强度较高的 5G 基站, 提出迭代卡尔曼滤波方法, 通过双重异常检测与遗忘因子自适应调节机制实现观测权重与多系统测量噪声的动态更新, 提升了复杂环境下的定位稳定性.

然而, 定位精度不仅受测量噪声影响, 还与观测节点的几何构型相关[34–35]. 为此, 另一类方法从几何角度构建权重, Wang 等[36] 提出自适应最优选择方法, 通过优化 5G 基站原始测量改善 BDS/5G 融合定位精度. 在多基站场景中, 不同基站的信号质量、空间分布以及与卫星耦合构成的观测几何条件均存在显著差异, Cao 等[37] 将定位精度因子 (position dilution of precision, PDOP) 作为加权指标提升定位精度, 以减弱不利几何条件对定位性能的影响. 此外, 还有研究采用信号强度指标或几何因子进行加权处理[38]. 近期, 部分研究尝试引入更复杂的自适应加权机制. Huang 等[39] 提出一种基于强化学习与信息矩阵融合优化的卡尔曼滤波定位标定方法, 通过 Actor-Critic 网络动态调整状态协方差矩阵. Ge 等[40] 提出一种基于可信度的多传感器融合方法, 通过对各传感器观测的可信度进行在线评估与动态加权, 为异质观测源加权策略提供了新的思路. 然而, 现有方法或仅依据单一评价指标构建权重模型, 或虽引入学习机制、可信度评估等更复杂手段, 仍局限于单个观测量层面, 难以同时兼顾观测几何结构与测量质量的综合差异; 同时, 对多基站组合所形成的不同融合解之间的质量差异考虑不足, 限制了复杂环境下融合定位性能的进一步提升.

针对上述问题, 本文提出一种基于模拟退火 Levenberg-Marquardt (SA-LM) 优化的 GNSS/蜂窝机会信号融合定位方法, 主要贡献如下:

1) 针对现有方法多依赖确定性局部优化策略、缺乏探索非局部区域能力而易过早收敛于局部极值的问题, 设计模拟退火 Levenberg-Marquardt (SA-LM) 优化算法, 并给出收敛性理论分析. 通过对非改进候选步的概率接受机制, 一定程度上提高迭代收敛可靠性.

2) 为兼顾观测几何结构与测量质量差异, 提出基于位置精度因子与伪距残差的双因子加权机制, 联合评估观测几何质量与测量一致性, 进而获得更为可靠的融合结果. 此外, 设计指数加权状态平滑方法, 对历史状态估计施加指数衰减权重, 抑制定位解的瞬时波动, 提高定位轨迹的连续性与稳定性.

3) 搭建 GNSS/蜂窝机会信号实验采集平台, 在开阔及林荫道环境下进行融合定位实验. 仿真与实测结果表明, 所提方法在定位精度上具有显著提升.

本文内容安排如下: 第 1 节为状态估计问题建模, 首先介绍 GNSS/蜂窝机会信号融合定位的测量模型与状态估计方法, 并分析观测几何退化对定位性能的影响; 第 2 节为 GNSS/蜂窝机会信号融合定位方法, 重点介绍基于 SA-LM 的迭代求解优化算法以及基于 PDOP 与残差的双因子加权融合机制; 第 3 节为实验验证部分, 简要说明实验平台与测试场景, 并结合仿真与实测实验, 对所提方法进行分析与验证; 第 4 节对全文工作进行总结.

1　状态估计问题建模

针对 GNSS/蜂窝机会信号融合定位问题, 构建了两类关键观测模型, 即 GNSS 卫星伪距观测模型与蜂窝机会信号伪距观测模型. 图 1 展示了典型城市环境下接收机的信号传播场景, 信号来源包括数量有限的可见 GNSS 卫星以及蜂窝基站, 并刻画了实际环境中常见的视距与非视距传播路径. 实线箭头表示视距信号, 虚线箭头表示受建筑物等障碍物遮挡或反射所形成的非视距传播信号.

1.1　测量模型

基于 GNSS 的定位原理, 接收机位置 $\boldsymbol{r}_u = (x,\ y,\ z)^{\mathrm{T}}$ 及接收机钟差 δt_u 需通过至少四颗卫星的伪距观测方程联立求解获得. 第 j 颗卫星的位置表示为 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{sv},\,j} = (x_{\mathrm{sv},\,j},\ y_{\mathrm{sv},\,j},\ z_{\mathrm{sv},\,j})^{\mathrm{T}}$. 在对电离层延迟和对流层延迟等大气误差进行改正后, 卫星 j 的伪距观测值 ρ_j^{GNSS} 可建模为真实几何距离 d_j 与钟差等

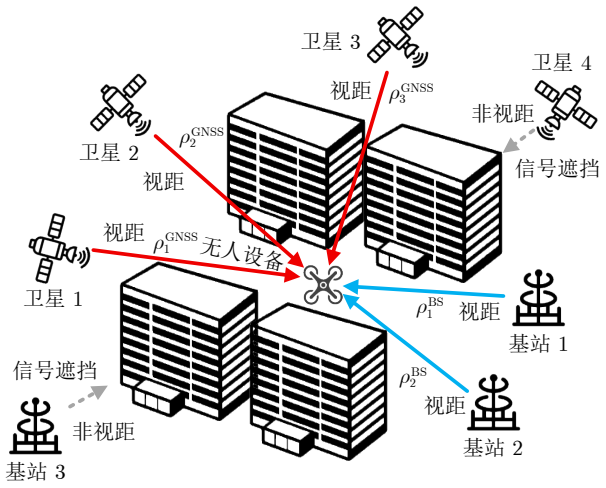


图 1 定位场景示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the positioning scenario

效距离 $c\delta t_u$ 的线性组合, 其中 c 为光速, $\varepsilon_j^{\mathrm{GNSS}}$ 表示伪距观测的综合残差.

$$d_j = \sqrt{(x - x_{\mathrm{sv},\,j})^2 + (y - y_{\mathrm{sv},\,j})^2 + (z - z_{\mathrm{sv},\,j})^2} \tag{1}$$

$$\rho_j^{\mathrm{GNSS}} = d_j + c\delta t_u + \varepsilon_j^{\mathrm{GNSS}},\ j = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ M \tag{2}$$

假设所有基站坐标均已知, 且各基站间已实现精确时间同步. 第 i 个基站的位置表示为 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{bs},\,i} = (x_{\mathrm{bs},\,i},\ y_{\mathrm{bs},\,i},\ z_{\mathrm{bs},\,i})^{\mathrm{T}}$. 基站 i 与接收机之间的伪距记为 ρ_i^{BS}:

$$\rho_i^{\mathrm{BS}} = \sqrt{(x - x_{\mathrm{bs},\,i})^2 + (y - y_{\mathrm{bs},\,i})^2 + (z - z_{\mathrm{bs},\,i})^2} + c\delta t_b + \varepsilon_i^{\mathrm{bs}} \tag{3}$$

其中, δt_b 为接收机时钟与基站时钟之间的误差; $\varepsilon_i^{\mathrm{bs}}$ 表示测量噪声.

为消除接收机钟差对蜂窝机会信号测距的影响, 采用基站间伪距差分方法, 将各基站的绝对伪距观测转换为基站间的伪距差观测, 从而减少待估未知参数数量, 提升方程组求解的稳定性[41−42]. 将距离接收机最近的基站作为参考基准, 并定义为基站 1. 基站 i 相对于该基准的观测伪距差记为

$$r_{i,\,1}^{\mathrm{BS}} = \rho_i^{\mathrm{BS}} - \rho_1^{\mathrm{BS}},\quad i = 2,\ 3,\ \cdots,\ N \tag{4}$$

1.2 状态估计

为实现 GNSS/蜂窝机会信号的紧耦合融合, 建立了迭代扩展卡尔曼滤波的状态估计方法. 该方法在预测与更新阶段对伪距观测与伪距差分观测进行统一建模, 同时显式考虑二者在物理属性及误差特性方面的差异. 时刻 k 的系统状态向量定义为:

$$\boldsymbol{x}(k) = \left[\boldsymbol{r}_u^{\mathrm{T}}(k),\ \dot{\boldsymbol{r}}_u^{\mathrm{T}}(k),\ \boldsymbol{x}_{\mathrm{clk},\,u}^{\mathrm{T}}(k)\right]^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

其中, $\dot{\boldsymbol{r}}_u(k) = [\dot{x}_u(k),\ \dot{y}_u(k),\ \dot{z}_u(k)]^{\mathrm{T}}$ 表示接收机的速度向量; $\boldsymbol{x}_{\mathrm{clk},\,u}(k) = \left[c\delta t_u(k),\ c\delta\dot{t}_u(k)\right]^{\mathrm{T}}$ 为接收机钟差与钟漂经光速 c 归算后的等效误差向量.

假设接收机保持相对恒定的运动状态, 采用恒速 (constant velocity, CV) 模型对其运动过程进行描述. 基于该假设, 系统状态的先验预测可表示为:

$$\hat{\boldsymbol{x}}(k|k-1) = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}(k-1) \tag{6}$$

$$\boldsymbol{P}(k|k-1) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}(k-1)\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{w}} \tag{7}$$

其中, $\boldsymbol{P}(k|k-1)$ 和 $\boldsymbol{P}(k-1)$ 分别为 k 时刻状态预测 $\hat{\boldsymbol{x}}(k|k-1)$ 和 $k-1$ 时刻状态估计 $\hat{\boldsymbol{x}}(k-1)$ 的误差协方差矩阵; 状态转移矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为块结构:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\delta_t} & \boldsymbol{0}_{6\times 2} \\ \boldsymbol{0}_{2\times 6} & \boldsymbol{F} \end{bmatrix},\ \boldsymbol{A}_{\delta_t} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_3 & \delta_t \boldsymbol{I}_3 \\ \boldsymbol{0}_3 & \boldsymbol{I}_3 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} 1 & \delta_t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

其中, δ_t 表示观测采样时间间隔. 过程噪声协方差 $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{w}}$ 为:

$$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{w}} = \mathrm{blkdiag}(\boldsymbol{Q}_{pv},\ \boldsymbol{Q}_{\mathrm{clk},\,u}) \tag{9}$$

$$\boldsymbol{Q}_{pv} = \begin{bmatrix} \dfrac{\delta_t^3}{3}\boldsymbol{Q}_{xyz} & \dfrac{\delta_t^2}{2}\boldsymbol{Q}_{xyz} \\ \dfrac{\delta_t^2}{2}\boldsymbol{Q}_{xyz} & \delta_t \boldsymbol{Q}_{xyz} \end{bmatrix} \tag{10}$$

其中, $\mathrm{blkdiag}(*_1,\ \cdots,\ *_n)$ 表示由矩阵 $*_1,\ \cdots,\ *_n$ 构成的对角块矩阵; $\boldsymbol{Q}_{xyz} = \mathrm{diag}\{a_x,\ a_y,\ a_z\}$ 表示各方向上的加速度噪声强度矩阵; $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{clk},\,u}$ 表示接收机钟差的过程噪声协方差矩阵[41].

非线性观测模型可表示为:

$$\boldsymbol{z}(k) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(k)) + \boldsymbol{e}(k) \tag{11}$$

其中, $\boldsymbol{z}(k)$ 同时包含 GNSS 伪距观测与蜂窝基站间伪距差观测, 具体形式为:

$$\boldsymbol{z}(k) = \left[\rho_1^{\mathrm{GNSS}},\ \cdots,\ \rho_M^{\mathrm{GNSS}},\ r_{2,\,1}^{\mathrm{BS}},\ \cdots,\ r_{N,\,1}^{\mathrm{BS}}\right]^{\mathrm{T}} \tag{12}$$

相应的非线性观测函数 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(k))$ 可表示为:

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(k)) = \begin{bmatrix} \|\boldsymbol{r}_u(k) - \boldsymbol{r}_{\mathrm{sv},\,1}(k)\| + c\delta t_u(k) \\ \vdots \\ \|\boldsymbol{r}_u(k) - \boldsymbol{r}_{\mathrm{sv},\,M}(k)\| + c\delta t_u(k) \\ \|\boldsymbol{r}_u(k) - \boldsymbol{r}_{\mathrm{bs},\,2}(k)\| - \|\boldsymbol{r}_u(k) - \boldsymbol{r}_{\mathrm{bs},\,1}(k)\| \\ \vdots \\ \|\boldsymbol{r}_u(k) - \boldsymbol{r}_{\mathrm{bs},\,N}(k)\| - \|\boldsymbol{r}_u(k) - \boldsymbol{r}_{\mathrm{bs},\,1}(k)\| \end{bmatrix} \tag{13}$$

观测噪声 $\boldsymbol{e}(k)$ 服从零均值高斯分布, 其协方差矩阵为[43]:

$$\boldsymbol{R}(k)=\mathrm{blkdiag}(\boldsymbol{R}^{\mathrm{GNSS}},\ \boldsymbol{R}^{\mathrm{BS}}) \tag{14}$$

其中, $\boldsymbol{R}^{\mathrm{GNSS}}$ 和 $\boldsymbol{R}^{\mathrm{BS}}$ 分别表示 GNSS 伪距观测噪声和蜂窝基站测距观测噪声的协方差矩阵.

在扩展卡尔曼滤波 IEKF 迭代更新过程中, IEKF 采用逐次线性化方式进行状态修正, 其中 n 表示第 n 次迭代. 具体步骤如下:

1) 雅可比矩阵计算:

$$\boldsymbol{G}_n(k)=\frac{\partial \boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))}{\partial \hat{\boldsymbol{x}}_n(k)} \tag{15}$$

2) 卡尔曼增益计算:

$$\boldsymbol{K}_n(k)=\boldsymbol{P}(k|k-1)\boldsymbol{G}_n^{\mathrm{T}}(k)\times \Big(\boldsymbol{G}_n(k)\boldsymbol{P}(k|k-1)\boldsymbol{G}_n^{\mathrm{T}}(k)+\boldsymbol{R}(k)\Big)^{-1} \tag{16}$$

3) 状态更新:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{n+1}(k)=\hat{\boldsymbol{x}}(k|k-1)+\boldsymbol{K}_n(k)\Big(\boldsymbol{z}(k)-\boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))-\boldsymbol{G}_n(k)\big(\hat{\boldsymbol{x}}(k|k-1)-\hat{\boldsymbol{x}}_n(k)\big)\Big) \tag{17}$$

4) 收敛判据:

当满足 $\|\hat{\boldsymbol{x}}_{n+1}(k)-\hat{\boldsymbol{x}}_n(k)\|\le\zeta_1$ 时停止迭代, 其中 ζ_1 为预设的收敛阈值.

尽管 IEKF 能够通过迭代线性化提高非线性观测条件下的状态估计精度, 但估计性能仍高度依赖于观测质量与观测几何结构. 因此, 有必要进一步分析 GNSS/蜂窝机会信号融合定位中几何退化对定位性能的影响.

1.3　融合定位中退化问题分析

在高斯噪声假设及一阶线性化条件下, IEKF 的状态更新过程在局部线性化意义下与高斯–牛顿方法等价[28, 30], 融合定位问题可建模为如下非线性最小二乘形式:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{z}(k)\\ \hat{\boldsymbol{x}}(k|k-1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(k))\\ \boldsymbol{x}(k)\end{bmatrix}+\boldsymbol{\varepsilon}(k) \tag{18}$$

其中, $\boldsymbol{\varepsilon}(k)\sim\mathrm{N}(0,\ \boldsymbol{Q}_h)$, $\boldsymbol{Q}_h$ 为块对角矩阵, 定义为 $\boldsymbol{Q}_h=\mathrm{blkdiag}(\boldsymbol{R}(k),\ \boldsymbol{P}(k|k-1))$. 进而, 加权残差向量 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(k))$ 表示为:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(k))=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}^{-\frac{1}{2}}(k)\left(\boldsymbol{z}(k)-\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(k))\right)\\ \boldsymbol{P}^{-\frac{1}{2}}(k|k-1)\left(\hat{\boldsymbol{x}}(k|k-1)-\boldsymbol{x}(k)\right)\end{bmatrix} \tag{19}$$

对应目标函数为:

$$F(\boldsymbol{x}(k))=\frac{1}{2}\|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(k))\|^2 \tag{20}$$

对目标函数进行局部线性化后, 可采用高斯–牛顿类方法求解状态增量. 雅可比矩阵可表示为

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}(k))=\begin{bmatrix}-\boldsymbol{R}^{-\frac{1}{2}}(k)\boldsymbol{G}(k)\\ \boldsymbol{P}^{-\frac{1}{2}}(k|k-1)\boldsymbol{I}\end{bmatrix} \tag{21}$$

其中, $\boldsymbol{G}(k)$ 表示观测模型关于状态变量的一阶导数矩阵, 用于刻画状态空间到观测空间之间的局部线性映射关系.

进一步地, IEKF 状态更新过程可表示为

$$\delta\boldsymbol{x}=-\left(\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}\right)^{-1}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f} \tag{22}$$

其对应的信息矩阵为

$$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}=\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{G}+\boldsymbol{P}^{-1} \tag{23}$$

当可用卫星与基站相对于接收机的空间几何分布不均衡时, 观测雅可比矩阵 $\boldsymbol{G}$ 的各行向量趋于线性相关, 条件数增大, 导致信息矩阵 $\boldsymbol{H}$ 的最小特征值显著减小, 法方程呈病态甚至趋于奇异.

为量化病态程度, 引入谱条件数[44] 定义为

$$\kappa_2(\boldsymbol{H})=\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{H})}{\lambda_{\min}(\boldsymbol{H})} \tag{24}$$

其中, $\lambda_{\max}(\cdot)$ 与 $\lambda_{\min}(\cdot)$ 分别表示矩阵的最大与最小特征值. 当 $\lambda_{\min}(\boldsymbol{H})$ 趋近于零时, 信息矩阵条件数迅速增大, 此时状态增量求解对观测噪声与线性化误差将表现出较高敏感性. 即使微小扰动, 也可能导致估计增量显著放大, 从而降低迭代求解的数值稳定性与收敛可靠性.

由于 IEKF 本质上属于局部迭代优化方法, 其收敛性能高度依赖于局部线性化精度与初始状态估计质量. 当观测条件较差或初始估计偏离真实状态较远时, 基于局部二次近似的高斯–牛顿迭代方向可能无法准确反映目标函数的真实下降趋势, 从而导致迭代过程中出现振荡、收敛缓慢甚至陷入局部最优等问题. 特别是在低观测或退化场景下, 线性化误差会在连续迭代过程中不断累积. Dog-leg 方法在接近退化区域时, 其搜索路径可能偏离真实下降方向, 导致信赖域更新效率下降. 尽管 LM 算法通过引入阻尼因子在一定程度上提高了迭代过程的稳定性, 但本质上仍属于基于局部梯度信息的优化方法.

2　GNSS/蜂窝机会信号融合定位方法

针对观测几何退化与观测质量差异共同引起的数值不稳定问题, 本文提出一种 GNSS/蜂窝机会信号融合定位方法. 该方法主要包括两个关键模块:

基于 SA-LM 迭代求解优化的 IEKF 融合定位模块, 以及基于 PDOP 与残差的双因子加权融合模块. 整体系统架构如图 2 所示.

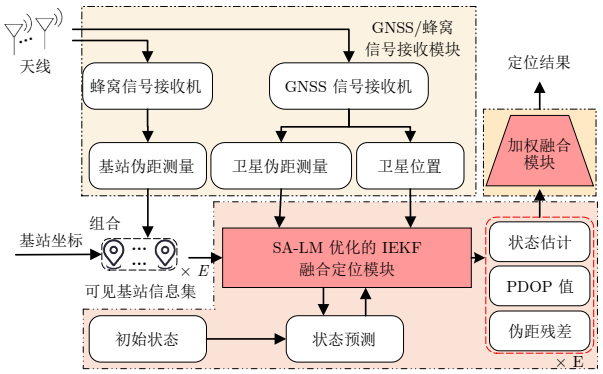


图 2 定位算法系统架构

Fig. 2 System architecture of the positioning algorithm

2.1 基于 SA-LM 的迭代求解优化算法

本文引入模拟退火机制以一定概率接受非改进候选步, 增强算法跳出局部极值的能力, 提出一种 SA-LM 迭代求解优化算法. 在每次迭代中, SA-LM 算法通过求解如下问题计算状态更新量:

$$\begin{aligned}&\min_{\delta\boldsymbol{x}(k)} \quad \frac{1}{2}\left\|\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}(k))\delta\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(k))\right\|_2^2\\&\text{s.t.} \quad \left\|\delta\boldsymbol{x}(k)\right\|\le\Delta\end{aligned}\tag{25}$$

其中, $\Delta>0$ 为信赖域半径.

在第 n 次迭代中, 梯度可表示为 $\nabla F(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))=\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))\boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))$. 在此基础上构造自适应阻尼因子为:

$$\lambda_n=\mu_n\frac{\left\|\nabla F(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))\right\|}{1+\left\|\nabla F(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))\right\|}\tag{26}$$

其中, μ_n 为阻尼尺度参数. 随着当前梯度范数的变化, λ_n 自适应调整, 从而动态调节梯度下降与高斯–牛顿更新在迭代过程中的作用.

基于 LM 方法的状态更新量 $\delta\hat{\boldsymbol{x}}_n(k)$ 可通过求解以下方程获得[43]:

$$\begin{aligned}\delta\hat{\boldsymbol{x}}_n(k)=&-\left(\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))\boldsymbol{J}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))+\lambda_n\boldsymbol{I}\right)^{-1}\times\\&\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))\boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))\end{aligned}\tag{27}$$

通过实际下降量与预测下降量之比来评估步长质量:

$$\rho_n=\frac{\left\|\boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))\right\|^2-\left\|\boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k)+\delta\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))\right\|^2}{\left\|\boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))\right\|^2-\left\|\boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))+\boldsymbol{J}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))\delta\hat{\boldsymbol{x}}_n(k)\right\|^2}\tag{28}$$

不同于传统 LM 方法对未达到确定性接受条件的候选步直接拒绝, 所提算法在 LM 迭代更新中引入 Metropolis 准则, 在保留 LM 高效局部收敛能力的同时, 该机制增强了搜索过程的局部探索能力, 为算法离开部分不利局部区域提供了可能, 并有助于缓解其对初始值的敏感性.

Metropolis 接受因子定义为:

$$P_n=\exp\left(-\frac{p_0-\rho_n}{T_n}\right)\tag{29}$$

其中, $T_n>0$ 表示第 n 次迭代时的温度参数; $p_0\in(0,\,1)$ 为预设阈值.

定义 $r_n=\mathrm{e}^{-v}+\left(\mathrm{e}^{-1/v}-\mathrm{e}^{-v}\right)\mathrm{rand}(1)$, 其中 $v>1$. 若满足 $P_n\ge r_n$, 则更新候选状态.

SA-LM 伪代码如算法 1 所示. 在所给假设条件下, 该算法的迭代序列至少存在一个满足一阶最优性条件的平稳聚点, 详细收敛性分析见附录 A.

算法 1. SA-LM 算法

输入. 非线性残差函数 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, 初始估计 $\boldsymbol{x}_0$, 收敛阈值 ϵ、ζ_1, 参数 $\mu_0>m>0$, $0<p_0<p_1<p_2<1$, $c_0>1$, $0<c_1<1$, 降温速率 $0<\gamma<1$, 初始温度 $T_0>0$, $v>1$.

输出. 使 $\|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\|^2$ 最小的优化解 $\hat{\boldsymbol{x}}(k)$.

令 $n\leftarrow0$, $\hat{\boldsymbol{x}}_n(k)\leftarrow\boldsymbol{x}_0$, $\mu_n\leftarrow\mu_0$, $T_n\leftarrow T_0$.

while true **do**

1) 计算当前残差 $\boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))$ 及其雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))$, 并计算梯度

$$\nabla F(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))=\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))\boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))$$

2) 若 $\|\nabla F(\hat{\boldsymbol{x}}_n(k))\|\le\epsilon$, 则令 $\hat{\boldsymbol{x}}(k)\leftarrow\hat{\boldsymbol{x}}_n(k)$, 停止迭代并返回 $\hat{\boldsymbol{x}}(k)$;

3) 根据式 (26) 计算自适应阻尼参数 λ_n, 并由式 (27) 计算更新量 $\delta\hat{\boldsymbol{x}}_n(k)$;

4) 根据式 (28) 计算增益比 ρ_n, 再由式 (29) 计算接受因子 P_n, 并生成模拟退火接受阈值

$$r_n=\mathrm{e}^{-v}+\left(\mathrm{e}^{-\frac{1}{v}}-\mathrm{e}^{-v}\right)\mathrm{rand}(1)$$

5) 根据模拟退火接受准则更新迭代解:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{n+1}(k)=\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}_n(k)+\delta\hat{\boldsymbol{x}}_n(k), & P_n\ge r_n\\ \hat{\boldsymbol{x}}_n(k), & P_n<r_n\end{cases}$$

6) 若 $P_n\ge r_n$ 且 $\left\|[\delta\hat{\boldsymbol{x}}_n(k)]_{1:3}\right\|\le\zeta_1$, 令 $\hat{\boldsymbol{x}}(k)\leftarrow\hat{\boldsymbol{x}}_{n+1}(k)$, 停止迭代并返回 $\hat{\boldsymbol{x}}(k)$;

7) 更新阻尼尺度参数 μ_{n+1}:

$$\mu_{n+1}=\begin{cases}c_0\mu_n, & \min(\lambda_n,\,\rho_n)<p_1\\ \max\{c_1\mu_n,\,m\}, & \min(\lambda_n,\,\rho_n)>p_2\\ \mu_n, & \text{其他}\end{cases}$$

8) 更新温度 $T_{n+1}\leftarrow\gamma T_n$;

9) 令 $n\leftarrow n+1$;

end while

2.2　基于 PDOP 与残差的双因子加权融合方法

为刻画不同基站与卫星组合下参数估计的可靠性, 本文引入位置精度因子 PDOP 与伪距残差, 构建综合不确定性指标 Ω_ℓ, 以实现加权融合.

由于蜂窝伪距观测采用基于参考基站的差分形式, 每个有效观测均由一对基站生成. 单次定位过程中, 从 N ($\mathrm{N} \geq 2$) 个可用基站中选取两个基站构成观测组合. 所有可能的基站组合数量记为 E, 表示为:

$$E = C_N^2 = \frac{N!}{(N-2)! \times 2!} \tag{30}$$

令 D_ℓ 表示第 ℓ 个组合对应的 PDOP 取值, 第 ℓ 个组合对应的不确定性指标定义为:

$$\Omega_\ell = \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}_\ell^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varepsilon}_\ell} \times D_\ell, \quad \ell = 1,\ 2,\ \cdots,\ E \tag{31}$$

残差向量为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\ell = \boldsymbol{z}_\ell - \boldsymbol{g}_\ell(\hat{\boldsymbol{x}}_\ell) \tag{32}$$

式中, $\boldsymbol{z}_\ell$ 为组合 ℓ 对应的观测向量; $\boldsymbol{g}_\ell(\hat{\boldsymbol{x}})$ 表示相应的非线性观测函数. 不同组合下参数估计值的权重由不确定性指标的平方倒数进行归一化得到:

$$w_\ell = \frac{\dfrac{1}{\Omega_\ell^2}}{\displaystyle\sum_{\ell'=1}^{E} \frac{1}{\Omega_{\ell'}^2}} \tag{33}$$

加权融合位置估计为:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_w = \sum_{\ell=1}^{E} w_\ell \hat{\boldsymbol{x}}_\ell \tag{34}$$

考虑融合定位结果在时间维度上仍存在一定随机波动, 而真实目标的运动轨迹通常具有连续性与平滑性. 受文献 [33] 中遗忘因子思想的启发, 本文将历史时刻状态估计值引入当前时刻的位置估计过程, 构建如下指数加权平滑模型:

$$\hat{\boldsymbol{x}}(k) = d\hat{\boldsymbol{x}}(k-1) + (1-d)\hat{\boldsymbol{x}}_w(k) \tag{35}$$

其中, d 为遗忘因子, 用于调节历史信息与当前估计之间的权重分配.

然而, 传统遗忘因子随迭代次数增加衰减速度较快, 历史信息对当前估计的约束能力逐渐减弱, 不利于长时间运行条件下的轨迹平滑. 为此, 本文采用分数阶时间调节项对遗忘因子加以改进.

$$d = \frac{1-b}{1-b^{(k+1)^\alpha}} \tag{36}$$

其中, $0 < b < 1$ 为指数衰减基数; $\alpha \in (0,\ 1)$ 为分数阶参数. 本文设定 b 的值为 0.99, α 为 0.7.

3　仿真与实测结果分析

以上对所提融合方法的关键模块进行了详细阐述, 接下来将对该方法进行实验验证与评估. 首先, 介绍实验平台与设备配置及测试场景等实验设置; 其次, 与现有融合定位方法进行整体性能对比, 以验证所提方法的有效性; 再次, 在统一的加权融合机制下, 对比不同迭代优化算法的定位性能, 验证所提 SA-LM 算法在不同测距噪声水平下的求解稳定性; 然后, 对加权融合模块的关键组件进行消融分析, 分别量化双因子加权机制与指数状态平滑策略对定位性能的贡献; 最后, 进一步开展核心模块耦合消融实验, 量化各模块单独提升、协同提升幅度.

3.1　实验设置

3.1.1　实验平台和设备

为全面评估所提方法在不同观测条件下的定位性能, 本文搭建了 GNSS 与蜂窝机会信号采集平台. 实验平台如图 3 所示, 由硬件采集平台与软件解析系统两部分组成. 硬件采集平台主要包括北云 X1 设备与 USRP X310 软件定义无线电 (software defined radio, SDR). 北云 X1 用于 GNSS 信号接收与解析, 并输出实时动态差分 (real-time kinematic, RTK) 定位数据, 用作实验参考轨迹; USRP X310 负责蜂窝下行信号的射频采集与基带处理, 配备两副 BY500 全向天线, 分别接收 1 835.6 MHz 与 2 140.0 MHz 两个频段的蜂窝机会信号. 上述两个频段均采用频分双工 (frequency division duplex, FDD) 模式, 上下行链路占用独立频率, 可保证下行参考信号持续可用于伪距测量. 此外, 系统集成 GPS 驯服振荡器 (GPS-disciplined oscillator, GPSDO), 为 GNSS 与蜂窝机会信号处理提供了统一的高精度时钟基准, 确保了两类观测量的时间同步精度. 软件解析系统运行于联想拯救者 Y9000P

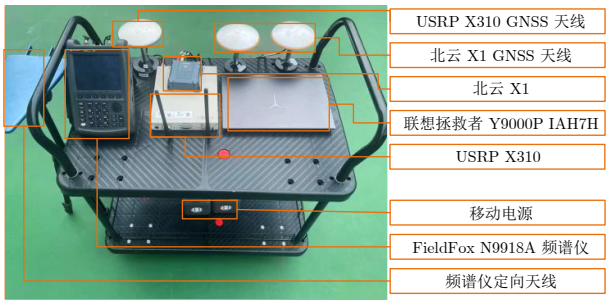


图 3　GNSS 与蜂窝机会信号融合定位实验平台

Fig. 3　GNSS and cellular signals of opportunity fusion positioning experimental platform

IAH7H 笔记本电脑平台, 并基于 C++ 与 MATLAB 联合开发. GNSS 处理模块实现卫星钟差补偿、对流层延迟与电离层延迟改正等预处理功能; 蜂窝机会信号处理模块实现基站钟差建模与补偿, 并完成伪距观测量的提取. 需要指出的是, 所提方法与具体卫星系统无关. 本文选取北斗卫星信号与蜂窝机会信号开展融合定位实验验证, 所得结论同样适用于其他卫星导航系统.

3.1.2 测试场景

外场测试在两类典型场景下开展, 测试轨迹与实验环境如图 4 所示, 图 4 中倒三角标注蜂窝基站的位置. 测试区域周围存在建筑物、树木及地形起伏等因素, 实验环境兼具视距与非视距传播条件, 基站信息详见表 1. 场景 1 为湘潭大学第二田径场 (开阔环境), 实验平台沿点 A 至点 B 逆时针运动, 实时采集北斗卫星信号和蜂窝机会信号, 采样频率均为 1 Hz. 该场景卫星信号稳定且质量较高, 可提供可靠的参考轨迹, 因此本文通过离线筛选卫星构造不同观测几何, 对算法性能进行受控评估. 蜂窝辅助观测源选用物理小区标识 (physical cell identity, PCI) 分别为 135、33 和 447 的三个小区信号. 由于 PCI 为 236 的小区信号较弱, 且测量过程中频繁出现观测缺失, 因此未纳入实验. 为分析卫星观测几何对融合定位性能的影响, 构造两种典型卫星构型. E1 为方位分散型卫星构型, 其方位角跨度大、空间分布相对分散, 观测几何条件相对较好, 如图 5(a). 其中, C3 存在间歇性失锁, 实际参与定位卫星数为 2 ~ 3 颗; E2 为方位受限型卫星构型, 为模拟城市峡谷环境下的卫星遮挡, 仅保留仰角大于 30°、C/N_0 大于 35 dB-Hz, 且方位角位于 90° ~ 150° 与 270° ~ 330° 两个扇形区域内的卫星, 最终可用卫星集合为 C1、C7、C26、C40 和 C59, 如图 5(b) 所示.

场景 2 选取湘潭大学博学路 (林荫道环境) 路段, 实验平台沿 C 至 D 点行进, 实时采集北斗卫星观测数据. 该路段两侧树木密集, 且一侧临近高楼, 可用卫星数仅为 2 ~ 3 颗, 信号质量显著下降. 由于该场景下无法采集真实的蜂窝测距观测数据, 因此

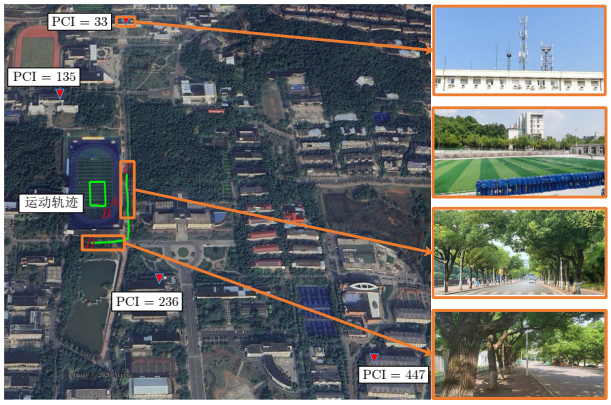


图 4 外场实验测试场景

Fig. 4 Field experimental test scenario

蜂窝测距数据采用半仿真方式生成. 以基站 33、135 和 236 的位置坐标和 RTK 参考轨迹的估计坐标为基础, 通过几何解算获得基站至待测点的理论测距值, 并叠加高斯噪声 $[\mu,\ \sigma]$ 模拟实际测距误差. 据此共设置三组噪声参数, 对应实验 E3、E4、E5, 由存在系统偏差的低噪声逐步过渡至中等噪声. 每组实验独立重复 100 次, 并取均值作为最终评估结果. 上述两类测试场景及其观测配置汇总见表 2.

3.1.3 算法参数设置与评价指标

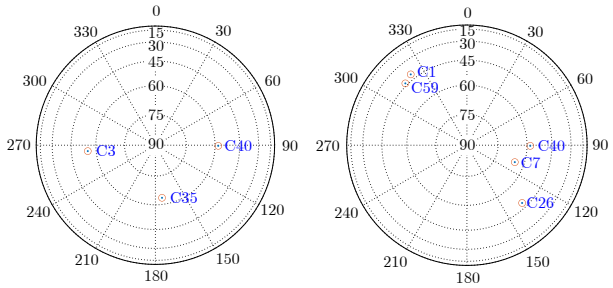
基于 IEKF 与高斯−牛顿方法的等价性原理, 将滤波更新过程等价为非线性最小二乘问题, 并采用 SA-LM 算法进行迭代求解. 后续所有实验的 SA-LM 参数均统一配置如下: 在迭代求解方面, 初始步长设为 $\mu_0 = 10^{-3}$, 最大迭代次数为 $N_{\max} = 1\,000$; 当位置估计增量小于阈值 $\zeta_1 = 10^{-5}$ 或梯度向量范数小于阈值 $\epsilon = 10^{-5}$ 时迭代终止. 在步长自适应调整方面, 相关参数设置为 $c_0 = 5.00$、$c_1 = 0.01$、$p_0 = 0.20$、$p_1 = 0.60$、$p_2 = 0.85$, 用于根据每步迭代的下降效果动态调整信赖域步长. 在模拟退火机制方面, 初始温度设为 $T_0 = 10^3$, $v = 200$, 冷却率为 $\gamma = 0.8$, 以增强算法跳出局部极值的能力.

为定量评估定位性能, 采用均方根误差 (root mean square error, RMSE) 作为评价指标. 设第 k 时刻的估计位置与真实位置分别为 $\hat{\boldsymbol{x}}(k) = (\hat{x}(k),\ \hat{y}(k),\ \hat{z}(k))^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{x}(k) = (x(k),\ y(k),\ z(k))^{\mathrm{T}}$, 其中 K

表 1 蜂窝基站信息

Table 1 Cellular base station information

小区标识	频段 (MHz)	双工模式	坐标 (经度, 纬度, 高度)	位置
135	1 835.6	FDD	(112.854 8, 27.889 2, 116.3)	法学院
33	2 140.0	FDD	(112.856 1, 27.891 1, 134.6)	第三教学楼
447	1 835.6	FDD	(112.860 6, 27.884 8, 85.1)	琴湖宿舍
236	2 140.0	FDD	(112.857 0, 27.885 8, 84.0)	南山阶梯教室



(a) 方位分散型卫星构型
(a) Azimuth-dispersed satellite configuration

(b) 方位受限型卫星构型
(b) Azimuth-constrained satellite configuration

图 5　两种典型北斗卫星构型的天空图

Fig. 5　Skyplots of two representative BeiDou satellite configurations

表 2　测试场景与观测配置

Table 2　Test scenarios and observation configurations

场景	数据来源	配置项	参数取值
场景 1 开阔环境	北斗/ 蜂窝实测	PCI	135, 33, 447
		E1 卫星集合	C3, C35, C40
		E2 卫星集合	C1, C7, C26, C40, C59
场景 2 林荫道环境	北斗实测/ 蜂窝半仿真	可用卫星数	2 ~ 3 颗
		E3 蜂窝测距噪声	$[\mu,\ \sigma]$=[5, 5] m
		E4 蜂窝测距噪声	$[\mu,\ \sigma]$=[10, 8] m
		E5 蜂窝测距噪声	$[\mu,\ \sigma]$=[20, 10] m
		重复次数	100 次

表示总时间步数, 令 e_{rms} 表示 RMSE 的取值, 则有:

$$e_{\mathrm{rms}}=\sqrt{\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\|\hat{\boldsymbol{x}}(k)-\boldsymbol{x}(k)\|^2} \tag{37}$$

在此基础上, 本文采用三维、水平与高程方向均方根误差 ($\mathrm{RMSE_{3D}}$、$\mathrm{RMSE_H}$、$\mathrm{RMSE_V}$) 作为定量评价指标, 分别反映融合定位方法的整体定位精度、水平面定位精度与高程估计精度.

3.2　定位方法整体性能对比

本节在开阔与林荫道两类场景下, 将所提方法与五种基准定位方法[15, 17, 20, 27–30] 进行性能对比, 以验证所提方法的整体有效性.

由前述卫星可见性及观测几何分析可知, 组合 E1 在部分历元存在可见卫星数量减少的情况, 几何约束能力明显减弱. 其 PDOP 值高达 51.80, 法方程条件数达到 2.43×10^4, 表明定位模型具有较强的病态性. 同时, 可见卫星高度角主要集中于 60° 附近, 高程方向的几何约束相对较弱, 因而整体观测几何条件发生明显退化. 在此基础上, 表 3 给出了两种卫星/蜂窝基站退化构型下各方法融合定位

表 3　两种北斗卫星/蜂窝基站退化构型下融合定位 RMSE 比较 (m)

Table 3　RMSE comparison of fusion positioning under two degraded configurations of BeiDou satellites and cellular base stations (m)

卫星基站组合	方法	$\mathrm{RMSE_{3D}}$	$\mathrm{RMSE_H}$	$\mathrm{RMSE_V}$
E1	LM[27]	74.79	12.35	73.76
	WLS[17]	150 670 417.40	14 149 889.48	140 901 624.70
	SDHA[15]	55.75	9.72	54.90
	MOPSO[20]	75.04	12.53	73.98
	DDIE[30]	11.75	3.77	11.13
	SA-LM	7.59	4.57	6.06
E2	LM[27]	37.54	17.73	33.11
	WLS[17]	34.80	16.23	30.81
	SDHA[15]	23.85	10.44	21.46
	MOPSO[20]	37.54	17.72	33.12
	DDIE[30]	17.17	9.12	14.57
	SA-LM	10.32	7.40	7.21

RMSE 的结果. 对于组合 E1, WLS 方法出现明显发散, 表明传统最小二乘法对观测几何退化较为敏感. SA-LM 的 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 与 $\mathrm{RMSE_V}$ 分别为 7.59 m 和 6.06 m, 相较于对比方法中最优的 DDIE, 误差分别降低约 35.4% 和 45.6%.

相比之下, 组合 E2 的观测几何条件有所改善, 其 PDOP 降至 12.04, 法方程条件数降低至 984.84. 从表 3 可以看出, LM、WLS、SDHA 和 MOPSO 等方法的 $\mathrm{RMSE_V}$ 均较 E1 明显减小, 说明观测几何改善能够在一定程度上缓解模型病态性及误差放大问题. 然而, DDIE 和 SA-LM 在 E2 下的高程误差较 E1 略有增加, 表明递推融合方法的定位性能并非仅由观测几何决定, 还受具体观测误差及滤波递推过程的共同影响. 尽管如此, SA-LM 在 E1 和 E2 下均取得了最低的三维定位误差. 此外, 图 6 给出了 SA-LM 与 DDIE 的定位轨迹. 图 6(a) E1 中, 两种方法的估计轨迹总体均与参考轨迹较为吻合; E2 中, 水平方向的几何约束相对减弱, 两种方法的轨迹偏差均有所增大, 但 SA-LM 的轨迹偏离程度相对较小, 表明其加权融合机制能够在不利几何条件下对定位误差起到一定抑制作用.

表 4 汇总了各定位方法在不同高斯噪声条件下的定位 RMSE 结果. 在低噪声条件 E3 ($[\mu,\ \sigma]=[5,\ 5]$) 下, DDIE 方法的 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 和 $\mathrm{RMSE_V}$ 分别为 8.82 m 和 6.21 m, 低于 SA-LM 方法的 15.04 m 和 14.64 m. 然而, SA-LM 方法的 $\mathrm{RMSE_H}$ 为 3.44 m, 低于 DDIE 方法的 6.25 m, 表现出更好的水平定位精度. 随着蜂窝测距噪声及系统偏差增大, 各方法的鲁棒性差异逐渐显现. 中等噪声条件 E4 ($[\mu,\ \sigma]=$

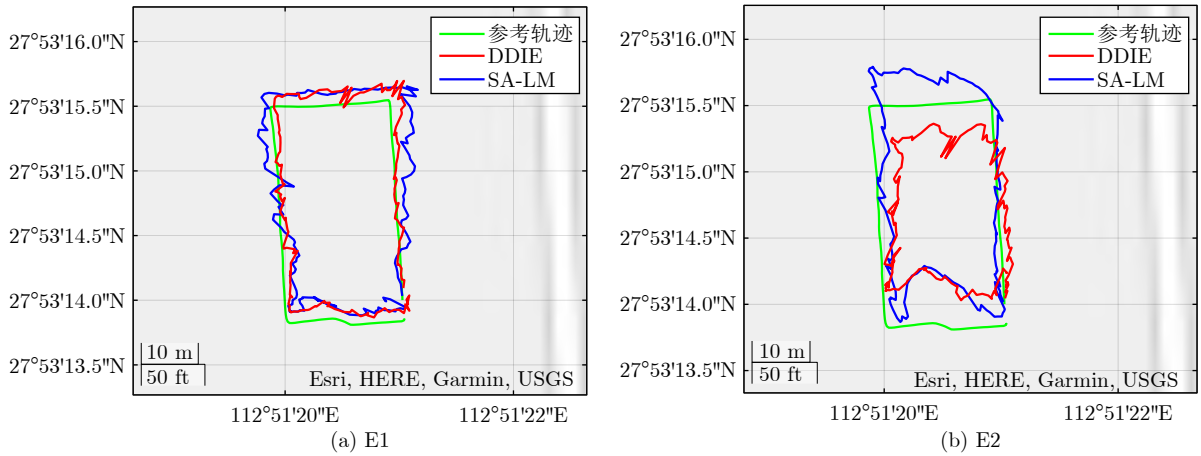


图 6 开阔环境下 SA-LM 与 DDIE 的定位轨迹对比

Fig. 6 Positioning trajectory comparison between SA-LM and DDIE in the open-sky environment

表 4 不同蜂窝测距噪声条件下融合定位 RMSE 比较 (北斗实测数据/蜂窝半仿真数据) (m)

Table 4 RMSE comparison of fusion positioning under different cellular ranging noise conditions (field test BeiDou data/semi-simulated cellular data) (m)

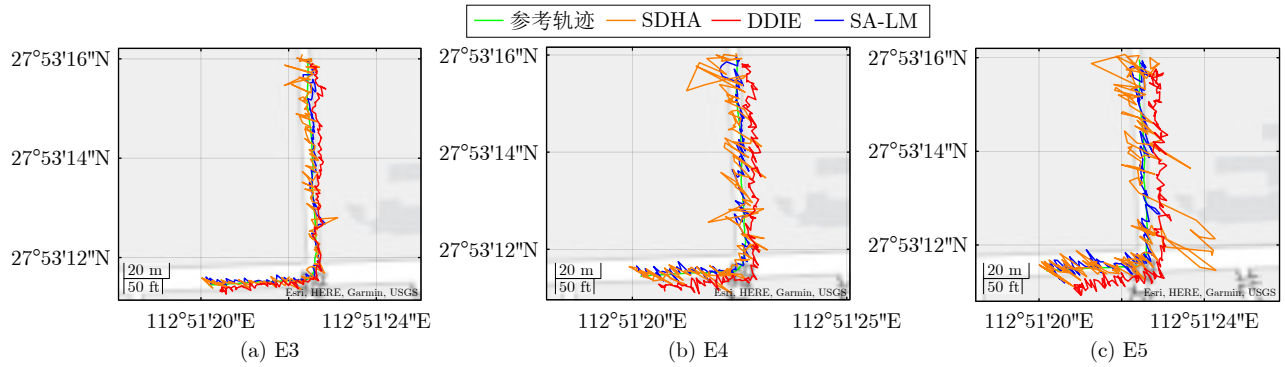
方法	E3			E4			E5		
	$\mathrm{RMSE_{3D}}$	$\mathrm{RMSE_H}$	$\mathrm{RMSE_V}$	$\mathrm{RMSE_{3D}}$	$\mathrm{RMSE_H}$	$\mathrm{RMSE_V}$	$\mathrm{RMSE_{3D}}$	$\mathrm{RMSE_H}$	$\mathrm{RMSE_V}$
LM[27]	43.74	10.96	42.34	53.56	15.73	51.20	71.04	21.52	67.71
WLS[17]	—	—	—	—	—	—	—	—	—
SDHA[15]	24.40	4.64	23.96	29.97	7.86	28.92	43.71	12.37	41.93
MOPSO[20]	3 350.98	1 055.43	3 179.98	4 538.81	1 474.40	4 292.84	4 643.85	1 513.76	4 390.03
DDIE[30]	8.82	6.25	6.21	20.34	10.60	17.36	39.38	16.26	35.86
SA-LM	15.04	3.44	14.64	15.14	4.45	14.47	15.21	5.18	14.29

[10, 8]) 下, DDIE 的 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 急剧升至 20.34 m, 表明其对测距噪声与偏置较为敏感, 在信赖域收缩时难以有效处理带偏差的观测量. LM 与 SDHA 的三维误差亦明显增大, MOPSO 受种群随机性影响误差波动显著. 相比之下, SA-LM 的 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 仅升至 15.14 m, 误差增幅最小, 鲁棒优势开始凸显. 高噪声条件 E5 ($[\mu,\ \sigma] = [20,\ 10]$) 下, SA-LM 的 $\mathrm{RMSE_{3D}}$、$\mathrm{RMSE_H}$、$\mathrm{RMSE_V}$ 分别为 15.21 m、5.18 m 和 14.29 m, 性能保持稳定; DDIE 的 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 增至 39.38 m, $\mathrm{RMSE_V}$ 达到 35.86 m; LM 和 SDHA 的定位误差进一步增大, MOPSO 的性能波动也更加明显. WLS 在三种噪声条件下均受法方程病态影响而无法收敛. 综合来看, 所提方法在噪声与偏差逐步增大的过程中始终保持最低的误差增幅, 这一特性源于加权机制与优化算法在抗偏差与抗局部最优两个层面的协同作用, 在复杂测距误差环境下具有明显优势. 图 7 给出了三种噪声条件下 SA-LM 与 DDIE、SDHA 的定位轨迹对比.

3.3 SA-LM 优化算法性能分析

为验证所提 SA-LM 优化算法在 GNSS/蜂窝机会信号融合定位中的性能优势, 本节在开阔环境真实采集数据与林荫道半仿真数据上分别开展对比实验. 所有对比方法均统一采用双因子动态加权机制与指数加权状态平滑策略, 以排除加权机制差异对实验结果的干扰, 仅以迭代优化算法作为对比变量. 具体而言, 在相同 IEKF 定位框架下, 分别引入 LM、BFGS 和 DDIE 三种迭代优化算法, 并记为 LM-IEKF、BFGS-IEKF 和 DDIE-IEKF. 其中, BFGS 是一种典型的拟牛顿法; 本文则将所提 SA-LM 用于 IEKF 的迭代求解.

表 5 给出了不同迭代优化算法在开阔环境 E1、E2 组合下的定位精度对比结果. 在 E1 卫星/基站组合下, BFGS-IEKF 的 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 高达 41.72 m, $\mathrm{RMSE_V}$ 达 40.82 m. BFGS-IEKF 中的 BFGS 依赖秩二更新对 Hessian 矩阵进行迭代近似, 当观测几何退化、法方程矩阵条件数较大时, 梯度信息可靠性下降, 曲率估计误差逐步放大, 导致搜索方向失真. LM-IEKF 与 DDIE-IEKF 在 E1 下的 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 分别为 8.32 m 与 7.90 m, DDIE-IEKF 略优于 LM-IEKF. DDIE 在观测几何条件较好时能够更充分地利用信赖域内曲率信息, 步长选择更为灵活, 在低



(a) E3　(b) E4　(c) E5

图 7　林荫道环境下不同蜂窝测距噪声条件的定位轨迹对比 (北斗实测数据/蜂窝半仿真数据)

Fig. 7　Positioning trajectory comparison under different cellular ranging noise conditions in the tree-lined road environment (field test BeiDou data/semi-simulated cellular data)

噪声、高冗余观测条件下具有一定精度优势. 然而, 在 E2 卫星/基站组合下, LM-IEKF 与 DDIE-IEKF 的 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 分别为 10.49 m 与 10.50 m, DDIE 的几何适应优势基本消失. 在 E1 下, SA-LM 的 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 为 7.59 m, 相较 DDIE-IEKF 与 LM-IEKF 分别降低了 3.9% 与 8.8%; 在 E2 下, SA-LM 的 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 为 10.32 m. 总体而言, 所提算法 SA-LM 在 E1、E2 下 $\mathrm{RMSE_{3D}}$、$\mathrm{RMSE_H}$、$\mathrm{RMSE_V}$ 均达到最优或与最优基准算法持平的水平, 尤其在 E2 场景下, 虽提升幅度有限, 但仍保持稳定领先, 验证了其在几何构型退化场景下的稳健性.

林荫道环境下的实验结果如表 6 所示. BFGS-IEKF 在三组条件下定位精度均严重下降, $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 分别达 33.75 m、39.98 m 和 38.61 m, 且随噪声增大呈非单调波动, 进一步验证了拟牛顿法在观测几何退化下数值稳定性不足, 估计结果对噪声扰动较为敏感. LM-IEKF 与 DDIE-IEKF 在三组噪声条件下的定位精度高度接近, 与开阔环境下 DDIE-IEKF 略优于 LM-IEKF 的结论有所不同, 在蜂窝观测的半仿真实验中, 随机噪声的引入削弱了 DDIE 步长自适应调节所带来的性能优势, 因此 LM-IEKF 与 DDIE-IEKF 表现出较为接近的定位精度.

此外, 为评估各算法的计算效率, 本文统计了单次迭代复杂度、平均迭代次数与平均单历元定位耗时, 结果如表 7 所示. SA-LM 与 LM、DDIE 具有相同阶的单次迭代复杂度 $\mathrm{O}(D_r D_x^2 + D_x^3)$, 其主导计算开销均来源于正规方程系数矩阵 $\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}$ 的构造及相应线性方程组的求解. SA-LM 引入的概率接受判定仅涉及少量标量运算, 因此不会改变单次迭代

表 5　开阔环境下不同迭代优化算法的定位精度对比 (m)

Table 5　Positioning accuracy comparison of different iterative optimization algorithms in the open-sky environment (m)

算法	E1			E2		
	$\mathrm{RMSE_{3D}}$	$\mathrm{RMSE_H}$	$\mathrm{RMSE_V}$	$\mathrm{RMSE_{3D}}$	$\mathrm{RMSE_H}$	$\mathrm{RMSE_V}$
LM-IEKF	8.32	4.57	6.97	10.49	7.42	7.45
BFGS-IEKF	41.72	8.60	40.82	70.76	23.38	68.93
DDIE-IEKF	7.90	4.59	6.43	10.50	7.40	7.48
SA-LM	7.59	4.57	6.06	10.32	7.40	7.21

表 6　林荫道环境下不同迭代优化算法的定位精度对比 (北斗实测数据/蜂窝半仿真数据) (m)

Table 6　Positioning accuracy comparison of different iterative optimization algorithms in the tree-lined road environment (field test BeiDou data/semi-simulated cellular data) (m)

算法	E3			E4			E5		
	$\mathrm{RMSE_{3D}}$	$\mathrm{RMSE_H}$	$\mathrm{RMSE_V}$	$\mathrm{RMSE_{3D}}$	$\mathrm{RMSE_H}$	$\mathrm{RMSE_V}$	$\mathrm{RMSE_{3D}}$	$\mathrm{RMSE_H}$	$\mathrm{RMSE_V}$
LM-IEKF	15.49	3.47	15.09	15.61	4.58	14.91	15.67	5.37	14.71
BFGS-IEKF	33.75	7.15	32.83	39.98	9.26	38.78	38.61	9.21	37.35
DDIE-IEKF	15.50	3.47	15.10	15.61	4.58	14.92	15.68	5.38	14.71
SA-LM	15.04	3.46	14.64	15.14	4.45	14.47	15.21	5.18	14.29

表 7 不同迭代优化算法的计算效率比较
Table 7 Computational efficiency comparison of different iterative optimization algorithms

算法	单次迭代复杂度	平均迭代次数	平均单历元定位耗时 (s)
LM	$O(D_r D_x^2 + D_x^3)$	4.98	0.0164
BFGS	$O(D_r D_x + D_x^2)$	18.27	0.0183
DDIE	$O(D_r D_x^2 + D_x^3)$	3.73	0.0021
SA-LM	$O(D_r D_x^2 + D_x^3)$	3.53	0.0018

注: D_x 和 D_r 分别表示状态向量维数和残差向量维数.

的主导复杂度阶数. BFGS 虽具有较低的单次迭代渐近复杂度, 但其迭代过程中通常需要执行线搜索, 并进行多次附加目标函数评价, 因此实际计算开销相对较大. 在收敛效率方面, SA-LM 的平均迭代次数为 3.53 次, 略低于 DDIE 的 3.73 次, 并较 LM 和 BFGS 分别减少约 29.1% 和 80.7%. 结合平均单历元定位耗时可以看出, 所提 SA-LM 在不增加单次迭代主导复杂度阶数的情况下, 能够兼顾迭代稳定性与计算效率, 具有较好的工程应用潜力.

3.4 加权融合模块消融实验

为验证双因子动态加权与指数加权状态平滑机制的有效性, 本节在固定采用 SA-LM 状态迭代求解的条件下设计累加式消融实验, 依次引入 PDOP 加权、伪距残差加权和指数加权状态平滑机制, 以量化加权融合模块内部各组件的边际贡献. 四种消融配置如表 8 所示, 其中基线方法保留传统 IEKF 的预测−更新结构, 采用等权融合; 双因子加权 + 平滑配置为本文所提完整方法.

消融实验选取 E1、E2 与 E5 作为代表, E3 与 E4 的变化规律与 E5 基本一致, 因此不再单独列出. 实验结果如图 8 所示, 图 8 中括号内的百分数表示各配置相对于基线的误差变化率, 其中负值表示误差降低, 正值表示误差上升.

引入基于 PDOP 的加权机制能够有效提升定位精度, 但其改善幅度与观测几何构型密切相关. 在高程几何退化的 E1 中, 相比基线, PDOP 加权使 $\mathrm{RMSE_{3D}}$、$\mathrm{RMSE_H}$、$\mathrm{RMSE_V}$ 分别降低约 55.8%、43.1% 和 57.2%, 这说明 E1 场景中各分组 PDOP 值差异更为明显, 权重区分度较高, 因此 PDOP 加权能够有效抑制几何质量较差分组对融合结果的影响. 然而在水平几何约束不足的 E2 中, 上述改善幅度分别降低至 21.5%、26.3% 和 18.5%; 在噪声最强的林荫道场景 E5 中, PDOP 加权对 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 与 $\mathrm{RMSE_H}$ 仍有一定改善, 分别降低 11.5% 和 44.1%, 但 $\mathrm{RMSE_V}$ 反而上升约 1.0%. 由此可见, 在观测几何退化与测距噪声共同作用的场景下, 仅依赖 PDOP 难以同时反映不同子组合的几何质量与观测可靠性, 因此有必要进一步引入伪距残差信息.

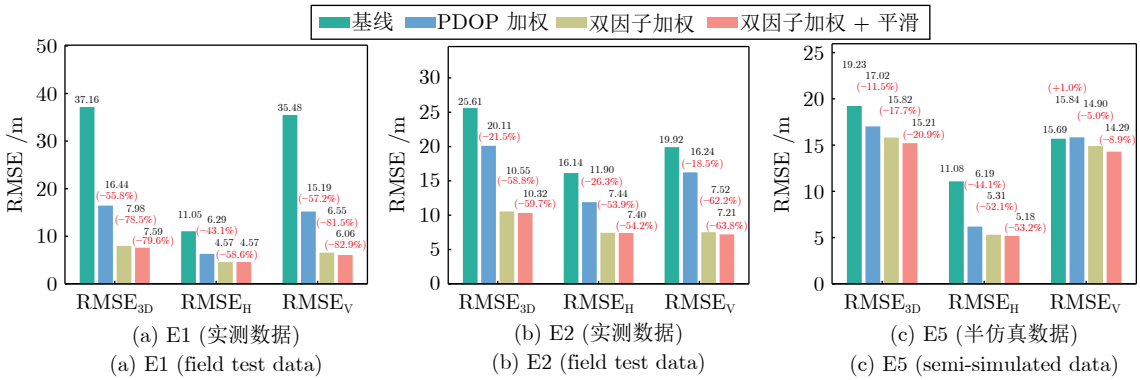
表 8 加权融合模块消融实验配置
Table 8 Settings for ablation experiments on the weighted fusion module

配置	PDOP 加权	伪距残差加权	状态平滑
基线	×	×	×
PDOP 加权	√	×	×
双因子加权	√	√	×
双因子加权 + 平滑	√	√	√

在 PDOP 加权基础上引入伪距残差, 定位性能进一步得到提升. 为分析双因子加权相对于单一 PDOP 加权的边际贡献, 计算两者相对误差降低幅度. 在 E1 中, 双因子加权使 $\mathrm{RMSE_{3D}}$、$\mathrm{RMSE_H}$、$\mathrm{RMSE_V}$ 相对于 PDOP 加权分别降低约 51.5%、27.3% 和 56.9%; 在 E2 中, $\mathrm{RMSE_{3D}}$、$\mathrm{RMSE_H}$、$\mathrm{RMSE_V}$ 进一步降低, 降幅分别为 47.5%、37.5% 和 53.7%, 可见伪距残差信息的引入能够在几何退化条件下进一步识别观测质量差异, 并减弱低可靠观测对融合结果的影响; 在噪声最强的 E5 中, 双因子加权相对 PDOP 加权的降幅分别收窄至 7.1%、14.2%、5.9%, 这反映出当观测噪声整体偏大时, 双因子加权的边际增益相应减弱. 相比基线, 双因子加权在 E1 和 E2 中的 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 分别降低约 78.5% 和 58.8%, 在 E5 中降低约 17.7%, 印证了联合 PDOP 与伪距残差进行加权的有效性. 双因子加权基础上叠加状态平滑后, 除个别指标基本持平外, 其余 RMSE 指标均有小幅改善. 这一结果符合预期, 指数平滑的核心作用并非显著降低各历元的定位误差, 而是利用相邻时刻状态之间的连续性减小估计结果的瞬时波动. 综合来看, 完整方法相对基线的累计降幅在 E1、E2 中 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 与 $\mathrm{RMSE_V}$ 均达到 60.0% 以上, 最高超过 80.0%; 在林荫道场景 E5 中, $\mathrm{RMSE_{3D}}$、$\mathrm{RMSE_H}$、$\mathrm{RMSE_V}$ 也均实现了不同程度的稳定改善. 上述分析表明, 所提双因子动态加权与状态平滑机制能有效改善融合定位性能.

此外, 为进一步验证所提加权策略的有效性, 本节对融合结果与各子组合定位结果进行逐历元分析. 以卫星/三基站组合为例, 每个历元可由不同基站子组合得到三组初步定位结果, 表 9 统计了融合误差分别优于至少一组、至少两组及全部三组子组合结果的历元占比, 其中“< 1 Sub”、“< 2 Subs”和“< 3 Subs”依次对应上述三种情形.

三组实验中, 所提方法在全部历元内均优于至少一组子组合解, 表明加权融合策略在所测试场景



(a) E1 (实测数据)
(a) E1 (field test data)
(b) E2 (实测数据)
(b) E2 (field test data)
(c) E5 (半仿真数据)
(c) E5 (semi-simulated data)

图 8　加权融合模块消融实验定位误差对比

Fig. 8　Positioning error comparison of ablation experiments on the weighted fusion module

表 9　所提方法优于各子组合的历元比例 (%)

Table 9　Epoch ratio of the proposed method outperforming sub-combinations (%)

实验	< 1 Sub	< 2 Subs	< 3 Subs
E1	100.0	93.9	20.6
E2	100.0	85.6	14.4
E5	100.0	88.3	29.8

表 10　核心模块耦合消融实验配置

Table 10　Settings for ablation experiments on core-module coupling

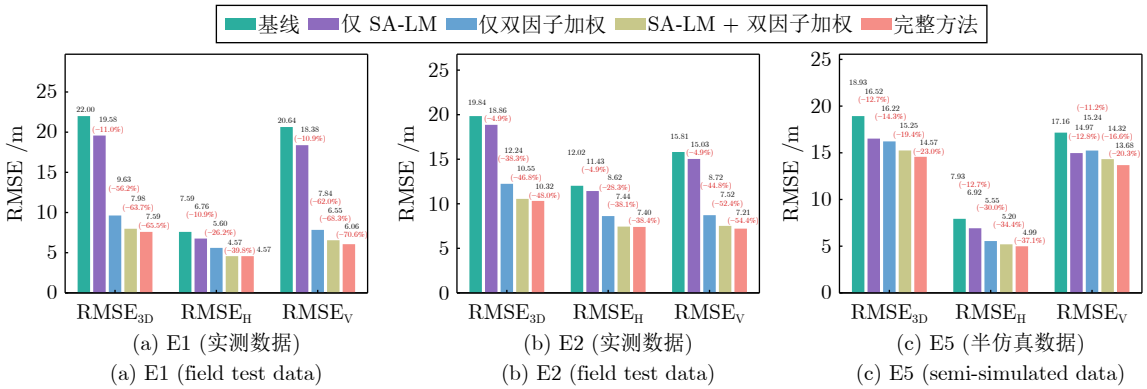
配置	SA-LM 优化	双因子加权	状态平滑
基线	×	×	×
仅 SA-LM	√	×	×
仅双因子加权	×	√	×
SA-LM + 双因子加权	√	√	×
完整方法	√	√	√

下均不退化为最差估计. 在优于至少两组历元占比上, E1 达 93.9%, 高于水平几何退化的 E2. 原因在于 E1 场景中各子组合权重区分度更高, 使得加权机制能够更有效地压制几何质量较差的子组合. E5 中优于三组的历元占比达 29.8%, 高于 E1 与 E2, 表明在观测质量整体退化的条件下, 各子组合之间的性能差异进一步加剧, 加权融合筛选出最优估计的能力反而更为突出, 鲁棒优势更加显著.

3.5　核心模块耦合消融实验

为进一步量化 SA-LM 优化模块与双因子加权模块的独立贡献, 并分析二者联合使用时的耦合增益, 本节设计核心模块耦合消融实验. 从算法整体结构出发, 构造基线、仅 SA-LM、仅双因子加权、SA-LM + 双因子加权以及完整方法五组对比配置, 如表 10 所示. 其中, 未启用 SA-LM 时组内采用高斯−牛顿算法迭代求解; 未启用双因子加权时组间采用等权融合; 完整方法在 SA-LM + 双因子加权基础上进一步叠加指数加权状态平滑. 该消融实验同样选取 E1、E2 与 E5 三组场景作为代表, 实验结果如图 9 所示.

图 9 中, E1 场景下, 仅双因子加权、仅 SA-LM 相对基线均带来一定程度的误差降低. 仅 SA-LM 的 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 降幅为 11.0%, 而仅双因子加权的降幅达 56.2%, 在 $\mathrm{RMSE_H}$、$\mathrm{RMSE_V}$ 上呈现相同规律. 二者联合后, $\mathrm{RMSE_{3D}}$、$\mathrm{RMSE_H}$、$\mathrm{RMSE_V}$ 相较基线分别降低 63.7%、39.8% 与 68.3%, 明显优于任一单独模块. E2 场景中, 三种配置相对基线的降幅规律与 E1 相似, 仅 SA-LM、仅双因子加权的 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 降幅分别为 4.9% 与 38.3%, 联合后降幅达 46.8%. 这表明在该场景的观测几何条件下, 双因子加权虽独立贡献显著, 但 SA-LM 对组内迭代求解稳定性的改善能够进一步提升各分组解的可靠性, 使双因子权重更准确地反映真实观测质量, 二者呈现出正向协同效应. 完整方法在联合配置基础上叠加状态平滑后, $\mathrm{RMSE_{3D}}$、$\mathrm{RMSE_H}$、$\mathrm{RMSE_V}$ 进一步降低, 相较基线降幅分别达 48.0%、38.4% 与 54.4%. E5 场景中, 仅 SA-LM、仅双因子加权相对基线的降幅整体较为接近, 在 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 上分别为 12.7% 与 14.3%, 在 $\mathrm{RMSE_H}$ 上为 12.7% 与 30.0%, 在 $\mathrm{RMSE_V}$ 上为 12.8% 与 11.2%, 该指标下 SA-LM 略高于双因子加权, 二者独立贡献相对均衡. 联合后 $\mathrm{RMSE_{3D}}$ 降幅为 19.4%, 明显低于两者之和 (12.7% + 14.3% = 27.0%), 这说明在该场景下, 两模块对误差的抑制作用存在较大重叠, 使得联合使用所带来的额外性能增益相对有限. 尽管如此, 联合配置及完整方法仍在三项指标上取得全场景最优结果, 完整方法进一步将三项误差降至 14.57 m、4.99 m、13.68 m, 表明状态平滑机制对抑制历元间估计波动仍具有稳定贡献.



(a) E1 (实测数据) (b) E2 (实测数据) (c) E5 (半仿真数据)

(a) E1 (field test data) (b) E2 (field test data) (c) E5 (semi-simulated data)

图 9 核心模块耦合消融实验定位误差对比

Fig. 9 Positioning error comparison of ablation experiments on core-module coupling

综合来看, 双因子加权模块的独立贡献在多数场景与指标上大于 SA-LM 模块, 是优化组间融合权重、抑制观测几何退化影响的主要来源. SA-LM 模块虽独立贡献相对有限, 但通过提升组内迭代求解的稳定性, 为双因子加权提供了更可靠的组内解. 二者耦合在三个场景中均显著优于任一单独模块, 验证了 SA-LM 优化模块与双因子加权模块之间存在稳定且有益的协同关系.

4 结束语

本文针对退化环境下卫星/蜂窝机会信号融合定位中存在的观测质量差异大、观测几何退化导致非线性优化易陷入局部极值以及滤波收敛不稳定等问题, 提出了一种基于模拟退火 Levenberg-Marquardt 优化的定位方法. 在优化求解层面, 通过将模拟退火机制引入 Levenberg-Marquardt 迭代优化过程, 增强算法跳出部分不利局部区域的能力, 从而在一定程度上提升复杂场景下的收敛稳健性. 在信息融合层面, 设计了基于 PDOP 与伪距残差的双因子动态加权方法, 使融合过程能够同时刻画观测几何质量与测量一致性, 进一步提高了信息融合的鲁棒性. 此外, 引入指数加权状态平滑, 有效抑制了历元间状态估计的随机波动. 在工程验证层面, 搭建了可同时支持卫星信号与蜂窝机会信号采集与处理的实验平台, 证明了其工程可行性. 所提方法为受限环境下的多源融合定位提供了一种有效解决方案, 并具有一定的扩展性, 可推广至其他基于测距的机会信号融合定位场景, 对无人系统自主导航、城市车辆精确定位等应用具有一定的参考价值.

附录 A SA-LM 算法收敛性分析

本附录对正文算法 1 所示 SA-LM 算法的收敛性质进行理论分析. 记非线性最小二乘目标函数为

$$F(\boldsymbol{x})=\frac{1}{2}\left\|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\right\|^2,\quad \nabla F(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \tag{A1}$$

为便于后续分析, 给出如下基本假设.

假设 A1 (有界性). 存在紧集 $\mathcal{D}\subset\mathbf{R}^{D_x}$, 使算法产生的所有迭代点及候选点均满足 $\boldsymbol{x}_n\in\mathcal{D}$ 且 $\boldsymbol{x}_n^{+}\in\mathcal{D}$. 其中, $D=\mathrm{diam}(\mathcal{D})$ 表示集合 $\mathcal{D}$ 的直径.

假设 A2 (光滑性). 存在包含 $\mathcal{D}$ 的开凸集 Ω, 使得 $\boldsymbol{f}$ 在 Ω 上连续可微, 且其雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}$ 在 Ω 上 Lipschitz 连续, 即存在常数 $L_J>0$, 使得对任意 $\boldsymbol{x}$、$\boldsymbol{y}\in\Omega$, 均有 $\|\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{J}(\boldsymbol{y})\|\le L_J\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}\|$. 由 $\mathcal{D}$ 的紧致性以及 $\boldsymbol{f}$ 和 $\boldsymbol{J}$ 的连续性, 存在常数 $\kappa>0$ 和 $M_f>0$, 使得对任意 $\boldsymbol{x}\in\mathcal{D}$, 均有 $\|\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})\|\le\kappa$ 和 $\|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\|\le M_f$. 因此, 对任意 $\boldsymbol{x}\in\mathcal{D}$, 均有 $\|\nabla F(\boldsymbol{x})\|\le\kappa M_f$, 记 $G=\kappa M_f$.

假设 A3 (降温规则). 温度序列 $\{T_n\}$ 满足 $T_n=T_0\gamma^n$, 其中 $T_0>0$, $0<\gamma<1$, $n=0,\,1,\,2,\,\cdots$, 故 $\sum_{n=0}^{\infty}T_n=T_0/(1-\gamma)<\infty$.

引理 A1 (LM 模型预测下降量的正性及上下界) 设 $\boldsymbol{A}_n=\boldsymbol{J}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_n+\lambda_n\boldsymbol{I}$, 其中 $\lambda_n>0$, LM 步 $\boldsymbol{\delta}_n$ 满足 $\boldsymbol{A}_n\boldsymbol{\delta}_n=-\nabla F_n$. 若 $\|\boldsymbol{J}_n\|\le\kappa$, $\|\nabla F_n\|\le G$, 且 $\boldsymbol{x}_n$、$\boldsymbol{x}_n^{+}\in\mathcal{D}$, 其中 $\boldsymbol{x}_n^{+}=\boldsymbol{x}_n+\boldsymbol{\delta}_n$, $\mathrm{diam}(\mathcal{D})\le D$, 则预测下降量 $\mathrm{Pred}_n:=-\nabla F_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\delta}_n-\frac{1}{2}\boldsymbol{\delta}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_n\boldsymbol{\delta}_n$ 满足

$$\frac{\|\nabla F_n\|^2}{2(\kappa^2+\lambda_n)}\ \le\ \mathrm{Pred}_n\ \le\ P_{\max}:=\frac{1}{2}\kappa^2D^2+GD \tag{A2}$$

其中 $P_{\max}$ 是与迭代次数 n 无关的常数. 特别地, $\mathrm{Pred}_n>0$.

证明. 由于 $\lambda_n>0$, 有 $\boldsymbol{A}_n\succ\boldsymbol{0}$, 因而 $\boldsymbol{A}_n$ 可逆. 由 $\boldsymbol{A}_n\boldsymbol{\delta}_n=-\nabla F_n$ 左乘 $\boldsymbol{\delta}_n^{\mathrm{T}}$ 得 $\nabla F_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\delta}_n=-\boldsymbol{\delta}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_n\boldsymbol{\delta}_n$, 代入 Pred_n 定义, 得 $\mathrm{Pred}_n\ge0$.

下界: 由 $\boldsymbol{J}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_n\preceq\boldsymbol{A}_n$ 得 $\mathrm{Pred}_n\ge\frac{1}{2}\boldsymbol{\delta}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_n\boldsymbol{\delta}_n=\frac{1}{2}\nabla F_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_n^{-1}\nabla F_n\ge\|\nabla F_n\|^2/(2\lambda_{\max}(\boldsymbol{A}_n))\ge\|\nabla F_n\|^2/(2(\kappa^2+\lambda_n))$, 其中 $\lambda_{\max}(\boldsymbol{A}_n)\le\|\boldsymbol{J}_n\|^2+\lambda_n\le\kappa^2+\lambda_n$.

上界: 由 $\boldsymbol{A}_n\boldsymbol{\delta}_n=-\nabla F_n$ 左乘 $\boldsymbol{\delta}_n^{\mathrm{T}}$ 并结合 Cauchy-Schwarz 及 $\|\nabla F_n\|\le G$, 得 $\lambda_n\|\boldsymbol{\delta}_n\|^2\le-\nabla F_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\delta}_n\le G\|\boldsymbol{\delta}_n\|$; 再由 $\|\boldsymbol{\delta}_n\|=\|\boldsymbol{x}_n^+-\boldsymbol{x}_n\|\le D$ ($\boldsymbol{x}_n$、$\boldsymbol{x}_n^+\in\mathcal{D}$) 得 $\lambda_n\|\boldsymbol{\delta}_n\|^2\le GD$, 并由 $\|\boldsymbol{J}_n\|\le\kappa$ 得 $\frac{1}{2}\boldsymbol{\delta}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_n\boldsymbol{\delta}_n\le\frac{1}{2}\kappa^2D^2$. 两式相加即得 $\mathrm{Pred}_n\le P_{\max}$, 且该界与 n 无关. □

引理 A2 (模拟退火接受机制的渐进确定性界). 设 $p_0>0$, $T_n>0$ 且 $T_n\to0$. 对满足 $\mathrm{Pred}_n>0$ 的候选步, 定义 $\rho_n=\mathrm{Ared}_n/\mathrm{Pred}_n$, $P_n=\exp(-(p_0-\rho_n)/T_n)$, 其中 $\mathrm{Ared}_n=F(\boldsymbol{x}_n)-F(\boldsymbol{x}_n^+)$. 按 $r_n\le P_n$ 接受第 n 个候选步, 其中 $r_n\sim\mathrm{U}(\mathrm{e}^{-v},\,\mathrm{e}^{-1/v})$ 为独立随机阈值, $v>1$.

1) 若第 n 个候选步被接受, 则

$$\rho_n\ge p_0-vT_n \tag{A3}$$

2) 存在 $N_T\in\mathbf{N}$, 使得对任意 $n\ge N_T$, 被接受的非零候选步均满足 $\mathrm{Ared}_n>0$, 从而 $F(\boldsymbol{x}_{n+1})\le F(\boldsymbol{x}_n)$. 又因 $F(\boldsymbol{x})\ge0$, 故存在常数 $F_\infty\ge0$, 使得

$$\lim_{n\to\infty}F(\boldsymbol{x}_n)=F_\infty \tag{A4}$$

证明. 若 $\rho_n\ge p_0$, 则 $P_n\ge1>r_n$, 候选步被确定性接受. 若候选步被接受但 $\rho_n<p_0$, 则必有 $P_n\ge r_n$, 即 $\exp\left(-(p_0-\rho_n)/T_n\right)\ge r_n$; 结合 $v>1$, $r_n\ge\mathrm{e}^{-v}$ 取对数得 $p_0-\rho_n\le-T_n\ln r_n\le vT_n$, 即 $\rho_n\ge p_0-vT_n$, 对所有被接受步恒成立.

由 $T_n\to0$ 及 $p_0/v>0$, 存在 $N_T\in\mathbf{N}$, 使 $n\ge N_T$ 时 $vT_n<p_0$, 从而任意被接受步满足 $\rho_n\ge p_0-vT_n>0$; 结合 $\mathrm{Pred}_n>0$ (引理 A1) 得 $\mathrm{Ared}_n=\rho_n\mathrm{Pred}_n>0$, 即 $F(\boldsymbol{x}_n^+)<F(\boldsymbol{x}_n)$. 若候选步被拒绝, 则 $\boldsymbol{x}_{n+1}=\boldsymbol{x}_n$, 函数值不变. 故 $F(\boldsymbol{x}_{n+1})\le F(\boldsymbol{x}_n)$, $n\ge N_T$, 即 $\{F(\boldsymbol{x}_n)\}_{n\ge N_T}$ 单调不增; 又 $F(\boldsymbol{x})=\frac{1}{2}\|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\|^2\ge0$ 下有界, 由单调有界收敛定理知极限 $F_\infty=\lim_{n\to\infty}F(\boldsymbol{x}_n)$ 存在. □

引理 A3 (接受步预测下降量总和有限性). 设 $\mathcal{S}=\{n:\text{第 }n\text{ 步被接受}\}$, $\mathbf{1}_{\mathcal{S}}(n)$ 为其示性函数. 设 $\{T_n\}$ 满足 $T_n\le\gamma^nT_0$ ($0<\gamma<1$, $T_0>0$), 从而 $\sum_{n=0}^{\infty}T_n\le T_0/(1-\gamma)$. 若接受步满足

$$F(\boldsymbol{x}_{n+1})\le F(\boldsymbol{x}_n)-(p_0-vT_n)\mathrm{Pred}_n\mathbf{1}_{\mathcal{S}}(n) \tag{A5}$$

且 $\mathrm{Pred}_n\le P_{\max}$, $F(\boldsymbol{x})\ge0$, 则

$$\sum_{n\in\mathcal{S}}\mathrm{Pred}_n\le\frac{1}{p_0}\left[F(\boldsymbol{x}_0)+\frac{vP_{\max}T_0}{1-\gamma}\right]<\infty \tag{A6}$$

证明. 由引理 A2, 第 n 步被接受时 $\rho_n\ge p_0-vT_n$, 故 $\mathrm{Ared}_n\ge(p_0-vT_n)\mathrm{Pred}_n$, 即

$$F(\boldsymbol{x}_{n+1})\le F(\boldsymbol{x}_n)-p_0\mathrm{Pred}_n+vT_n\mathrm{Pred}_n,\quad n\in\mathcal{S}$$

被拒绝时 $\boldsymbol{x}_{n+1}=\boldsymbol{x}_n$. 以示性函数 $\mathbf{1}_{\{n\in\mathcal{S}\}}$ 统一两种情形, 并利用 $\mathrm{Pred}_n\le P_{\max}$ (引理 A1) 从 $n=0$ 累加到 N_n, 得

$$F(\boldsymbol{x}_{N_n+1})\le F(\boldsymbol{x}_0)-p_0\sum_{\substack{n\in\mathcal{S}\\ n\le N_n}}\mathrm{Pred}_n+vP_{\max}\sum_{n=0}^{N_n}T_n$$

由 $F(\boldsymbol{x}_{N_n+1})\ge0$ 及几何级数 $\sum_{n=0}^{N_n}T_n\le T_0/(1-\gamma)$, 整理得

$$S_{N_n}:=\sum_{\substack{n\in\mathcal{S}\\ n\le N_n}}\mathrm{Pred}_n\le\frac{1}{p_0}\left[F(\boldsymbol{x}_0)+\frac{vP_{\max}T_0}{1-\gamma}\right]$$

右端与 N_n 无关. 由 $\mathrm{Pred}_n>0$ 知 $\{S_{N_n}\}$ 单调不减且有界, 故收敛, 令 $N_n\to\infty$ 即得式 (A6). □

引理 A4 (LM 局部模型一致性). 在假设 A2 下, 即 $\boldsymbol{J}$ 关于 $\boldsymbol{x}$ 具有 Lipschitz 常数 L_J, 设 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_n+\boldsymbol{\delta}_n)=\boldsymbol{f}_n+\boldsymbol{J}_n\boldsymbol{\delta}_n+\boldsymbol{e}_n$ 为一阶 Taylor 展开及其余项. 若 $\|\boldsymbol{f}_n\|\le M_f$, $\|\boldsymbol{J}_n\|\le\kappa$, $\|\boldsymbol{\delta}_n\|\le D$, 则存在与 n 无关的常数

$$C_m=\frac{L_J}{2}(M_f+\kappa D)+\frac{L_J^2D^2}{8}$$

使得

$$|\mathrm{Ared}_n-\mathrm{Pred}_n|\le C_m\|\boldsymbol{\delta}_n\|^2 \tag{A7}$$

进一步, 若 $\mathrm{Pred}_n\ge\lambda_n\|\boldsymbol{\delta}_n\|^2$ 且 $\lambda_n>0$, 则

$$|\rho_n-1|\le\frac{C_m}{\lambda_n} \tag{A8}$$

证明. 由 $\boldsymbol{J}$ 的 Lipschitz 连续性, Taylor 余项满足 $\|\boldsymbol{e}_n\|\le\frac{L_J}{2}\|\boldsymbol{\delta}_n\|^2$. 将 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_n+\boldsymbol{\delta}_n)=\boldsymbol{f}_n+\boldsymbol{J}_n\boldsymbol{\delta}_n+\boldsymbol{e}_n$ 代入 $F(\boldsymbol{x}_n+\boldsymbol{\delta}_n)-F(\boldsymbol{x}_n)$ 并利用 $\nabla F_n=\boldsymbol{J}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}_n$, 得

$$\mathrm{Ared}_n-\mathrm{Pred}_n=-(\boldsymbol{f}_n+\boldsymbol{J}_n\boldsymbol{\delta}_n)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_n-\frac{1}{2}\|\boldsymbol{e}_n\|^2$$

由三角不等式、Cauchy-Schwarz 不等式及 $\|\boldsymbol{f}_n\|\le M_f$、$\|\boldsymbol{J}_n\|\le\kappa$、$\|\boldsymbol{\delta}_n\|\le D$,

$$|\mathrm{Ared}_n-\mathrm{Pred}_n|\le\frac{L_J}{2}(M_f+\kappa D)\|\boldsymbol{\delta}_n\|^2+\frac{L_J^2}{8}\|\boldsymbol{\delta}_n\|^4\le C_m\|\boldsymbol{\delta}_n\|^2$$

其中最后一步用 $\|\boldsymbol{\delta}_n\|^2\le D^2$, 即得式 (A7).

当 $\nabla F_n\ne\mathbf{0}$ 时, $\lambda_n>0$ 故 $\mathrm{Pred}_n\ge\lambda_n\|\boldsymbol{\delta}_n\|^2>0$ (引理 A1). 结合式 (A7) 即得

$$|\rho_n-1|=\frac{|\mathrm{Ared}_n-\mathrm{Pred}_n|}{\mathrm{Pred}_n}\le\frac{C_m\|\boldsymbol{\delta}_n\|^2}{\lambda_n\|\boldsymbol{\delta}_n\|^2}=\frac{C_m}{\lambda_n}$$

□

引理 A5 (梯度远离零时阻尼参数有界). 设存在 $\varepsilon_g>0$及 $N_n\in\mathbf{N}$,使得 $\|\nabla F_n\|\ge\varepsilon_g$ 对一切 $n\ge N_n$ 成立. 记 $q_g=\varepsilon_g/(1+\varepsilon_g)$, $\overline{\lambda}>\max\{p_2,\,C_m/1-p_2\}$,

$B=\max\{m,\ \overline{\lambda}/q_g\}$，其中 C_m 如引理 A4 所定义，$p_2\in(0,\ 1)$ 为接受阈值，$c_0>1$ 为阻尼参数放大因子，m 为其下界. 则存在与 n 无关的常数 $M_\mu:=\max\{\mu_N,\ c_0B\}<\infty$，使得

$$\lambda_n\le\mu_n\le M_\mu,\qquad n\ge N_n \tag{A9}$$

证明. 记 $q_g=\varepsilon_g/(1+\varepsilon_g)>0$. 由 $s/(1+s)$ 在 $s\ge0$ 上单调递增及 $\|\nabla F_n\|\ge\varepsilon_g$，得 $\lambda_n=\mu_n\|\nabla F_n\|/(1+\|\nabla F_n\|)\ge q_g\mu_n\,(n\ge N_n)$.

取 $\overline{\lambda}>\max\{p_2,\ C_m/(1-p_2)\}$，令 $B=\max\{m,\ \overline{\lambda}/q_g\}$. 若 $\mu_n\ge B$，则 $\lambda_n\ge q_g\mu_n\ge\overline{\lambda}>p_2$，且由引理 A 4 得 $\rho_n\ge1-C_m/\lambda_n\ge1-C_m/\overline{\lambda}>p_2$，即 $\min\{\lambda_n,\ \rho_n\}>p_2$；由更新规则 $\mu_{n+1}=\max\{c_1\mu_n,\ m\}$ 及 $\mu_n\ge B\ge m$、$0<c_1<1$，得 $\mu_{n+1}\le\mu_n$.

若 $\mu_n<B$，逐一验证更新规则的三个分支：放大分支 $\mu_{n+1}=c_0\mu_n<c_0B$；保持分支 $\mu_{n+1}=\mu_n<B$；缩小分支 $\mu_{n+1}=\max\{c_1\mu_n,\ m\}\le B$. 故均有 $\mu_{n+1}\le c_0B$.

综上，取 $M_\mu=\max\{\mu_N,\ c_0B\}$，由归纳法即得 $\mu_n\le M_\mu(n\ge N_n)$；再由 $0<\|\nabla F_n\|/(1+\|\nabla F_n\|)<1$ 知 $\lambda_n\le\mu_n\le M_\mu$，即式 (A9). □

在假设 A1 ~ 假设 A3 下，

$$\liminf_{n\to\infty}\left\|\boldsymbol{J}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}_n\right\|=0 \tag{A10}$$

即迭代序列存在满足一阶最优性条件的聚点 $\boldsymbol{x}^*\in\mathcal{D}$.

证明. 采用反证法. 假设存在 $N_n>0$，$n\ge N_n$ 且 $\varepsilon_g>0$，使 $\|\nabla F_n\|\ge\varepsilon_g$. 由引理 A5，$\lambda_n\le M_\mu$，代入引理 A1 下界，得

$$\mathrm{Pred}_n\ge c_g:=\frac{\varepsilon_g^2}{2(\kappa^2+M_\mu)}>0$$

若 $\mathcal{S}\cap\{n\ge N_n\}$ 为无限集，则 $\sum_{n\in\mathcal{S}}\mathrm{Pred}_n\ge\sum c_g=\infty$，与式 (A6) 矛盾. 若为有限集，则存在 $\widetilde{N}_n\ge N_n$ 使 $n\ge\widetilde{N}_n$ 的候选步均被拒绝，从而 $\rho_n<p_0$，按更新规则 $\mu_{n+1}=c_0\mu_n\ (c_0>1)$，故 $\mu_n\to\infty$，与式 (A9) 矛盾. 两种情形均导致矛盾，故式 (A10) 成立.

由式 (A10)，存在子列 $\{n_j\}$ 使 $\|\boldsymbol{J}_{n_j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}_{n_j}\|\longrightarrow0$；又由假设 A1 中 $\mathcal{D}$ 的紧致性，可从中选取收敛子列 $\boldsymbol{x}_{n_j}\to\boldsymbol{x}^*\in\mathcal{D}$；利用 $\boldsymbol{f}$、$\boldsymbol{J}$ 的连续性，有

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}^*)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}^*)=\lim_{j\to\infty}\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}_{n_j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{n_j})=\boldsymbol{0}$$

即 $\boldsymbol{x}^*$ 为满足一阶最优性条件的平稳聚点. □

参考文献

1 Yu B, Du H B, Wen G H, Zhou J L, Zheng D Z. A vector-type finite-time output-constrained control algorithm and its application to a mobile robot. *Robotic Intelligence and Automation*, 2025, **45**(3): 306−313

2 Zhu N, Marais J, Bétaille D, Berbineau M. GNSS position integrity in urban environments: A review of literature. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2018, **19**(9): 2762−2778

3 Ge Q B, Gu F, Zhu Y, Zhu B T, Zhang B J, Wen G H. Achieving autonomous landing of a UAV on a dynamic unmanned surface vessel: Design, analysis and experiment. *Robotic Intelligence and Automation*, 2026, **46**(3): 303−320

4 Zangenehnejad F, Gao Y. GNSS smartphones positioning: Advances, challenges, opportunities, and future perspectives. *Satellite Navigation*, 2021, **2**(1): Article No. 24

5 Liu Z D, Liu J C, Xu X W, Wu K S. DeepGPS: Deep learning enhanced GPS positioning in urban canyons. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2024, **23**(1): 376−392

6 Weng D J, Hou Z Y, Meng Y, Cai M M, Chan Y Y. Characterization and mitigation of urban GNSS multipath effects on smartphones. *Measurement*, 2023, **223**: Article No. 113766

7 Liu S, Yao Z Q, Cao X M, Cai X W, Sheng M G. Enhancing navigation adaptability for ground vehicles: Fine-grained urban environment recognition based on GNSS measurements. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2024, **73**: Article No. 8509412

8 Chen Y Q, Shen H, Zhao D, Zhou J L, Wen G H. BITD: Geometric-intensity fusion for robust LiDAR place recognition. *Robotic Intelligence and Automation*, 2025, **45**(5-6): 637−645

9 Chen W, Zhang C L, Peng Y, Yao Y, Cai M M, Dong D N. Enhancing GNSS positioning in urban canyon areas via a modified design matrix approach. *IEEE Internet of Things Journal*, 2024, **11**(6): 10252−10265

10 Shamaei K, Kassas Z M. Receiver design and time of arrival estimation for opportunistic localization with 5G signals. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, **20**(7): 4716−4731

11 Stock W, Schwarz R T, Hofmann C A, Knopp A. Survey on opportunistic PNT with signals from LEO communication satellites. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2025, **27**(1): 77−107

12 Dong Ming-Tao, Cheng Jian-Hua, Zhao Lin, Liu Ping. Perspectives on performance evaluation method for inertial integrated navigation system. *Acta Automatica Sinica*, 2022, **48**(10): 2361−2373
(董铭涛, 程建华, 赵琳, 刘萍. 惯性组合导航系统性能评估方法研究进展. 自动化学报, 2022, **48**(10): 2361−2373)

13 Kassas Z M, Khalife J, Abdallah A A, Lee C. I am not afraid of the GPS jammer: Resilient navigation via signals of opportunity in GPS-denied environments. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2022, **37**(7): 4−19

14 Yao Zhi-Qiang, Chen Zhi-Peng, Zhang Wen-Wen, Cao Xue-Meng, Yu Peng. Mobile radio-frequency ranging-aided satellite pseudorange error suppression method. *GNSS World of China*, 2026, **51**(1): 49−57
(姚志强, 陈志鹏, 张文文, 曹学萌, 于澎. 移动射频测距辅助的卫星伪距误差抑制方法. 全球定位系统, 2026, **51**(1): 49−57)

15 Gong Fu-Xiang, Wang Qing, Zhang Xiao-Guo. Hybrid GPS/TDOA steepest descent location algorithm in non-line-of-sight environment. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2011, **32**(7): 1500−1506
(龚福祥, 王庆, 张小国. 非视距环境下的 GPS/TDOA 最速下降混合定位算法. 仪器仪表学报, 2011, **32**(7): 1500−1506)

16 del Peral-Rosado J A, Saloranta J, Destino G, López-Salcedo J A, Seco-Granados G. Methodology for simulating 5G and GNSS high-accuracy positioning. *Sensors*, 2018, **18**(10): Article No. 3220

17 Li F X, Tu R, Hong J, Zhang S X, Zhang P F, Lu X C. Combined positioning algorithm based on BeiDou navigation satellite system and raw 5G observations. *Measurement*, 2022, **190**: Article No. 110763

18 de Angelis G, Baruffa G, Cacopardi S. GNSS/cellular hybrid positioning system for mobile users in urban scenarios. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2013, **14**(1): 313–321

19 Yin L, Ni Q, Deng Z L. A GNSS/5G integrated positioning methodology in D2D communication networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2018, **36**(2): 351–362

20 Lu J, Ding W Y, Wang W, Hu E W, Wu J F. A new hybrid positioning method by fusion of BDS and 5G signal using the particle swarm method. *Applied Sciences*, 2023, **13**(1): Article No. 366

21 Li F X, Tu R, Geng F Y, Zhang R, Zhang P F, Lu X C. Combined BDS/5G seamless positioning scheme based on joint switching strategy of satellite elevation angle and CNR in complex urban environments. *Measurement Science and Technology*, 2024, **35**(12): Article No. 126307

22 Li F X, Tu R, Hong J, Zhang P F, Wang J, Liu Y Y. High-precision GNSS/5G integrated positioning method and performance analysis for smartphones. *Measurement Science and Technology*, 2026, **37**(1): Article No. 016303

23 Sun C, Zhao H B, Bai L, Cheong J W, Dempster A G, Feng W Q. GNSS-5G hybrid positioning based on TOA/AOA measurements. *China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2020 Proceedings: Volume III*. Singapore: Springer, 2020. 527–537

24 Song W W, Ding H J, Zhang L H, Chen L, Guo W F, Lin W, et al. Performance verification of GNSS/5G tightly coupled fusion positioning in urban occluded environments with a smartphone. *GPS Solutions*, 2025, **29**(1): Article No. 40

25 Zhou T, Chen R Z, Dong W X, Ju Z H, Jiao H J, Liu J B, et al. 5G NR robust tracking and positioning with GNSS assistance. *Satellite Navigation*, 2025, **6**(1): Article No. 32

26 Deng Z L, Zhang Z C, Ding Z K, Liu B X. Multi-source, fault-tolerant, and robust navigation method for tightly coupled GNSS/5G/IMU system. *Sensors*, 2025, **25**(3): Article No. 965

27 Skoglund M A, Hendeby G, Axehill D. Extended Kalman filter modifications based on an optimization view point. In: Proceedings of the 18th International Conference on Information Fusion (Fusion). Washington, USA: IEEE, 2015. 1856–1861

28 Bell B M, Cathey F W. The iterated Kalman filter update as a Gauss-Newton method. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, **38**(2): 294–297

29 Foy W H. Position-location solutions by Taylor-series estimation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1976, **AES-12**(2): 187–194

30 Jin T, Zhang P, Chakwizira J, Wang Y C. Fusion positioning of GNSS-cellular signals of opportunity under low observability. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2024, **73**: Article No. 8509218

31 Goffin S, Barrau A, Bonnabel S, Brüls O, Sacré P. Iterated invariant extended Kalman filter (IterIEKF). *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2026, **71**(5): 3380–3387

32 Bai L, Sun C, Dempster A G, Zhao H B, Cheong J W, Feng W Q. GNSS-5G hybrid positioning based on multi-rate measurements fusion and proactive measurement uncertainty prediction. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2022, **71**: Article No. 8501415

33 Jiao H J, Tao X X, Chen L, Zhou X, Ju Z H. GNSS/5G joint position based on weighted robust iterative Kalman filter. *Remote Sensing*, 2024, **16**(6): Article No. 1009

34 Langley R B. Dilution of precision. *GPS World*, 1999, **10**(5): 52–59

35 Zekavat S A, Buehrer R M. *Handbook of Position Location: Theory, Practice, and Advances*. Hoboken: Wiley, 2019. 22–40

36 Wang B, Song B, Wang T, Deng Z H, Fu M Y. A BDS/5G combined positioning method based on adaptive optimal selection-robust hybrid adaptive Kalman filter algorithm. *IEEE Internet of Things Journal*, 2024, **11**(12): 22376–22384

37 Cao S, Chen X, Zhang X, Chen X. Combined weighted method for TDOA-based localization. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2020, **69**(5): 1962–1971

38 Campolo F, Blaga A, Rea M, Lozano A, Costa-Pérez X. 5GNSS: Fusion of 5G-NR and GNSS localization for enhanced positioning accuracy and reliability. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024, **73**(9): 13558–13568

39 Huang Z J, Xu Q S, Sun M H, Zhu X Z. A Kalman filter-based localization calibration method optimized by reinforcement learning and information matrix fusion. *Entropy*, 2025, **27**(8): Article No. 821

40 Ge Q B, Lin K, Zhao Z Y. Credibility-based multi-sensor fusion for non-Gaussian conversion error mitigation. *Information Fusion*, 2025, **115**: Article No. 102704

41 Alghisi M, Biagi L. Positioning with GNSS and 5G: Analysis of geometric accuracy in urban scenarios. *Sensors*, 2023, **23**(4): Article No. 2181

42 Li F X, Tu R, Zeng L C, Zhang S X, Liu M Y, Lu X C. Integrated positioning with double-differenced 5G and undifferenced/double-differenced GPS. *Measurement*, 2023, **218**: Article No. 113114

43 Liu Hao-Yang, Hu Jiang, Li Yong-Feng, Wen Zai-Wen. *Optimization Calculation Methods*. Beijing: Higher Education Press, 2021. 176–184
(刘浩洋, 户将, 李勇锋, 文再文. 最优化计算方法. 北京: 高等教育出版社, 2021. 176–184)

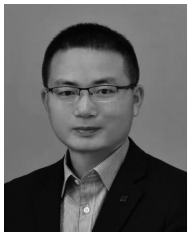
44 Golub G H, van Loan C F. *Matrix Computations (Fourth edition)*. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2013. 87–90



姚志强 湘潭大学自动化与电子信息学院教授. 主要研究方向为导航定位技术和无线通信网络.
E-mail: yaozhiqiang@xtu.edu.cn
(**YAO Zhi-Qiang** Professor at the School of Automation and Electronic Information, Xiangtan University. His research interests include navigation and positioning technologies, and wireless communication networks.)

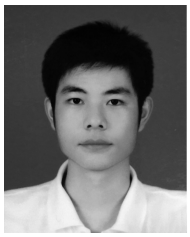


陈卓婷 湘潭大学数学与计算科学学院博士研究生. 主要研究方向为无线定位中的优化算法. 本文通信作者.
E-mail: zhuoting@smail.xtu.edu.cn
(**CHEN Zhuo-Ting** Ph.D. candidate at the School of Mathematics and Computational Science, Xiangtan University. Her main research interest is the optimization algorithms for wireless positioning. Corresponding author of this paper.)



葛泉波 南京信息工程大学自动化学院教授. 主要研究方向为信息融合, 非线性滤波, 无人系统和分布式优化. E-mail: quanboge@163.com

(**GE Quan-Bo** Professor at the School of Automation, Nanjing University of Information Science and Technology. His research interests include information fusion, nonlinear filtering, unmanned systems, and distributed optimization.)



章 旭 湘潭大学自动化与电子信息学院讲师. 主要研究方向为组合导航与定位中的数学方法. E-mail: xzhang1.001@xtu.edu.cn

(**ZHANG Xu** Lecturer at the School of Automation and Electronic Information, Xiangtan University. His research interests include integrated navigation and mathematical methods for positioning.)



任晓慧 湘潭大学数学与计算科学学院博士研究生. 主要研究方向为组合导航定位与数学优化. E-mail: xiaohui@smail.xtu.edu.cn

(**REN Xiao-Hui** Ph.D. candidate at the School of Mathematics and Computational Science, Xiangtan University. Her research interests include integrated navigation positioning and mathematical optimization.)



黄 璐 湘潭大学自动化与电子信息学院副教授. 主要研究方向为室内外无缝导航, 北斗伪距定位和多源融合. E-mail: 230199178@aa.seu.edu.cn

(**HUANG Lu** Associate professor at the School of Automation and Electronic Information, Xiangtan University. His research interests include seamless indoor-outdoor navigation, BeiDou pseudolite positioning, and multi-source fusion.)