



从频域视角探索平稳性: 频域平稳子空间分析及其高炉炼铁过程监测应用

楼嗣威 张徐杰 高大力 张瀚文 吴平 杨春节

Exploring Stationarity From the Frequency-domain Perspective: Frequency Stationary Subspace Analysis and Its Application to BFIP Monitoring

LOU Si-Wei, ZHANG Xu-Jie, GAO Da-Li, ZHANG Han-Wen, WU Ping, YANG Chun-Jie

在线阅读 View online:

<http://www.aas.net.cn/article/current/a29edd9c5c810f3bfce4c8a4bbcbd7ea8f1eeea52491eeef4eb9a750855c2389>

您可能感兴趣的其他文章

基于**KPLS**鲁棒重构误差的高炉燃料比监测与异常识别

KPLS Robust Reconstruction Error Based Monitoring and Anomaly Identification of Fuel Ratio in Blast Furnace Ironmaking

自动化学报. 2021, 47(7): 1661–1671 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c180579>

基于多参数灵敏度分析与遗传优化的铁水质量无模型自适应控制

Model Free Adaptive Control of Molten Iron Quality Based on Multi-parameter Sensitivity Analysis and GA Optimization

自动化学报. 2021, 47(11): 2600–2613 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c180741>

基于最优工况迁移的高炉铁水硅含量预测方法

Prediction Method of Hot Metal Silicon Content in Blast Furnace Based on Optimal Smelting Condition Migration

自动化学报. 2022, 48(1): 194–206 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c200980>

高炉炼铁过程故障检测与诊断综述: 回顾, 现状与展望

Review of Fault Detection and Diagnosis Research in Blast Furnace Ironmaking Process: Retrospective, Status, and Prospects

自动化学报. 2025, 51(8): 1739–1759 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c240660>

基于鲁棒加权模糊聚类的污水处理过程监测方法

Robust Weighted Fuzzy Clustering for Sewage Treatment Process Monitoring

自动化学报. 2022, 48(9): 2198–2211 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c200392>

基于红外与可见光视觉的高炉铁口铁水温度场在线检测

Online Measurement of Molten Iron Temperature Field at Blast Furnace Taphole Based on Infrared and Visible Vision

自动化学报. 2025, 51(2): 343–355 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c240378>

从频域视角探索平稳性：频域平稳子空间分析 及其高炉炼铁过程监测应用

楼嗣威^{1,2} 张徐杰¹ 高大力¹ 张瀚文³ 吴平⁴ 杨春节^{1,2,5}

摘 要 非平稳信号的平稳分量提取是信号处理与过程监测的核心问题。现有平稳子空间分析方法局限于时域二阶平稳性，难以刻画频域非平稳特征。为此，提出频域平稳子空间分析方法 (FreqSSA)。该方法以功率谱密度时不变性定义频域平稳性，揭示时域与频域平稳性的等价及包含关系；进而构建谱幅度、相位与结构三类频域非平稳统计矩阵，建立时频联合非平稳统计框架，并以最小化非对角元素平方和为目标函数实现子空间分离；最后采用联合对角化策略，实现正交解混矩阵的高效迭代优化。真实高炉炼铁数据的实验结果表明，FreqSSA 在平稳分量提取精度与过程监测性能上均优于现有主流方法。

关键词 非平稳分析；平稳子空间分析；过程监测；高炉炼铁

引用格式 楼嗣威, 张徐杰, 高大力, 张瀚文, 吴平, 杨春节. 从频域视角探索平稳性：频域平稳子空间分析及其高炉炼铁过程监测应用. 自动化学报, xxxx, xx(x): x-xx

DOI 10.16383/j.aas.c260293 **CSTR** 32138.14.j.aas.c260293

Exploring Stationarity From the Frequency-domain Perspective: Frequency Stationary Subspace Analysis and Its Application to BFIP Monitoring

LOU Si-Wei^{1,2} ZHANG Xu-Jie¹ GAO Da-Li¹ ZHANG Han-Wen³ WU Ping⁴ YANG Chun-Jie^{1,2,5}

Abstract Stationary component extraction from nonstationary signals is a fundamental problem in signal processing and process monitoring. Existing stationary subspace analysis methods are limited to time-domain second-order stationarity and have difficulty characterizing frequency-domain nonstationary characteristics. To address this issue, this paper proposes a frequency-domain stationary subspace analysis method (FreqSSA). The proposed method defines frequency-domain stationarity based on the time-invariance of the power spectral density, and reveals the equivalence and inclusion relations between time-domain and frequency-domain stationarity. Furthermore, three types of frequency-domain nonstationary statistical matrices, namely spectral amplitude, phase, and structural matrices, are constructed to establish a joint time-frequency nonstationary statistical framework. Subspace separation is then achieved by minimizing the sum of squared off-diagonal elements as the objective function. Finally, a joint diagonalization strategy is employed to efficiently iteratively optimize the orthogonal demixing matrix. Experimental results on real-world blast furnace ironmaking data demonstrate that FreqSSA outperforms existing state-of-the-art methods in both stationary component extraction accuracy and process monitoring performance.

Keywords nonstationary analysis; stationary subspace analysis; process monitoring; blast furnace ironmaking

Citation Lou Si-Wei, Zhang Xu-Jie, Gao Da-Li, Zhang Han-Wen, Wu Ping, Yang Chun-Jie. Exploring stationarity from the frequency-domain perspective: Frequency stationary subspace analysis and its application to BFIP monitoring. *Acta Automatica Sinica*, xxxx, xx(x): x-xx

收稿日期 2026-05-06 录用日期 2026-08-01

Manuscript received May 6, 2026; accepted August 1, 2026

浙江省尖兵科技计划项目 (2025C01021), 博士后创新人才支持计划 (BX2026277), 博士后科学基金 (2026M791862) 资助

Supported by Zhejiang Province Key Research and Development Program (2025C01021), China National Postdoctoral for Innovative Talents (BX2026277), and China Postdoctoral Science Foundation (2026M791862)

本文责任编辑 李繁斌

Recommended by Associate Editor LI Fan-Biao

1. 浙江大学工业控制技术全国重点实验室 杭州 310027 2. 浙江大学工业自动化国家工程研究中心 杭州 310027 3. 北京科技大学自动化学院 北京 100083 4. 浙江理工大学信息科学与工程学院 杭州 310018 5. 湖州工业控制技术研究院 湖州 313000

1. State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027 2. National Engineer-

在当前工业大数据背景下，数据驱动的无监督过程监测方法因无需故障标签且适配海量时序数据，已成为保障系统可靠性的核心技术范式^[1-4]。该类方法以历史监测数据的平稳性为前提假设，即统计特性不随时间漂移，此假设构成稳定监测模型的理论基石^[5-6]。然而，实际工业系统受工况扰动、原材

ing Research Center of Industrial Automation, Zhejiang University, Hangzhou 310027 3. College of Automation, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083 4. School of Information Science and Engineering, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018 5. Huzhou Industrial Control Technology Research Institute, Huzhou, 313000

料波动及设备退化等因素影响,运行数据常呈现显著的非平稳特性^[7],从根本上动摇了传统方法的理论根基,即平稳性约束的严格依赖导致模型难以适配时变分布,引发特征提取失真与判别阈值失效,致使虚警率与漏报率攀升,故障难以辨识^[8].

针对非平稳数据环境下的过程监测难题,独立成分分析 (independent component analysis, ICA) 与平稳子空间分析 (stationary subspace analysis, SSA) 已成为主流技术路径^[9-10]. ICA 依托中心极限定理,通过最大化输出分量的非高斯性实现源信号分离,沿此脉络 Feng 等^[11]将慢特征分析与 ICA 融合以捕捉静态-动态耦合特性,Salunkhe 等^[12]则提出变分模态分解 (variational mode decomposition, VMD) 与深度 ICA 的协同框架以提升微弱故障检测性能. 尽管如此,ICA 严格假设各源信号统计独立,而实际工业过程的观测变量通常由多个强关联潜在源混合而成,独立性假设几近无法满足,从根本上限制了其监测鲁棒性与辨识精度.

近年来,为克服前述方法的理论局限,以时域平稳性为理论根基的 SSA 已成为非平稳过程监测领域的前沿研究方向. SSA 引入时域平稳性概念,旨在从原始非平稳信号中提取具有时域一致性的不变特征分量,同时剔除诱发非平稳性的干扰分量^[10]. 具体而言,SSA 通过迭代搜索最优投影方向,以最小化不同时段内平稳分量 (stationary components, SC) 分布估计间的 Kullback-Leibler 散度,从而实现了对非平稳信号的有效分解. 针对 SSA 在非线性表征、自相关建模、可解释性及鲁棒性等方面的固有局限,学术界陆续提出一系列改进方法,持续优化 SC 的提取精度与场景适配能力. 其中,正则化多核 SSA (regularized mutual kernel-SSA, RMK-SSA) 与局部动态广核 SSA (local-dynamic broad kernel SSA, Local-DBKSSA) 等方法,通过融合面向特定任务设计的多核函数,显著提升了非线性过程特征的提取效果^[13-14]. 动态 SSA (dynamic SSA, DSSA) 则通过逐步优化自相关结构,实现了对时变平稳源的精准估计^[15]. 基于 DSSA 框架延伸的平稳子空间典型变量分析 (stationary subspace canonical variate analysis, SSCVA),巧妙融合 SSA 与典型变量分析的优势,在动态非平稳过程中实现了更精准的故障检测与隔离,进一步提升了复杂工业场景的监测可靠性^[16]. 此外,Wu 等^[17]与 Zhao 等^[18]分别从贝叶斯视角出发,构建概率 SSA (probabilistic SSA, PSSA) 与概率平稳子空间回归 (probabilistic stationary subspace regression, PSSR) 模型,显著增强了不确定噪声环境下的模型鲁棒性. 面向数据

非高斯特性,基于高斯混合模型-Wasserstein SSA (Gaussian mixture model-Wasserstein SSA, GMM-WSSA) 提出度量分布差异的新准则;在此基础上,Zhang 等^[19]进一步提出带 $l_{2,p}$ 范数约束的稀疏 Wasserstein SSA (sparse Wasserstein SSA, SWSSA),有效抑制了冗余信息干扰. 此外,Huang 等^[20]还同步发展一种新型贡献分析方法,借助局部动态保留投影,选择性分析潜在故障子空间内的变量贡献,在实现精准故障辨识的同时,有效规避了无故障子空间的干扰.

尽管前述改进持续拓展了 SSA 的适用边界,但其均未触及一个根本性理论约束: 现有 SSA 框架始终受限于时域平稳性假设,面临三重固有缺陷. 首先,该假设仅要求二阶矩时不变,无法刻画频率依赖型非平稳特征,诸如时变谱结构、调幅-调频信号的频率漂移等关键动态信息均难以被有效表征;其次,时域统计量对信号时变频率结构的敏感度有限,当过程数据包含频域非平稳分量时,SC 提取精度显著下降;再次,传统时域 SSA 往往依赖时间分段策略实现动态适配,而分段方式的主观性强,极易引入额外建模偏差,削弱了监测模型的稳健性. 与之相对,频域分析为突破上述困局提供了新的理论路径. 通过短时傅里叶变换等时频分析工具将时域信号映射至时频域,能够将时域全局平稳性约束转化为频率分辨的统计特性刻画,借助局部功率谱密度 (power spectral density, PSD) 的时变演化追踪实现对频率相关非平稳性的精准辨识,进而揭示时域方法无法捕捉的频域非平稳特性,为突破时域 SSA 的理论瓶颈提供了全新研究范式.

频域分析算法以谱估计、快速傅里叶变换 (fast Fourier transform, FFT) 及功率谱密度分析为核心,依托 FFT 提取信号的频谱与功率谱等频域特征,再通过对正常与故障状态下的谱分布差异实现故障判定. 该类算法原理简洁、计算高效,是频域监测的经典范式^[21]. 在此基础上,学界衍生出各类先进频域过程监测算法. Wu 等^[22]提出自适应傅里叶滤波模型 (adaptive Fourier filter model, AFFIRM),其通过自适应傅里叶滤波对原始时序信号进行频域分解,提取各频率分量的时变特征,随后将这些频域特征输入状态空间网络以建模系统的动态演化规律,最终实现异常检测. 后续研究进一步推出轻量化频域学习框架,通过时频双路径动态加权策略,适配边缘端工业监测的低计算资源约束. 频率修补的信道时间异常检测 (channel-aware time anomaly detection via frequency patching, CAT-CH) 框架则将整体频谱拆分为若干细粒度频带,对每个频带独立进行能量异常分析,通过对比正常与

故障状态下各频带能量分布的差异实现故障定位^[23]. 此外, Wigner 分布^[24-25]与希伯特-黄变换 (Hilbert-Huang transform, HHT)^[26]等能量/功率型时频分析方法亦被引入过程监测领域: 前者通过对信号自相关函数的傅里叶变换刻画瞬时功率谱密度, 虽在理论上具有最优的时频聚集性, 但二次型构造固有的交叉项干扰限制了其在多分量信号场景中的实用性; 后者凭借数据驱动的自适应性, 能够根据信号局部特征进行模态分解, 然而经验模态分解的模态混叠问题使其难以直接嵌入多变量在线监测体系. 近年来, 同步压缩变换 (synchrosqueezing transform, SST) 通过将时频系数沿频率方向重新排列, 显著提升了时频表示的可读性与能量聚集性, 为微弱故障特征的提取提供了更高分辨率的时频表征工具^[27]. 同时, 深度学习方法与时频分析的融合成为新兴趋势, 诸如可学习的自适应小波网络、基于卷积神经网络的时频特征自动编码器等方法, 能够根据具体任务需求端到端地优化时频表示, 突破了传统固定基函数的局限^[28]. 尽管, 上述算法在计算效率、特征提取精度与场景适配性方面均取得突破. 然而, 纵观现有成果, 频域分析仍主要面向理想平稳信号, 对时变非平稳过程的适配性不足, 且未引入任何平稳性约束机制. 一方面, AFFIRM、CATCH 等算法聚焦于频域特征提取效率与检测精度的提升, 仅将频域变换作为数据预处理或特征增强手段; 另一方面, Wigner 分布、HHT、SST 及小波散射等时频分析工具虽在非平稳信号表征方面各具优势, 但缺乏与统计过程监测框架的深度融合机制.

鉴于前述理论局限, 本文提出一种频域平稳子空间分析方法 (frequency stationary subspace analysis, FreqSSA). 与 SSA 在时域依赖二阶矩时不变性不同, FreqSSA 通过重构频域平稳性准则, 在功率谱密度时不变约束下实现平稳分量的精确提取; 与 AFFIRM、CATCH 等频域方法仅将频域变换作为特征提取手段不同, FreqSSA 将频域平稳性定义、约束与提取一体化纳入统一框架, 实现了从频域特征提取到频域平稳性分析的转变. 该方法通过重构频域平稳性准则, 在频域谱密度时不变约束下实现 SC 的精确提取与可靠估计. 本研究在频域空间内给出基于均值与方差特性的平稳性的形式化定义. 同时, 本文基于真实高炉炼铁工业过程数据开展实验验证, 从定性可视化与定量性能评估两个维度, 系统证实了 FreqSSA 相较于现有前沿方法的显著优势. 本文的核心贡献可归纳为以下三个方面:

1) 针对传统 SSA 受限于时域广义二阶矩平稳性假设的局限, 本文尝试从功率谱密度时不变性的角度, 基于频域平稳性准则, 以拓展平稳性分析的

范畴. 在各态历经的前提下, 本文推导了时域平稳性与频域平稳性之间的等价关系, 为具有时变频谱特征的非平稳信号处理提供支撑.

2) 构建涵盖谱幅度、谱相位及谱分布结构的三类频域非平稳统计矩阵, 形成覆盖时域-频域全维度非平稳信息的统一框架. 在此基础上, 建立 FreqSSA 优化目标函数, 通过约束非对角元素平方和的最小化, 实现非平稳与平稳子空间的精确分离. 定量实验表明, 所提取的 SC 均通过 Jarque-Bera 检验, 证实了非平稳干扰的有效滤除; 过程监测实验详实, 误报率降至 0.20%, 三类故障漏报率分别降至 16.87%、5.40% 和 22.00%, 均优于全部对比方法.

3) 针对 FreqSSA 目标函数固有的正交约束结构, 发展基于特征矩阵联合相似对角化 (joint approximate diagonalization of eigenmatrices, JADE) 的优化求解框架. 通过推导逐列吉文斯旋转最优角度的闭式解析表达式, 实现正交解混矩阵的高效迭代寻优, 确保求解过程具有数学保证与理论完备性.

本文剩余部分安排如下: 第 1 节梳理相关基础知识, 重点总结非平稳过程监测领域的现有研究与核心挑战; 第 2 节详细阐述所提 FreqSSA 的核心框架与理论基础, 拆解模型原理与实现流程; 第 3 节依托真实高炉炼铁工业案例, 验证 FreqSSA 的 SC 提取性能, 并与现有主流方法开展全面对比分析; 最后, 第 4 节对全文进行总结并对未来进行展望.

1 研究背景

1.1 SSAcomb: 基于时域平稳性的平稳分量估计

给定 p 维过程监测样本 $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^p$, 基于时域平稳性的核心假设, 多维时序信号 $\mathbf{x}(t)$ 可分解为 l 维平稳分量 $\mathbf{s}(t) \in \mathbf{R}^l$ 和 $p-l$ 维非平稳分量 (non-stationary components, NSC) $\mathbf{n}(t) \in \mathbf{R}^{p-l}$ 的线性组合, 其数学模型可表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) = [\mathbf{A}_s \ \mathbf{A}_n] \begin{bmatrix} \mathbf{s}(t) \\ \mathbf{n}(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{p \times p}$ 为满秩混合矩阵; $\mathbf{A}_s \in \mathbf{R}^{p \times l}$ 与 $\mathbf{A}_n \in \mathbf{R}^{p \times (p-l)}$ 分别对应 SC、NSC 的混合子矩阵. SSAcomb 的核心目标是估计解混矩阵 $\mathbf{A}^{-1} \equiv \mathbf{W} = [\mathbf{W}_s^T \ \mathbf{W}_n^T]^T$, 满足 $\mathbf{W}\mathbf{x}(t) = [\mathbf{s}^T(t) \ \mathbf{n}^T(t)]$, 进而实现平稳子空间 $\mathcal{S}_s = \text{Span}(\mathbf{A}_s)$ 与非平稳子空间 $\mathcal{S}_n = \text{Span}(\mathbf{A}_n)$ 的有效分离. 在 SSAcomb 理论框架内, 时域平稳性的核心定义为: 时间序列的均值与协方差矩阵不随时间发生显著变化, 即具备时域二阶矩时不变性^[29]. 融合均值、方差、自相关三类非平稳性

统计量, 通过联合对角化优化, SSAcomb 优化目标可构建为

$$\mathcal{L}_{\text{SSAcomb}} = \arg \max_{\mathbf{W}} \sum_{q \in \{m, v, \tau\}} \|\text{diag}\{\mathbf{W}^T \mathbf{M}_q \mathbf{W}\}\|_{\text{F}}^2 \quad (2)$$

该目标基于均值统计量 $\mathbf{M}_m$ 、方差统计量 $\mathbf{M}_v$ 与自相关统计量 $\mathbf{M}_\tau$ 实现, 如下所示:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m &= \sum_{i=1}^{K_w} \frac{|T_i|}{T} \boldsymbol{\mu}_{T_i} \boldsymbol{\mu}_{T_i}^T \\ \mathbf{M}_v &= \sum_{i=1}^{K_w} \frac{|T_i|}{T} (\mathbf{I}_p - \boldsymbol{\Sigma}_{T_i})^2 \\ \mathbf{M}_\tau &= \sum_{i=1}^{K_w} \frac{|T_i|}{T} (\boldsymbol{\Gamma}_\tau - \boldsymbol{\Gamma}_{\tau, T_i})^2 \end{aligned} \quad (3)$$

其中, T_i 表示第 i 个窗口长度; K_w 表示时间窗口总数, 满足 $\bigcup_{i=1}^{K_w} T_i = \{1, \dots, T\}$, T 表示时间窗口总长度; $\mathbf{I}_p$ 表示 $p \times p$ 维单位矩阵; 各统计量定义为 $\boldsymbol{\mu}_{T_i} = \frac{1}{|T_i|} \sum_{t \in T_i} \mathbf{x}(t)$, $\boldsymbol{\Sigma}_{T_i} = \frac{1}{|T_i|} \sum_{t \in T_i} (\mathbf{x}(t) - \boldsymbol{\mu}_{T_i})(\mathbf{x}(t) - \boldsymbol{\mu}_{T_i})^T$, $\boldsymbol{\mu}_T = \frac{1}{T} \times \sum_{t=1}^T \mathbf{x}(t)$, $\boldsymbol{\Sigma}_T = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\mathbf{x}(t) - \boldsymbol{\mu}_T)(\mathbf{x}(t) - \boldsymbol{\mu}_T)^T$; 时间滞后 τ 对应的自相关矩阵为 $\boldsymbol{\Gamma}_\tau = \text{Cov}(\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t + \tau))$, 此处 $\text{Cov}(\cdot)$ 表示协方差运算操作符。

式 (2) 所示的优化问题, 可通过正交矩阵乘法的参数更新规则求解, 也可采用梯度下降类算法获取局部最优解. 至此, SC 与 NSC 可通过解混矩阵计算得到

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{W}_s^T \mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^l, \quad \mathbf{n}(t) = \mathbf{W}_n^T \mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^{p-l} \quad (4)$$

通过上述建模与求解流程, 时域 SSAcomb 可实现多维过程数据中 SC 与 NSC 的有效分离。

尽管 SSAcomb 可实现 SC 与 NSC 的初步分离, 但其存在固有局限, 如下所示: 1) 平稳性定义存在本质局限, 仅依托时域二阶矩的时不变性定义平稳特征, 无法捕捉时变频谱等频率依赖型非平稳特性, 对频域非平稳信息感知缺失; 2) 时频局部化能力不足, 对快速时变的频率分量敏感度不佳, 难以识别瞬时非平稳畸变; 3) 分段参数主观性强, 时间窗口总数 K_w 与单窗口长度 T_i 依赖人工设定, 参数取值差异会导致 SSAcomb 性能大幅波动。

1.2 STFT: 时域-频域变换分析

针对传统时域分析方法难以捕捉频域非平稳特征的核心短板, 将时序信号从时域映射至频域开展联合分析, 是突破时变频率特性识别瓶颈的关键技术路径, 其中短时傅里叶变换 (short-time Fourier

transform, STFT) 作为经典线性时频分析工具, 能够实现信号的时频局部化表征, 完美弥补时域方法的频域感知缺陷, 为后续频域平稳子空间建模奠定核心理论基础^[30]. STFT 的核心原理是通过固定长度窗口对原始时序信号进行分段截取, 对每一段局部平稳信号执行离散傅里叶变换, 从而将一维时域信号映射为二维时频分布, 实现时域位置与频域分量的同步表征. 对于离散时域信号 $\mathbf{x}(t)$, 为消除显式窗函数形式对后续频域平稳性定义的影响, 本节采用无额外加窗的短时傅里叶变换 (即矩形窗), 其数学定义为

$$\mathbf{X}(m, f) = \sum_{t=0}^{L-1} \mathbf{x}(mS + t) e^{-j \frac{2\pi f t}{L}} \quad (5)$$

式中, m 表示时域帧序号; f 表示频率点序号; L 为窗长度; S 为滑动步长; t 为时间索引; $\mathbf{X}(m, f)$ 为信号在第 m 时域帧、第 f 频率点处的时频系数. 上述定义中, 矩形窗通过对有限长度信号段直接进行傅里叶变换, 自然实现了对信号的时域截断. 这种处理方式确保了后续频域平稳性定义中, 功率谱密度仅由信号本身的二阶统计特性决定, 而不受外加窗函数形式的干扰。

2 FreqSSA: 频域平稳子空间分析理论构建

2.1 时域与频域平稳性的理论关联及定义

本节在各态历经性前提下, 展示了时域平稳性准则向频域范畴的延伸, 为非平稳信号的频域平稳特性分析提供了数学支撑。

定义 1 (时域宽平稳性). 设 $\{\mathbf{x}(t) | t \in \mathbf{Z}\}$ 为 p 维多元离散时间序列, 若其满足以下条件, 则该序列为平稳时间序列: 1) 序列的数学期望具有时不变性, 即 $E[\mathbf{x}(t)] = \boldsymbol{\mu}_x$, 其中 $\boldsymbol{\mu}_x$ 为常数均值向量; 2) 自协方差函数仅与时间间隔 τ 相关, 与绝对时间 t 无关, 即 $\text{Cov}(\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t + \tau)) = \boldsymbol{\Gamma}_x(\tau)$, $\boldsymbol{\Gamma}_x(\tau)$ 为仅依赖 τ 的自协方差函数。

本文考虑的随机序列 $\{\mathbf{x}(t)\}$ 为时域平稳且各态历经的随机过程, 其中各态历经性保证了时间平均与集合平均的等价性, 即单一样本轨道的时间统计足以刻画整个随机过程的集合统计特性. 在此前提下, 时域与频域平稳性之间存在深刻的对应关系. 首先引入 PSD 定义, 对于广义平稳各态历经随机序列 $\{\mathbf{x}(t)\}$, 其 PSD 定义为有限长度信号段周期图期望的极限, 即 $\Phi_x(f) = \lim_{L \rightarrow \infty} E[|\sum_{t=0}^{L-1} \mathbf{x}(t) e^{-j \frac{2\pi f t}{L}}|^2]$. 该定义基于信号的二阶统计特性, 为频域平稳序列

定义奠定了基础。

定理 1 (维纳-辛钦定理)^[31]. 对于广义平稳时间序列, 其 PSD 与自相关函数构成傅里叶变换对, 满足 $\Phi_x(f) = \mathcal{F}\{\Gamma_x(\tau)\}$, 其中 $\mathcal{F}\{\cdot\}$ 为傅里叶变换算子. 平稳序列的 PSD 不随时间变化, 是频域平稳性定义的核心理论依据。

基于上述定理与 STFT 时频分析框架, 本文展示频域平稳序列的数学定义, 给出时域平稳性向频域的理论拓展:

定义 2 (频域平稳序列). 设 $\{x(t) | t \in \mathbf{Z}\}$ 为 p 维多元离散时间序列, 对其执行 STFT 得到各时间窗口的局部 PSD 为 $\Phi_{x,m}(f)$. 若对任意窗口索引 m_1, m_2 与频率 f , 局部 PSD 的数学期望亦满足时不变性, 即

$$\mathbb{E}[\Phi_{x,m_1}(f)] = \mathbb{E}[\Phi_{x,m_2}(f)] = \Phi_x(f) \quad (6)$$

且全局 PSD $\Phi_x(f)$ 与窗口索引 m 无关, 则该序列为频域平稳序列. 由于序列的统计特性不随时间平移而变化, 不同时间窗口内的局部周期图具有相同的统计期望, 该期望在 $L \rightarrow \infty$ 时收敛至全局 PSD.

在此基础上, 本文进一步推导时域平稳性与频域平稳性的内在关联。

性质 1 (等价性定理). 在各态历经性前提下, 多元时间序列的时域平稳性与频域平稳性等价。

证明. 1) 必要性证明: 设序列 $\{x(t)\}$ 为时域平稳序列. 由定义 1, 其自相关函数 $\Gamma_x(\tau)$ 仅与时间滞后 τ 相关, 与绝对时间 t 无关. 代入 PSD 定义, 对任意窗口 m 有:

$$\mathbb{E}[\Phi_{x,m}(f)] = \mathbb{E}\left[\frac{1}{L} \left| \sum_{t=0}^{L-1} x(mS+t) e^{-j\frac{2\pi f t}{L}} \right|^2\right] \quad (7)$$

由于序列的各态历经性, 时间平均等价于集合平均, 且 $\Gamma_x(\tau)$ 不随时间原点变化, 式 (7) 对任意 m 具有相同值. 当 $L \rightarrow \infty$ 时, 由维纳-辛钦定理可知 $\mathbb{E}[\Phi_{x,m}(f)] = \Phi_x(f)$, 该结果仅与频率 f 相关, 与窗口索引 m 无关联, 满足定义 2, 必要性得证。

2) 充分性证明: 设序列满足频域平稳性, 即 $\mathbb{E}[\Phi_{x,m}(f)] = \Phi_x(f)$ 对所有 m 成立, 且 $\Phi_x(f)$ 由式 (6) 确定. 对 $\Phi_x(f)$ 执行逆傅里叶变换, 重构自相关函数可得:

$$\Gamma_x(\tau) = \int_{-\frac{f_s}{2}}^{\frac{f_s}{2}} \Phi_x(f) e^{j2\pi f \tau} df \quad (8)$$

其中, 采样频率为 f_s . 该函数仅与时间滞后量 τ 相关. 由频域平稳性可知局部统计特性时不变, 结合各态历经性可得时域均值 $\mathbb{E}[x(t)]$ 为常数. 因此自相关函数仅依赖于时滞 τ , 均值为常数, 满足定义 1 的

时域平稳性定义, 充分性得证. $\square$

由性质 1 可知, 时域平稳性与频域平稳性在平稳子空间内等价, 传统时域 SSA 与 FreqSSA 对平稳分量的刻画能力在理论上并无本质差异. 然而, 在非平稳子空间分析中, 二者的表征能力呈现出显著差异: 传统时域 SSA 依赖均值、方差与自相关矩阵统计量, 对信号时变频率结构的敏感度有限, 难以有效捕捉调幅-调频耦合、时变谱结构等频率依赖型非平稳特征. 而频域分析通过 STFT 将时域信号映射至时频域, 将时域全局平稳性约束转化为频率分辨的统计特性刻画, 借助局部 PSD 的时变演化追踪实现对频率相关非平稳性的精准辨识. 因此, 在非平稳子空间内, 基于频域平稳性定义的子空间分析方法能够更全面地挖掘具有时变性的频谱特性, 为突破传统时域 SSA 提供了额外的研究方向。

2.2 基于 FreqSSA 的解耦目标函数设计

实现频域非平稳特性的精准量化, 本文从幅度、相位与结构三个维度构建频域非平稳性统计矩阵 $\mathcal{M}_q$ ($q \in \{a, \phi, s\}$), 作为 FreqSSA 模型的核心度量基础: $\mathcal{M}_a$ 表征幅度的频域时变特性, $\mathcal{M}_\phi$ 刻画相位的频域时变规律, $\mathcal{M}_s$ 描述频域结构的时变差异. 三类统计矩阵的定义如下:

$$\begin{cases} \mathcal{M}_a = \frac{1}{MF} \sum_{f=1}^F \sum_{m=1}^M (\text{Re}(\Phi_{x,m}(f)) - \Phi_x(f)) \\ \quad (\text{Re}(\Phi_{x,m}(f)) - \Phi_x(f))^T \\ \mathcal{M}_\phi = \frac{1}{MF} \sum_{f=1}^F \sum_{m=1}^M (\theta_{m,f} - \bar{\theta}_f)(\theta_{m,f} - \bar{\theta}_f)^T \\ \mathcal{M}_s = \frac{1}{MF} \sum_{f=1}^F \sum_{m=1}^M (\lambda_{m,f} - \bar{\lambda}_f)(\lambda_{m,f} - \bar{\lambda}_f)^T \end{cases} \quad (9)$$

其中, F 和 M 分别为参数 f 和 m 的数值上限; $\text{Re}(\cdot)$ 表示取实数部分操作符; $\theta_{m,f} = \arg(\mathbf{X}(m, f))$ 为相位向量; $\bar{\theta}_f$ 为全局平均相位向量; $\lambda_{m,f}$ 为局部 PSD 特征值向量; $\bar{\lambda}_f$ 为全局平均特征值向量。

FreqSSA 模型通过正交解耦矩阵 $\mathbf{U} \in O^{p \times p}$ 实现平稳子空间与非平稳子空间的最优划分, 其目标函数为最大化变换后统计矩阵对角元素的 F 范数平方和, 数学形式为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{FreqSSA}} &= \arg \max_{\mathbf{U} \in O^{p \times p}} \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} \|\text{diag}\{\mathbf{U}^T \mathcal{M}_q \mathbf{U}\}\|_F^2 \\ \text{s.t. } &\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{I} \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $O^{p \times p}$ 表示 p 阶正交矩阵集合; 正交约束 $\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{I}$ 保证解的唯一性。

2.3 FreqSSA 的 JADE 联合对角化求解算法

进一步地, 对于 FreqSSA 目标函数的求解, 利用正交矩阵的范数不变性进行等价转化, 任意正交矩阵 $\mathbf{U} \in O^{p \times p}$ 与任意实矩阵 $\mathbf{M}_q$, 均满足 $\|\mathbf{U}^T \mathbf{M}_q \mathbf{U}\|^2 = \|\mathbf{M}_q\|^2$. 从而, 可将目标函数中的核心项等价变换为

$$\begin{aligned} & \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} \|\text{diag}\{\mathbf{U}^T \mathbf{M}_q \mathbf{U}\}\|_F^2 = \\ & \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} (\|\mathbf{M}_q\|_F^2 - \|\mathbf{U}^T \mathbf{M}_q \mathbf{U} - \\ & \text{diag}\{\mathbf{U}^T \mathbf{M}_q \mathbf{U}\}\|_F^2) = \\ & \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} (\|\mathbf{M}_q\|_F^2 - \|\text{off}(\mathbf{U}^T \mathbf{M}_q \mathbf{U})\|_F^2) \quad (11) \end{aligned}$$

式中, $\text{off}(\mathbf{B}) = \mathbf{B} - \text{diag}\{\mathbf{B}\}$ 表示矩阵的非对角部分. 该优化目标的物理意义为通过正交变换最大限度抑制频域 NSC, 实现 SC 与 NSC 的最优解耦.

由于 $\sum_{q \in \{a, \phi, s\}} \|\mathbf{M}_q\|_F^2$ 为与正交解耦矩阵 $\mathbf{U}$ 无关的常数项, 在优化过程中不影响最优解的求解, 则等式 (10) 等价于

$$\mathcal{L}_{\text{FreqSSA}} = \arg \min_{\mathbf{U} \in O^{p \times p}} \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} \|\text{off}(\mathbf{U}^T \mathbf{M}_q \mathbf{U})\|_F^2 \quad (12)$$

为此, 原目标函数等价于实现最小化非对角部分范数平方和, 即最小化其频域统计量的时间变化. 这一转化的本质是通过正交变换 $\mathbf{U}$ 抑制频域非平稳性统计矩阵的非对角元素, 而非对角元素表征频域统计量的非平稳特性, 因此该优化目标等价于最小化频域非平稳性.

采用 JADE 策略求解 FreqSSA 目标函数, 其核心思路是将多矩阵联合对角化转化为逐列吉文斯旋转的迭代优化问题^[32]. 通过三角恒等式对目标函数进行展开, 经求导得到最优旋转角度 θ^* , 再迭代更新正交矩阵, 直至所有统计矩阵的非对角元素达到最小. 将式 (12) 按元素展开可得

$$\mathcal{L}_{\text{FreqSSA}} = \arg \min_{\mathbf{U} \in O^{p \times p}} \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} \sum_{i \neq j} (\mathbf{U}^T \mathbf{M}_q \mathbf{U})_{ij}^2 \quad (13)$$

以使得对应的 $\mathbf{u}_i^T \mathbf{M}_q \mathbf{u}_j$ ($i \neq j$) 尽可能接近 0, 其中 $\mathbf{u}_i$ 为 $\mathbf{U}$ 的向量, 即 $\mathbf{U} \equiv [\mathbf{u}]$. 通过吉文斯旋转矩阵 $\mathbf{G}(k, l, \theta)$ 逐对更新正交矩阵的列向量, 其形式为:

$$\mathbf{G}(k, l, \theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{k-1} & & & \\ & \cos \theta & -\sin \theta & \\ & \sin \theta & \cos \theta & \\ & & & \mathbf{I}_{p-l} \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中, θ 为旋转参数; 矩阵 $\mathbf{G}$ 的第 k 行/列为 $\mathbf{G}_{kk} = \cos \theta$, $\mathbf{G}_{kl} = -\sin \theta$, 并且第 l 行/列为 $\mathbf{G}_{lk} = \sin \theta$, $\mathbf{G}_{ll} = \cos \theta$, 其余主对角线元素为 1, 非对角线元素为 0.

设第 d 次迭代的正交矩阵为 $\mathbf{U}^{(d)}$, 旋转更新后为 $\mathbf{U}^{(d+1)} = \mathbf{U}^{(d)} \mathbf{G}(k, l, \theta)$, 并且旋转后中间矩阵为:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_q^{(d+1)} &= (\mathbf{U}^{(d+1)})^T \mathbf{M}_q \mathbf{U}^{(d+1)} = \\ & \mathbf{G}^T(k, l, \theta) \mathbf{C}_q^{(d)} \mathbf{G}(k, l, \theta) \quad (15) \end{aligned}$$

其中, $\mathbf{C}_q^{(d)} = (\mathbf{U}^{(d)})^T \mathbf{M}_q \mathbf{U}^{(d)}$ 为第 d 次迭代对应的中间矩阵. 由于旋转仅影响矩阵 $\mathbf{G}$ 第 k, l 列, 因此 $\mathbf{C}_q^{(d+1)}$ 中仅 (k, l) 和 (l, k) 位置的非对角元素发生变化, 其余元素保持不变. 据此, 目标可简化为:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{FreqSSA}} &= \arg \min_{\theta} \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} \left[\left(\mathbf{C}_q^{(d+1)} \right)_{kl}^2 + \right. \\ & \left. \left(\mathbf{C}_q^{(d+1)} \right)_{lk}^2 \right] \quad (16) \end{aligned}$$

因 $\mathbf{M}_q$ 为实对称矩阵, 故迭代过程中 $\mathbf{C}_q^{(d)}$ 同样满足实对称性, 即 $(\mathbf{C}_q^{(d+1)})_{kl} = (\mathbf{C}_q^{(d+1)})_{lk}$. 目标函数可进一步简化为:

$$\mathcal{L}_{\text{FreqSSA}} = \arg \min_{\theta} 2 \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} \left(\mathbf{C}_q^{(d+1)} \right)_{kl}^2 \quad (17)$$

将式 (14) 代入 $(\mathbf{C}_q^{(d+1)})_{kl}$, 可以推导获得

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{C}_q^{(d+1)} \right)_{kl} &= \cos^2 \theta \times \left(\mathbf{C}_q^{(d)} \right)_{kl} - \\ & \sin^2 \theta \times \left(\mathbf{C}_q^{(d)} \right)_{lk} + \\ & \sin \theta \cos \theta \times \left[\left(\mathbf{C}_q^{(d)} \right)_{ll} - \left(\mathbf{C}_q^{(d)} \right)_{kk} \right] \quad (18) \end{aligned}$$

定义 $a_q = (\mathbf{C}_q^{(d)})_{kl} = (\mathbf{C}_q^{(d)})_{lk}$, $b_q = 1/2[(\mathbf{C}_q^{(d)})_{ll} - (\mathbf{C}_q^{(d)})_{kk}]$, 代入三角恒等式化简得

$$\left(\mathbf{C}_q^{(d+1)} \right)_{kl} = a_q \cos 2\theta + b_q \sin 2\theta \quad (19)$$

进一步代入式 (17), 可得

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{FreqSSA}} &= \\ & \arg \min_{\theta} 2 \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} (a_q \cos 2\theta + b_q \sin 2\theta)_{kl}^2 = \\ & \arg \min_{\theta} 2 \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} [a_q^2 \cos^2 2\theta + b_q^2 \sin^2 2\theta + \\ & 2a_q b_q \cos 2\theta \sin 2\theta] \quad (20) \end{aligned}$$

对目标函数 $\mathcal{L}_{\text{FreqSSA}}$ 关于 θ 求一阶导数 $\mathcal{L}'(\theta)$, 可得:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'(\theta) = & 2 \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} [-2a_q^2 \cos 2\theta \sin 2\theta + \\ & 4a_q b_q (\cos^2 2\theta - \sin^2 2\theta) + \\ & 2b_q^2 \sin 2\theta \cos 2\theta] \end{aligned} \quad (21)$$

利用 $2 \sin 2\theta \cos 2\theta = \sin 4\theta$ 以及 $\cos^2 2\theta - \sin^2 2\theta = \cos 4\theta$, 提取公因子并化简:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'(\theta) = & 4 \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} \left[-a_q^2 \times \frac{\sin 4\theta}{2} + \right. \\ & \left. 2a_q b_q \cos 4\theta + b_q^2 \times \frac{\sin 4\theta}{2} \right] = \\ & 2 \sin 4\theta \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} (b_q^2 - a_q^2) + \\ & 8 \cos 4\theta \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} a_q b_q \end{aligned} \quad (22)$$

令一阶导数为 0, 即极值条件 $\mathcal{L}'(\theta) = 0$, 可得:

$$\begin{aligned} 2 \sin 4\theta \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} (b_q^2 - a_q^2) + \\ 8 \cos 4\theta \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} a_q b_q = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

将式 (23) 移项整理, 最终可得最优旋转角 θ^* :

$$\begin{aligned} \tan 4\theta = & -\frac{4 \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} a_q b_q}{\sum_{q \in \{a, \phi, s\}} (b_q^2 - a_q^2)} \rightarrow \\ \theta^* = & \frac{1}{4} \arctan \left(-\frac{4 \sum_{q \in \{a, \phi, s\}} a_q b_q}{\sum_{q \in \{a, \phi, s\}} (b_q^2 - a_q^2)} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

基于上述推导, FreqSSA 离线建模流程见算法 1.

算法 1. 基于 FreqSSA 的 JADE 联合对角化求解算法

输入. 观测序列 $\mathbf{x}(t)$, STFT 参数包括窗长 L 、滑动步长 S 、FFT 点 F 及平滑窗口数 K_w , 收敛阈值 $\epsilon = 10^{-6}$, 最大迭代次数 $\max_d = 10^4$, SC 维度 k .

输出. 平稳/非平稳子空间解混矩阵 $\mathbf{W}_s$ 、 $\mathbf{W}_n$, SC $\hat{\mathbf{s}}_t = \mathbf{W}_s \mathbf{x}_t$ 和 NSC $\hat{\mathbf{n}}_t = \mathbf{W}_n \mathbf{x}_t$.

- 1) 数据预处理: 计算均值 $\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{x}(t)$ 与协方差 $\mathbf{S}_T = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}})^T$, 标准化得 $\mathbf{y}(t) = \mathbf{S}_T^{-1/2}(\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}})$;
- 2) STFT 计算: 计算时间窗口数, 提取信号段并逐通道加权, 执行 FFT 的时频系数 $\mathbf{X}(m, f)$;
- 3) 局部 PSD 估计: 计算各时频点的 PSD 并执行 Welch 平滑, 得到 $\Phi_{\mathbf{x}}(f)$;

- 4) 谱幅度统计矩阵 $\mathcal{M}_a$: 计算各频率 f 对应的全局平均 PSD, 构建谱幅度统计矩阵 $\mathcal{M}_a$;
- 5) 谱相位统计矩阵 $\mathcal{M}_\phi$: 计算各时频点的相位向量 $\boldsymbol{\theta}_{m, f}$, 求各频率点对应的全局平均相位 $\bar{\boldsymbol{\theta}}_f$, 构建谱相位统计矩阵 $\mathcal{M}_\phi$;
- 6) 谱结构统计矩阵 $\mathcal{M}_s$: 计算各频率点对应的全局平均特征值 $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_f$, 构建谱结构统计矩阵 $\mathcal{M}_s$;
- 7) 初始化正交矩阵: 生成 p 阶随机矩阵 $\mathbf{Z}$, QR 分解得 $\mathbf{Z} = \mathbf{Q}\mathbf{R}$, 并将 $\mathbf{Q}$ 作为初始正交矩阵 $\mathbf{U}^{(0)}$;
- 8) **For** 迭代索引 $d = 1, 2, \dots, \max_d$:
- 9) 计算 $\mathbf{C}_q^{(d)} = (\mathbf{U}^{(d)})^T \mathbf{M}_q \mathbf{U}^{(d)}$, 求解系数 a_q 和 b_q ;
- 10) 求解最优旋转角度 θ^* , 以构建 $\mathbf{G}(i, j, \theta^*)$;
- 11) 更新正交矩阵为 $\mathbf{U}^{(d+1)} = \mathbf{U}^{(d)} \mathbf{G}(i, j, \theta)$;
- 12) 若 $\Delta \mathbf{U} < \epsilon$ 则停止迭代, 输出最优 $\mathbf{U}^* = \mathbf{U}^{(d+1)}$, 反之则继续.

end For

- 13) 取 $\mathbf{U}^*$ 前 k 列得 $\mathbf{U}_s^*$, 后 $p-k$ 列得 $\mathbf{U}_n^*$;
- 14) 计算解混矩阵 $\mathbf{W}_s = (\mathbf{U}_s^*)^T \mathbf{S}_T^{-1/2}$, $\mathbf{W}_n = (\mathbf{U}_n^*)^T \times \mathbf{S}_T^{-1/2}$, 进而划分 SC 为 $\hat{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{W}_s \mathbf{x}(t)$ 与 NSC 为 $\hat{\mathbf{n}}(t) = \mathbf{W}_n \mathbf{x}(t)$.

2.4 基于 FreqSSA 的工业过程实时监测策略

在线监测阶段, 采集实时样本 $\mathbf{x}(t)$ 后, 利用离线训练得到的最优参数 $\boldsymbol{\Theta}^*$ 和解混矩阵 $\mathbf{W}_s$ 提取实时 SC, 其可计算为

$$\hat{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{W}_s \mathbf{x}(t) \quad (25)$$

在此基础上, 构建 Hotelling T^2 统计量以实现在线过程监测

$$T^2 = \hat{\mathbf{s}}^T(t) \boldsymbol{\Sigma}_s^{-1} \hat{\mathbf{s}}(t) \quad (26)$$

其中, $\boldsymbol{\Sigma}_s$ 为训练数据的 SC 协方差矩阵; T^2 指标用于量化当前样本相对正常工况的偏离程度.

鉴于经过频域变换和 JADE 分解后, 监测变量的分布可能偏离正态假设, 本文采用基于核密度估计 (kernel density estimation, KDE) 的无分布假设阈值方案^[33]. 该方案利用正常工况下 T^2 统计量的经验分布直接估计控制限 $\mathcal{J}_\alpha^{th}$. 此处, 以高斯核函数拟合 T^2 样本的经验密度, 带宽按 Silverman 法则自适应确定, 监测阈值取为对应置信水平 α 的经验分位数. 由于核密度估计具有一致收敛性, 该方案能保证实际覆盖率趋近置信水平, 为频域变换后的监测统计量提供可靠的控制限基础. 随后, 通过将得到的 T^2 值与预设置信水平 α 对应的统计阈值 $\mathcal{J}_\alpha^{th}$ 进行对比. 实时监测判决逻辑定义为:

监测逻辑:
$$\begin{cases} T^2 > \mathcal{J}_\alpha^{th} \implies \text{故障} \\ T^2 \leq \mathcal{J}_\alpha^{th} \implies \text{正常} \end{cases} \quad (27)$$

总体而言, 所提 FreqSSA 故障检测框架采用离线建模与在线监测双阶段架构: 离线阶段完成特征学习、参数优化与阈值确定; 在线阶段实现实时特征提取与快速故障判决, 保证从模型训练到工业部署的无缝衔接, 具备高效性与实用性.

3 高炉炼铁过程案例研究

本节以中国南方某大型钢铁企业 2 号高炉炼铁系统为具体研究对象, 如图 1 所示. 该高炉有效容积为 2 650 m³^[34], 属于大型工业高炉范畴, 具有良好的工业生产代表性. 高炉采用 30 个对称布置的风口结构, 炉体高度 4.6 m、直径 11.6 m, 其结构参数与运行工况均符合现代大型高炉炼铁工艺的主流配置要求. 为实现高炉炼铁过程 (blast furnace ironmaking process, BFIP) 的实时数据采集、存储与初步处理, 在工业网络边缘侧部署了完善的硬件与软件支撑体系, 具体包括防火墙、数据存储磁盘阵列及工业服务器. 其中, 工业服务器搭载 Ubuntu 22.04 LTS 操作系统, 硬件配置为 Intel Xeon W-2245 处理器 (缓存 16.5 MB, 主频 3.9 GHz)、64 GB 内存及 NVIDIA GeForce RTX 4080 显卡, 可满足高频工业数据的实时处理与后续建模分析需求. 参考文献 [14] 的工业监测方案, 结合该高炉的工艺特点

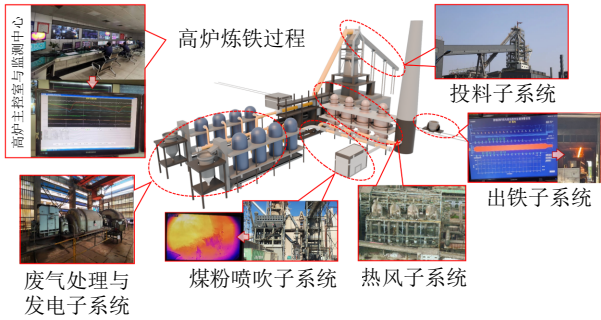


图 1 高炉炼铁过程示意图

Fig.1 Blast furnace ironmaking process diagram

与运维需求, 共选取并采集 7 个关键状态及运行变量, 以实现高炉炼铁全流程的全面监测与参数捕捉, 具体变量说明如表 1 所示. 数据采集周期为 2023 年 1 月至 2023 年 3 月. 通过与现场工艺工程师深度协作, 结合高炉运行日志的详细复盘与异常工况分析, 将采集到的全部数据集划分为 5 个相互独立的子集: 1 个训练集 (T_1) 与 4 个测试集 ($N_1, F_1 \sim F_3$). 各子集的具体划分标准与详细情况如表 2 所示.

训练集 T_1 与测试集 N_1 均采集于高炉正常运行工况, 几乎所有变量均呈现出复杂的非平稳特性. 该非平稳特性的形成受多因素耦合影响: 核心诱因是热风子系统的周期性交替运行, 导致炉内冶炼状态产生尖峰式波动. 此外, 给料子系统的周期性加

表 1 高炉炼铁过程监测变量说明
Table 1 Description of monitored variables in blast furnace ironmaking process

编号	描述	单位	传感器类型	物理意义
ν_1	冷风流量	$10^4 \text{ m}^3/\text{s}$	孔板流量计	反映鼓风系统送入高炉的冷风总量, 直接影响炉内燃烧强度与温度分布
ν_2	冷风压力	MPa	压阻式压力变送器	表征鼓风系统克服炉内阻力所需的送风压力, 与炉况透气性密切相关
ν_3	总压降	kPa	差压变送器	反映气体从高炉下部上升至上部过程中的总体阻力损失, 直接关联炉内料柱透气性
ν_4	热风压力	MPa	压阻式压力变送器	表征经热风炉预热后的送风压力, 是衡量热风系统工作状态的核心指标
ν_5	实际风速	m/s	皮托管风速仪	反映风口处鼓风射流对炉缸内物料的搅拌强度, 影响炉缸活跃程度
ν_6	透气性指数	—	计算量	综合反映炉内料柱允许气体通过的难易程度, 定义为冷风流量与总压降之比
ν_7	阻力指数	—	计算量	表征气体通过料柱时单位流量所遇到的阻力, 定义为总压降与冷风流量平方之比

注: 所有变量的采样间隔均为 60 s.

表 2 各数据集描述
Table 2 Description of each dataset

数据集	样本数	时长	时间段
模型训练集 T_1	7000	4.86 d	1 月 3 日 00:00 ~ 1 月 7 日 20:40
正常测试集 N_1	1000	16.67 h	1 月 15 日 08:00 ~ 1 月 16 日 00:40
故障测试集 F_1	680	11.33 h	1 月 25 日 14:00 ~ 1 月 26 日 01:20
故障测试集 F_2	550	9.17 h	2 月 10 日 09:00 ~ 2 月 10 日 18:10
故障测试集 F_3	470	7.83 h	3 月 5 日 13:00 ~ 3 月 5 日 20:50

料模式、原材料组分及质量波动等因素, 也会进一步加剧该非平稳特性. 需表明的是, 此类非平稳波动属于高炉正常运行过程中的固有动态特征. 然而, 高炉炼铁过程易受多种异常工况扰动, 典型故障包括滑料、悬料及管道故障等, 此类故障通常由操作参数调整不当、设备运行异常等不确定性因素触发, 不仅会严重破坏冶炼工艺的连续性、降低产品质量稳定性, 极端情况下还可能引发重大生产安全事故, 因此亟须开展针对性的监测研究. 经与现场工艺工程师核实, F_1 为管道故障, 即高炉煤气管道局部堵塞或破损导致气流短路; F_2 为滑料故障, 其炉料加速下沉引发压力场阶跃扰动; F_3 为悬料故障, 其表现为炉料停止下降导致透气性渐进恶化. F_2 以高幅值突变为主, 特征最为显著; F_1 属局部设备异常, 特征较为轻微且影响范围有限; F_3 以渐进型漂移为主, 特征与正常慢变趋势混叠最为严重.

此处, 为验证所提方法的有效性, 本文选取五种对比方法, 包括两种基准模型 (ICA、SSA) 以及三种具有代表性的先进方法: 先进统计方法滑窗非负矩阵分解 (sliding window nonnegative matrix factorization, SWNMF)^[35]、先进深度方法稀疏对齐自编码器与独立慢特征分析 (stacked sparse autoencoder network and independent slow feature analysis, SSAE-ISFA)^[36] 和频域分析方法自适应时频记忆注意力 (adaptive time-frequency memory attention, AD-TFM-AT) 方法^[37].

3.1 参数确定

在参数配置方面, ICA 的 SC 数量设为 2, 该取值依据按负熵值降序排列后累积负熵贡献率超过 90%, 经交叉验证重构误差最小化确认为 2, 可在保留关键非高斯特征的同时避免过拟合. 所有基于 SSA 的方法, 统一执行 20 次参数搜索迭代以遍历嵌入维度, 借助显著性水平 $p < 0.05$ 的增广迪基-富勒 (augmented Dickey-Fuller, ADF) 检验验证 SC 的提取效果, 最终保留 2 组 SC^[38]. 对于 SWNMF 方法, 其时间滞后增强矩阵的窗口宽度设为 8, 该参数通过分析累积自相关函数的动态相关性确定; 隐变量 (latent variable, LV) 依据 95% 累积方差百分比准则取值为 2. SSAE-ISFA 为具有代表性的两阶段学习方法, 前者采用 7-5-4-5-7 的对称稀疏自编码器结构, 学习率设置为 $1e-4$, 该网络结构经交叉验证优化获得; 后者中的慢特征 (slow feature, SF) 数量 3 由累积慢特征能量贡献率 ($> 90\%$) 确定, 从而有效滤除慢特征中的快变非平稳部分. 而对于 AD-TFM-AT 算法而言, 其核心为嵌入长短期记忆网络的可学习小波变换: 小波基函数选用 Morlet 小波,

初始尺度参数设为 2^0 至 2^3 , 参数均参与反向传播更新, 通过 Adam 优化器以学习率 $1e-4$ 进行动态调节; 堆叠 AD-TFM 单元层数设为 7, 注意力机制采用加性注意力. 最后, 本文所提出的 FreqSSA, 其参数包括 STFT 窗长 L 、滑动步长 S 、FFT 点数 F 及平滑窗口数 K_w , 其中 L 与 S 依据信号长度与频谱泄漏折中设为 128 和 64, F 取 256, K_w 通过 STFT 窗长以及滑动步长联合确定; SC 维数同样设为 2, 并由 ADF 检验验证其平稳性. 并且, 为了确保所有方法的一致性和可比性, 阈值统一设定在置信水平 $\alpha = 99.9\%$.

3.2 平稳分量提取表现

图 2 和图 3 展示了所有方法提取特征的 STFT 频谱图分析结果, 其中横轴为样本, 纵轴为频率, 信号幅值为颜色编码. 基线方法 ICA 与 SSA 的表现整体欠佳: ICA 的频谱噪声基底高, 有效信号被大量背景干扰淹没, 多组特征均出现幅值突变; SSA 虽对第一与第二特征的主信号能量有一定聚焦效果, 但仍残留明显的噪声条纹, 整体平稳性提升有限. 而对于 SWNMF, 则将幅值量级大幅压缩至较低水平, 主信号辨识度显著下降, 非平稳信号也未得到有效隔离. 基于时序的深度学习方法 SSAE-ISFA 也存在明显短板. SSAE-ISFA 虽提升了主信号的幅值强度, 但不同特征的噪声抑制效果不一致, 部分特征仍存在局部能量突变. 尽管考虑了数据的频率特征, AD-TFM-AT 将主要特征集中在模型所主要提取的前 2 阶 LV 中, 但是还存在一定程度的背景噪声干扰. 相比之下, 本文所提出的 FreqSSA 的表现最优, 尤其是红框标注的所提取的 2 阶 SC, 噪声几乎被完全滤除, 主信号能量高度集中在 60 ~ 70 Hz 频段, 频谱平滑无突变, 实现了有效信号与非平稳干扰的清晰分离.

工业现场非平稳扰动往往伴随强非高斯特性 (如冲击、振荡), 因此以 SC 通过 Jarque-Bera 检验作为非平稳干扰被有效分离的间接验证指标. 该检验通过 p 值判断特征是否服从高斯分布, p 值大于显著性水平 (0.05) 时接受高斯假设, 反之则拒绝. ICA、SWNMF、SSAE-ISFA 的 p 值均为 $1.00e-3$, 远小于 0.05, AD-TFM-AT 的 LV2 特征 p 值为 $1.58e-2$, 同样小于 0.05, 因此这些方法全部拒绝高斯分布假设, 说明它们未能有效剥离原始信号中的非平稳噪声, 提取的特征仍受非平稳干扰影响, 会对后续的过程监测造成影响. 本文的方法则呈现出截然不同的结果, 其 SC1 的 p 值为 $5.00e-1$ 、SC2 的 p 值为 $4.11e-1$, 均大于 0.05, 接受高斯分布假设,

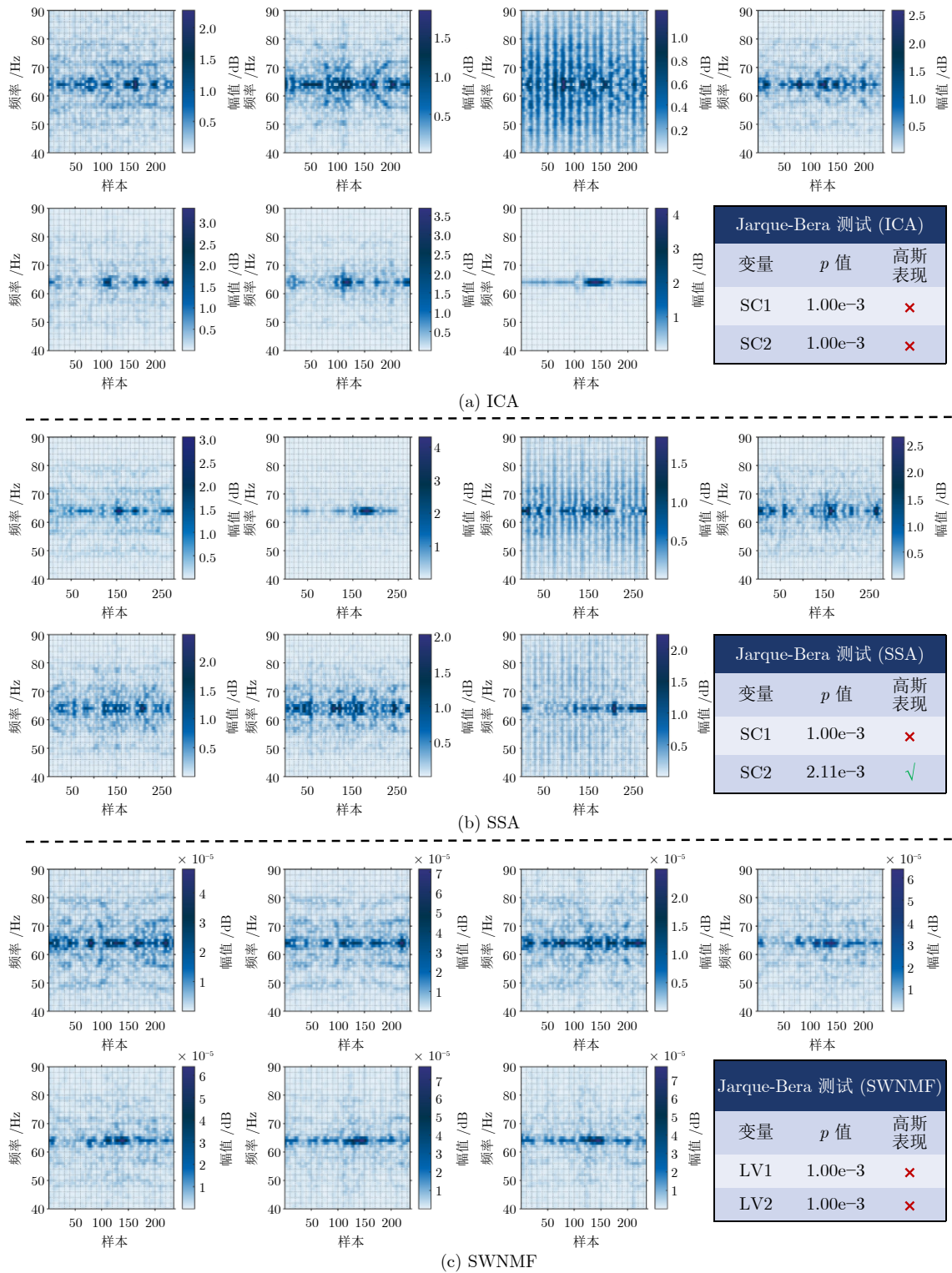


图2 各种方法(ICA、SSA和SWNMF)的频域投影与平稳性检验表现

Fig.2 Frequency-domain projections and stationarity test performances across different methods (ICA, SSA and SWNMF)

这与时频图中非平稳扰动被有效滤除、信号平稳性高的表现对应,提取的特征满足后续基于高斯假设的过程监测任务的应用要求。

3.3 过程监测表现

表3对比了各方法在正常工况 N_1 及三种故障工况 $F_1 \sim F_3$ 下的过程监测性能。本研究选取误报

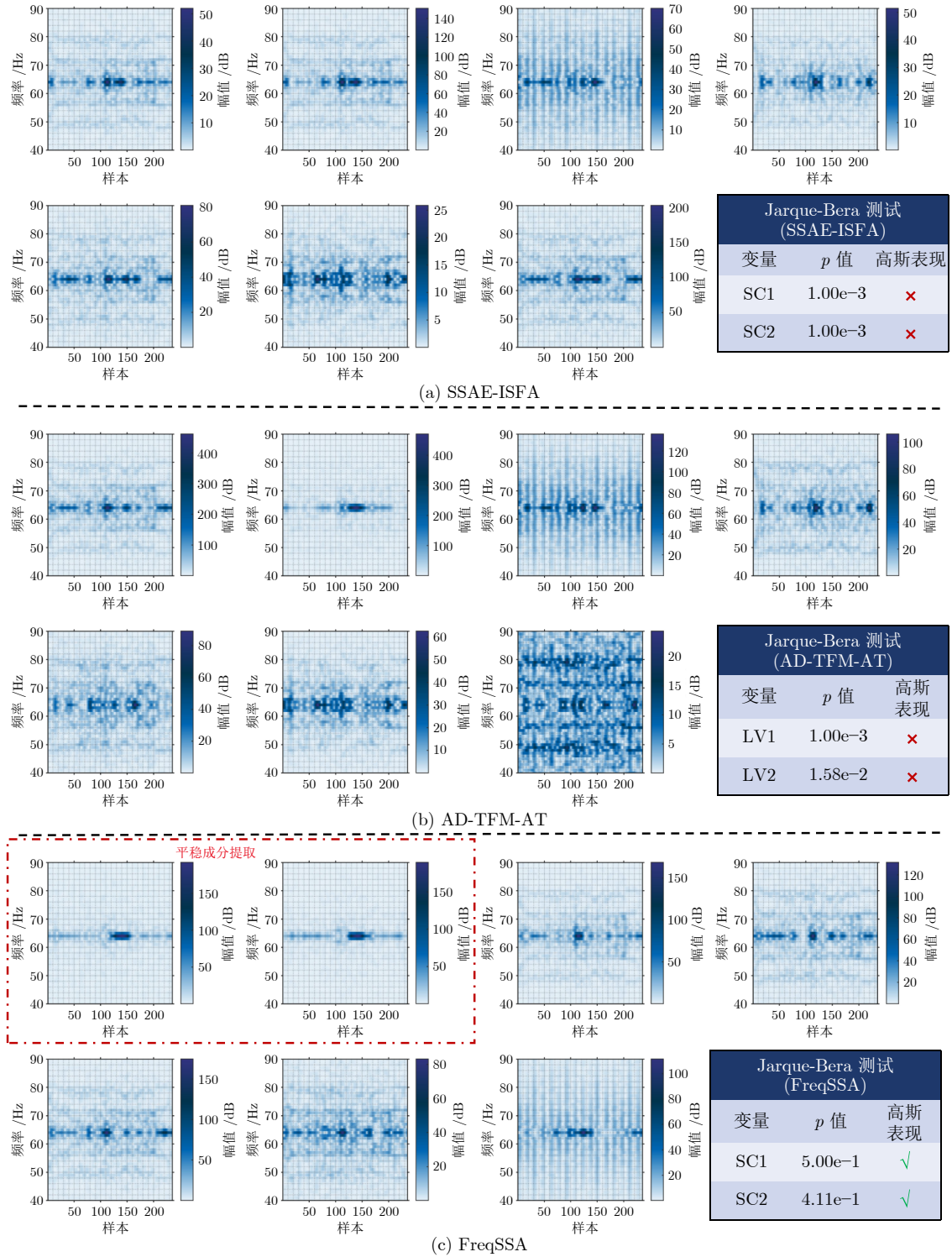


图3 各种方法 (SSAE-ISFA、AD-TFM-AT 和 FreqSSA) 的频域投影与平稳性检验表现

Fig.3 Frequency-domain projections and stationarity test performances across different methods (SSAE-ISFA, AD-TFM-AT and FreqSSA)

率和漏报率作为核心评价指标,二者数值越低,表明模型的监测灵敏度与可靠性越高。在正常工况下,六种方法的误报率差异显著。传统ICA方法的误报率高达7.60%,极易对稳定生产过程造成频繁虚警,

严重干扰现场运维。SWNMF、SSAE-ISFA与AD-TFM-AT的误报率分别为5.10%、4.70%和4.40%,误报问题虽有所缓解,但仍较为突出。SSA方法的误报率进一步降至2.50%,表现出对非平稳特性较

表 3 测试数据集 (N_1 , $F_1 \sim F_3$) 的误报率和漏报率监测性能表现 (%)

Table 3 Monitoring performance of the false alarm rate and missed detection rate for the test data sets (N_1 , $F_1 \sim F_3$) (%)

方法	指标	$N_1^{\ddagger}$	F_1	F_2	$F_3^{\ddagger}$
ICA	误报率	7.60	—	—	—
	漏报率	—	36.61	14.89	61.25
SSA	误报率	2.50	—	—	—
	漏报率	—	21.12	7.08	30.74
SWNMF	误报率	5.10	—	—	—
	漏报率	—	34.64	25.74	51.30
SSAE-ISFA	误报率	4.70	—	—	—
	漏报率	—	66.57	25.28	68.86
AD-TFM-AT	误报率	4.40	—	—	—
	漏报率	—	40.33	20.28	70.29
FreqSSA	误报率	0	—	—	—
	漏报率	—	16.87	5.40	22.00

注: 对于正常测试集 N_1 , 仅评估误报率指标, 该值越低表示性能越好; 对于故障验证数据集 $F_1 \sim F_3$, 仅评估漏报率指标, 该值越低表示性能越好. $\ddagger$ 表示各数据集的正常样本与故障样本均由现场专家验证. “—”表示对应指标无需计算.

强的抑制能力. 本文所提出的 FreqSSA 则未出现误报, 在所有对比方法中处于最低水平, 能够精准辨识正常运行状态, 最大限度地减少冗余报警, 展现出优异的抗干扰性能. 在故障检测方面, 传统 ICA 与 SWNMF 的故障识别能力偏弱, 对复杂工业故障的检测精度不足. 经典 SSA 方法虽较传统算法有所改进, 但仍存在一定程度的故障漏报缺陷. SSAE-ISFA 与 AD-TFM-AT 的整体漏报率居高不下, 在 $F_1 \sim F_3$ 三种故障下均有大量异常样本未被有效识别, 漏检问题最为严重. 相比之下, FreqSSA 的优势得以全面凸显: 在 $F_1 \sim F_3$ 三种故障中, 其漏报率分别低至 16.87%、5.40% 和 22.00%, 相较于其他对比方法实现了全方位降低, 尤其对 F_2 故障的识别精度达到最优水平. 这表明 FreqSSA 能够充分挖掘不同故障的隐性特征, 有效抑制故障信息的丢失, 对微弱故障、复合故障等复杂异常工况具备更强的辨识能力. 以下将对 N_1 和 F_1 数据集的具体情况进行进一步展示和分析.

具体而言, 在正常工况数据集 N_1 上, ICA 方法的 T^2 统计量误报频繁出现, 这主要归因于 ICA 建立在变量间统计独立这一理论假设之上, 而实际工业数据中变量普遍存在耦合特性, 使得独立成分的提取过程发生扭曲; 同时, 该方法缺乏有效机制来分离由设备周期性启停等操作引发的系统波动, 因而极易在正常运行期间产生虚警, 如图 4(a) 所示. 相比之下, 在图 4(b) 中, SSA 在 N_1 上的误报率显

著降低, 其根本原因在于该方法以时序平稳性为准则, 通过提取非平稳信息实现对正常过程波动的过滤. SWNMF 虽借助滑动窗口技术来感知缓变非平稳波动, 并引入非负约束将高维数据分解为可解释的低维表示, 但由于其优化目标建立在最小化局部窗口内的重构误差之上, 导致对局部非平稳波动的刻画能力不足, 致使模型投影产生整体偏差, 进而引发频繁的误检, 如图 4(c) 所示. 在深度学习方法中, 图 4(d) 的 SSAE-ISFA 采用两阶段特征学习策略: 首先利用堆叠稀疏自编码器提取深层特征表示, 继而通过改进的慢特征分析来剥离 SC. 然而, 其初始分解步骤的线性特性从根本上制约了对复杂非线性非平稳过程的建模能力, 导致误报率难以进一步降低. 在图 4(e) 中, AD-TFM-AT 通过在深度学习框架内同时捕获时域与频域特性, 在抑制误检方面取得了一定改进, 但由于缺乏针对平稳性的专门设计, 其误报率表现仍难以满足应用需求. 值得注意的是, 本文所提出的 FreqSSA 将非平稳性分析拓展至频域, 并同时兼顾时域与频域特征, 从而实现了过程非平稳信息更为精准的剥离. 得益于此, 该方法在正常工况数据集 N_1 上几乎未出现误检, 展现出卓越的可靠性, 如图 4(f) 所示.

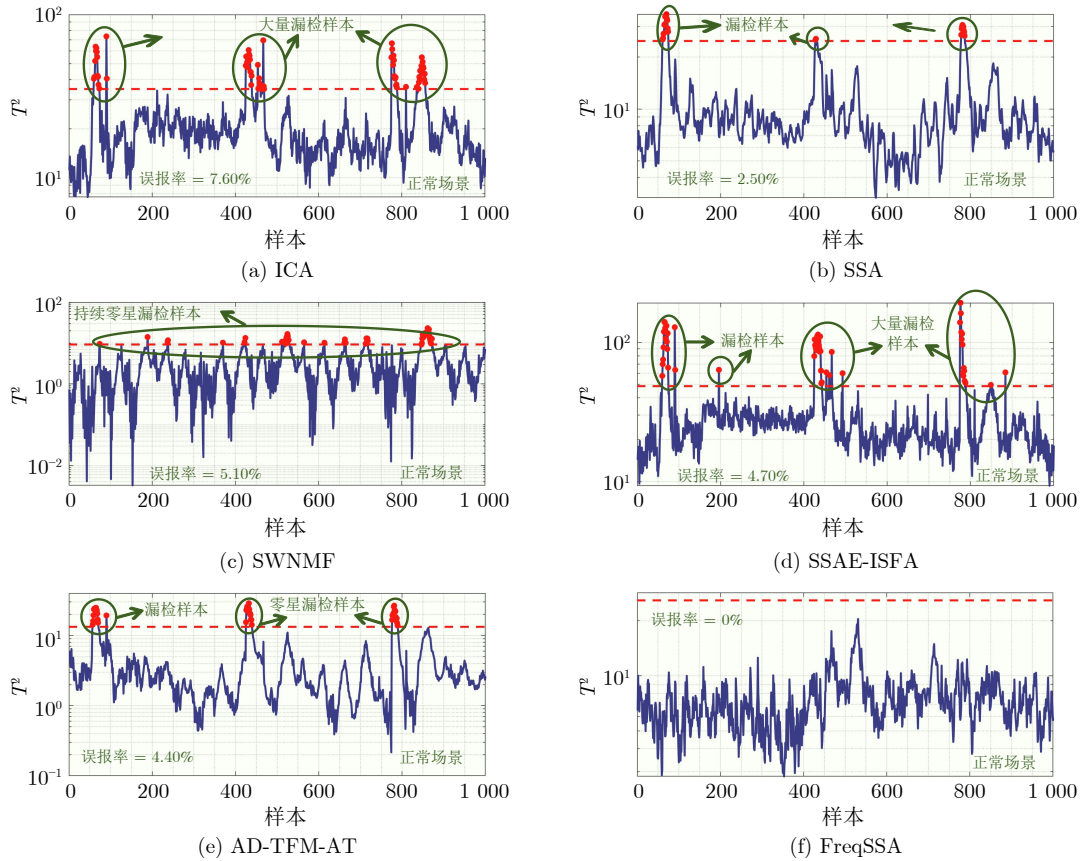
对于故障工况 F_1 , FreqSSA 展现出显著的检测优势. 其根本原因在于, 该方法突破了传统 SSA 依赖于时域二阶矩的平稳性定义, 提出基于 PSD 时不变性的频域平稳性准则, 从而能够更精准地辨识和分离非平稳特征, 并能够免受非平稳扰动污染, 进而将易被淹没的微弱故障特征有效凸显. 得益于此, FreqSSA 在 F_1 故障下大幅消除了持续性漏检, 检测性能全面领先于现有方法, 如图 5 所示.

3.4 消融实验表现

为系统验证 FreqSSA 各核心组件对整体监测性能的贡献, 本节遵循控制变量原则, 设计 4 组消融变体, 在相同的高炉炼铁数据集 (N_1 , $F_1 \sim F_3$) 及相同参数配置下开展对比实验.

- FreqSSA-A: 仅保留谱幅度统计矩阵 $\mathcal{M}_a$, 移除频域相位统计矩阵 $\mathcal{M}_\phi$ 与频域时变统计矩阵 $\mathcal{M}_s$;
- FreqSSA-AF: 仅保留谱幅度统计矩阵 $\mathcal{M}_a$ 与频域相位统计矩阵 $\mathcal{M}_\phi$, 移除 $\mathcal{M}_s$;
- FreqSSA-AS: 仅保留谱幅度统计矩阵 $\mathcal{M}_a$ 与频域时变统计矩阵 $\mathcal{M}_s$, 移除 $\mathcal{M}_\phi$;
- FreqSSA-GD: 保留全部三类统计矩阵, 但将 JADE 优化替换为普通梯度下降 (学习率 $1e-3$, 最大迭代次数 $1e+4$, 正交约束通过惩罚函数松弛).

表 4 展示了 FreqSSA 各变体的过程监测性能. 仅引入谱幅度矩阵 $\mathcal{M}_a$ 并将平稳性约束从时域转

图4 正常工况 N_1 下各方法过程监测表现Fig.4 Process monitoring performances of different methods under normal operating condition N_1

换为频域 PSD 时不变性, 即可使正常工况 N_1 的误报率从 2.50% 降至 1.60%, 故障工况 $F_1 \sim F_3$ 的漏报率平均下降约 3.50%. 该结果表明, 仅依靠频域能量信息即可有效识别由热风子系统周期性切换引起的功率谱漂移, 验证频域平稳性准则在处理频率依赖型非平稳问题上的优势. 然而, 仅依靠幅度统计量对调幅-调频耦合信号中的相位突变与谱结构畸变敏感度不足, 在 F_3 复合故障场景下性能提升有限, 漏报率仍高达 28.74%.

引入谱相位矩阵 $\mathcal{M}_\phi$ 后, 误报率进一步降至 0.70%, F_3 漏报率显著下降 3.91%. 在高炉炼铁过程中, 给料系统周期性加料与风口切换会在特定频段产生明显相位跳变, 而 $\mathcal{M}_\phi$ 能够量化各频率分量的相位时变性, 有效解耦此类操作因素带来的非平稳扰动. 在引入谱结构矩阵 $\mathcal{M}_s$ 后, 误报率进一步降低, 达到工业现场可接受水平. $\mathcal{M}_s$ 通过刻画局部 PSD 特征值分布的时变差异, 对设备长期运行导致的性能渐进退化具有独特敏感性. 实验同时表明, 仅使用 FreqSSA-AS 虽可获得良好性能, 但 F_2 故障漏报率 (6.83%) 略高于完整模型, 说明相位信息对瞬时频率漂移的检测具有不可替代性. 进一步, 采用

梯度下降替换 JADE 求解后, 整体性能虽接近完整模型, 但误报率依旧处于 0.20%, 其原因在于梯度下降难以满足正交约束, 数值误差导致平稳子空间与非平稳子空间存在残余耦合, 部分非平稳噪声泄漏至 SC 中, 既增加正常工况统计量的波动, 也降低故障工况识别灵敏度. JADE 通过基于逐列吉文斯旋转的闭式解析解实现正交矩阵的精确迭代, 从算法层面保证了子空间解耦的数学严谨性, 对微弱故障特征的有效提取具有关键作用.

从 FreqSSA-A 到完整 FreqSSA 的性能提升路径表明, 频域时变准则 $\mathcal{M}_a$ 、相位感知 $\mathcal{M}_\phi$ 、结构表征 $\mathcal{M}_s$ 与 JADE 求解器之间存在显著的协同提升表现. 缺乏频域变换则无法有效捕捉频率依赖型非平稳, 缺少相位或结构信息则复杂工况适应性不足, 缺少 JADE 则算法精度受限、子空间分离不彻底. 上述消融实验充分证明了 FreqSSA 整体框架的完整性与各核心组件设计的必要性.

3.5 参数敏感性实验分析

为验证上述参数设置的有效性, 本节系统考察了窗长 (L)、滑动步

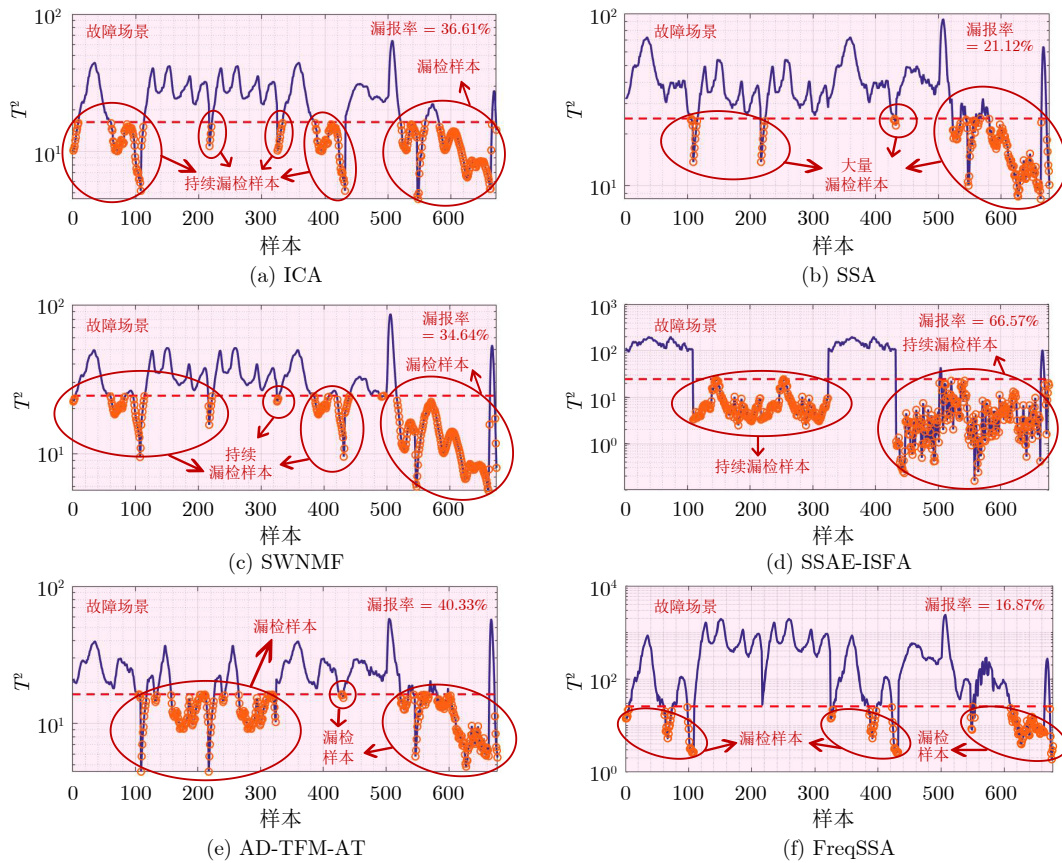
图 5 故障工况 F_1 下各方法过程监测表现Fig.5 Process monitoring performances of different methods under fault operating condition F_1

表 4 各 FreqSSA 变体的消融实验表现 (%)

Table 4 Ablation experiment performance of each FreqSSA variant (%)

方法	指标	N_1	F_1	F_2	F_3
FreqSSA-A	误报率	1.60	—	—	—
	漏报率	—	20.50	8.54	28.74
FreqSSA-AF	误报率	0.70	—	—	—
	漏报率	—	18.46	7.57	24.83
FreqSSA-AS	误报率	0.40	—	—	—
	漏报率	—	17.05	6.83	22.81
FreqSSA-GD	误报率	0.20	—	—	—
	漏报率	—	17.77	6.60	22.53
FreqSSA	误报率	0	—	—	—
	漏报率	—	16.87	5.40	22.00

长 (S)、FFT 点数 (F) 以及 SC 维度 (k) 四个关键参数对监测性能的影响. 具体而言, 在固定其余参数为最优值的条件下, 逐一变化目标参数并绘制性能曲线, 以高炉炼铁过程数据集 (N_1 , $F_1 \sim F_3$) 上的误报率与漏报率为评价指标, 参数敏感性分析范围如表 5 所示.

表 5 模型参数取值

Table 5 Model parameter values

参数	取值范围	最优值
窗长 L	(64, 96, 128, 160)	128
滑动步长 S	(32, 48, 64, 80)	64
FFT 点数 F	(128, 192, 256, 320)	256
SC 维度 k	(1, 2, 3, 4)	2

表 6 揭示了 FreqSSA 各关键参数对监测性能的影响规律. 首先, 窗长 L 在 64 至 160 范围内变化时, 各评价指标波动幅度较小, 误报率维持在 0% 至 0.30% 之间, 漏报率变化不超过 1%. 当 $L = 64$ 时, 频率分辨率不足导致频谱泄漏加剧, 各故障漏报率略有上升; 当 $L = 160$ 时, 时间分辨率下降使得对瞬态故障的捕捉略有延迟, 但得益于频谱细化, 整体影响有限; $L = 128$ 在频率分辨率与时间分辨率之间取得了最优平衡.

滑动步长 S 的选取直接决定了相邻 STFT 窗口之间的重叠程度, 进而影响时频表示的采样密度与统计矩阵的估计稳定性. 与窗长 L 类似, S 在 32

表 6 所提出方法在测试数据集中的参数敏感性表现 (%)
Table 6 Parameter sensitivity performance of the proposed method in the test dataset (%)

参数	取值	N_1 误报率	F_1 漏报率	F_2 漏报率	F_3 漏报率
窗长	64	0.30	18.27	6.94	23.12
	96	0.15	17.33	6.28	22.33
	128	0	16.87	5.40	22.00
	160	0.20	17.52	6.32	22.56
滑动步长	32	0.15	16.92	6.43	21.57
	48	0.15	17.33	6.13	22.00
	64	0	16.87	5.40	22.00
	80	0.20	17.00	5.93	21.75
FFT 点数	128	0.15	17.44	6.13	22.48
	192	0.05	17.12	5.93	21.88
	256	0	16.87	5.40	22.00
	320	0.10	16.87	5.85	21.68
SC 维度	1	0	26.64	24.92	39.25
	2	0	16.87	5.40	22.00
	3	3.20	14.93	4.64	20.65
	4	8.60	12.59	3.92	19.80

至 80 范围内变化时, FreqSSA 的各评价指标均呈现平缓的单调趋势, 波动幅度极小, 即误报率由 $S = 32$ 时的 0.15% 微增至 $S = 80$ 时的 0.20%, 变化仅 0.05%, $F_1 \sim F_3$ 漏报率的变化范围分别控制在 0.46%、1.03% 和 0.43% 以内. 这一弱敏感性可从 FreqSSA 的方法机理加以理解, 其核心在于对频域统计矩阵的联合对角化, 而三类统计矩阵的构建本质上是对全部时间窗口内局部 PSD 的聚合统计, 因此只要窗口数量足够支撑统计量的稳定估计, 滑动步长的变化对最终统计矩阵的整体结构影响甚微. FFT 点数 F 对方法性能的影响同样有限, 各指标波动幅度均控制在 0.80% 以内. $F = 128$ 时频率分辨率略显不足, 误报率略升至 0.15%, 而 $F = 256$ 与 $F = 320$ 的性能差异不大, 表明当 FFT 点数达到窗长的两倍以上时, 继续增加对检测性能的提升已趋于饱和.

与前三个参数形成鲜明对比的是, SC 维度 k 对方法性能的影响最为显著. 当 $k = 1$ 时, 仅提取单一 SC 导致大量故障相关信息丢失, 三类故障漏报率均处于最高水平 (F_1 : 26.64%, F_2 : 24.92%, F_3 : 39.25%), 尽管误报率为 0%, 但过低的维度使模型过于保守而丧失了故障辨识能力. 当 $k = 2$ 时, 误报率与漏报率达到了最佳平衡, 整体监测性能最优. 随着 k 继续增大至 3 和 4, 误报率显著攀升 ($k = 4$ 时达 8.60%), 漏报率虽持续下降, 但非平稳分量的过度引入导致正常工况下统计量波动加剧. 上述结果表明, 窗长、滑动步长和 FFT 点数三个 STFT 相

关参数在较宽范围内均能保持性能稳定, 体现了 FreqSSA 良好的参数鲁棒性; SC 维度 k 作为决定子空间分解结构的内在参数, 需在误报率与漏报率之间权衡, $k = 2$ 为本案例下的最优配置.

4 结束语

本文针对传统时域平稳性方法难以刻画频率依赖型非平稳特征的局限, 从频域视角定义并建模了平稳性, 提出了 FreqSSA. 以 PSD 时不变性给出了频域平稳性准则, 并证明了其与时域平稳性的等价与包含关系, 为频域非平稳信号处理提供了数学基础. 在方法上, 构建了谱幅度、谱相位、谱结构三类频域非平稳统计矩阵, 形成时-频全维度统计表征, 并通过最小化非对角元素平方和实现子空间精准分离. 在求解上, 基于 JADE 联合对角化策略, 推导出最优旋转角解析解, 实现了高效且严谨的正交解混. 在真实高炉炼铁过程监测中, FreqSSA 提取的 SC 通过高斯性检验, 频谱均匀无扰动; 三类故障漏报率分别降至 16.87%、5.40% 和 22.00%, 均优于现有方法. 当前研究主要聚焦于线性正交解混框架, 未来工作将进一步探索非线性频域平稳建模方法, 以期提升对强非线性非平稳信号的适用性, 并拓展 FreqSSA 在更广泛工业场景中的应用.

参考文献

- Peng Kai-Xiang, Ma Liang, Zhang Kai. Review of quality-related fault detection and diagnosis techniques for complex industrial processes. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(3): 349–365 (彭开香, 马亮, 张凯. 复杂工业过程质量相关的故障检测与诊断技术综述. 自动化学报, 2017, **43**(3): 349–365)
- Zhou Ping, Zhao Xiang-Zhi. Optimized modeling of dynamic process oriented towards modeling error PDF shape and goodness of fit. *Acta Automatica Sinica*, 2021, **47**(10): 2402–2411 (周平, 赵向志. 面向建模误差 PDF 形状与趋势拟合优度的动态过程优化建模. 自动化学报, 2021, **47**(10): 2402–2411)
- Huang Jian-Cai, Jiang Zhao-Hui, Gui Wei-Hua, Pan Dong, Xu Chuan, Zhou Ke. Key frame extraction method of blast furnace burden surface video based on state recognition. *Acta Automatica Sinica*, 2023, **49**(11): 2257–2271 (黄建才, 蒋朝辉, 桂卫华, 潘冬, 许川, 周科. 基于状态识别的高炉料面视频关键帧提取方法. 自动化学报, 2023, **49**(11): 2257–2271)
- Lou Si-Wei, Zhang Xu-Jie, Yang Yue-Lin, Li Yi, Zhao Yu-Chen, Yang Chun-Jie. Review of fault detection and diagnosis research in blast furnace ironmaking process: Retrospective, status, and prospects. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(8): 1739–1759 (楼嗣威, 张徐杰, 杨越麟, 李逸, 赵雨辰, 杨春节. 高炉炼铁过程故障检测与诊断综述: 回顾, 现状与展望. 自动化学报, 2025, **51**(8): 1739–1759)
- Ditzler G, Roveri M, Alippi C, Polikar R. Learning in non-stationary environments: A survey. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2015, **10**(4): 12–25
- Kruger U, Xie L. *Statistical Monitoring of Complex Multivariate Processes: With Applications in Industrial Process Control*. Hoboken: John Wiley and Sons, 2012.

- 7 Lou S W, Yang C J, Wang W B, Zhang H W, Zhao Y C, Wu P. Toward in-depth mastery of statistical properties: Novel stationary moment analysis with application to continuous industrial anomaly detection. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2025, **55**(7): 3417–3430
- 8 Chen J H, Zhao C H. Exponential stationary subspace analysis for stationary feature analytics and adaptive nonstationary process monitoring. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2021, **17**(12): 8345–8356
- 9 Lee J M, Yoo C, Lee I B. Statistical process monitoring with independent component analysis. *Journal of Process Control*, 2004, **14**(5): 467–485
- 10 Lin Y L, Kruger U, Gu F S, Ball A, Chen Q. Monitoring nonstationary processes using stationary subspace analysis and fractional integration order estimation. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2019, **58**(16): 6486–6504
- 11 Feng L J, Zhao C H, Huang B. A slow independent component analysis algorithm for time series feature extraction with the concurrent consideration of high-order statistic and slowness. *Journal of Process Control*, 2019, **84**: 1–12
- 12 Salunkhe V G, Khot S M, Jadhav P S, Yelve N P, Kumbhar M B. Experimental investigation using robust deep VMD-ICA and 1D-CNN for condition monitoring of roller element bearing. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 2024, **24**(12): Article No. 124501
- 13 Lou S W, Yang C J, Wu P, Yang Y L, Kong L Y, Zhang X J. Data-driven joint fault diagnosis based on RMK-ASSA and DB-SKNet for blast furnace iron-making process. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2024, **21**(3): 3826–3841
- 14 Lou S W, Yang C J, Wu P. A local dynamic broad kernel stationary subspace analysis for monitoring blast furnace ironmaking process. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2023, **19**(4): 5945–5955
- 15 Wu D H, Sheng L, Zhou D H, Chen M Y. Dynamic stationary subspace analysis for monitoring nonstationary dynamic processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2020, **59**(47): 20787–20797
- 16 Ji H Q, Sheng N, Liu H B, Huang K K. Fault detection and isolation for dynamic non-stationary processes with stationary subspace-based canonical variate analysis. *Chemical Engineering Science*, 2024, **295**: Article No. 120196
- 17 Wu D H, Zhou D H, Chen M Y. Probabilistic stationary subspace analysis for monitoring nonstationary industrial processes with uncertainty. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2022, **18**(5): 3114–3125
- 18 Zhao H X, Xu J Y, Wang P L. Probabilistic stationary subspace regression model for soft sensing of nonstationary industrial processes. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 2024, **102**(4): 1558–1568
- 19 Zhang H W, Liu Q Q, Jia C. Gaussian mixture model-based Wasserstein stationary subspace analysis for process monitoring. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2024, **73**: Article No. 3519411
- 20 Huang K K, Li J X, Wu D H, Liu Y S, Yang C H, Gui W H. Sparse Wasserstein stationary subspace analysis for fault detection and diagnosis of nonstationary industrial processes. *ISA Transactions*, 2024, **151**: 285–295
- 21 Duhamel P, Vetterli M. Fast Fourier transforms: A tutorial review and a state of the art. *Signal Processing*, 1990, **19**(4): 259–299
- 22 Wu Y H, Meng X Y, Hu H J, Zhang J R, Dong Y B, Lu D M. Affirm: Interactive mamba with adaptive Fourier filters for long-term time series forecasting. In: Proceedings of the 39th AAAI Conference on Artificial Intelligence. Philadelphia, USA: AAAI, 2025. 21599–21607
- 23 Wu X J, Qiu X F, Li Z Y, Wang Y H, Hu J L, Guo C J, et al. CATCH: Channel-aware multivariate time series anomaly detection via frequency patching. In: Proceedings of the 13th International Conference on Learning Representations. Singapore: OpenReview.net, 2025.
- 24 Wigner E. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium. *Physical Review*, 1932, **40**(5): 749–759
- 25 Boashash B, Escudie B. Wigner-Ville analysis of asymptotic signals and applications. *Signal Processing*, 1985, **8**(3): 315–327
- 26 Huang N E, Shen Z, Long S R, Wu M C, Shih H H, Zheng Q N, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1998, **454**(1971): 903–995
- 27 Thakur G, Brevdo E, Fučkar N S, Wu H T. The synchrosqueezing algorithm for time-varying spectral analysis: Robustness properties and new paleoclimate applications. *Signal Processing*, 2013, **93**(5): 1079–1094
- 28 Zhao M H, Kang M, Tang B P, Pecht M. Multiple wavelet coefficients fusion in deep residual networks for fault diagnosis. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, **66**(6): 4696–4706
- 29 Lahat D, Jutten C. Joint independent subspace analysis using second-order statistics. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, **64**(18): 4891–4904
- 30 Griffin D, Lim J. Signal estimation from modified short-time Fourier transform. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1984, **32**(2): 236–243
- 31 de Marchi F, Plumaris M K, Burt E A, Iess L. An algorithm to estimate the power spectral density from Allan deviation. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2024, **71**(4): 506–515
- 32 Chen Z X, Yang Y, He C B, Liu Y B, Liu X Z, Cao Z. Feature extraction based on hierarchical improved envelope spectrum entropy for rolling bearing fault diagnosis. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2023, **72**: Article No. 3518912
- 33 Odiwei P E P, Cao Y. Nonlinear dynamic process monitoring using canonical variate analysis and kernel density estimations. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2010, **6**(1): 36–45
- 34 Lou S W, Yang C J, Liu Z, Zhang H W, Liu C, Wu P. From shallow to deep: A novel correlation network representation regression framework for modeling and monitoring MIQ-driven blast furnace ironmaking processes. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2026, **13**(2): 281–299
- 35 Xian Z E, Zhang Z G, Tang F, Zhang L, Huang G. Sliding window nonnegative matrix factorization (SW-NMF) for robustness low-density myoelectric signals decoding against electrodes shift. In: Proceedings of the 9th International IEEE/EMBS Conference on Neural Engineering (NER). San Francisco, USA: IEEE, 2019. 1159–1162
- 36 Li C, Wen C L, Zhou Z. An industrial process fault diagnosis method based on independent slow feature analysis and stacked sparse autoencoder network. *Journal of the Franklin Institute*, 2024, **361**(1): 234–247
- 37 Li Q Y, Luo H, Cheng H, Deng Y X, Sun W, Li W T, et al. Incipient fault detection in power distribution system: A time-frequency embedded deep-learning-based approach. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2023, **72**: Article No. 2507914
- 38 Paparoditis E, Politis D N. The asymptotic size and power of the augmented Dickey-Fuller test for a unit root. *Econometric Reviews*, 2018, **37**(9): 955–973



楼嗣威 浙江大学工业控制技术国家重点实验室博士后. 主要研究方向为工业过程监测, 故障诊断与优化控制.

E-mail: swlou@zju.edu.cn

(LOU Si-Wei Postdoctor at the State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang Uni-

versity. His research interests include industrial process monitoring, fault diagnosis, and optimized control.)



张徐杰 浙江大学工业控制技术国家重点实验室博士后. 主要研究方向为工业建模与优化控制.

E-mail: xujie_zhang@zju.edu.cn

(ZHANG Xu-Jie Postdoctor at the State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang Uni-

versity. His research interests include industrial modeling and optimized control.)



高大力 浙江大学工业控制技术国家重点实验室研究员. 主要研究方向为工业过程建模, 状态监测与故障诊断.

E-mail: gaodali@zju.edu.cn

(GAO Da-Li Researcher at the National Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang Uni-

versity. His research interests include industrial process modeling, condition monitoring, and fault diagnosis.)

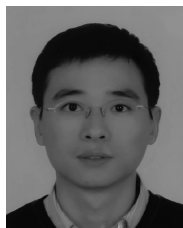


张瀚文 北京科技大学自动化学院副教授. 主要研究方向为故障诊断, 机器学习与工业智能. 本文通信作者.

E-mail: zhanghanwen@ustb.edu.cn

(ZHANG Han-Wen Associate professor at the College of Automation, University of Science and Techno-

logy Beijing. Her research interests include fault diagnosis, machine learning, and industrial intelligence. Corresponding author of this paper.)



吴平 浙江理工大学信息科学与工程学院副教授. 主要研究方向为工业过程建模.

E-mail: pingwu@zstu.edu.cn

(WU Ping Associate professor at the School of Information Science and Engineering, Zhejiang Sci-Tech

University. His main research interest is industrial process modeling.)



杨春节 浙江大学工业控制技术国家重点实验室教授. 主要研究方向为高炉故障诊断, 工业互联网与数字孪生.

E-mail: cjyang999@zju.edu.cn

(YANG Chun-Jie Professor at the State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang Uni-

versity. His research interests include fault diagnosis of blast furnace, industrial Internet, and digital twin.)