自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

欺骗攻击和切换拓扑下多具空间动态特性神经网络的事件触发跟踪控制

操延 孙亚平 操钰婷 朱明 施开波 黄廷文

Event-triggered Tracking Control for Multiple Neural Networks With Spatial Dynamic Characteristics Under Deception Attacks and Switching Topologies

CAO Yan-Yi, SUN Ya-Ping, CAO Yu-Ting, ZHU Ming, SHI Kai-Bo, HUANG Ting-Wen

在线阅读 View online: https://doi.org/10.16383/j.aas.c260084

您可能感兴趣的其他文章

切换拓扑下动态事件触发多智能体系统固定时间一致性

Dynamic Event-triggered Fixed-time Consensus Control of Multi-agent Systems Under Switching Topologies

自动化学报. 2023, 49(6): 1295−1305 https://doi.org/10.16383/j.aas.c211123

未知非线性零和博弈最优跟踪的事件触发控制设计

Event-triggered Control Design for Optimal Tracking of Unknown Nonlinear Zero-sum Games

自动化学报. 2023, 49(1): 91−101 https://doi.org/10.16383/j.aas.c220378

基于事件触发的离散 MIMO 系统自适应评判容错控制

Event-triggered Adaptive Critic Fault-tolerant Control for a Class of Discrete-time MIMO Systems

自动化学报. 2022, 48(5): 1234−1245 https://doi.org/10.16383/j.aas.c200721

基于事件触发的直流微电网无差拍预测控制

Event-triggered Deadbeat Predictive Control for DC Microgrid

自动化学报. 2024, 50(3): 475−485 https://doi.org/10.16383/j.aas.c210585

基于事件触发二阶多智能体系统的固定时间比例一致性

Distributed Event-triggered Fixed-time Scaled Consensus Control for Second-order Multi-agent Systems

自动化学报. 2022, 48(1): 261−270 https://doi.org/10.16383/j.aas.c190128

欺骗攻击下具备隐私保护的多智能体系统均值趋同控制

Privacy-preserving Average Consensus Control forMulti-agent Systems Under Deception Attacks

自动化学报. 2023, 49(2): 425−436 https://doi.org/10.16383/j.aas.c210889

欺骗攻击和切换拓扑下多具空间动态特性神经网络的事件触发跟踪控制

操延燚[1,2] 孙亚平[3] 操钰婷[4] 朱 明[1,2] 施开波[1,2] 黄廷文[4]

摘 要 神经网络在具身智能领域发挥了重要作用, 而其动态特性控制是其应用的关键. 首先, 针对欺骗攻击和切换拓扑给多具空间动态特性神经网络控制带来的挑战, 提出一种新的分布式事件触发跟踪同步控制协议. 在此基础上, 通过构造新的 Lyapunov 函数和结合不等式技术, 得到多反应扩散神经网络系统在欺骗攻击和切换拓扑下的事件触发跟踪同步控制条件. 其次, 通过证明任意相邻事件的触发间隔存在正的下界, 排除了系统中的芝诺现象. 同时, 给出系统在无攻击时的事件触发跟踪同步控制条件. 此外, 控制器参数由本文得出的结论来确定, 进一步加强了系统的安全性. 最后, 给出一个数值仿真验证本文所设计控制策略的有效性.

关键词 反应扩散神经网络; 欺骗攻击; 切换拓扑; 跟踪同步; 事件触发控制

引用格式 操延燚, 孙亚平, 操钰婷, 朱明, 施开波, 黄廷文. 欺骗攻击和切换拓扑下多具空间动态特性神经网络的事件触发跟踪控制. 自动化学报, 2026, **52**(10): 2332−2340

DOI 10.16383/j.aas.c260084 **CSTR** 32138.14.j.aas.c260084

Event-triggered Tracking Control for Multiple Neural Networks With Spatial Dynamic Characteristics Under Deception Attacks and Switching Topologies

CAO Yan-Yi[1,2] SUN Ya-Ping[3] CAO Yu-Ting[4] ZHU Ming[1,2] SHI Kai-Bo[1,2] HUANG Ting-Wen[4]

Abstract Neural networks have played a significant role in the field of embodied intelligence, and the control of their dynamic characteristics is the key to their application. Firstly, a new distributed event-triggered tracking synchronization control protocol is proposed to address the challenges brought by deception attacks and switching topologies to the control of multiple neural networks with spatial dynamic characteristics. On this basis, by constructing a new Lyapunov function and combining inequality techniques, the event-triggered tracking synchronization control conditions for multiple reaction-diffusion neural networks systems under deception attacks and switching topologies are obtained. Secondly, by proving that there exists a positive lower bound for the trigger interval of any adjacent events, the Zeno phenomenon in the system is excluded. Meanwhile, the event-triggered tracking synchronization control conditions for the system without attacks are given. In addition, the parameters of the controller are determined by the criteria obtained in this paper, further enhancing the security of the system. Finally, a numerical simulation is provided to verify the effectiveness of the control strategy designed in this paper.

Keywords reaction-diffusion neural networks; deception attacks; switching topologies; tracking synchronization; event-triggered control

Citation Cao Yan-Yi, Sun Ya-Ping, Cao Yu-Ting, Zhu Ming, Shi Kai-Bo, Huang Ting-Wen. Event-triggered tracking control for multiple neural networks with spatial dynamic characteristics under deception attacks and switching topologies. *Acta Automatica Sinica*, 2026, **52**(10): 2332−2340

具身群体智能通过多智能体物理交互与协同进化, 突破单智能体能力边界, 推动智能系统从“个体智能”向“集体智慧”跃升[1−2]. 而神经网络动态特性、神经符号融合、神经形态计算等技术的发展, 将推

收稿日期 2026-01-29 录用日期 2026-03-26
Manuscript received January 29, 2026; accepted March 26, 2026
国家自然科学基金 (62506048, 62303336, 62506239, 62576223, 62366034), 四川省科技计划 (2024NSFSC2056), 特殊环境机器人技术四川省重点实验室开放基金 (24kftk01) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (62506048, 62303336, 62506239, 62576223, 62366034), Sichuan Science and Technology Program (2024NSFSC2056), and Fund of Robot Technology Used for Special Environment Key Laboratory of Sichuan Province (24kftk01)
本文责任编委 付俊杰
Recommended by Associate Editor FU Jun-Jie
1. 成都大学电子信息与电气工程学院 成都 610106 2. 四川省智能康复感知与控制国际联合研究中心 成都 610106 3. 四川大学电子信息学院 成都 610065 4. 深圳理工大学计算机科学与人工智能学院 深圳 518107
1. School of Electronic Information and Electrical Engineering, Chengdu University, Chengdu 610106 2. International Joint Research Center for Perception and Control of Intelligent Rehabilitation Systems of Sichuan Province, Chengdu 610106 3. College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065 4. Faculty of Computer Science and Artificial Intelligence, Shenzhen University of Advanced Technology, Shenzhen 518107

动具身群体智能在工业、医疗、服务、金融、科研等领域实现规模化应用[3−6]. 神经网络动态特性的研究能够揭示生物神经网络感知、协同运行机理, 为具身智能的实现奠定基础[7]. 具有动态特性的神经网络易于用硬件电路实现, 而电路中的非均匀磁场效应会使电子在运动过程中出现扩散效应, 使系统的动态特性不仅与时间相关而且与空间相关, 这类具有空间动态特性的神经网络被称为反应扩散神经网络[8] (reaction-diffusion neural networks, RDNNs). 同步作为一种典型的动态行为, 在保密通信、编队控制中得到广泛应用[9]. 因此, 研究多反应扩散神经网络的同步不仅为设计可真实应用的神经网络模型提供支撑, 也能促进群体智能协同控制技术的发展[10].

多反应扩散神经网络 (multiple reaction-diffusion neural networks, MRDNNs) 系统在实际应用中, 子神经网络之间通过通信网络进行信息传递. 然而, 由于恶意攻击、节点突发失效、通信环境动态变化或传感器老化等随机因素, 子神经网络之间的通信拓扑往往随时间变化[11−14]. 文献 [12] 在线性多智能体的一致性抗扰问题中分析有向切换拓扑结构的影响. 文献 [13] 在不确定目标下异质非线性切换多智能体系统的一致性跟踪问题中分析随机切换通信拓扑的影响. 文献 [14] 采用事件触发机制研究切换拓扑对随机多智能体系统一致性的影响. 切换拓扑结构在多神经网络系统的通信协议中也普遍存在[15−17]. 文献 [15] 采用自适应控制技术分析具有切换拓扑的耦合神经网络的同步问题. 文献 [16] 采用周期事件触发控制分析具有切换拓扑的多忆阻神经网络的同步问题. 然而, 在 MRDNNs 中考虑切换通信拓扑结构的研究较少[18−19], 主要挑战是现有具有切换拓扑结构的研究多基于由常微分方程描述的系统, 而这类研究难以直接适用于由偏微分方程描述的 MRDNNs 系统. 在这些研究中, 文献 [18] 设计鲁棒自适应控制策略, 文献 [19] 设计牵制控制策略. 需要指出的是, 文献 [18−19] 中采用的控制方式都是连续时间控制, 而群体系统间的持续通信需要消耗大量的通信资源. 因此, 在当前信息传输量大爆炸的时代, 设计能节约通信资源的控制策略, 确保具有切换拓扑的 MRDNNs 同步是非常有意义的.

与传统控制方法相比, 事件触发控制机制在最大限度地减少连续控制更新和优化有限通信带宽利用率上有明显优势[20]. 学者们尝试设计不同的事件触发控制策略来研究反应扩散神经网络的同步控制[21−22], 然而针对 MRDNNs 系统的事件触发控制的研究成果还非常少[23]. 另外, 具身群体智能的安全性也是一个很关键的问题[24], 当采用事件触发控制来减少系统的信息传输量时, 传输的信息易遭受攻击者的恶意攻击. 欺骗攻击作为典型的攻击类型之一, 可通过篡改信息破坏数据完整性, 从而严重影响反应扩散神经网络的同步性能[25−27]. 文献 [25] 采用事件触发控制, 分析反应扩散神经网络在遭受有界欺骗攻击时的拟同步. 文献 [26] 设计不同的事件触发控制策略, 进一步分析混合欺骗攻击在不同情形下对反应扩散神经网络同步控制性能的影响. 针对 MRDNNs 系统, 文献 [27] 采用采样控制研究其在欺骗攻击下的跟踪同步控制问题. 然而, 如何设计事件触发控制策略, 以研究欺骗攻击和切换拓扑下 MRDNNs 的跟踪同步控制问题亟待解决.

基于上述讨论, 本文针对 MRDNNs 的跟踪同步控制问题, 拟设计新的事件触发控制协议, 克服欺骗攻击、切换通信拓扑以及通信资源受限带来的难点. 本文的主要贡献总结如下: 设计新的事件触发控制协议, 解决了欺骗攻击和切换拓扑下 MRDNNs 的跟踪同步控制问题, 同时通过证明任意相邻事件的触发间隔存在正的下界, 排除了系统中的芝诺现象; 所设计的控制协议不仅可以有效抵抗外部欺骗攻击, 而且其控制器参数也由所设计的控制协议决定, 加强了具身群体智能系统的安全性; 相比于文献 [24, 27], 本文分析了时变切换通信拓扑结构对 MRDNNs 跟踪控制的影响, 并设计性能更优的事件触发控制协议.

本文内容安排如下: 第 1 节描述本文研究的问题; 第 2 节设计事件触发控制协议, 并给出跟踪同步控制条件, 同时排除芝诺现象; 第 3 节给出一个数值仿真, 验证所设计控制协议的有效性; 第 4 节总结全文并对未来工作进行展望.

符号说明. $\mathbf{R}^n$ 和 $\mathbf{R}^{a\times b}$ 分别表示 n 维实空间和所有 $a\times b$ 维的实矩阵集合; $||\cdot||$ 表示矩阵 2 范数或向量 2 范数; $\lambda_{\max}(Q)$ 和 $\lambda_{\min}(Q)$ 分别表示矩阵 Q 的最大特征值和最小特征值; $\boldsymbol{S}=\{s=(s_1,\cdots,s_m)^{\mathrm{T}}\mid |s_\vartheta|<\varphi_\vartheta,\ \vartheta=1,\cdots,m\}$ 是 $\mathbf{R}^m$ 中的紧集 (φ_ϑ 是正常数), 其边界表示为 $\partial\boldsymbol{S}$; $y(s,t)$ 的空间 2 范数记为 $\|y(s,t)\|=(\int_{\boldsymbol{S}}\sum_{i=1}^{n}y_i^2(s,t)\mathrm{d}s)^{\frac{1}{2}}$; I_n 表示 n 阶单位矩阵.

1　预备知识和问题描述

1.1　代数图论

考虑由 N 个神经网络组成的多神经网络系统, 其有向切换通信拓扑结构图由 $\mathcal{H}\{\mathcal{I},\mathcal{E}^{\sigma(t)},H^{\sigma(t)}\}$ 表示, 其中 $\mathcal{I}=\{1,2,\cdots,N\}$ 表示节点集, $\mathcal{E}^{\sigma(t)}=$

$\{(i,\ j):i,\ j\in\mathcal{I}\}$ 表示边集, $H^{\sigma(t)}=[h_{ij}^{\sigma(t)}]_{N\times N}$ 表示邻接矩阵, $\sigma(t)$ 表示时变拓扑结构的切换信号. 若 $(j,\ i)\in\mathcal{E}$, 则表示神经网络 i 可以接收到神经网络 j 的信息, $h_{ij}^{\sigma(t)}=1$; 否则 $h_{ij}^{\sigma(t)}=0$. 因此, 图 $\mathcal{H}^{\sigma(t)}$ 的拉普拉斯矩阵定义为 $\hat{\mathcal{L}}^{\sigma(t)}=[\hat{l}_{ij}^{\sigma(t)}]\in\mathbf{R}^{N\times N}$, 其中 $\hat{l}_{ii}^{\sigma(t)}=-\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N}h_{ij}^{\sigma(t)}$ 以及 $\hat{l}_{ij}^{\sigma(t)}=-h_{ij}^{\sigma(t)}$, $i\neq j$. 若具有 N 个节点的多神经网络系统存在一个被命名为节点 0 的领导者节点, $p_i^{\sigma(t)}=1$ 表示跟随神经网络 i 能接收到领导者信息, 否则 $p_i^{\sigma(t)}=0$. $\mathcal{L}^{\sigma(t)}=\hat{\mathcal{L}}^{\sigma(t)}+\mathcal{P}^{\sigma(t)}$, 其中 $\mathcal{L}^{\sigma(t)}=[l_{ij}^{\sigma(t)}]\in\mathbf{R}^{N\times N}$, $\mathcal{P}^{\sigma(t)}=\mathrm{diag}\{p_1^{\sigma(t)},\ p_2^{\sigma(t)},\ \cdots,\ p_N^{\sigma(t)}\}$.

假设 1. 每个图 $\hat{\mathcal{H}}^{\sigma}$ 包含一条有向生成树. 其中 $\hat{\mathcal{H}}^{\sigma}$ 为有根节点的图, 根节点为领导者节点; $\sigma=1,\ \cdots,\ l$.

引理 1[12]**.** 若假设 1 成立, 那么存在正定矩阵 $\Gamma^{\sigma}=\mathrm{diag}\{\tau_1^{\sigma},\ \tau_2^{\sigma},\ \cdots,\ \tau_N^{\sigma}\}$, 使得

$$\Gamma^{\sigma}\mathcal{L}^{\sigma}+(\mathcal{L}^{\sigma})^{\mathrm{T}}\Gamma^{\sigma}>0$$

其元素组成的向量 $\tau^{\sigma}=\{\tau_1^{\sigma},\ \cdots,\ \tau_N^{\sigma}\}^{\mathrm{T}}$ 满足矩阵方程 $(\mathcal{L}^{\sigma})^{\mathrm{T}}\tau^{\sigma}=\mathbf{1}_N$, $\sigma=1,\ \cdots,\ l$. 此外, 在假设 1 下, $\mathcal{L}^{\sigma}$ 的所有特征值均为正实数.

1.2 问题描述

考虑由 N 个具有空间动态特性的神经网络组成的多反应扩散神经网络系统, 其动力学模型描述如下:

$$\partial_t y_i(s,\ t)=D\partial_{ss}y_i(s,\ t)-Ay_i(s,\ t)+Bf(y_i(s,\ t))+\mathcal{J}+u_i(s,\ t) \tag{1}$$

$$y_i(s,\ t)=0,\ s\in\partial\boldsymbol{S},\ t\in[0,\ +\infty) \tag{2}$$

$$y_i(s,\ 0)=\omega_i(s),\ s\in\boldsymbol{S},\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ N \tag{3}$$

其中, ∂_t 表示关于时间变量的一阶偏导数; $y_i(s,\ t)=(y_{i1}(s,\ t),\ y_{i2}(s,\ t),\ \cdots,\ y_{in}(s,\ t))^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^n$ 是第 i 个神经网络在空间向量 s 和时间 t 处的状态向量, $i=1,\ 2,\ \cdots,\ N$; $t\in[0,\ +\infty)$; $s=(s_1,\ s_2,\ \cdots,\ s_m)^{\mathrm{T}}\in\boldsymbol{S}\subset\mathbf{R}^m$ 表示空间向量; $\partial_{ss}=\sum_{\vartheta=1}^{m}\frac{\partial^2}{\partial s_\vartheta^2}$ 表示在空间向量 s 上的拉普拉斯扩散算子; $D=\mathrm{diag}\{d_1,\ d_2,\ \cdots,\ d_n\}>0$, $A=\mathrm{diag}\{a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n\}>0$, $B=[b_{lj}]_{n\times n}$ 分别表示扩散矩阵、自反馈连接权重矩阵、连接权重矩阵; $\mathcal{J}=(\mathcal{J}_1,\ \cdots,\ \mathcal{J}_n)^{\mathrm{T}}$ 表示常数外部输入; $f(y_i(s,\ t))=(f_1(y_{i1}(s,\ t)),\ f_2(y_{i2}(s,\ t)),\ \cdots,\ f_n(y_{in}(s,\ t)))^{\mathrm{T}}$ 表示激励函数; $u_i(s,\ t)$ 表示外部控制输入; 式 (2) 为 Dirichlet 边界条件; 初始值 $\omega_i(s)$ 是一个有界连续函数.

将上述系统 (1) 看作跟随者, 给定一个领导者 y_0, 其动力学模型描述为

$$\partial_t y_0(s,\ t)=D\partial_{ss}y_0(s,\ t)-Ay_0(s,\ t)+Bf(y_0(s,\ t))+\mathcal{J} \tag{4}$$

$$y_0(s,\ t)=0,\ s\in\partial\boldsymbol{S},\ t\in[0,\ +\infty) \tag{5}$$

$$y_0(s,\ 0)=\hat{\omega}(s),\ s\in\boldsymbol{S} \tag{6}$$

其中 $\hat{\omega}(s)$ 是一个有界连续函数. 本文的主要目的是设计控制器 $u_i(s,\ t)$, 使得系统 (1) 能够跟随领导者神经网络 (4) 的预设轨迹.

假设 2. 对于任意 $v_1,\ v_2\in\mathbf{R}$, 若激励函数 $f_j(\cdot)$ 满足全局 Lipschitz 条件, 则存在正常数 ρ_j $(j=1,\ \cdots,\ n)$, 使得

$$|f_j(v_2)-f_j(v_1)|\leq\rho_j|v_2-v_1|$$

引理 2[28]**.** 令 $\boldsymbol{S}=\{s=(s_1,\ \cdots,\ s_m)^{\mathrm{T}}\mid|s_\vartheta|<\varphi_\vartheta,\ \vartheta=1,\ \cdots,\ m\}$, $g(s)$ 是定义在 $C^1(\boldsymbol{S})$ 上的实值函数, 并满足 $g(s)|_{s\in\partial\boldsymbol{S}}=0$, 则

$$\int_{\boldsymbol{S}}g^2(s)\mathrm{d}s\leq\varphi_\vartheta^2\int_{\boldsymbol{S}}\left(\frac{\partial g(s)}{\partial s_\vartheta}\right)^2\mathrm{d}s$$

引理 3[28]**.** 若存在两个正常数 β、η 使得实函数 $V(t)$ 满足不等式 $\dot{V}(t)\leq-\beta V(t)+\eta$, 那么

$$V(t)\leq\left[V(0)-\frac{\eta}{\beta}\right]\mathrm{e}^{-\beta t}+\frac{\eta}{\beta}$$

2 事件触发控制协议设计

本节设计一个分布式事件触发控制协议并研究 MRDNNs 系统的跟踪同步控制问题.

2.1 事件触发控制机制

MRDNNs 系统在跟踪同步过程中, 网络通信拓扑结构会随时间动态变化. 此外, 信号在公共网络中传输时容易遭受欺骗攻击. 因此, 在切换拓扑结构和欺骗攻击下, 本节设计的分布式事件触发控制器如下:

$$u_i(s,\ t)=\alpha CE\sum_{j\in\mathcal{N}_i}h_{ij}^{\sigma(t)}(y_j(s,\ t_k)-y_i(s,\ t_k))-\alpha p_i^{\sigma(t)}CE(y_i(s,\ t_k)-y_0(s,\ t_k))+\alpha p_i^{\sigma(t)}CEg_i(s,\ t_k) \tag{7}$$

其中, $\alpha>0$ 为耦合强度; $C\in\mathbf{R}^{n\times l}$ 为控制输入矩阵; $E\in\mathbf{R}^{l\times n}$ 表示反馈增益矩阵; $g_i(s,\ t_k)$ 为欺骗攻击信号; $\{t_k\}_{k=1}^{\infty}$ 为触发时间序列; $\mathcal{N}_i$ 为节点 i 的邻居集合. 这里对欺骗攻击信号作出如下假设:

假设 3. 欺骗攻击信号函数 $g_i(\cdot)$ 是非线性函数

并满足

$$||g_i(s,\ t_k)||_2 \le G_i$$

其中 $G_i > 0,\ i = 1,\ 2,\ \cdots,\ N$.

注 1. 从技术角度看, 相比于具有 Lipschitz 形式的欺骗攻击, 具有有界形式的欺骗攻击更容易被检测出. 同时, 有界形式的欺骗攻击假设具有更强的通用性并且对攻击时系统的动态特性依赖较低.

定义跟踪同步误差为 $e_i(s,\ t) = y_i(s,\ t) - y_0(s,\ t)$, 则由 (1) ~ (7) 可得

$$\begin{aligned}\partial_t e_i(s,\ t) = {}& D\partial_{ss}e_i(s,\ t) - Ae_i(s,\ t) + B\hat{f}(e_i(s,\ t)) - \\ & \alpha CE\sum_{j\in\mathcal{N}_i} l_{ij}^{\sigma(t)} e_j(s,\ t_k) + \\ & \alpha p_i^{\sigma(t)} CEg_i(s,\ t_k)\end{aligned} \tag{8}$$

其中 $\hat{f}(e_i(s,\ t)) = f(y_i(s,\ t)) - f(y_0(s,\ t))$; 边界条件为 $e_i(s,\ t) = 0,\ s \in \partial\boldsymbol{S},\ t \in [0,\ +\infty)$; 初始值为 $e_i(s,\ 0) = \omega_i(s) - \hat{\omega}(s),\ s \in \boldsymbol{S}$. 进一步可将式 (8) 改写为如下紧凑形式.

$$\begin{aligned}\partial_t e(s,\ t) = {}& (I_N \otimes D)\partial_{ss}e(s,\ t) - (I_N \otimes A)e(s,\ t) + \\ & (I_N \otimes B)F(e(s,\ t)) - \alpha(\mathcal{L}^{\sigma(t)} \otimes CE)e(s,\ t_k) + \\ & \alpha(P^{\sigma(t)} \otimes CE)G(s,\ t_k)\end{aligned} \tag{9}$$

其中, $F(e(s,\ t)) = (\hat{f}(e_1(s,\ t)),\ \cdots,\ \hat{f}(e_N(s,\ t)))^{\mathrm{T}}$, $P^{\sigma(t)} = \mathrm{diag}\{p_1^{\sigma(t)},\ \cdots,\ p_N^{\sigma(t)}\}$, $G(s,\ t_k) = (g_1(s,\ t_k),\ \cdots,\ g_N(s,\ t_k))^{\mathrm{T}}$.

对 $t \in [t_k,\ t_{k+1})$, 定义测量误差为

$$\varepsilon_i(s,\ t) = e_i(s,\ t_k) - e_i(s,\ t) \tag{10}$$

其中 $\{t_k\}_{k=1}^{\infty}$ 为触发时间序列, $e(s,\ t_k)$ 表示误差信号 $e(s,\ t)$ 在触发时刻 t_k 时的触发状态. 因此, 下一触发时刻将满足

$$\begin{aligned}t_{k+1} = \inf\big\{t >\ & t_k : \theta_z z_i^{\mathrm{T}}(s,\ t)z_i(s,\ t) \ge \\ & \theta_e e_i^{\mathrm{T}}(s,\ t)e_i(s,\ t) + v\mathrm{e}^{-vt}\big\}\end{aligned} \tag{11}$$

其中, $v > 0$; θ_z, θ_e 是待确定的触发条件权重以及 $z_i(s,\ t) = \sum_{j\in\mathcal{N}_i} h_{ij}^{\sigma(t)}(\varepsilon_i(s,\ t) - \varepsilon_j(s,\ t)) + \alpha p_i^{\sigma(t)}\varepsilon_i(s,\ t)$.

2.2　跟踪同步分析

定理 1. 假定假设 1、假设 2 和假设 3 均成立, 如果存在一个对称矩阵 $Q \in \mathbf{R}^{n\times n} > 0$ 以及一个常数 $\beta_0 > 0$, 使得如下线性矩阵不等式成立

$$\Gamma^{\sigma(t)} \otimes QD + \Gamma^{\sigma(t)} \otimes DQ \ge 0 \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix} -2AQ + BB^{\mathrm{T}} - \Omega + \beta_0 Q & \mathcal{H}Q \\ Q\mathcal{H} & -I_n \end{bmatrix} \le 0 \tag{13}$$

则在欺骗攻击和切换拓扑下, 多反应扩散神经网络系统 (1) 能够通过分布式事件触发控制器 (7) 和事件触发控制条件 (11) 跟踪同步到领导者神经网络 (4). 其中 $\Omega = \chi(QD + DQ) + \alpha(\lambda_1 - \mu_2 p_i^{\sigma(t)})CC^{\mathrm{T}}$, $\chi = \sum_{\vartheta=1}^{m}(1/\varphi_\vartheta^2)$, $\mu_2 > 0$, $\mathcal{H} = \mathrm{diag}\{\rho_1,\ \cdots,\ \rho_n\}$,

$$\lambda_1 = \min_{\sigma=1,\ \cdots,\ l} \lambda_{\min}\left(\mathcal{L}^{\sigma(t)} + (\Gamma^{\sigma(t)})^{-1}(\mathcal{L}^{\sigma(t)})^{\mathrm{T}}\Gamma^{\sigma(t)}\right)$$

证明. 根据引理 1 可以得到 $\Gamma^{\sigma(t)} > 0$, 则可以构造如下 Lyapunov 函数:

$$V(t) = \int_{\boldsymbol{S}} e^{\mathrm{T}}(s,\ t)(\Gamma^{\sigma(t)} \otimes Q^{-1})e(s,\ t)\mathrm{d}s \tag{14}$$

因此, 对 $t \in [t_k,\ t_{k+1})$, 计算 $V(t)$ 的导数可得

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) = {}& 2\int_{\boldsymbol{S}} e^{\mathrm{T}}(s,\ t)(\Gamma^{\sigma(t)} \otimes Q^{-1})[(I_N \otimes D)\partial_{ss}e(s,\ t) - \\ & (I_N \otimes A)e(s,\ t) + (I_N \otimes B)F(e(s,\ t)) - \\ & \alpha(\mathcal{L}^{\sigma(t)} \otimes CE)(\varepsilon(s,\ t) + e(s,\ t)) + \\ & \alpha(P^{\sigma(t)} \otimes CE)G(s,\ t_k)]\mathrm{d}s\end{aligned} \tag{15}$$

由式 (12) 可知, 存在实矩阵 $W^{\sigma(t)} \in \mathbf{R}^{nN\times nN}$, 满足 $\Gamma^{\sigma(t)} \otimes Q^{-1}D + \Gamma^{\sigma(t)} \otimes DQ^{-1} = (W^{\sigma(t)})^{\mathrm{T}}W^{\sigma(t)}$. 对于式 (15) 中的扩散项, 结合边界条件和引理 2, 有

$$\begin{aligned}& 2\int_{\boldsymbol{S}} e^{\mathrm{T}}(s,\ t)(\Gamma^{\sigma(t)} \otimes Q^{-1})(I_N \otimes D)\partial_{ss}e(s,\ t)\mathrm{d}s = \\ & 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{l=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\int_{\boldsymbol{S}} e_{il}^{\mathrm{T}}(s,\ t)\tau_i^{\sigma(t)}q_{lj}d_j\partial_{ss}e_{ij}(s,\ t)\mathrm{d}s = \\ & -2\sum_{\vartheta=1}^{m}\sum_{i=1}^{N}\sum_{l=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\hat{\tau}_i\hat{q}_{lj}\int_{\boldsymbol{S}}\frac{\partial e_{il}(s,\ t)}{\partial s_\vartheta}\frac{\partial e_{ij}(s,\ t)}{\partial s_\vartheta}\mathrm{d}s = \\ & -\sum_{\vartheta=1}^{m}\int_{\boldsymbol{S}}(\frac{\partial e(s,\ t)}{\partial s_\vartheta})^{\mathrm{T}}[(\Gamma^{\sigma(t)} \otimes Q^{-1})(I_N \otimes D) + \\ & (I_N \otimes D)(\Gamma^{\sigma(t)} \otimes Q^{-1})]\frac{\partial e(s,\ t)}{\partial s_\vartheta}\mathrm{d}s = \\ & -\sum_{\vartheta=1}^{m}\int_{\boldsymbol{S}}\left(\frac{\partial(W^{\sigma(t)}e(s,\ t))}{\partial s_\vartheta}\right)^{\mathrm{T}}\frac{\partial(W^{\sigma(t)}e(s,\ t))}{\partial s_\vartheta}\mathrm{d}s \le \\ & -\sum_{\vartheta=1}^{m}\frac{1}{\varphi_\vartheta^2}\int_{\boldsymbol{S}}(W^{\sigma(t)}e(s,\ t))^{\mathrm{T}}(W^{\sigma(t)}e(s,\ t))\mathrm{d}s = \\ & -\chi\int_{\boldsymbol{S}} e^{\mathrm{T}}(s,\ t)\Gamma^{\sigma(t)} \otimes (Q^{-1}D + DQ^{-1})e(s,\ t)\mathrm{d}s\end{aligned} \tag{16}$$

其中 $Q^{-1}=[q_{lj}]_{n\times n}$, $\hat{q}_{lj}=q_{lj}d_j$, $\hat{\tau}_i=\tau_i^{\sigma(t)}$.

令 $E=C^{\mathrm{T}}Q^{-1}$, 则知 $Q^{-1}CC^{\mathrm{T}}Q^{-1}>0$. 根据引理 1 可得

$$\begin{aligned}&-2\alpha\int_{\boldsymbol{S}}e^{\mathrm{T}}(s,\,t)(\Gamma^{\sigma(t)}\otimes Q^{-1})(\mathcal{L}^{\sigma(t)}\otimes CE)e(s,\,t)\mathrm{d}s=\\&-\alpha\int_{\boldsymbol{S}}e^{\mathrm{T}}(s,\,t)[\Gamma^{\sigma(t)}\mathcal{L}^{\sigma(t)}+\\&(\mathcal{L}^{\sigma(t)})^{\mathrm{T}}\Gamma^{\sigma(t)}]Q^{-1}CC^{\mathrm{T}}Q^{-1}e(s,\,t)\mathrm{d}s\le\\&-\alpha\lambda_1\int_{\boldsymbol{S}}e^{\mathrm{T}}(s,\,t)[\Gamma^{\sigma(t)}\otimes(Q^{-1}CC^{\mathrm{T}}Q^{-1})]e(s,\,t)\mathrm{d}s\end{aligned}\tag{17}$$

此外, 根据假设 2 可得

$$\begin{aligned}&2\int_{\boldsymbol{S}}e^{\mathrm{T}}(s,\,t)(\Gamma^{\sigma(t)}\otimes Q^{-1})(I_N\otimes B)F(e(s,\,t))\mathrm{d}s=\\&\quad 2\int_{\boldsymbol{S}}\sum_{i=1}^{N}\tau_i^{\sigma(t)}e_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)Q^{-1}Bf(e_i(s,\,t))\mathrm{d}s\ \le\\&\quad\int_{\boldsymbol{S}}\sum_{i=1}^{N}\tau_i^{\sigma(t)}[e_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)Q^{-1}BB^{\mathrm{T}}Q^{-1}e_i(s,\,t)+\\&\quad e_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)\mathcal{H}^{\mathrm{T}}\mathcal{H}e_i(s,\,t)]\mathrm{d}s\le\\&\quad\int_{\boldsymbol{S}}e^{\mathrm{T}}(s,\,t)[\Gamma^{\sigma(t)}\otimes(Q^{-1}BB^{\mathrm{T}}Q^{-1}+\\&\quad\mathcal{H}^{\mathrm{T}}\mathcal{H})]e(s,\,t)\mathrm{d}s\end{aligned}\tag{18}$$

注意到当 $\mu>0$ 时, 有 $2y^{\mathrm{T}}x\le\mu y^{\mathrm{T}}y+(1/\mu)x^{\mathrm{T}}x$, 可得

$$\begin{aligned}&-2\alpha\int_{\boldsymbol{S}}e^{\mathrm{T}}(s,\,t)(\Gamma^{\sigma(t)}\otimes Q^{-1})(\mathcal{L}^{\sigma(t)}\otimes CE)\varepsilon(s,\,t)\mathrm{d}s=\\&-2\sum_{i=1}^{N}\alpha\tau_i^{\sigma(t)}\int_{\boldsymbol{S}}e_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)\sum_{j\in\mathcal{N}_i}l_{ij}^{\sigma(t)}Q^{-1}C\times\\&C^{\mathrm{T}}Q^{-1}\varepsilon_j(s,\,t)\mathrm{d}s=\\&-2\sum_{i=1}^{N}\alpha\tau_i^{\sigma(t)}\int_{\boldsymbol{S}}e_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)Q^{-1}CC^{\mathrm{T}}Q^{-1}\Big(\sum_{j\in\mathcal{N}_i}h_{ij}^{\sigma(t)}\times\\&(\varepsilon_i(s,\,t)-\varepsilon_j(s,\,t))+\alpha p_i^{\sigma(t)}\varepsilon_i(s,\,t)\Big)\mathrm{d}s\le\\&\alpha\lambda_2\sum_{i=1}^{N}\int_{\boldsymbol{S}}\tau_i^{\sigma(t)}[\mu_1z_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)z_i(s,\,t)+\\&\frac{1}{\mu_1}e_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)e_i(s,\,t)]\mathrm{d}s\end{aligned}\tag{19}$$

其中 $\lambda_2=\lambda_{\max}(Q^{-1}CC^{\mathrm{T}}Q^{-1})$. 同时, 基于假设 3 可得

$$\begin{aligned}&2\alpha\int_{\boldsymbol{S}}e^{\mathrm{T}}(s,\,t)(\Gamma^{\sigma(t)}\otimes Q^{-1})(P^{\sigma(t)}\otimes CE)G(s,\,t_k)\mathrm{d}s=\\&2\sum_{i=1}^{N}\alpha\tau_i^{\sigma(t)}p_i^{\sigma(t)}\int_{\boldsymbol{S}}e_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)Q^{-1}CEg_i(s,\,t_k)\mathrm{d}s=\\&\sum_{i=1}^{N}\alpha\tau_i^{\sigma(t)}p_i^{\sigma(t)}\int_{\boldsymbol{S}}[\mu_2e_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)Q^{-1}CC^{\mathrm{T}}Q^{-1}e_i(s,\,t)+\\&\frac{1}{\mu_1}g_i^{\mathrm{T}}(s,\,t_k)Q^{-1}CC^{\mathrm{T}}Q^{-1}g_i(s,\,t_k)]\mathrm{d}s\le\\&\alpha\sum_{i=1}^{N}\int_{\boldsymbol{S}}\tau_i^{\sigma(t)}[\mu_2p_i^{\sigma(t)}e_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)Q^{-1}CC^{\mathrm{T}}Q^{-1}e_i(s,\,t)+\\&\frac{1}{\mu_2}\lambda_2G_i]\mathrm{d}s\end{aligned}\tag{20}$$

其中 $\mu_1>0$, $\mu_2>0$.

结合式 (14) ~ (20) 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)\le&\sum_{i=1}^{N}\int_{\boldsymbol{S}}\tau_i^{\sigma(t)}\Big\{e_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)[-\chi(Q^{-1}D+DQ^{-1})+\\&Q^{-1}BB^{\mathrm{T}}Q^{-1}+\mathcal{H}^{\mathrm{T}}\mathcal{H}-\alpha\lambda_1Q^{-1}CC^{\mathrm{T}}Q^{-1}-\\&2Q^{-1}A+\alpha\mu_2p_i^{\sigma(t)}Q^{-1}CC^{\mathrm{T}}Q^{-1}]e_i(s,\,t)+\\&\alpha\lambda_2\mu_1z_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)z_i(s,\,t)+\frac{\alpha\lambda_2}{\mu_1}e_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)e_i(s,\,t)+\\&\frac{\alpha\lambda_2}{\mu_2}G_i\Big\}\mathrm{d}s\end{aligned}\tag{21}$$

接着, 设定事件触发控制条件 (11) 中的事件触发权重为 $\theta_z=\alpha\lambda_2\mu_1$, $\theta_e=\beta_2\lambda_{\min}(Q^{-1})-\alpha\lambda_2/\mu_1$. 其中 $\beta_2>0$. 因此, 在条件 (13) 和事件触发控制条件 (11) 下, 结合 Schur 补引理, 有

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)\le&-\beta_0\int_{\boldsymbol{S}}e^{\mathrm{T}}(s,\,t)(\Gamma^{\sigma(t)}\otimes Q^{-1})e(s,\,t)\mathrm{d}s+\\&\sum_{i=1}^{N}\int_{\boldsymbol{S}}\tau_i^{\sigma(t)}(\alpha\lambda_2\mu_1z_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)z_i(s,\,t)+\\&\alpha\lambda_2\frac{1}{\mu_1}e_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)e_i(s,\,t)+\frac{\alpha\lambda_2}{\mu_2}G_i)\mathrm{d}s\le\\&-\beta_1V(t)+\sum_{i=1}^{N}\int_{\boldsymbol{S}}\tau_i^{\sigma(t)}(\theta_zz_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)z_i(s,\,t)-\\&\theta_ee_i^{\mathrm{T}}(s,\,t)e_i(s,\,t)+\frac{\alpha\lambda_2}{\mu_2}G_i)\mathrm{d}s\le\\&-\beta_1V(t)+\sum_{i=1}^{N}\int_{\boldsymbol{S}}\tau_i^{\sigma(t)}\left(v\mathrm{e}^{-vt}+\frac{\alpha\lambda_2}{\mu_2}G_i\right)\mathrm{d}s\le\\&-\beta_1V(t)+\eta\end{aligned}\tag{22}$$

其中, $\beta_0=\beta_1+\beta_2$, $\beta_1>0$, $\eta=\sum_{i=1}^{N}\int_{\boldsymbol{S}}\tau_i^{\sigma(t)}(v\mathrm{e}^{-vt}$

$+\alpha\lambda_2 G_i/\mu_2)\mathrm{d}s$. 根据引理 3, 有

$$\lambda_{\min}(\Gamma^{\sigma(t)}\otimes Q^{-1})||e(s,\ t)||\leq V\leq\frac{\eta}{\beta_1}\tag{23}$$

那么可知多反应扩散神经网络系统 (1) 能够跟踪同步到领导者神经网络 (4) 的状态. □

注 2. 本文假设欺骗攻击信号满足有界性条件. 这类攻击信号难以直接处理与精确补偿, 导致同步误差最终收敛到一个有界集合, 使系统达到拟同步状态[25−26]. 但是, 由 η 的定义可知, 可以通过优化参数 μ_2 调整拟同步误差上界. 此外, 若欺骗攻击信号的估计上界 G_i 较大, 可以采用文献 [26] 中的分析思路, 假设系统遭受多个不同类型的欺骗攻击, 进而实现更精确的控制.

定理 2. 若在欺骗攻击和切换拓扑下多反应扩散神经网络系统 (1) 能通过分布式事件触发控制器 (7) 和事件触发控制条件 (11) 跟踪同步到领导者神经网络 (4), 则任意两个相邻事件的触发间隔存在如下下界

$$T_k=t_{k+1}-t_k\geq\frac{1}{\varpi}\ln\left[1+\frac{v\varpi\mathrm{e}^{-vt}}{2\theta_z l_{ii}\delta}\right]$$

其中, $\varpi=\|A\|+\hat{\rho}\|B\|$, $\delta=\|D\|\|\partial_{ss}e_i(s,\ t)\|+(\|A\|+\hat{\rho}\|B\|)\|e_i(s,\ t_k)\|+\alpha\|CC^{\mathrm{T}}Q^{-1}\|G_i+\alpha\|CC^{\mathrm{T}}Q^{-1}\|\times\sum_{j\in\mathcal{N}_i}|l_{ij}|^{\sigma(t)}\|e_j(s,\ t_k)\|$, $\hat{\rho}=\max_{i=1,\cdots,n}\{\rho_i\}$.

证明. 对 $[t_k,\ t_{k+1})$, 计算 $\varepsilon_i(s,\ t)$ 的导数可得

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|\varepsilon_i(s,\ t)\|\leq\|\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\varepsilon_i(s,\ t)\|=\|\dot{e}_i(s,\ t)\|=\\&\|D\partial_{ss}e_i(s,\ t)-Ae_i(s,\ t)+B\hat{f}(e_i(s,\ t))-\\&\alpha CE\sum_{j\in\mathcal{N}_i}l_{ij}^{\sigma(t)}e_j(s,\ t_k)+\alpha p_i^{\sigma(t)}CEg_i(s,\ t_k)\|\leq\\&\|D\|\ \|\partial_{ss}e_i(s,\ t)\|+(\|A\|+\hat{\rho}\|B\|)\|e_i(s,\ t)\|+\\&\alpha\|CC^{\mathrm{T}}Q^{-1}\|\sum_{j\in\mathcal{N}_i}|l_{ij}|^{\sigma(t)}\|e_j(s,\ t_k)\|+\\&\alpha\|CC^{\mathrm{T}}Q^{-1}\|G_i\leq\\&\varpi\ \|\varepsilon_i(s,\ t)\|+\delta\end{aligned}\tag{24}$$

其中 ϖ、δ 的定义已经在定理 2 中给出.

对于触发时刻 t_k, 显然有 $||\varepsilon(s,\ t_k)||=0$, 则由式 (24) 可得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|z_i(s,\ t)\|\leq\varpi\|z_i(s,\ t)\|+2l_{ii}\delta\tag{25}$$

以及

$$\|z_i(s,\ t)\|\leq\frac{2l_{ii}\delta}{\varpi}[\mathrm{e}^{\varpi(t-t_k)}-1]\tag{26}$$

由事件触发控制条件 (11) 可得

$$\|z_i(s,\ t)\|\geq\frac{\theta_e}{\theta_z}\|e(s,\ t)\|+\frac{v}{\theta_z}\mathrm{e}^{-vt}\tag{27}$$

则可得

$$T_k=t_{k+1}-t_k\geq\frac{1}{\varpi}\ln\left[1+\frac{v\varpi\mathrm{e}^{-vt}}{2\theta_z l_{ii}\delta}\right]>0$$

因此, 系统中的芝诺现象可以避免. □

此外, 若多反应扩散神经网络系统 (1) 处于一个没有任何攻击的安全环境, 则事件触发控制器设计为

$$\begin{aligned}u_i(s,\ t)=\alpha CE\sum_{j\in\mathcal{N}_i}h_{ij}^{\sigma(t)}(y_j(s,\ t_k)-y_i(s,\ t_k))-\\\alpha p_i^{\sigma(t)}CE(y_i(s,\ t_k)-y_0(s,\ t_k))\end{aligned}\tag{28}$$

其中, 参数定义与式 (7) 相同.

推论 1. 假定假设 1 和假设 2 均成立, 如果存在一个对称矩阵 $Q\in\mathbf{R}^{n\times n}>0$ 和一个常数 $\beta_0>0$ 使得如下线性矩阵不等式成立

$$\Gamma^{\sigma(t)}\otimes QD+\Gamma^{\sigma(t)}\otimes DQ\geq 0\tag{29}$$

$$\begin{bmatrix}-2AQ+BB^{\mathrm{T}}-\hat{\Omega}+\beta_0 Q & \mathcal{H}Q\\ Q\mathcal{H} & -I_n\end{bmatrix}\leq 0\tag{30}$$

则在切换拓扑下多反应扩散神经网络系统 (1) 能通过事件触发控制器 (28) 和事件触发控制条件 (11) 跟踪同步到领导者神经网络 (4). 其中 $\chi=\sum_{\vartheta=1}^{m}(1/\varphi_\vartheta^2)$, $\hat{\Omega}=\chi(QD+DQ)+\alpha\lambda_1 CC^{\mathrm{T}}$. 同时, 任意两个连续事件的触发间隔存在如下下界

$$T_k=t_{k+1}-t_k\geq\frac{1}{\varpi}\ln\left[1+\frac{v\varpi\mathrm{e}^{-vt}}{2\theta_z l_{ii}\hat{\delta}}\right]$$

其中, $\hat{\delta}=\alpha\|CC^{\mathrm{T}}Q^{-1}\|\sum_{j\in\mathcal{N}_i}|l_{ij}|^{\sigma(t)}\|e_j(s,\ t_k)\|+\|D\|\|\partial_{ss}e_i(s,\ t)\|+(\|A\|+\hat{\rho}\|B\|)\|e_i(s,\ t_k)\|$, 其他参数与定理 2 中相同.

注 3. 相比于文献 [24, 27], 本文在 MRDNNs 中考虑了切换通信拓扑结构并设计了新的事件触发控制协议; 相比于文献 [25−26], 本文由单 RDNN 系统拓展为多 RDNNs 系统并考虑时变拓扑结构.

3　数值仿真

本节给出一个数值仿真实例来验证所设计的事件触发控制协议的有效性.

考虑多反应扩散神经网络系统 (1) 由四个子反应扩散神经网络构成, 每个子反应扩散神经网络包含四个神经元. 多反应扩散神经网络系统参数给定为: $D=\mathrm{diag}\{0.15,\ 0.14,\ 0.16,\ 0.13\}$, $A=\mathrm{diag}\{1.9,\ 1.5,\ 1.7,\ 1.6\}$, $s\in\boldsymbol{S}=[-1.5,\ 1.5]$, $\mathcal{J}=(0,\ 0,\ 0,\ 0)^{\mathrm{T}}$, 激励函数 $f(\cdot)=\tanh(\cdot)$,

$$B=\begin{bmatrix} 0.58 & -0.62 & 0.60 & 2.10 \\ 0.12 & 0.68 & 0.81 & 2.30 \\ 0.19 & 0.41 & 0.62 & 2.20 \\ 0.59 & -0.20 & 0.38 & 2.50 \end{bmatrix}$$

$\rho_j=1\ (j=1,\cdots,n)$.

本节假设多反应扩散神经网络系统存在三个不同的随时间切换的通信拓扑结构, 如图 1 所示. 其中, 领导者用节点 0 表示, 跟随神经网络系统用其余的四个节点表示, 通信拓扑结构将按照 (a)-(b)-(c)-(a)-(b)-(c)-(a)-$\cdots$ 的顺序以0.05 s 的间隔进行切换, 其中仿真选取的固定迭代步长是 0.001 s. 由图 1 知, $p_i^{\sigma(t)}=p_1=1$. 因此, 可以通过计算得到 $\Gamma^1=\mathrm{diag}\{4,\ 1,\ 1,\ 2\}$, $\Gamma^2=\mathrm{diag}\{4,\ 1,\ 2,\ 3\}$, $\Gamma^3=\mathrm{diag}\{4,\ 3,\ 2,\ 1\}$, $\lambda_1=0.6979$. 给定耦合强度 $\alpha=1.2$, 控制输入矩阵 C 为

$$C^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix} 2.10 & -13.20 & -12.15 & 0.18 \\ 13.10 & 11.90 & 12.10 & 14.90 \end{bmatrix}$$

选取 $\beta_0=2.8$, 求解线性矩阵不等式 (12) 和 (13) 可得

$$Q=\begin{bmatrix} 5.4972 & 1.2168 & 1.4972 & 4.8230 \\ 1.2168 & 7.0236 & 6.1728 & 2.1459 \\ 1.4972 & 6.1728 & 6.5948 & 2.3920 \\ 4.8230 & 2.1459 & 2.3920 & 5.8282 \end{bmatrix}$$

计算可得 $\lambda_{\min}(Q^{-1})=0.0640$, $\lambda_2=3.5234$. 领导者神经网络的初始值随机给定为 $y_0(s,\ 0)=(1.70\cos(\pi s),\ 2.16\cos(\pi s),\ 2.62\cos(\pi s),\ 2.88\cos(\pi s))^{\mathrm{T}}$. 图 2 描述的是领导者神经网络的状态变化, 可以看出领导者神经网络 (4) 在没有任何控制输入下是不稳定的.

跟随 MRDNNs 系统 (1) 的初始值随机选取为 $y_i(s,\ 0)=((0.02i^2+1.20)\cos(\pi s)\ ,\ (0.03i^2+1.41)\times\cos(\pi s),\ \ (0.04i^2+1.62)\cos(\pi s),\ \ (0.05i^2+1.63)\times\cos\ (\pi s))^{\mathrm{T}}$, 欺骗攻击信号满足 $||g_1(s,\ t_k)||\le 0.1$. 在

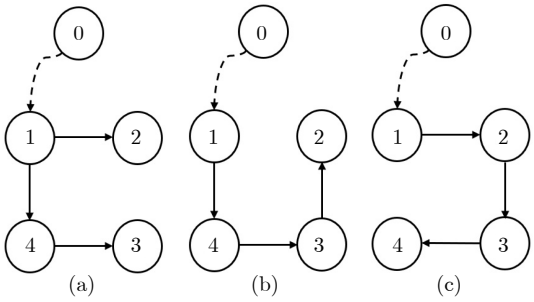


图 1 MRDNNs 的通信拓扑

Fig. 1 The communication topologies of MRDNNs

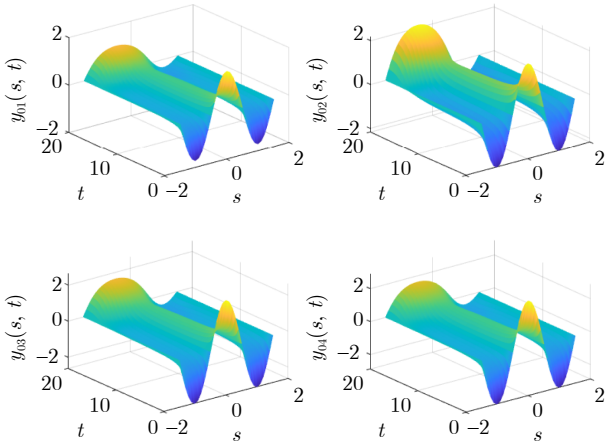


图 2 领导者神经网络的状态轨迹

Fig. 2 State trajectories of the leader neural network

分布式事件触发控制器 (7) 和事件触发控制条件 (11) 作用下, 图 3 描述的是 MRDNNs 系统的跟踪同步误差 $\|e_i(\cdot,\ t)\|$ 的演化轨迹, 图 4 描述的是系统采样同步误差 $\|e_i(\cdot,\ t_k)\|$ 的演化轨迹, $i=1,\ 2,\ 3,\ 4$. 从图 3 中可以看出同步误差能收敛到较小的有界集合, 从而验证了所设计的事件触发控制协议对欺骗攻击和切换拓扑下 MRDNNs 系统的跟踪同步控制的有效性. 图 5 显示了所设计的事件触发控制机制在节约通信资源上的优势.

4 结束语

本文通过设计新的事件触发控制协议, 解决了 MRDNNs 系统在欺骗攻击、切换通信拓扑和通信资源受限下的跟踪同步控制难题. 首先, 针对欺骗攻击和切换拓扑下多具空间动态特性的神经网络, 本文设计了新的事件触发控制协议; 然后, 通过设

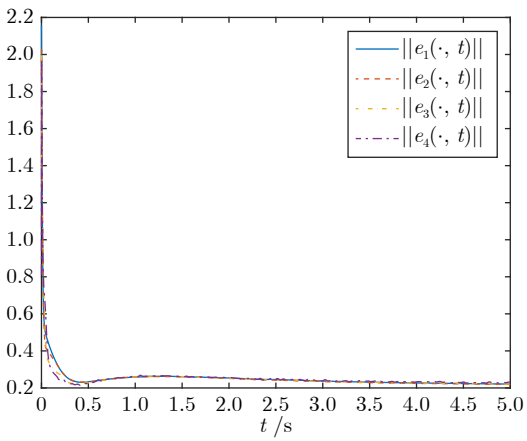


图 3 跟踪同步误差 $\|e_i(\cdot,\ t)\|$ 的演化过程 $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4)$

Fig. 3 Evolution process of the tracking synchronization error $\|e_i(\cdot,\ t)\|$ $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4)$

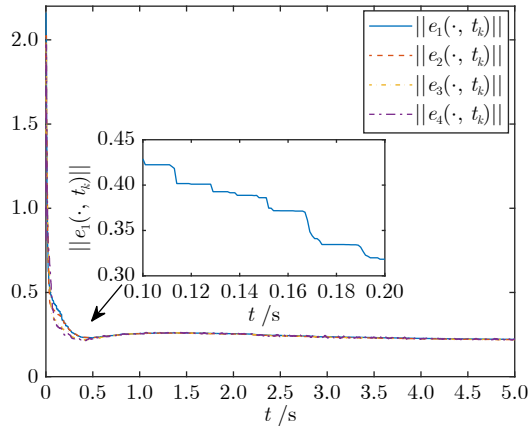


图 4　采样同步误差 $\|e_i(\cdot,\ t_k)\|$ 的演化过程 $(i = 1,\ 2,\ 3,\ 4)$

Fig. 4　Evolution process of the sampled synchronization error $\|e_i(\cdot,\ t_k)\|$ $(i = 1,\ 2,\ 3,\ 4)$

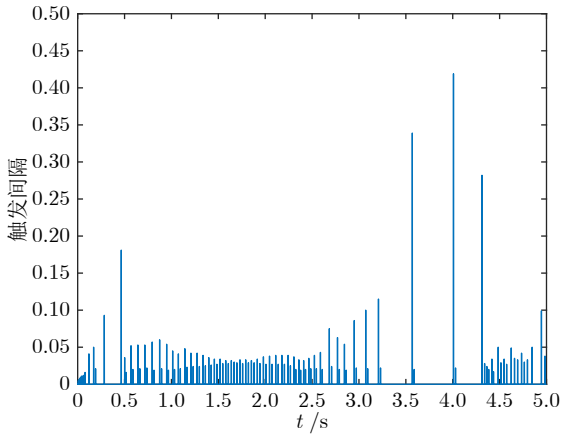


图 5　触发时间和触发间隔

Fig. 5　Triggering time and triggering interval

计新的 Lyapunov 函数, 得到了确保 MRDNNs 系统能够跟踪同步到领导者神经网络的充分条件; 同时, 本文证明了任意相邻的两个触发事件间隔存在正的下界, 从而排除了芝诺现象, 并给出系统在无攻击时的事件触发跟踪同步控制条件. 此外, 所设计的事件触发控制协议不仅能有效抵抗外部欺骗攻击, 其控制器参数还可依据本文所得结论进行整定与调控, 从而进一步增强系统的安全性. 最后, 数值仿真验证了理论结果的有效性. 未来将进一步设计自适应事件触发控制机制来探讨多反应扩散神经网络系统在多类型攻击下的安全跟踪同步控制问题.

参考文献

1　Sun Chang-Yin, Yuan Xin, Wang Yuan-Da, Liu Wen-Zhang. Embodied intelligence autonomous unmanned systems technology. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(4): 762−777
(孙长银, 袁心, 王远大, 柳文章. 具身智能自主无人系统技术. 自动化学报, 2025, **51**(4): 762−777)

2　Wen G H, Zheng W X, Wan Y. Distributed robust optimization for networked agent systems with unknown nonlinearities. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, **68**(9): 5230−5244

3　Driess D, Xia F, Sajjadi M S M, Lynch C, Chowdhery A, Ichter B, et al. PaLM-E: An embodied multimodal language model. In: Proceedings of the 40th International Conference on Machine Learning. Honolulu, USA: ICML, 2023. 8469−8488

4　Wang Wen-Sheng, Tan Ning, Huang Kai, Zhang Yu-Nong, Zheng Wei-Shi, Sun Fu-Chun. Embodied intelligence systems based on large models: A survey. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(1): 1−19
(王文晟, 谭宁, 黄凯, 张雨浓, 郑伟诗, 孙富春. 基于大模型的具身智能系统综述. 自动化学报, 2025, **51**(1): 1−19)

5　Wen G H, Fu J J, Wang B W, Wang X D, Shen H. Robust formation tracking of ASVs with nonconservative collision avoidance: A control barrier function-based approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2026, **73**(6): 9174−9186

6　Tian G Y, Yang Y, Wen S P. Time-series stock price forecasting based on neural networks: A comprehensive survey. *Artificial Intelligence Science and Engineering*, 2025, **1**(4): 255−277

7　Xiao Min, Lu Yun-Xiang, Yu Wen-Wu, Zheng Wei-Xin. Overview of bifurcation dynamics in neural networks. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(1): 72−89
(肖敏, 陆云翔, 虞文武, 郑卫新. 神经网络分岔动力学综述. 自动化学报, 2025, **51**(1): 72−89)

8　Zhang J, Zhu S, Wu K N, Shen M Q, Wen S P. Finite-time stabilization of semi-Markov reaction-diffusion memristive NNs with unbounded time-varying delay. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2025, **72**(4): 1832−1842

9　Zhao S S, Zhao L H, Wen S. Secure synchronization control of Markovian jump neural networks under DoS attacks with memory-based adaptive event-triggered mechanism. *Artificial Intelligence Science and Engineering*, 2025, **1**(1): 64−78

10　Wang L M, Zhang C K. Exponential synchronization of memristor-based competitive neural networks with reaction-diffusions and infinite distributed delays. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2024, **35**(1): 745−758

11　Wen G H, Yu W W, Hu G Q, Cao J D, Yu X H. Pinning synchronization of directed networks with switching topologies: A multiple Lyapunov functions approach. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, **26**(12): 3239−3250

12　Wang P J, Yu W W, Huang T W, Lv Y Z. Consensus disturbance rejection of MIMO linear multiagent systems with directed switching topologies: A reduced order observer approach. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, **69**(12): 4984−4988

13　Sun Ya-Ping, Yang Xin-Song, Su Hou-Sheng. Consensus tracking control of heterogeneous nonlinear multi-agent systems with random switching and uncertain targets. *Scientia Sinica Informationis*, 2024, **54**(11): 2674−2688
(孙亚平, 杨鑫松, 苏厚胜. 随机切换和不确定目标下异质非线性多智能体系统的一致性跟踪控制. 中国科学: 信息科学, 2024, **54**(11): 2674−2688)

14　Li B Q, Zhao L H, Wen S P. Periodic event-triggered consensus of stochastic multi-agent systems under switching topology. *Artificial Intelligence Science and Engineering*, 2025, **1**(2): 147−156

15　Cao Y T, Zhao L H, Zhong Q S, Shi K B, Xiao J Y, Wen S P. Synchronization of coupled neural networks with multiple switching topologies via adaptive control techniques. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2024, **34**(13): 8661−8675

16　Wang S, Cao Y T, Guo Z Y, Yan Z, Wen S P, Huang T W. Periodic event-triggered synchronization of multiple memristive neural networks with switching topologies and parameter mismatch. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, **51**(1): 427−437

17　Chen J, Chen B, Zeng Z. Synchronization in multiple neural networks with delay and disconnected switching topology via event-triggered impulsive control strategy. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2021, **68**(3): 2491−2500

18　Cao Y Y, Liu N, Zhang C F, Zhang T, Luo Z F. Synchronization of multiple reaction-diffusion memristive neural networks with known or unknown parameters and switching topologies. *Knowledge-Based Systems*, 2022, **254**: Article No. 109595

19　Miao B J, Li X C, Lou J G, Lu J Q. Pinning bipartite synchronization for coupled reaction-diffusion neural networks with antagonistic interactions and switching topologies. *Neural Networks*, 2021, **141**: 174−183

20　Sun Y P, Yang X S, Su H S. Fully distributed observer-based

scaled consensus of multi-agent systems with actuator saturation and edge-based event-triggered communication. *Neurocomputing*, 2024, **600**: Article No. 128134

21 Wu T, Cao J D, Xiong L L, Park J H, Tan C G. Adaptive event-triggered mechanism to synchronization of reaction-diffusion CVNNs and its application in image secure communication. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, **53**(9): 5307−5320

22 Qiu Q, Su H. Sampling-based event-triggered exponential synchronization for reaction-diffusion neural network. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2023, **34**(3): 1209−1217

23 Ge F, Chen Y Q. Observer-based boundary stabilization of coupled semilinear reaction-diffusion neural networks with spatially varying coefficients via event-triggered controller. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2024, **35**(6): 8348−8357

24 Cao Y Y, Cao Y T. Synchronization of multiple neural networks with reaction-diffusion terms under cyber-physical attacks. *Knowledge-Based Systems*, 2022, **239**: Article No. 107939

25 Zhang R M, Wang H X, Park J H, Lam H K, He P S. Quasisynchronization of reaction-diffusion neural networks under deception attacks. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, **52**(12): 7833−7844

26 Cao Y, Cao Y. Event-triggered synchronization for delayed reaction-diffusion neural networks under hybrid deception attacks. *Knowledge-Based Systems*, 2024, **301**: Article No. 112304

27 Wang Z P, Li Q Q, Wu H N, Luo B, Huang T W. Pinning spatiotemporal sampled-data synchronization of coupled reaction-diffusion neural networks under deception attacks. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2023, **34**(10): 7967−7977

28 Zhang H, Zeng Z G. Synchronization of nonidentical neural networks with unknown parameters and diffusion effects via robust adaptive control techniques. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, **51**(2): 660−672



操延燚 成都大学电子信息与电气工程学院副研究员. 2024 年获得中山大学计算机科学与技术专业博士学位. 主要研究方向为神经网络, 多智能体系统和智能控制.
E-mail: caoyanyi@cdu.edu.cn
(**CAO Yan-Yi** Associate professor at the School of Electronic Information and Electrical Engineering, Chengdu University. He received his Ph.D. degree in computer science and technology from Sun Yat-sen University in 2024. His research interests include neural networks, multi-agent systems, and intelligent control.)



孙亚平 四川大学电子信息学院副研究员. 2021 年获得华中科技大学博士学位. 主要研究方向为多智能体系统协调控制及其在无人系统集群上的应用. E-mail: sunyaping1010@163.com
(**SUN Ya-Ping** Associate professor at the College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University. She received her Ph.D. degree from Huazhong University of Science and Technology in 2021. Her research interests include cooperative control of multi-agent systems and its application in unmanned system swarms.)



操钰婷 深圳理工大学计算机科学与人工智能学院博士后. 2022 年获得湖南大学博士学位. 主要研究方向为非线性系统动力性和机器学习. 本文通信作者.
E-mail: caoyuting09@126.com
(**CAO Yu-Ting** Postdoctor at the Faculty of Computer Science and Artificial Intelligence, Shenzhen University of Advanced Technology. She received her Ph.D. degree from Hunan University in 2022. Her research interests include dynamics of nonlinear systems and machine learning. Corresponding author of this paper.)



朱 明 成都大学电子信息与电气工程学院教授. 主要研究方向为信号处理, 模式识别和进化计算.
E-mail: zhuming@cdu.edu.cn
(**ZHU Ming** Professor at the School of Electronic Information and Electrical Engineering, Chengdu University. His research interests include signal processing, pattern recognition, and evolutionary computation.)



施开波 成都大学电子信息与电气工程学院教授. 主要研究方向为神经网络, 智能电网和多智能体系统.
E-mail: skbs111@163.com
(**SHI Kai-Bo** Professor at the School of Electronic Information and Electrical Engineering, Chengdu University. His research interests include neural networks, smart grids, and multi-agent systems.)



黄廷文 深圳理工大学计算机科学与人工智能学院讲席教授. 主要研究方向为非线性系统动力性, 智能控制和多智能体系统.
E-mail: huangtingwen@suat-sz.edu.cn
(**HUANG Ting-Wen** Chair professor at the Faculty of Computer Science and Artificial Intelligence, Shenzhen University of Advanced Technology. His research interests include dynamics of nonlinear systems, intelligent control, and multi-agent systems.)