自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

面向低空反制的集群无人机动态事件触发分布式平均跟踪

先程鑫 任雅桃 刘恩博 赵宇

Dynamic Event-Triggered Distributed Average Tracking for Cluster Unmanned Aerial Vehicles in Low-Altitude Countermeasures

XIAN Cheng-Xin, REN Ya-Tao, LIU En-Bo, ZHAO Yu

在线阅读 View online: https://doi.org/10.16383/j.aas.c260081

您可能感兴趣的其他文章

基于积分强化学习的学习感知型动态事件触发最优控制

Scalable Dynamic Event-triggered Optimal Control for Nonlinear Systems via Integral Reinforcement Learning

自动化学报. 2026, 52(6): 1221-1233 https://doi.org/10.16383/j.aas.c250620

基于事件触发的分布式优化算法

Event-triggered Distributed Optimization Algorithms

自动化学报. 2022, 48(1): 133-143 https://doi.org/10.16383/j.aas.c200838

性能约束下的四旋翼无人机协同吊挂系统分布式避碰跟踪控制

Distributed Collision Avoidance Tracking Control for Quadrotor Cooperative Suspension System Under Performance Constraints

自动化学报. 2024, 50(12): 2392-2406 https://doi.org/10.16383/j.aas.c240349

基于边缘动态事件触发的在线分布式复合Bandit优化算法

Edge Dynamic Event-triggered-based Online Distributed Composite Bandit Optimization Algorithm

自动化学报. 2025, 51(8): 1811-1828 https://doi.org/10.16383/j.aas.c250070

非线性多智能体系统事件触发神经网络自适应分布式优化控制

Event-triggered Neural Network Adaptive Distributed Optimal Control for Nonlinear Multi-agent Systems

自动化学报. 2026, 52(7): 1334-1346 https://doi.org/10.16383/j.aas.c250659

未知大规模互联系统在线分散式动态事件触发控制

Online Decentralized Dynamic Event-triggered Control of Unknown Large-scale Interconnected Systems

自动化学报. 2025, 51(9): 2011-2026 https://doi.org/10.16383/j.aas.c240262

面向低空反制的集群无人机动态事件触发分布式平均跟踪

先程鑫[1] 任雅桃[2] 刘恩博[2] 赵 宇[2]

摘 要 无人机技术的普及与滥用带来严峻空防挑战, 民用无人机"黑飞"威胁公共安全与基础设施, 军用无人机蜂群作战突破传统防空体系, 单一防御手段已难以应对. 因此, 提升对非合作无人机的协同跟踪与处置能力迫在眉睫. 作为无人机反制核心解决方案之一, 飞网协同围捕技术要求多无人机协同估计目标轨迹中心并自主编队完成捕获, 而分布式平均跟踪是实现该目标的关键理论. 针对此问题, 提出一种无需相对速度测量和变量初始化的集群无人机系统动态事件触发分布式平均跟踪算法; 理论分析证实, 该算法可实现分布式平均跟踪目标且闭环系统不存在芝诺现象; 最后以集群无人机跟踪非合作无人机集群为例, 验证了算法的有效性与实用性.

关键词 无人机反制技术; 分布式平均跟踪; 动态事件触发机制; 分布式控制; 多智能体系统

引用格式 先程鑫, 任雅桃, 刘恩博, 赵宇. 面向低空反制的集群无人机动态事件触发分布式平均跟踪. 自动化学报, 2026, **52**(10): 2286−2298

DOI 10.16383/j.aas.c260081 **CSTR** 32138.14.j.aas.c260081

Dynamic Event-Triggered Distributed Average Tracking for Cluster Unmanned Aerial Vehicles in Low-Altitude Countermeasures

XIAN Cheng-Xin[1] REN Ya-Tao[2] LIU En-Bo[2] ZHAO Yu[2]

Abstract The popularization and abuse of unmanned aerial vehicle (UAV) technology have brought severe challenges to air defense. Civil UAVs with unauthorized flights threaten public security and infrastructure, while swarm combat of military UAVs has broken through the traditional air defense system, making a single defense method insufficient to deal with such threats. Therefore, it is extremely urgent to enhance the collaborative tracking and handling capabilities for non-cooperative UAVs. As one of the core solutions for UAV countermeasure, the cooperative encirclement technology based on flying net requires multiple UAVs to collaboratively estimate the trajectory center of the target and form teams autonomously to achieve capture, and distributed average tracking (DAT) is the key theory to realize this goal. Aiming at this problem, this paper proposes a dynamic event-triggered DAT algorithm for cluster UAV systems without relative velocity measurement and variable initialization. Theoretical analysis verifies that the proposed algorithm can achieve the goal of DAT and there is no Zeno behavior in the closed-loop system. Finally, the effectiveness and practicability of the algorithm are verified by an example of cluster UAVs tracking non-cooperative UAV clusters.

Keywords unmanned aerial vehicle countermeasures technology; distributed average tracking; dynamic event-triggered mechanism; distributed control; multi-agent systems

Citation Xian Cheng-Xin, Ren Ya-Tao, Liu En-Bo, Zhao Yu. Dynamic event-triggered distributed average tracking for cluster unmanned aerial vehicles in low-altitude countermeasures. *Acta Automatica Sinica*, 2026, **52**(10): 2286−2298

收稿日期 2026-01-30 录用日期 2026-04-12
Manuscript received January 30, 2026; accepted April 12, 2026
国家自然科学基金 (62422315, 62573348), 陕西省自然科学基础研究计划基金 (2025JC-YBMS-667), 西北工业大学"双一流"建设基金翱翔人才与团队计划项目 (26GH0201220) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (62422315, 62573348), Natural Science Basic Research Program of Shaanxi Province (2025JC-YBMS-667), and "Aoxiang Talents and Teams" Project Funded by the "ShuangYiLiu" Construction Foundation (26GH0201220)
本文责任编委 付俊杰
Recommended by Associate Editor FU Jun-Jie
1. 香港城市大学数学系 香港 999077 2. 西北工业大学自动化学院 西安 710129
1. Department of Mathematics, City University of Hong Kong, Hong Kong 999077 2. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi′an 710129

无人机技术的快速普及与滥用催生了迫切的反制需求, 成为当前国防与公共安全领域的研究重点. 无人机反制技术通过干扰阻断、直接捕捉、打击毁伤或监测控制等手段使无人机失效, 分为软杀伤与硬杀伤两类: 前者采用射频干扰、GPS 欺骗等手段干扰电子系统, 实现对无人机的"无形驱逐"; 后者通过激光武器、导弹攻击或低成本物理拦截手段 (如使用捕网或磁绳) 实施物理摧毁或迫使其失效, 达成对高危目标的"精准处置". 在此基础上, 协同防御技术通过多设备 (如多架拦截无人机)、多域力量的联动与情报共享, 整合软、硬杀伤手段的优势, 构

建起一体化的反制体系. 由于传统的信号干扰手段在应对具备自主飞行能力的无人机集群时效果有限, 因此, 研究无人机反制技术, 尤其是硬杀伤及协同防御技术, 不仅能以较低的经济成本填补现有防御体系的短板, 提升对无人机威胁的快速应对与精准处置能力, 更能筑牢国家领空与公共安全的防线, 进而推动防空技术体系的智能化、体系化升级, 为现代国防与安保领域的技术发展提供新路径.

基于上述无人机反制技术的研究背景与现实意义, 飞网捕获作为硬杀伤技术中低成本、非毁伤性的典型手段, 在集群无人机协同防御场景中展现出独特应用价值[1−4]. 该技术需依托多架携网的反制无人机密切配合, 通过同步抵近目标空域、精准释放飞网实现对入侵无人机的物理拦截, 但这一过程面临核心技术瓶颈: 单架反制无人机的感知范围有限, 难以实时获取集群目标的动态轨迹, 且集中式控制架构易受干扰、容错性差. 由此可见, 飞网捕获效能的提升高度依赖反制无人机群体对目标的协同感知与跟踪能力, 而这恰恰指向多智能体系统分布式平均跟踪问题的研究核心, 亟待通过构建高效的分布式协同算法, 突破多智能体在信息交互、状态估计与轨迹跟踪方面的技术壁垒.

多智能体系统分布式平均跟踪问题的目标是为一组仅能获取自身参考信号的智能体设计分布式算法, 使得智能体能够跟踪上所有参考信号的平均值. 分布式平均跟踪问题在传感器网络协同环境感知、协同地理测绘、无人系统的编队控制等领域有着重要的应用背景[5]. 现如今, 多智能体系统分布式平均跟踪作为实现多目标轨迹中心协同估计的关键理论, 近年来在航空航天领域受到广泛的关注. 在多架携网的拦截无人机飞网捕获非合作目标无人机集群时, 每架拦截无人机通过自身携带的传感器分别监视捕捉单架非合作目标无人机的运动轨迹, 通过拦截无人机间的联动与情报共享, 实现对非合作无人机集群运动轨迹中心的协同估计, 而后通过自主编队展开并发射飞网对非合作无人机集群进行捕获.

在研究初期, 分布式平均跟踪问题称为动态一致性或动态平均一致性[5−11]. 当前, 对于分布式平均跟踪问题的研究取得了一些有意义的结果. 文献 [12] 设计一种动态一致性算法来实现对稳态参考信号的平均跟踪. 文献 [13] 提出一种基于动态状态反馈的比例−积分分布式平均跟踪算法实现对恒定参考信号的平均跟踪. 文献 [14] 考虑对初始误差的鲁棒性, 并扩展比例−积分算法, 以实现对时变信号的零稳态误差平均跟踪. 文献 [15] 针对导数有界的时变参考信号, 提出一种非光滑算法, 解决了一阶积分器系统的分布式平均跟踪问题. 文献 [16] 提出一种指定时间“积分盈余”研究框架, 解决了非对称网络上分布式平均跟踪问题, 使得智能体对于一类具有共同特征的动态参考信号能够实现精确跟踪, 对于一般有界参考信号能够以可调节的稳态误差实现有界跟踪. 而后, 为抵御外部窃听者带来的信息泄露风险, 文献 [17] 结合指定时间“积分盈余”研究框架以及状态分解机制, 提出一类隐私保护分布式平均跟踪算法, 能有效防止本地参考信号被外部窃听者获取. 接着, 文献 [18] 提出一类“非光滑盈余”协同控制方法, 在非对称网络上针对有界参考信号, 实现精确的分布式平均跟踪. 注意到上述文献中智能体的动力学均是一阶积分器系统, 文献 [19] 研究参考信号加速度有界的二阶积分器多智能体系统的分布式平均跟踪问题. 在文献 [20−21] 中, 研究了含有非线性动力学的二阶积分器系统的分布式平均跟踪问题. 而后, 针对二阶积分器系统速度不可测的情况, 文献 [22] 提出不使用速度信息的分布式平均跟踪算法. 文献 [23−24] 中, 针对二阶积分器系统不同的性能需求, 分别提出鲁棒分布式平均跟踪算法以及有限时间分布式平均跟踪算法. 注意到上述分布式平均跟踪问题研究的智能体动力学均为积分器系统, 文献 [25−26] 将智能体的动力学拓展到一般线性系统. 此外, 考虑实际应用中存在未建模动态及外部扰动的情况, Lipschitz 非线性动力系统[27] 以及 Euler-Lagrange 动力系统[28] 的分布式平均跟踪问题也得到深入的研究. 最新的研究结果还将多智能体系统建模为异质线性系统[29], 极大地拓展了分布式平均跟踪算法的应用场景. 除上述理论结果外, 文献 [30−31] 利用动态区域编队包围的实物实验, 对分布式平均跟踪算法的实际应用价值进行了验证说明.

注意到文献 [12−15, 19−28] 中开发的分布式平均跟踪算法基于连续时间信息共享的假设. 然而, 在许多日益网络化、无线化和空间分布式的智能无人系统中, 通信网络的带宽和智能体的电源不可避免地受到限制. 事件触发通信机制因其可消除连续时间信息共享的弊端, 引起专家学者们的关注[32]. 与连续时间通信相比, 事件触发通信具有显著优势, 例如避免资源浪费、缓解网络拥塞等. 尽管文献 [29, 33−34] 中也讨论了事件触发通信的分布式平均跟踪问题, 但是算法中触发机制的设置需引入静态更新阈值, 导致算法无法灵活调整触发频次. 目前, 一种引入非负内部变量的动态事件触发机制步入研究者的视野中, 这种机制可根据系统演化进行触发阈值的动态更新, 在节省通信资源方面展现出更强

的灵活性[35]. 此外, 文献 [36−40] 也开发了多种分布式动态事件触发机制, 分别解决了多智能体系统的一致性、动态平均一致性等协同控制问题.

尽管国内外学者在多智能体系统分布式平均跟踪控制领域取得显著的研究进展, 但总体而言, 这一领域尚有诸多具有挑战性的科学问题亟待深入探索. 在无人机飞网协同围捕的任务中, 无人机可以被建模为二阶积分器系统, 由于技术限制和空间约束, 无人机的部分状态可能无法获取. 相较于位置测量, 速度测量的实施通常精度较低且成本更高. 此外, 无人机自身携带的电池容量以及通信设备带宽往往比较有限, 现存的连续时间通信方法以及通信频次无法灵活调整的静态事件触发方法难以直接应用. 因此, 面向无人机飞网协同围捕的任务需求, 亟须开展动态事件触发机制下不使用相对速度测量的二阶多智能体系统的分布式平均跟踪研究.

受上述分析启发, 本文在无需任何相对速度测量和任何变量初始化的情况下, 提出一类基于动态事件触发机制的无人机集群系统的分布式平均跟踪算法. 随后, 理论分析表明, 所提出的动态事件触发分布式平均跟踪算法能够实现分布式平均跟踪的目标且闭环系统不存在 Zeno 行为. 最后, 利用无人机集群系统动态跟踪非合作无人机集群的实例对算法的有效性和实用性进行说明. 本文的贡献主要包括:

1) 本文算法的设计与实现未对系统变量施加任何初始约束条件, 与需要求和为零初始化条件的结果[7−8, 12, 14−15, 20−21, 23, 25, 30] 相比, 本文算法对初始化条件具有鲁棒性. 此外, 本文算法无需无人机之间的相对速度测量, 对设备的能力需求大大降低, 拓宽了算法的应用场景. 此外, 通过引入自适应更新的时变增益, 设计参数可灵活选择正定值范围, 减少对于网络全局信息的获取.

2) 本文引入动态调整的内部触发变量来设计动态事件触发机制, 与现有依赖于连续通信[12−15, 19−28] 以及静态事件触发机制[29, 33−34] 的算法相比, 本文提出的间歇和动态触发的通信策略在保证预期性能的同时, 进一步提高了通信效率、降低了通信开销.

1 预备知识和问题描述

1.1 符号描述

在本节中将对本文使用的常见数学符号进行统一定义与说明. $\mathbf{R}^n$ 和 $\mathbf{R}^{n\times n}$ 分别表示 n 维实向量和 $n\times n$ 维实数矩阵. $\mathbf{1}$ 表示元素都为 1 的列向量. I_n 表示 n 维单位矩阵. 对于向量 $x=[x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^n$, $\|x\|_1$、$\|x\|$、$\|x\|_\infty$ 分别表示 x 的一范数、二范数以及无穷范数, $\mathrm{diag}\{x_1,\ \cdots,\ x_n\}$ 表示主对角元素为 x_1 到x_n 的对角矩阵. 对于一个矩阵 $A\in\mathbf{R}^{m\times n}$, A^{-1} 表示它的逆矩阵. $A\otimes B$ 表示矩阵 A 和 B 的克罗内克积. 对于向量 x 的符号函数有如下定义: $\mathrm{sgn}(x)=[\mathrm{sgn}(x_1),\ \mathrm{sgn}(x_2),\ \cdots,\ \mathrm{sgn}(x_n)]^{\mathrm{T}}$, 当 $x_i>0$ 时有 $\mathrm{sgn}(x_i)=1$, 当 $x_i<0$ 时有 $\mathrm{sgn}(x_i)=-1$, 当 $x_i=0$ 时有 $\mathrm{sgn}(x_i)=0$, 其中 $i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$. 对于一组列向量 $z_1,\ \cdots,\ z_n$, $\mathrm{col}(z_1,\ \cdots,\ z_n)$ 表示将它们堆叠在一起的列向量.

1.2 代数图论

在无人机集群系统中, 无人机之间的信息交互关系可以用代数图论中的拓扑图来表示. 拓扑图的构成要素为节点和边, 节点用来表示无人机集群系统中的每个无人机, 边用来表示节点之间的通信交互关系和交互强度. 其中, 从边的信息传输方向进行区分, 可以分为无向边 (信号可以双向传输且交互强度相同) 和有向边 (信号只能单向传输), 相应的拓扑图可以称为无向图和有向图.

考虑由 N 个无人机组成的无人机集群系统, 若无人机之间的信息传输方向为无向或者说是双向的, 则它们之间的交互拓扑可以用一个无向图 $\mathcal{G}(\mathcal{V},\ \mathcal{E})$ 来表示, 包括一个节点集 $\mathcal{V}=\{v_1,\ v_2,\ \cdots,\ v_N\}$ 和一个边集 $\mathcal{E}\subseteq\mathcal{V}\times\mathcal{V}$. 无向图 $\mathcal{G}$ 的邻接矩阵定义为 $\mathcal{A}=(a_{ij})_{N\times N}$, 如果节点 v_i 可以接收到节点 v_j 的信息, 则从节点 v_j 到节点 v_i 之间存在一条有向边 e_{ij}, 即 $e_{ij}\in\mathcal{E}$, 那么 $a_{ij}=1$, 否则 $a_{ij}=0$. 在无向图中, $a_{ij}=a_{ji}$, 即节点 v_i 可以接收到节点 v_j 的信息, 同时节点 v_j 也可以接收到节点 v_i 的信息. 设 $\mathcal{N}_i=\{v_j\in\mathcal{V}:a_{ij}>0\}$ 代表节点 v_i 所有邻居的集合. 无向图 $\mathcal{G}$ 的度矩阵定义为 $\mathcal{D}=(d_{ij})_{N\times N}$, 其对角线上的元素为 $d_{ii}=\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N}a_{ij}$, 非对角线上的元素为 $d_{ij}=0$. 无向图 $\mathcal{G}$ 的拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L}$ 定义为 $\mathcal{L}=(l_{ij})_{N\times N}=\mathcal{D}-\mathcal{A}$, 它是一个非满秩的半正定矩阵, 其中的元素可以表示为

$$l_{ij}=\begin{cases}-a_{ij}, & i\neq j\\ \displaystyle\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N}a_{ij}, & i=j\end{cases}$$

接下来, 给出无向图拉普拉斯矩阵的相关性质.

引理 1. 若网络拓扑图 $\mathcal{G}$ 是无向连通的, 则其对应的拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L}$ 满足下述结论:

1) 0 是拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L}$ 的简单特征值, 对应的特征向量为 $\mathbf{1}_N$, 即满足 $\mathcal{L}\mathbf{1}_N=0$, 拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L}$ 其他 $N-1$ 个特征值均大于 0.

2) 拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L}$ 是半正定的, 且 $\mathcal{L}$ 的特征值

满足下述不等式关系:

$$0=\lambda_1(\mathcal{L})<\lambda_2(\mathcal{L})\leq\cdots\leq\lambda_N(\mathcal{L})$$

其中, $\lambda_i(\mathcal{L})$, $i=1,\ 2,\ \cdots,\ N$ 为 $\mathcal{L}$ 的第 i 个特征值.

3) 拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L}$ 的最小非零特征值 λ_2 满足 $\lambda_2=\min_{z\neq 0,\ \mathbf{1}^{\mathrm{T}}z=0}\frac{z^{\mathrm{T}}\mathcal{L}z}{z^{\mathrm{T}}z}$, 也称 λ_2 为图 $\mathcal{G}$ 的代数连通度.

引理 2[25, 29]**.** 定义矩阵 $M=I_N-\frac{1}{N}\mathbf{1}_N\mathbf{1}_N^{\mathrm{T}}$, 则矩阵 M 有以下性质:

1) 0 是对应于矩阵 M 右特征向量 $\mathbf{1}$ 的一个简单特征值, 1 是另一个重数为 $N-1$ 的特征值, 即 $M\mathbf{1}_N=\mathbf{1}_N^{\mathrm{T}}M=0$.

2) 对于一个具有拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L}$ 的无向连通图 $\mathcal{G}$, 可以得到 $\mathcal{L}M=M\mathcal{L}=\mathcal{L}=\mathcal{L}^{\mathrm{T}}$. 此外, 存在一个矩阵 $\Lambda\in\mathbf{R}^{N\times N}$, 使得 $\mathcal{L}\Lambda=\Lambda\mathcal{L}=M$.

3) $M^2=M$.

1.3　问题描述

考虑一个包含 N 个反制无人机的集群系统, 它们之间的通信关系由无向连通网络 $\mathcal{G}(\mathcal{V},\ \mathcal{E})$ 表示, 反制无人机的动力学模型描述如下[41]:

$$\begin{aligned}\ddot{p}_{xi}&=\frac{T_i}{m_i}\left(\cos\chi_i\sin\theta_i\cos\psi_i+\sin\chi_i\sin\psi_i\right)\\ \ddot{p}_{yi}&=\frac{T_i}{m_i}\left(\cos\chi_i\sin\theta_i\sin\psi_i-\sin\chi_i\cos\psi_i\right)\\ \ddot{p}_{zi}&=\frac{T_i}{m_i}\cos\chi_i\cos\theta_i-g\end{aligned}$$

其中, p_{xi}, p_{yi} 和 p_{zi} 表示反制无人机 $i=1,\ \cdots,\ N$ 的坐标. χ_i, θ_i 和 ψ_i 分别是滚转角、俯仰角和偏航角. m_i 表示反制无人机的质量. g 是重力加速度. T_i 表示推力. 定义反制无人机 i 的位置为 $x_i=[p_{xi},\ p_{yi},\ p_{zi}]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^3$, 控制输入为 $u_i=[u_{xi},\ u_{yi},\ u_{zi}]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^3$, 其中,

$$\begin{aligned}u_{xi}&=\frac{T_i}{m_i}\left(\cos\chi_i\sin\theta_i\cos\psi_i+\sin\chi_i\sin\psi_i\right)\\ u_{yi}&=\frac{T_i}{m_i}\left(\cos\chi_i\sin\theta_i\sin\psi_i-\sin\chi_i\cos\psi_i\right)\\ u_{zi}&=\frac{T_i}{m_i}\cos\chi_i\cos\theta_i-g\end{aligned}$$

通过整理上述方程, 反制无人机 i 的动力学表达式可以由如下二阶积分器系统描述:

$$\dot{x}_i(t)=v_i(t),\ \dot{v}_i(t)=u_i(t),\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ N\qquad(1)$$

其中, $v_i=[\dot{p}_{xi},\ \dot{p}_{yi},\ \dot{p}_{zi}]^{\mathrm{T}}=[v_{xi},\ v_{yi},\ v_{zi}]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^3$ 是反制无人机 i 的速度.

同时, 每个反制无人机都能观测到一个非合作无人机 $r_i(t)\in\mathbf{R}^3$, $i=1,\ 2,\ \cdots,\ N$, 动力学方程描述如下:

$$\dot{r}_i(t)=v_i^r(t),\ \dot{v}_i^r(t)=u_i^r(t)\qquad(2)$$

其中, $v_i^r(t)\in\mathbf{R}^3$ 及 $u_i^r(t)\in\mathbf{R}^3$ 表示第 i 个非合作无人机的速度和加速度. 对于非合作无人机 (2), 有以下假设:

假设 1. 对于任意两个通信连通的反制无人机, 它们观测到的非合作无人机位置 $r_i(t)$ 的相对差值是有界的, 速度 $v_i^r(t)$ 和加速度 $u_i^r(t)$ 的相对差值也是有界的, 即

$$\begin{aligned}&\sup_{t\in[0,\ \infty),\ \forall(i,\ j)\in\mathcal{E}}\left\|r_i\left(t\right)-r_j\left(t\right)\right\|_\infty\leq\bar{r}\\ &\sup_{t\in[0,\ \infty),\ \forall(i,\ j)\in\mathcal{E}}\left\|v_i^r\left(t\right)-v_j^r\left(t\right)\right\|_\infty\leq\bar{v}^r\\ &\sup_{t\in[0,\ \infty),\ \forall(i,\ j)\in\mathcal{E}}\left\|u_i^r\left(t\right)-u_j^r\left(t\right)\right\|_\infty\leq\bar{u}^r\end{aligned}$$

注 1. 注意到无人机集群系统飞网捕获非合作目标无人机集群问题中, 由于硬件平台的限制, 假设 1 是易于实现的.

在上述无人机动力学和网络模型的基础上, 为实现反制无人机集群系统协同估计非合作无人机轨迹中心的任务, 本文的主要目标可提炼如下: 在无需任何相对速度测量和任何变量初始化的情况下, 为反制无人机集群系统 (1) 设计动态事件触发分布式平均跟踪算法, 使得每个反制无人机都能跟踪上多个非合作无人机 (2) 位置 (速度) 的平均值, 即

$$\begin{cases}\lim\limits_{t\to\infty}\left\|x_i-\dfrac{1}{N}\sum\limits_{k=1}^{N}r_k\right\|=0\\ \lim\limits_{t\to\infty}\left\|v_i-\dfrac{1}{N}\sum\limits_{k=1}^{N}v_k^r\right\|=0\end{cases}\qquad(3)$$

同时降低反制无人机之间的通信频率.

为简洁表示, 在本文的剩余部分删除变量中的时间索引 t, 仅在必要时使用. 此外, 为区分反制无人机与非合作无人机, 在本文的剩余部分将反制无人机称为无人机, 非合作无人机称为动态参考目标. 同时, 为增强本文算法的适用性, 将无人机状态维度设置为 $x_i(t)\in\mathbf{R}^n$, 在本文中, $n=3$.

2　多无人机动态事件触发分布式平均跟踪控制策略设计

首先, 为描述动态事件触发机制, 引入无人机 $i\in\mathcal{V}$ 的触发序列 $\{t_k^i\}_{k\in\mathbf{N}}$. 同时, 定义 ϕ_i, w_i, $i=1,\ 2,\ \cdots,\ N$, 为待设计的动态事件触发分布式平均跟踪算法的内部状态. 进一步, 为实现分布式平均跟踪的目标 (3), 本节提出一类动态事件触发

分布式平均跟踪算法, 包括一个用来估计动态参考目标平均速度信息的分布式滤波器和一个驱动无人机跟踪动态参考目标平均值的动态事件触发控制器:

$$u_i = -k\left(x_i - r_i\right) - k\left(w_i - v_i^r\right) + u_i^r - \sum_{j=1}^{N} a_{ij}\pi_{ij} h\left(\tilde{x}_i - \tilde{x}_j + \tilde{w}_i - \tilde{w}_j,\ t\right) \tag{4}$$

$$\dot{\phi}_i = -k\left(x_i - r_i\right) - 2k\left(w_i - v_i^r\right) + u_i^r - \sum_{j=1}^{N} a_{ij}\pi_{ij} h\left(\tilde{x}_i - \tilde{x}_j + \tilde{w}_i - \tilde{w}_j,\ t\right) \tag{5}$$

$$w_i = \phi_i + k\left(x_i - r_i\right),\ i = 1,\ 2,\ \cdots,\ N \tag{6}$$

其中, k 为正的常值增益, $\phi_i \in \mathbf{R}^n$ 为滤波器的内部状态, $w_i \in \mathbf{R}^n$ 为滤波器的输出, $\tilde{x}_i(t) = x_i(t_k^i)$, $\tilde{w}_i(t) = w_i(t_k^i)$, $\forall t \in [t_k^i,\ t_{k+1}^i)$ 分别为$x_i(t)$ 和$w_i(t)$ 在第 k 次触发时刻的采样状态.

$$h\left(\cdot,\ t\right) = \frac{\cdot}{\|\cdot\| + \varepsilon \mathrm{e}^{-\varphi t}}$$

是通过边界层技术[25, 29] 的设计来逼近符号函数 $\mathrm{sgn}(\cdot)$ 的非线性连续函数, ε 和 φ 为正常数, π_{ij} 为满足初始条件 $\pi_{ij}\left(0\right) = \pi_{ji}\left(0\right) > 0$ 的动态耦合增益, 定义为

$$\dot{\pi}_{ij} = \gamma\left[-\rho\pi_{ij} + \frac{\left\|\tilde{x}_i - \tilde{x}_j + \tilde{w}_i - \tilde{w}_j\right\|^2}{\left\|\tilde{x}_i - \tilde{x}_j + \tilde{w}_i - \tilde{w}_j\right\| + \varepsilon \mathrm{e}^{-\varphi t}}\right] \tag{7}$$

其中, γ 和 ρ 为正常数.

令 $e_{xi}(t) = \tilde{x}_i(t) - x_i(t)$, $e_{wi}(t) = \tilde{w}_i(t) - w_i(t)$, $i = 1,\ 2,\ \cdots,\ N$, 为事件触发采样值 $\tilde{x}_i(t)$、$\tilde{w}_i(t)$ 和实时状态 $x_i(t)$、$w_i(t)$ 之间的测量误差, 则可设计如下动态事件触发机制来确定无人机 $i \in \mathcal{V}$ 的触发序列 $\left\{t_k^i\right\}_{k\in\mathbf{N}}$:

$$\begin{cases} t_{k+1}^i = \inf\left\{t > t_k^i \mid \xi_i\left(e_{xi},\ e_{wi}\right) - \delta_i\vartheta_i\left(t\right) \geq 0\right\} \\ \dot{\vartheta}_i\left(t\right) = -\phi_i\vartheta_i\left(t\right) - \varrho_i\xi_i\left(e_{xi},\ e_{wi}\right) \end{cases} \tag{8}$$

其中,

$$\xi_i\left(e_{xi},\ e_{wi}\right) = \sum_{j=1}^{N} a_{ij}\left(\left(N-1\right)\beta\sqrt{n} + \pi_{ij}\right)\left\|e_{xi} + e_{wi}\right\|$$

是无人机 i 的事件触发检测函数, $\vartheta_i(t)$ 是初始值满足 $\vartheta_i(0) > 0$ 的内部动态变量, δ_i、ϕ_i 和 ϱ_i 是满足条件 $\varrho_i \in (0,\ 1)$, $\phi_i \geq (1-\varrho_i)\,\delta_i$ 的正常数. $\beta = \frac{\bar{\sigma}N_{\max}(N-1)}{2}$, $N_{\max} = \max_{i\in\mathcal{V}}\left\{\mathcal{N}_i\right\}$, $\bar{\sigma} = k\bar{r} + k\bar{v}^r + \bar{u}^r$.

由于式 (8) 仅在触发时刻成立, 因此在其他所有时刻, 有

$$\xi_i\left(e_{xi},\ e_{wi}\right) \leq \delta_i\vartheta_i\left(t\right) \tag{9}$$

这意味着

$$\dot{\vartheta}_i\left(t\right) = -\phi_i\vartheta_i\left(t\right) - \varrho_i\xi_i\left(e_{xi},\ e_{wi}\right) \geq -\left(\phi_i + \delta_i\varrho_i\right)\vartheta_i\left(t\right) \tag{10}$$

通过比较原理以及 $\vartheta_i(0) > 0$, 可以得出

$$\vartheta_i\left(t\right) \geq \mathrm{e}^{-(\phi_i+\delta_i\varrho_i)t}\vartheta_i(0) > 0 \tag{11}$$

注 2. 滤波器 (5) 和 (6) 的设计使其输出 w_i 能够跟踪动态参考目标速度 v_i^r 的平均值, 控制器用于驱动每个无人机的位置 x_i 到动态参考目标 r_i 的平均值、速度 v_i 到滤波器的输出 w_i. 非线性连续函数 $h\left(\cdot,\ t\right)$ 的引入克服了控制过程中存在的抖振现象. 动态事件触发机制 (8) 的引入能够通过灵活调整触发阈值来降低通信频率.

注 3. 注意到事件触发检测函数 $\xi_i\left(e_{xi},\ e_{wi}\right)$ 中使用到无人机集群中无人机邻居的最大数量 $N_{\max}$, 这一信息在实际任务中也是易于得到的, 用户可以通过最大一致性协议[42] 分布式地估计无人机集群中无人机的数量.

定义 $x = \left[x_1^{\mathrm{T}},\ x_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ x_N^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$, $v = [v_1^{\mathrm{T}},\ v_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ v_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $w = \left[w_1^{\mathrm{T}},\ w_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ w_N^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$, $\sigma_i = kr_i + kv_i^r + u_i^r$, $\sigma = \left[\sigma_1^{\mathrm{T}},\ \sigma_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \sigma_N^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$, 并将动态事件触发控制器 (4) 及分布式滤波器 (5)、(6) 代入原系统 (1), 可以得到闭环系统的矩阵形式为

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = -kx - kw + \sigma - H_\pi\left(t\right) \\ \dot{w} = -kx + kv - 2kw + \sigma - H_\pi\left(t\right) \end{cases} \tag{12}$$

其中,

$$H_\pi\left(t\right) = \begin{bmatrix} \sum\limits_{j=1}^{N} a_{1j}\pi_{1j} h\left(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_j + \tilde{w}_1 - \tilde{w}_j,\ t\right) \\ \sum\limits_{j=1}^{N} a_{2j}\pi_{2j} h\left(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_j + \tilde{w}_2 - \tilde{w}_j,\ t\right) \\ \vdots \\ \sum\limits_{j=1}^{N} a_{Nj}\pi_{Nj} h\left(\tilde{x}_N - \tilde{x}_j + \tilde{w}_N - \tilde{w}_j,\ t\right) \end{bmatrix}$$

定理 1. 在假设 1 成立的前提下, 选取参数 $k > 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$, 事件触发参数 δ_i, ϕ_i 和 ϱ_i 是满足条件 $\varrho_i \in (0,\ 1)$, $\phi_i \geq (1-\varrho_i)\,\delta_i$ 的正常数, 边界层函数参数 ε 和 φ 为正常数, 初始化动态耦合增益 $\pi_{ij}(0) = \pi_{ji}(0) > 0$, 动态事件触发内部变量 $\vartheta_i(0) > 0$ 及参数 $\beta = \frac{\bar{\sigma}N_{\max}(N-1)}{2}$. 那么, 动态事件触发分布式平均跟踪算法 (4) ~ (6) 可以解决分布式平均跟踪问题, 动态增益 $\pi_{ij}(t)$ 最终收敛到某些正常数上, 且闭环系统不存在 Zeno 行为.

证明. 为得到定理 1 的结论, 证明可分为两步. 第一步证明: 对于任意 $i\in\mathcal{V}$, 当 $t\to\infty$ 时, 各个无人机的位置和速度能够实现平均一致性, 即:

$$x_i\to\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}x_k,\ v_i\to\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}v_k$$

第二步证明: 对于任意 $i\in\mathcal{V}$, 当 $t\to\infty$ 时, 无人机能够实现对于动态参考目标位置和速度的求和跟踪, 即

$$\sum_{k=1}^{N}x_k\to\sum_{k=1}^{N}r_k,\ \sum_{k=1}^{N}v_k\to\sum_{k=1}^{N}v_k^r$$

结合上述两步, 便可以说明实现了分布式平均跟踪的目标. 具体的证明步骤如下:

步骤 1. 定义三个一致性误差: $\hat{x}_i=x_i-\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}x_k$, $\hat{v}_i=v_i-\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}v_k$, $\hat{w}_i=w_i-\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}w_k$, 则相应的向量表示可表达为

$$\begin{aligned}\hat{x}&=(M\otimes I_n)\,x\\ \hat{v}&=(M\otimes I_n)\,v\\ \hat{w}&=(M\otimes I_n)\,w\end{aligned}$$

其中, $M=I_N-\frac{1}{N}\mathbf{1}_N\mathbf{1}_N^{\mathrm{T}}$, $\hat{x}=\left[\hat{x}_1^{\mathrm{T}},\ \hat{x}_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \hat{x}_N^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$, $\hat{v}=\left[\hat{v}_1^{\mathrm{T}},\ \hat{v}_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \hat{v}_N^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$, $\hat{w}=\left[\hat{w}_1^{\mathrm{T}},\ \hat{w}_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \hat{w}_N^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$.

定义

$$\begin{aligned}\hat{\eta}_i&=\hat{x}_i+\hat{w}_i=x_i-\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}x_j+w_i-\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}w_j\\ \tilde{\eta}_i&=\tilde{x}_i-\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\tilde{x}_j+\tilde{w}_i-\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\tilde{w}_j\\ \hat{\eta}&=\left[\hat{\eta}_1^{\mathrm{T}},\ \hat{\eta}_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \hat{\eta}_N^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}\\ \tilde{\eta}&=\left[\tilde{\eta}_1^{\mathrm{T}},\ \tilde{\eta}_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \tilde{\eta}_N^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}\end{aligned}$$

结合闭环系统 (12), 可得到一致性误差 $\hat{x}$、$\hat{v}$、$\hat{w}$ 的动态满足表达式

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}=\hat{v}\\ \dot{\hat{v}}=-k\hat{x}-k\hat{w}+(M\otimes I_n)\,\sigma-\\ \qquad(M\otimes I_n)\,H_\pi(t)\\ \dot{\hat{w}}=-k\hat{x}+k\hat{v}-2k\hat{w}+(M\otimes I_n)\,\sigma-\\ \qquad(M\otimes I_n)\,H_\pi(t)\end{cases}\tag{13}$$

定义 $X=\left[\hat{x}^{\mathrm{T}},\ \hat{v}^{\mathrm{T}},\ \hat{w}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$ 及 Lyapunov 函数

$$V=\frac{1}{2}X^{\mathrm{T}}QX+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\frac{\tilde{\pi}_{ij}^2}{4\gamma}+\sum_{i=1}^{N}\vartheta_i\tag{14}$$

其中, $\tilde{\pi}_{ij}=\pi_{ij}-\bar{\pi}$, $\bar{\pi}$ 是满足条件 $\bar{\pi}\geq(N-1)\beta\sqrt{n}$ 的正常数.

$$Q=\begin{bmatrix}\mu I_{Nn}&0&I_{Nn}\\ 0&I_{Nn}&-I_{Nn}\\ I_{Nn}&-I_{Nn}&2I_{Nn}\end{bmatrix}$$

易发现, 当且仅当 $\mu>1$ 时, 矩阵 Q 是正定的, 进一步结合式 (11), 可得到 Lyapunov 函数 V 是正定的.

接下来, 可以得到 Lyapunov 函数 V 沿轨迹 (13) 的时间导数为

$$\begin{aligned}\dot{V}=&-k\hat{x}^{\mathrm{T}}\hat{x}+(\mu+k)\,\hat{x}^{\mathrm{T}}\hat{v}-2k\hat{x}^{\mathrm{T}}\hat{w}-k\hat{v}^{\mathrm{T}}\hat{v}+\\ &k\hat{v}^{\mathrm{T}}\hat{w}-3k\hat{w}^{\mathrm{T}}\hat{w}+(1+2k)\,\hat{w}^{\mathrm{T}}\hat{v}-k\hat{w}^{\mathrm{T}}\hat{x}+\\ &(\hat{x}+\hat{w})^{\mathrm{T}}(M\otimes I_n)\,\sigma-\\ &(\hat{x}+\hat{w})^{\mathrm{T}}(M\otimes I_n)\,H_\pi(t)+\\ &\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\frac{\tilde{\pi}_{ij}}{2}\frac{\|\tilde{x}_i-\tilde{x}_j+\tilde{w}_i-\tilde{w}_j\|^2}{\|\tilde{x}_i-\tilde{x}_j+\tilde{w}_i-\tilde{w}_j\|+\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}}-\\ &\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\frac{\rho\tilde{\pi}_{ij}\pi_{ij}}{2}-\sum_{i=1}^{N}\phi_i\vartheta_i-\\ &\sum_{i=1}^{N}\varrho_i\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\left((N-1)\,\beta\sqrt{n}+\pi_{ij}\right)\|e_{xi}+e_{wi}\|=\\ &-X^{\mathrm{T}}\Delta X+(\hat{x}+\hat{w})^{\mathrm{T}}(M\otimes I_n)\,\sigma-\\ &(\hat{x}+\hat{w})^{\mathrm{T}}(M\otimes I_n)\,H_\pi(t)+\\ &\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\frac{\tilde{\pi}_{ij}}{2}\frac{\|\tilde{x}_i-\tilde{x}_j+\tilde{w}_i-\tilde{w}_j\|^2}{\|\tilde{x}_i-\tilde{x}_j+\tilde{w}_i-\tilde{w}_j\|+\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}}-\\ &\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\frac{\rho\tilde{\pi}_{ij}\pi_{ij}}{2}-\sum_{i=1}^{N}\phi_i\vartheta_i-\\ &\sum_{i=1}^{N}\varrho_i\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\left((N-1)\,\beta\sqrt{n}+\pi_{ij}\right)\|e_{xi}+e_{wi}\|\end{aligned}\tag{15}$$

其中,

$$\Delta=\begin{bmatrix}kI_{Nn}&-\frac{\mu+k}{2}I_{Nn}&\frac{3k}{2}I_{Nn}\\ -\frac{\mu+k}{2}I_{Nn}&kI_{Nn}&-\frac{1+3k}{2}I_{Nn}\\ \frac{3k}{2}I_{Nn}&-\frac{1+3k}{2}I_{Nn}&3kI_{Nn}\end{bmatrix}$$

易发现, 当 $k>1+\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 时, 矩阵 Δ 是正定的.

接着, 对式 (15) 的一些项进行处理. 依据假设 1 可以得到 $\sup_{t\in[0,\,\infty),\,\forall(i,\,j)\in\mathcal{E}}\|\sigma_i-\sigma_j\|_\infty\leq\bar{\sigma}=k\bar{r}+k\bar{v}^r+\bar{u}^r$, 另外, 由 $N_{\max}=\max_{i\in\mathcal{V}}\{\mathcal{N}_i\}$, 可得

$$\|(M\otimes I_n)\,\sigma\|_\infty \le \frac{1}{N}\max_{i\in\mathcal{V}}\left\{\sum_{j=1,\,j\neq i}^{N}\|\sigma_i-\sigma_j\|_\infty\right\}\le$$

$$\frac{N-1}{2N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\|\sigma_i-\sigma_j\|_\infty \le \frac{\bar{\sigma}N_{\max}(N-1)}{2}$$

此外, 注意到

$$\|\hat{x}+\hat{w}\|_1 \le \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1,\,j\neq i}^{N}\|x_i-x_j+w_i-w_j\|_1 \le$$

$$\max_{i\in\mathcal{V}}\left\{\sum_{j=1,\,j\neq i}^{N}\|x_i-x_j+w_i-w_j\|_1\right\}\le$$

$$\frac{N-1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\|x_i-x_j+w_i-w_j\|_1$$

可以得到

$$(\hat{x}+\hat{w})^{\mathrm{T}}(M\otimes I_n)\,\sigma \le$$

$$\frac{(N-1)\,\beta}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\|x_i-x_j+w_i-w_j\|_1 \tag{16}$$

接着, 注意到

$$\begin{aligned}&x_i-x_j+w_i-w_j=\\&\tilde{x}_i-e_{xi}-(\tilde{x}_j-e_{xj})+\tilde{w}_i-e_{wi}-(\tilde{w}_j-e_{wj})=\\&\tilde{x}_i-\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\tilde{x}_k-\left(\tilde{x}_j-\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\tilde{x}_k\right)+\\&\tilde{w}_i-\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\tilde{w}_k-\left(\tilde{w}_j-\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\tilde{w}_k\right)-\\&(e_{xi}+e_{wi}-e_{xj}-e_{wj})=\\&\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j-(e_{xi}+e_{wi}-e_{xj}-e_{wj})\end{aligned} \tag{17}$$

则有

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\|x_i-x_j+w_i-w_j\|_1=\\&\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j-(e_{xi}+e_{wi}-e_{xj}-e_{wj})\|_1\le\\&\sqrt{n}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j-(e_{xi}+e_{wi}-e_{xj}-e_{wj})\|\le\\&\sqrt{n}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\Big[\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|+\|e_{xi}+e_{wi}-e_{xj}-e_{wj}\|\Big]\end{aligned} \tag{18}$$

此外,

$$\begin{aligned}&-(\hat{x}+\hat{w})^{\mathrm{T}}(M\otimes I_n)\,H_\pi(t)=\\&-\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\pi_{ij}\frac{(\hat{x}_i+\hat{w}_i)^{\mathrm{T}}(\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j)}{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|+\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}}=\\&-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\pi_{ij}\frac{(\hat{x}_i-\hat{x}_j+\hat{w}_i-\hat{w}_j)^{\mathrm{T}}(\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j)}{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|+\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}}=\\&-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\pi_{ij}\frac{(\tilde{x}_i-\tilde{x}_j+\tilde{w}_i-\tilde{w}_j)^{\mathrm{T}}(\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j)}{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|+\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}}+\\&\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\pi_{ij}\frac{(e_{xi}-e_{xj}+e_{wi}-e_{wj})^{\mathrm{T}}(\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j)}{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|+\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}}=\\&-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\pi_{ij}\frac{(\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j)^{\mathrm{T}}(\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j)}{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|+\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}}+\\&\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\pi_{ij}\frac{(e_{xi}-e_{xj}+e_{wi}-e_{wj})^{\mathrm{T}}(\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j)}{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|+\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}}\le\\&-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\pi_{ij}\frac{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|^2}{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|+\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}}+\\&\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\pi_{ij}\,\|e_{xi}+e_{wi}\|\end{aligned} \tag{19}$$

以及

$$-\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\frac{\rho\tilde{\pi}_{ij}\,(\tilde{\pi}_{ij}+\bar{\pi})}{2}\le\frac{\rho}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\left(\frac{\bar{\pi}^2}{2}-\frac{\tilde{\pi}_{ij}^2}{2}\right) \tag{20}$$

将式 (17) ~ (19) 代入式 (15), 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}\le&-X^{\mathrm{T}}\Delta X+\frac{(N-1)\,\beta\sqrt{n}}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|-\\&\frac{\bar{\pi}}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|^2}{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|+\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}}+\\&\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\left((N-1)\,\beta\sqrt{n}+\pi_{ij}\right)\|e_{xi}+e_{wi}\|+\\&\frac{\rho}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\bar{\pi}^2}{2}-\frac{\tilde{\pi}_{ij}^2}{2}\right)-\sum_{i=1}^{N}\phi_i\vartheta_i-\\&\sum_{i=1}^{N}\varrho_i\sum_{j=1}^{N}\left((N-1)\,\beta\sqrt{n}+\pi_{ij}\right)\|e_{xi}+e_{wi}\|\end{aligned} \tag{21}$$

进一步, 注意到

$$\frac{(N-1)\beta\sqrt{n}}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|-\frac{\bar{\pi}}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\frac{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|^2}{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|+\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}}\leq\frac{(N-1)\beta\sqrt{n}}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\frac{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|^2+\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}}{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|+\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}}-\frac{\bar{\pi}}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\frac{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|^2}{\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|+\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}}\leq\frac{(N-1)\beta\sqrt{n}-\bar{\pi}}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\|\tilde{\eta}_i-\tilde{\eta}_j\|+\frac{\bar{\pi}}{2}\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t} \tag{22}$$

利用式 (9) 及条件 $\bar{\pi}\geq(N-1)\beta\sqrt{n}$, 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}\leq&-X^{\mathrm{T}}\Delta X+\frac{\bar{\pi}}{2}\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}+\frac{\rho}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\left(\frac{\bar{\pi}^2}{2}-\frac{\tilde{\pi}_{ij}^2}{2}\right)-\sum_{i=1}^{N}(\phi_i-(1-\varrho_i)\delta_i)\vartheta_i\leq\\&-\frac{2\lambda_{\min}(\Delta)}{\lambda_{\max}(Q)}\frac{1}{2}X^{\mathrm{T}}QX+\frac{\bar{\pi}}{2}\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\frac{\rho}{4}\left(\bar{\pi}^2-\tilde{\pi}_{ij}^2\right)-\sum_{i=1}^{N}(\phi_i-(1-\varrho_i)\delta_i)\vartheta_i\leq\\&-\mu_1V+\frac{\bar{\pi}}{2}\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\frac{\mu_1-\rho\gamma}{4\gamma}\tilde{\pi}_{ij}^2+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\frac{\rho\bar{\pi}^2}{4}-\sum_{i=1}^{N}(\phi_i-\mu_1-(1-\varrho_i)\delta_i)\vartheta_i\end{aligned} \tag{23}$$

其中, 最后一个不等号中

$$\mu_1=\min\left\{\frac{2\lambda_{\min}(\Delta)}{\lambda_{\max}(Q)},\ \rho\gamma,\ \phi_i-(1-\varrho_i)\delta_i\right\}$$

进一步有

$$\dot{V}\leq-\mu_1V+\frac{\bar{\pi}}{2}\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\frac{\rho\bar{\pi}^2}{4} \tag{24}$$

令 $\zeta_1=\sum\limits_{i=1}^{N}\sum\limits_{j=1}^{N}\frac{\rho\bar{\pi}^2}{4}$, 通过使用比较引理[43], 可以得到

$$V(t)\leq\left[V(0)-\frac{\zeta_1}{\mu_1}\right]\mathrm{e}^{-\mu_1t}+\frac{\zeta_1}{\mu_1}+\frac{\bar{\pi}}{2}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon\Omega(\mu_1,\ t) \tag{25}$$

其中,

$$\Omega(\mu_1,\ t)=\begin{cases}t\mathrm{e}^{-\mu_1t}, & \mu_1=\varphi\\ \dfrac{1}{\mu_1-\varphi}(\mathrm{e}^{-\varphi t}-\mathrm{e}^{-\mu_1t}), & \mu_1\neq\varphi\end{cases} \tag{26}$$

容易发现 $\lim_{t\to\infty}\Omega(\mu_1,\ t)=0$, 进而可以得到 V 指数收敛到如下有界区域:

$$D_1=\left\{X,\ \tilde{\pi}_{ij}:V\leq\frac{\zeta_1}{\mu_1}\right\}$$

这意味着 X 和 $\tilde{\pi}_{ij}$ 是最终一致有界的.

接着, 如果选取合适参数使得

$$\mu_2=\min\{\rho\gamma,\ \phi_i-(1-\varrho_i)\delta_i\}\leq\frac{2\lambda_{\min}(\Delta)}{\lambda_{\max}(Q)}$$

可以将式 (23) 重新整理为

$$\begin{aligned}\dot{V}\leq&-\mu_2V+\frac{\mu_2}{2}X^{\mathrm{T}}QX-X^{\mathrm{T}}\Delta X+\frac{\bar{\pi}}{2}\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{\mu_2-\rho\gamma}{4\gamma}\tilde{\pi}_{ij}^2+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{\rho\bar{\pi}^2}{4}-\sum_{i=1}^{N}(\phi_i-\mu_2-(1-\varrho_i)\delta_i)\vartheta_i\leq\\&-\mu_2V-\frac{2\lambda_{\min}(\Delta)-\mu_2\lambda_{\max}(Q)}{2}X^{\mathrm{T}}X+\frac{\bar{\pi}}{2}\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t}+\zeta_1\end{aligned} \tag{27}$$

显然, 根据式 (27), 如果 $X^{\mathrm{T}}X\geq\frac{2\zeta_1}{2\lambda_{\min}(\Delta)-\mu_2\lambda_{\max}(Q)}$, 则

$$\dot{V}\leq-\mu_2V+\frac{\bar{\pi}}{2}\varepsilon\mathrm{e}^{-\varphi t} \tag{28}$$

根据 $V\geq\frac{\lambda_{\min}(Q)}{2}\|X\|^2$, 如果 $\mu_2<\frac{2\lambda_{\min}(\Delta)}{\lambda_{\max}(Q)}$, 那么一致性误差 X 将指数收敛到如下有界区域

$$D_2=\left\{X:\|X\|^2\leq\frac{2\zeta_1}{2\lambda_{\min}(\Delta)-\mu_2\lambda_{\max}(Q)}\right\}$$

这说明各个无人机的位置和速度能够以有界误差的情况实现平均一致性.

步骤 2. 接下来, 定义 $\xi=[\xi_x,\ \xi_v,\ \xi_w]$, 其中

$$\xi_x=\sum_{k=1}^{N}x_k-\sum_{k=1}^{N}r_k,\ \xi_v=\sum_{k=1}^{N}v_k-\sum_{k=1}^{N}v_k^r$$

$$\xi_w=\sum_{k=1}^{N}w_k-\sum_{k=1}^{N}v_k^r$$

由于无人机间的通信网络是无向连通的, 则可以得到 ξ 的动态满足:

$$\dot{\xi}=\left(\begin{bmatrix}0&1&0\\-k&0&-k\\-k&k&-2k\end{bmatrix}\otimes I_n\right)\xi=(A\otimes I_n)\,\xi$$

注意到矩阵 A 的特征多项式为

$$p_A(s)=s^3+2ks^2+\left(k+k^2\right)s+k^2$$

根据 Routh-Hurwitz 稳定性判据, 若 $k>0$, 则 $p_A(s)=0$ 的所有零点均具有负实部, 这意味着 A 是 Hurwitz 矩阵. 注意到 $k>1+\frac{2\sqrt{3}}{3}>0$, 此时矩阵 A 为 Hurwitz 矩阵, 表明当 $t\to\infty$ 时, $\xi=\mathbf{0}_{3n}$, 即 $\lim_{t\to\infty}\xi_x=\mathbf{0}_n$, $\lim_{t\to\infty}\xi_v=\mathbf{0}_n$, $\lim_{t\to\infty}\xi_w=\mathbf{0}_n$. 这说明无人机能够实现对于动态参考目标位置和速度的求和跟踪.

因此, 根据上述两部分的证明, 可以得到跟踪误差具有最终有界收敛性. 跟踪误差 $x_i-\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}r_k$ 将收敛于下述有界区域:

$$D_3=\left\{x_i-\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}r_k:\left\|x_i-\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}r_k\right\|\le\left(\frac{2\zeta_1}{2\lambda_{\min}(\Delta)-\mu_2\lambda_{\max}(Q)}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}$$

速度跟踪误差 $v_i-\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}v_k^r$ 的收敛性证明同理.

接下来, 利用反证法证明在动态事件触发机制 (8) 下, 闭环系统 (12) 不存在 Zeno 行为. 假设无人机 i 的触发序列 $\{t_k^i\}_{k\in\mathbf{N}}$ 存在 Zeno 行为, 即存在有限的时间 $T_1^i>0$ 使得 $\lim_{k\to\infty}t_k^i=T_1^i$. 那么, $\forall\varepsilon_1>0$, $\exists N(\varepsilon_1)>0$ 使得 $\forall k>N(\varepsilon_1)$, 那么有

$$T_1^i-\varepsilon_1\le t_k^i\le T_1^i \tag{29}$$

这说明 $\forall k>N(\varepsilon_1)$, $t_{k+1}^i-t_k^i\le\varepsilon_1$.

根据步骤 1 的分析, 可以得到 V 函数的有界性, 进一步可得到 $\|x_i\|$, $\|v_i\|$, $\|w_i\|$ 和 $\|\pi_{ij}\|$ 的有界性. 同时也能得到 $\|\dot{x}_i\|$ 和 $\|\dot{w}_i\|$ 的有界性. 不失一般性, 假设存在正常数 $\bar{b}_x$, $\bar{b}_w$, $\bar{b}_\pi$ 使得在时间间隔 $t\in[0,\,t_k^i)$ 上, $\|\dot{x}_i\|\le\bar{b}_x$, $\|\dot{w}_i\|\le\bar{b}_w$, $\|\pi_{ij}\|\le\bar{b}_\pi$ 成立.

考虑联合测量误差 $e_i(t)=e_{xi}(t)+e_{wi}(t)$, 可得到 $e_i(t)$ 对时间的导数为

$$\dot{e}_i=-\dot{x}_i-\dot{w}_i \tag{30}$$

由于 $\|e_i(t)\|$ 在 $[t_k^i,\,t_{k+1}^i)$ 上是连续可微的, 因此它在 $[t_k^i,\,t_{k+1}^i)$ 上的右上 Dini 导数满足: $D^+\|e_i(t)\|\le\frac{e_i^{\mathrm{T}}\dot{e}_i}{\|e_i\|}\le\|\dot{e}_i(t)\|\le\|\dot{x}_i\|+\|\dot{w}_i\|\le\bar{b}_x+\bar{b}_w$, 进一步, 可以得到:

$$\|e_i(t)\|\le\int_{t_k^i}^{t}\left[\bar{b}_x+\bar{b}_w\right]\mathrm{d}s\le\left(t-t_k^i\right)\left[\bar{b}_x+\bar{b}_w\right]=\mathcal{H}_1(t-t_k^i)$$

其中, $\mathcal{H}_1(t)$ 是与变量 t 相关的函数.

只有在满足触发条件 (8) 的情况下, 事件才会在 $t=t_{k+1}^i$ 时刻触发. 根据这个条件, 在 $t=t_{k+1}^i$ 时刻, $\xi_i(e_{xi},\,e_{wi})=\sum_{j=1}^{N}((N-1)\beta\sqrt{n}+\pi_{ij})\|e_{xi}+e_{wi}\|\ge\delta_i\vartheta_i(t)$, 这意味着 $\left\|e_i\left(t_{k+1}^i\right)\right\|\ge\frac{\delta_i}{m_1}\vartheta_i\left(t_{k+1}^i\right)=\frac{\delta_i}{m_1}\vartheta_i(0)\mathrm{e}^{-(\phi_i+\delta_i\varrho_i)t_{k+1}^i}$, 其中 $m_1=N_{\max}((N-1)\beta\times\sqrt{n}+\bar{b}_\pi)$. 由此可知 $\|e_i(t)\|\le\mathcal{H}_1(t-t_k^i)$, 对于每个 $t\in[t_k^i,\,t_{k+1}^i)$, 事件间隔 $t_{k+1}^i-t_k^i$ 都不小于隐式解 $\mathcal{H}_1(\bar{t}_1)=\frac{\delta_i}{m_1}\vartheta_i(0)\mathrm{e}^{-(\phi_i+\delta_i\varrho_i)\left(\bar{t}_1+t_k^i\right)}$. 由于右边是严格正的, 我们得到 $t_{k+1}^i-t_k^i\ge\bar{t}_1>0$. 选择

$$\varepsilon_1<\frac{\frac{\delta_i}{m_1}\vartheta_i(0)\mathrm{e}^{-(\phi_i+\delta_i\varrho_i)T_1^i}}{\bar{b}_x+\bar{b}_w}$$

使得 $t_{k+1}^i-t_k^i\ge\bar{t}_1>\varepsilon_1>0$. 这与式 (29) 中的 $t_{k+1}^i-t_k^i\le\varepsilon_1$ 相矛盾. 因此, Zeno 行为不可能发生. □

3 仿真验证

本节通过仿真示例验证所提算法的可行性, 并对比分析算法中控制参数对系统状态轨迹的影响. 为此, 本节选取包含 6 架反制无人机的集群系统作为研究对象, 其控制目标为使反制无人机集群能够成功跟踪 6 架非合作无人机的平均轨迹. 反制无人机间通信网络如图 1 所示. 在本仿真示例中, 考虑非合作无人机的加速度 $u_i^r(t)$ 为

$$u_i^r(t)=\begin{bmatrix}A_{1i}\sin(\omega_{1i}t+\varphi_{1i})\\A_{2i}\sin(\omega_{2i}t+\varphi_{2i})\\A_{3i}\sin(\omega_{3i}t+\varphi_{3i})\end{bmatrix}$$

$$A_{1i}=-0.04(0.7i+0.5)^2\left[2(i-3.5)-2(-1)^i\right]$$

$$A_{2i}=-0.02(0.5i+0.6)^2\left[i-3.5-(-1)^i\right]$$

$$A_{3i}=-0.04(0.6i+0.2)^2\left[2(i-3.5)-2(-1)^i\right]$$

$$\omega_{1i}=0.2(0.7i+0.5),\ \varphi_{1i}=\left(2i\frac{\pi}{6}\right)-\pi$$

$$\omega_{2i}=0.4(0.6i+0.5),\ \varphi_{2i}=\left(2(i+1)\frac{\pi}{6}\right)-\pi$$

$$\omega_{3i}=0.1(0.6i+0.2),\ \varphi_{3i}=\left(2i\frac{\pi}{6}\right)-\pi$$

选择控制参数、边界层参数以及动态耦合增益的初始值为 $k=3$, $\varepsilon=0.01$, $\varphi=5$, $\pi_{ij}(0)=0.1$. 接下来, 分别给出两组动态耦合增益参数及事件触发参数, 并分析参数对反制无人机控制性能及事件触发次数的影响, 具体见例 1 和例 2.

例 1. 选择参数 $\rho = 0.005$, $\gamma = 5$, $\delta_i = 0.5$, $\phi_i = 0.03$, $\varrho_i = 0.95$. 仿真结果如图 2 ~ 4 所示.

例 2. 选择参数 $\rho = 0.05$, $\gamma = 8$, $\delta_i = 0.2$, $\phi_i = 0.0042$, $\varrho_i = 0.98$. 仿真结果如图 5 ~ 7 所示.

图 2 和图 5 给出了 6 架反制无人机的轨迹演化过程, 其中圆圈表示反制无人机集群系统的初始位置, 五角星表示其最终位置, 彩色实线对应反制无人机集群的运动轨迹, 黑色实线代表非合作无人

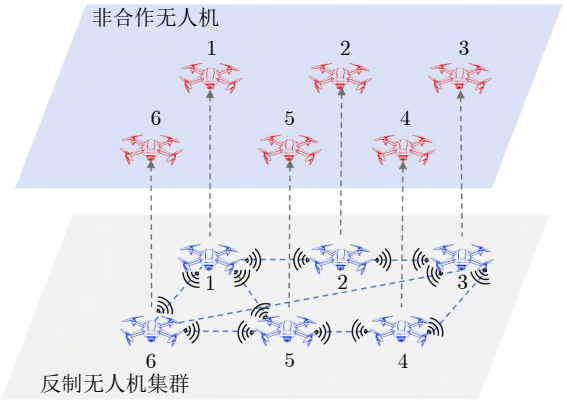


图 1　无人机集群系统目标观测及通信关系示意图

Fig. 1　Schematic diagram of the target observation and communication relationship in the UAV cluster system

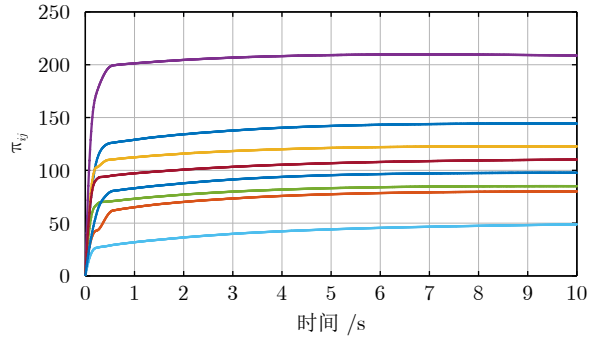


图 4　在例 1 参数下, 动态耦合增益 π_{ij} 的状态演化

Fig. 4　State evolution of the dynamic coupling gain π_{ij} under the parameter in Example 1

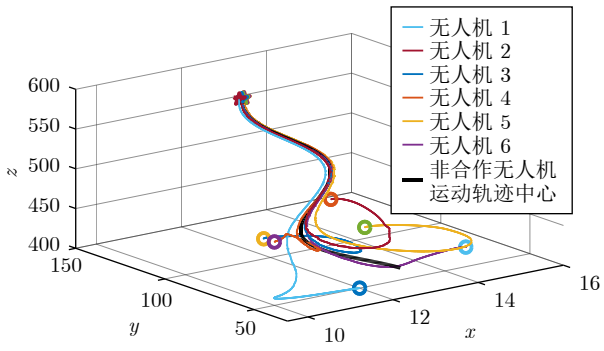


图 2　在例 1 参数下, 每架无人机的运动轨迹和非合作无人机的平均运动轨迹

Fig. 2　Motion trajectories of each UAV and the average motion trajectory of the non-cooperative UAVs under the parameters in Example 1

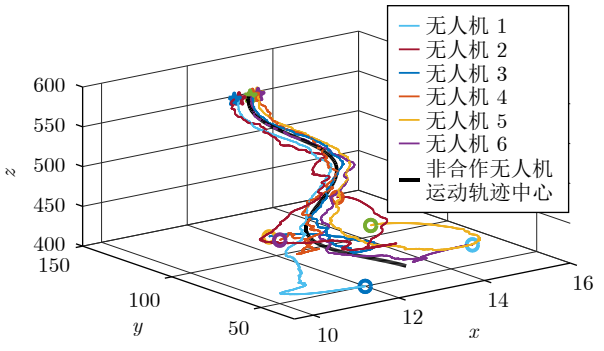


图 5　在例 2 参数下, 每架无人机的运动轨迹和非合作无人机的平均运动轨迹

Fig. 5　Motion trajectories of each UAV and the average motion trajectory of the non-cooperative UAVs under the parameters in Example 2

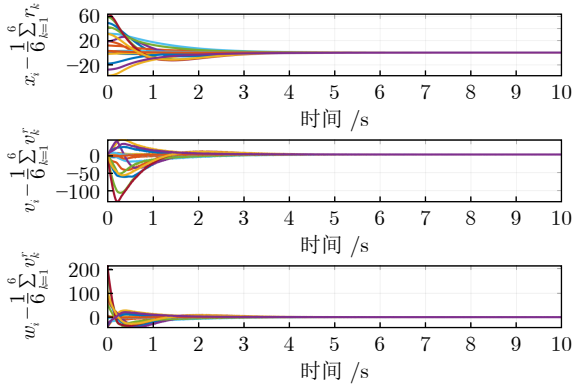


图 3　在例 1 参数下, 无人机位置和速度的跟踪误差

Fig. 3　Tracking errors of the position and velocity of each UAV under the parameters in Example 1

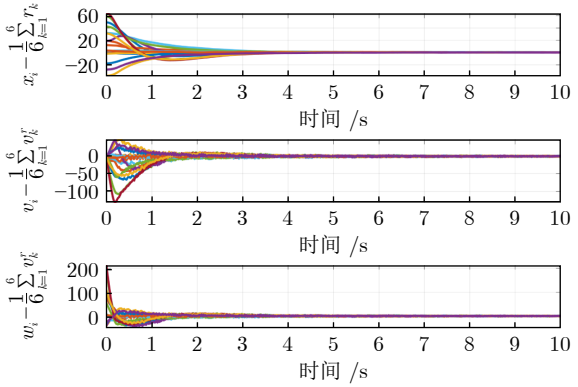


图 6　在例 2 参数下, 无人机位置和速度的跟踪误差

Fig. 6　Tracking errors of the position and velocity of each UAV under the parameters in Example 2

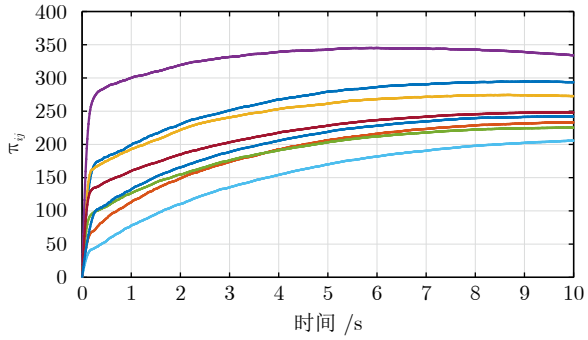


图 7 在例 2 参数下, 动态耦合增益 π_{ij} 的状态演化

Fig. 7 State evolution of the dynamic coupling gain π_{ij} under the parameter in Example 2

机的平均轨迹. 由图可知, 随着时间推移, 6 架反制无人机可以动态地跟踪上非合作无人机的平均轨迹. 值得注意的是, 图 2 中的轨迹相较于图 5 更为平滑, 这一差异源于系统事件触发频率的不同. 无人机集群系统的触发次数越多, 其运动轨迹平滑性越好. 表 1 列出了两种参数配置下无人机集群系统的触发次数, 例 2 的触发次数少于例 1, 相应地, 反制无人机运动轨迹也不如例 1 平滑, 这与图 2 和图 5 所示的轨迹特征完全一致. 图 3 和图 6 分别展示了两种参数选择下反制无人机位置和速度的跟踪误差, 可见跟踪误差逐步收敛至 0 附近, 这表明在本文所提算法的作用下, 无人机集群能够以较小的跟踪误差, 实现对非合作无人机平均轨迹的跟踪. 自适应参数 π_{ij} 的动态演化过程如图 4 和图 7 所示, 由图可以看出, π_{ij} 是有界的. 综合上述仿真结果可得, 通过选取合适的参数, 本文所提自适应动态事件触发分布式平均跟踪算法 (4) ~ (6), 能够使反制无人机集群系统在较低通信频率下, 实现对非合作无人机平均轨迹的跟踪.

4 结束语

针对反制无人机飞网协同围捕需求, 本文研究二阶多智能体系统分布式平均跟踪问题, 提出动态事件触发算法. 该算法无需相对速度测量与变量初始化, 降低了工程实现难度, 通过动态耦合增益自适应调整协作强度, 结合动态事件触发机制, 在保证跟踪精度的同时显著降低通信开销, 且理论证明了闭环系统无 Zeno 行为. 无人机集群跟踪非合作无人机集群的仿真验证表明, 算法可实现轨迹中心跟踪目标, 位置与速度误差逐步收敛至 0 附近, 动态耦合增益演化稳定. 本文未涉及异构智能体与复杂干扰场景, 未来可拓展至异构系统、提升抗干扰鲁棒性, 并通过硬件在环实验推进工程落地, 为无人机反制等协同任务提供技术支撑.

表 1 不同参数选择下, 每架无人机的通信次数

Table 1 The number of communications of each UAV under different parameter selections

无人机	例 1	例 2
1	3729	1171
2	2537	581
3	4579	1239
4	5143	741
5	6403	1399
6	3293	983

参考文献

1 Zheng C L, Mi Y Z, Guo H Q, Chen H B, Zhao S Y. Vision-based cooperative MAV-capturing-MAV. In: Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Hangzhou, China: IEEE, 2025. 21227−21234

2 Zheng C L, Mi Y Z, Guo H Q, Chen H B, Lin Z Y, Zhao S Y. Optimal spatial-temporal triangulation for bearing-only cooperative motion estimation. *Automatica*, 2025, **175**: Article No. 112216

3 Wen G H, Fu J J, Wang B W, Wang X D, Shen H. Robust formation tracking of ASVs with nonconservative collision avoidance: A control barrier function-based approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2026, **73**(6): 9174−9186

4 Liu F, Yuan S, Nguyen T M, Meng W, Xie L H. Aerial target encirclement and interception with noisy range observations. *Automatica*, 2026, **183**: Article No. 112600

5 Kia S S, Scoy B V, Cortés J, Freeman R A, Lynch K M, Martinez S. Tutorial on dynamic average consensus: The problem, its applications, and the algorithms. *IEEE Control Systems Magazine*, 2019, **39**(3): 40−72

6 Zhu M, Martínez S. Discrete-time dynamic average consensus. *Automatica*, 2010, **46**(2): 322−329

7 Montijano E, Montijano J I, Sagues C, Martínez S. Robust discrete time dynamic average consensus. *Automatica*, 2014, **50**(12): 3131−3138

8 Nosrati S, Shafiee M, Menhaj M B. Dynamic average consensus via nonlinear protocols. *Automatica*, 2012, **48**(9): 2262−2270

9 Kia S S, Cortés J, Martínez S. Dynamic average consensus under limited control authority and privacy requirements. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, **25**(13): 1941−1966

10 Kia S S, Cortés J, Martínez S. Distributed event-triggered communication for dynamic average consensus in networked systems. *Automatica*, 2015, **59**: 112−119

11 George J, Freeman R A. Robust dynamic average consensus algorithms. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, **64**(11): 4615−4622

12 Spanos D P, Olfati-Saber R, Murray R M. Dynamic consensus on mobile networks. In: Proceedings of the 16th IFAC World Congress. Prague, Czech Republic: Elsevier, 2005. 1−6

13 Freeman R A, Yang P, Lynch K M. Stability and convergence properties of dynamic average consensus estimators. In: Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control (CDC). San Diego, CA, USA: IEEE, 2006. 338−343

14 Bai H, Freeman R A, Lynch K M. Robust dynamic average consensus of time-varying inputs. In: Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC). Atlanta, GA, USA:

IEEE, 2010. 3104−3109

15 Chen F, Cao Y, Ren W. Distributed average tracking of multiple time-varying reference signals with bounded derivatives. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(12): 3169−3174

16 Cao R H, Liu Y F, Zhao Y, Wu D O, Chen G R. Dynamic average consensus over strongly connected digraphs based on integral surplus. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2025, **70**(12): 8329−8336

17 Cao R H, Zhao Y, Liu Y F, Huang P F. Privacy-protected and prescribed-time dynamic average consensus over directed networks: An integral surplus-based approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2025, **70**(12): 7968−7983

18 Cao R H, Zhao Y. Distributed average tracking over directed communication networks: A nonsmooth surplus approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2026, **71**(4): 2450−2465

19 Chen F, Ren W, Lan W Y, Chen G R. Distributed average tracking for reference signals with bounded accelerations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, **60**(3): 863−869

20 Ghapani S, Rahili S, Ren W. Distributed average tracking for second-order agents with nonlinear dynamics. In: Proceedings of the 2016 American Control Conference (ACC). Boston, MA, USA: IEEE, 2016. 4636-4641

21 Sheida G, Salar R, Ren W. Distributed average tracking of physical second-order agents with heterogeneous unknown nonlinear dynamics without constraint on input signals. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, **64**(3): 1178−1184

22 Ghapani S, Ren W, Chen F, Song Y D. Distributed average tracking for double-integrator multi-agent systems with reduced requirement on velocity measurements. *Automatica*, 2017, **81**: 1−7

23 Hong H F, Wen G H, Yu X H, Yu W W. Robust distributed average tracking for disturbed second-order multiagent systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, **52**(5): 3187−3199

24 Zhao Y, Liu Y F, Wen G H, Huang T W. Finite-time distributed average tracking for second-order nonlinear systems. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, **30**(6): 1780−1789

25 Zhao Y, Liu Y F, Li Z K, Duan Z S. Distributed average tracking for multiple signals generated by linear dynamical systems: An edge-based framework. *Automatica*, 2017, **75**: 158−166

26 Wen G H, Yu X H, Fu J J, Wang H, Yu W W. Fast distributed average tracking in multi-agent networks: The case with general linear agent dynamics. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2020, **8**(2): 997−1009

27 Zhao Y, Liu Y F, Wen G H, Yu X H, Chen G R. Distributed average tracking for Lipschitz-type of nonlinear dynamical systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, **49**(12): 4140−4152

28 Chen F, Feng G, Liu L, Ren W. Distributed average tracking of networked Euler-Lagrange systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, **60**(2): 547−552

29 Zhao Y, Xian C X, Wen G H, Huang P F, Ren W. Design of distributed event-triggered average tracking algorithms for homogeneous and heterogeneous multiagent systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, **67**(3): 1269−1284

30 Chen F, Ren W. A connection between dynamic region-following formation control and distributed average tracking. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, **48**(6): 1760−1772

31 Saim M, Ghapani S, Ren W, Munawar K, Al-Saggaf U M. Distributed average tracking in multi-agent coordination: Extensions and experiments. *IEEE Systems Journal*, 2018, **12**(3): 2428−2436

32 Seyboth G S, Dimarogonas D V, Johansson K H. Event-based broadcasting for multi-agent average consensus. *Automatica*, 2013, **49**(1): 245−252

33 Ding Y, Ren W, Zhao Y. Robust distributed average tracking for double-integrator agents without velocity measurements under event-triggered communication. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2021, **8**(2): 828−837

34 Xian C X, Zhao Y, Wu Z G, Wen G H, Pan J A. Event-triggered distributed average tracking control for Lipschitz-type nonlinear multiagent systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, **53**(2): 779−792

35 Girard A. Dynamic triggering mechanisms for event-triggered control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, **60**(7): 1992−1997

36 Yi X L, Liu K, Dimarogonas D V, Johansson K H. Dynamic event-triggered and self-triggered control for multi-agent systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, **64**(8): 3300−3307

37 Xu W Y, He W L, Ho D W, Kurths J. Fully distributed observer-based consensus protocol: Adaptive dynamic event-triggered schemes. *Automatica*, 2022, **139**: Article No. 110188

38 Sun Meng-Wei, Ren Lu, Liu Jian, Sun Chang-Yin. Dynamic event-triggered fixed-time consensus control of multi-agent systems under switching topologies. *Acta Automatica Sinica*, 2023, **49**(6): 1295−1305
(孙梦薇, 任璐, 刘剑, 孙长银. 切换拓扑下动态事件触发多智能体系统固定时间一致性. 自动化学报, 2023, **49**(6): 1295−1305)

39 Xu T, Duan Z S, Wen G H, Sun Z Y. A novel dynamic event-triggered mechanism for dynamic average consensus. *Automatica*, 2024, **161**: Article No. 111495

40 Fan Quan-Yong, Zhang Nai-Zong, Tang Yong, Xu Bin. Adaptive reliable control of multi-agent systems based on dynamic event-triggered communication protocol. *Acta Automatica Sinica*, 2024, **50**(5): 924−936
(范泉涌, 张乃宗, 唐勇, 许斌. 基于动态事件触发通信协议的多智能体系统自适应可靠控制. 自动化学报, 2024, **50**(5): 924−936)

41 Shi X Y, Cheng Y H, Yin C, Dadras S, Huang X G. Design of fractional-order backstepping sliding mode control for quadrotor UAV. *Asian Journal of Control*, 2019, **21**(1): 156−171

42 Deplano D, Franceschelli M, Giua A. Dynamic min and maxconsensus and size estimation of anonymous multiagent networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, **68**(1): 202−213

43 Khalil H K. Nonlinear Systems: 3rd ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 2002.



先程鑫 香港城市大学数学系博士后研究员. 2024 年获得西北工业大学控制科学与工程专业博士学位. 主要研究方向为多智能体系统协同控制, 分布式优化及其在多机器人系统中的应用. E-mail: chengxinxian1@gmail.com

(**XIAN Cheng-Xin** Post-doctoral fellow in the Department of Mathematics, City University of Hong Kong. He received his Ph.D. degree in control science and engineering from Northwestern Polytechnical University in 2024. His research interests include cooperative control of multi-agent systems, distributed optimization and its application in multi-robot systems.)



任雅桃 西北工业大学自动化学院博士研究生. 2024 年获得西北工业大学电子信息专业硕士学位. 主要研究方向为多智能体系统, 分布式协同控制, 事件触发控制.
E-mail: yataoren@mail.nwpu.edu.cn
(**REN Ya-Tao** Ph.D. candidate at the School of Automation, Northwestern Polytechnical University. She received her master degree in electronic information from Northwestern Polytechnical University in 2024. Her research interests include multi-agent systems, distributed cooperative control, and event-based control.)



刘恩博 西北工业大学博士研究生. 2024 年获得西北工业大学控制科学与工程专业硕士学位. 主要研究方向为多智能体系统分布式协同控制、优化及其应用.
E-mail: liuenbo@mail.nwpu.edu.cn
(**LIU En-Bo** Ph.D. candidate at the School of Automation, Northwestern Polytechnical University. He received his master degree in control science and engineering from Northwestern Polytechnical University in 2024. His research interests include distributed cooperative control of multi-agent systems, optimization, and related applications.)



赵 宇 西北工业大学自动化学院教授. 2015 年获得北京大学力学系统与控制专业博士学位. 主要研究方向为自主智能系统的协同控制与优化, 复杂网络的分析与综合及其在航天工程中的应用. 本文通信作者.
E-mail: yuzhao5977@gmail.com
(**ZHAO Yu** Professor at the School of Automation, Northwestern Polytechnical University. He received his Ph.D. degree in mechanical system and control from Peking University in 2015. His research interests include coordination control and optimization of autonomous intelligent systems and analysis and synthesis of complex networks with applications to aerospace engineering. Corresponding author of this paper.)