自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

基于边分组通信机制的无人艇博弈编队控制

黄兵 赵冲 张立川 朱骋

Edge-grouped Communication Mechanism-based Game Formation Control for Unmanned Surface Vehicles

HUANG Bing, ZHAO Chong, ZHANG Li-Chuan, ZHU Cheng

在线阅读 View online: https://doi.org/10.16383/j.aas.c260075

您可能感兴趣的其他文章

干扰条件下无人艇编队有限时间同步控制

Finite Time Synchronized Formation Control of Unmanned Surface Vehicles With External Disturbances

自动化学报. 2024, 50(5): 1047−1058 https://doi.org/10.16383/j.aas.c230550

基于模型预测控制的子母式无人机编队飞行控制方法

Model Predictive Control-based Formation Flight Control Method for Composite UAVs

自动化学报. 2025, 51(2): 312−326 https://doi.org/10.16383/j.aas.c240405

基于电量的USVs-UAV系统编队与避障分布式模型预测控制

Distributed Model Predictive Control for Battery Level-based Formation and Obstacle Avoidance in USVs-UAV System

自动化学报. 2025, 51(8): 1777−1787 https://doi.org/10.16383/j.aas.c250047

事件触发下多移动机器人抗干扰固定时间预定性能编队

Anti-disturbance Fixed-time Prescribed Performance Formation Control of Multi-mobile Robots via Event-triggered Mechanism

自动化学报. 2025, 51(7): 1703−1714 https://doi.org/10.16383/j.aas.c230654

模型参数不确定下多无人艇系统固定时间二分编队跟踪控制

Fixed-time Bipartite Formation Tracking Control for Multi-USV Systems With Uncertain Model Parameters

自动化学报. 2025, 51(3): 669−677 https://doi.org/10.16383/j.aas.c240473

基于零和微分博弈的航天器编队通信链路故障容错控制

Fault-tolerant Control for Spacecraft Formation With Communication Faults Based on Zero-sum Differential Game

自动化学报. 2025, 51(1): 174−185 https://doi.org/10.16383/j.aas.c240115

基于边分组通信机制的无人艇博弈编队控制

黄 兵 [1, 2] 赵 冲 [1, 2] 张立川 [1, 2] 朱 骋 [1, 2]

摘 要 针对大规模网络化无人艇集群面临的通信资源受限、成员收益最大化问题, 提出一种基于边分组通信机制的博弈编队控制方案. 首先, 构造具有时变纳什均衡点的代价函数, 使编队成员能够通过动态博弈过程最大化自身收益, 并逐步形成期望的编队构型; 同时, 为每个成员设计分布式状态估计器, 以降低博弈过程对全局信息的依赖. 其次, 考虑大规模集群系统多边并发通信易导致信道拥塞、延迟、丢包等问题, 通过边分组通信机制将通信边划分成组, 并由各组自主生成相互交错的通信时间序列, 使各边通信错峰进行, 在各自的通信时刻避免竞争. 最后, 通过理论分析与数值仿真验证了所提控制方案的有效性与优越性.

关键词 无人艇; 编队控制; 博弈论; 边分组通信机制

引用格式 黄兵, 赵冲, 张立川, 朱骋. 基于边分组通信机制的无人艇博弈编队控制. 自动化学报, 2026, **52**(10): 2241−2260

DOI 10.16383/j.aas.c260075 **CSTR** 32138.14.j.aas.c260075

Edge-grouped Communication Mechanism-based Game Formation Control for Unmanned Surface Vehicles

HUANG Bing[1, 2] ZHAO Chong[1, 2] ZHANG Li-Chuan[1, 2] ZHU Cheng[1, 2]

Abstract To address the problems of limited communication resources and individual payoff maximization in large-scale networked unmanned surface vehicle swarms, this paper proposes a game formation control scheme based on an edge-grouped communication mechanism. First, cost functions with time-varying Nash equilibrium points are constructed, enabling formation members to maximize their individual payoffs through a dynamic game process while gradually forming the desired formation configuration; Meanwhile, a distributed state estimator is designed for each member to reduce the game process′s dependence on global information. Second, concurrent communications over multiple edges in large-scale swarm systems may lead to channel congestion, delays, and packet loss. In this context, an edge-grouped communication mechanism is introduced, where communication edges are divided into groups, and each group autonomously generates mutually interleaved communication time sequences, allowing communications to be scheduled in a time-staggered manner and thus avoiding contention at their respective communication instants. Finally, the effectiveness and superiority of the proposed control scheme are validated through theoretical analysis and numerical simulations.

Keywords unmanned surface vehicles; formation control; game theory; edge-grouped communication mechanism

Citation Huang Bing, Zhao Chong, Zhang Li-Chuan, Zhu Cheng. Edge-grouped communication mechanism-based game formation control for unmanned surface vehicles. *Acta Automatica Sinica*, 2026, **52**(10): 2241−2260

随着无人系统与协同控制技术的持续发展, 大规模网络化无人艇 (unmanned surface vehicles, USVs) 系统凭借低成本、高机动性和智能化等优势, 在海洋勘探、环境监测和海上安防等领域得到广泛应用, 并已成为海洋无人系统研究的重要方向[1−3]. 为提升多艇协同作业效率, 编队控制已成为研究热点, 目前发展出虚拟结构法[4]、基于行为法[5]、模型参考法[6] 及基于方位法[7] 等多种主流控制策略. 根据是否存在明确领航者[8], 编队控制主要可分为无领导者[9] 与领导者–跟随者[10] 两类结构. 其中, 无领导者结构更适用于静态任务场景, 通常通过保持一致的编队构型实现群体协同[11]; 相比之下, 领导者–跟随者结构具有更高的任务灵活性, 一般由领导者生成参考轨迹, 能够支持编队重构与轨迹跟踪[12], 因而在动态海洋任务中更具应用优势.

近年来, 非合作博弈方法为多智能体协同编队

收稿日期 2026-01-30 录用日期 2026-04-12
Manuscript received January 30, 2026; accepted April 12, 2026
国家自然科学基金 (52671410, 52301370, 52501401), 航空电子综合与体系集成全国重点实验室稳定支持基金 (2025AIASS0501) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (52671410, 52301370, 52501401) and the Stable Support Fund of National Key Laboratory of Avionics Integration and Aviation System-of-Systems Synthesis (2025AIASS0501)
本文责任编委 温广辉
Recommended by Associate Editor WEN Guang-Hui
1. 西北工业大学航海学院 西安 710072 2. 西北工业大学翱翔重点实验室 西安 710072
1. School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi′an 710072 2. Aoxiang Key Laboratory, Northwestern Polytechnical University, Xi′an 710072

控制提供新的理论框架[13−14]. 作为一种典型的非合作博弈范式, 聚合博弈通过设计合理的个体成本函数, 使各智能体在优化自身目标的过程中推动系统收敛至纳什均衡 (Nash equilibrium, NE), 并由此实现期望的协同任务目标. 该机制凭借其内在的优化特性, 有效弥补了传统协同方法中全局目标强预设所带来的灵活性不足、可扩展性受限以及动态适应能力较弱等问题. 目前, 该框架已在一致性控制、分布式资源分配及智能电网调度等典型协同场景中得到广泛研究, 并展现出良好的理论基础与应用前景[15−18]. 在将其应用于多 USV 编队控制时, 每个 USV 均可视为博弈中的独立参与者, 通过合理设计其个体成本函数, 可使编队整体目标与纳什均衡状态一致. 文献 [19] 通过估计聚合信息, 提出高阶多智能体系统的分布式纳什均衡搜索策略; 文献 [20−21] 基于梯度法求解纳什均衡以实现一致性控制; 文献 [22] 针对带观测器的网络化博弈, 提出鲁棒均衡搜索策略; 文献 [23−24] 则进一步研究含参数不确定性的无人机编队协同博弈问题. 然而, 现有相关工作大多面向静态编队控制问题, 而在海上救援、资源勘探等任务中通常需要采用动态编队方式[25−26]. 因此, 发展基于时变纳什均衡的动态编队博弈方法具有重要意义.

此外, 大规模网络化无人艇集群在实际应用中普遍面临通信与网络资源受限的问题. 在聚合博弈框架下, 有效的邻域信息交互是实现纳什均衡的关键前提, 然而受限于带宽、计算能力及能源等因素, 实际系统难以支撑持续高频的数据交换需求. 尤其是在大规模编队通信场景中, 当通信负载超过有限带宽容量时, 极易引发信道拥塞, 进而导致通信时延增加甚至数据丢包等现象. 这些问题将直接削弱信息交互的实时性与可靠性, 从而对纳什均衡的收敛过程及编队控制性能产生显著不利影响[27−28]. 为节约通信资源, 事件触发机制[29−31] 被广泛采用, 其通过预设交互条件减少非必要的通信传输; 文献 [32] 进一步提出周期性事件触发机制, 在降低节点计算负担的同时有效避免 Zeno 现象, 但全局统一的检测周期可能导致多个节点同时触发广播, 加剧信道竞争与数据冲突. 在博弈论框架下, 文献 [33] 针对通信受限的无人艇集群, 设计交互周期可调的交错通信机制, 将纳什均衡搜索与通信资源分配相结合, 在降低通信负担的同时提高了编队任务的执行效率. 尽管采用交错检测周期[33−34] 可以在一定程度上缓解同检测周期带来的多节点同步触发问题. 但随着系统规模的扩大, 节点间的交错检测间隔被不断压缩, 影响该机制的实际可拓展性. 针对海洋多智能体受限通信条件下的协同控制问题, 近年来已有研究通过时隙分配、动态事件触发及预测补偿等机制缓解信道竞争, 并在降低通信负担、维持编队性能方面取得一定进展[35−36]. 然而, 这类方法多以节点或局部簇为调度对象, 未考虑复杂海洋环境下大规模网络中通信并发交互的协调问题. 因此, 对通信边实施分组管理成为提升通信资源利用效率的一种可行且具有前景的解决方案.

基于上述研究现状, 本文针对通信资源受限条件下的大规模网络化无人艇集群系统, 提出一种基于边分组通信机制 (edge-grouped communication mechanism, EGCM) 的分布式聚合博弈编队控制方法. 本文的主要贡献如下:

1) 提出一种面向分布式博弈的信息交互调度策略. 针对大规模无人艇在纳什均衡搜索过程中频繁的信息交互需求与有限信道容量之间的矛盾, 设计一种通信请求与信道接入相结合的边级调度方法. 该方法依据各节点间的通信关系及信道承载能力对通信边进行分组, 并通过周期性、交错安排的接入许可, 协调各边组的信道接入. 相较于传统的节点级周期事件触发通信机制[32], 所提策略允许满足带宽约束的多条链路在同一许可时段内有序并行交互, 兼顾分布式状态估计的信息更新需求与有限通信资源的利用效率. 本文所构建的边分组通信方案与现有传统通信方式的对比结果如表 1 所示.

2) 提出一种面向时变博弈的间歇邻域信息重

表 1 本文方法与其他相关方法对比

Table 1 Comparison between the proposed method and other related methods

状态	通信方式	优点	局限性	相关文献
静态编队	连续通信	信息交互充分, 便于实现纳什均衡搜索与协同控制	通信负担较大, 难以适应受限带宽条件, 不适用于真实海洋环境	[19−24]
动态编队	连续通信	及时跟踪时变编队参考, 控制精度高	依赖高频持续交互, 易造成通信延迟、丢包等情况	[25−28]
动态编队	周期性事件触发	降低节点计算与通信负担, 并可避免 Zeno 现象	统一检测周期易引发同步广播与信道竞争	[32]
动态编队	交错周期事件触发	降低节点计算与通信负担, 并可缓解同步触发导致的竞争问题	多智能体系统规模增大时可扩展性受限	[33−34]
动态编队	动态事件触发	触发条件自适应性较强, 有助于进一步节约通信资源	以节点或局部簇为对象, 对并发通信交互协调考虑不足	[35−36]
动态编队	边分组通信机制	降低节点计算与通信负担, 并从通信边层面实现错峰交互, 减少信道竞争、提升可扩展性	需要进行通信边分组与时序设计	本文

构方法. 针对动态编队中纳什均衡随参考轨迹演化, 博弈搜索依赖持续更新的邻域信息, 而受限通信导致邻居状态间歇更新的问题, 设计一种基于区间观测的分布式信息重构策略. 在构建时变纳什均衡编队模型的基础上, 利用离散通信获取的邻居状态及其变化信息, 在通信间隔内持续重构邻域信息, 并将其融入分布式估计与博弈控制过程, 从而减弱信息滞后与估计偏差对动态编队跟踪性能的影响.

本文结构安排如下: 第 1 节建立系统模型并阐述问题; 第 2 节给出本文主要结果, 包括基于边分组通信机制的博弈编队控制方案及相应的理论证明; 第 3 节进行数值仿真验证; 第 4 节对全文进行总结并对未来进行展望.

1　问题描述及预备知识

本文使用的符号及含义如表 2 所示.

1.1　预备知识

艇间的交互关系由无向连通图 $\mathcal{G}=(\mathcal{V},\ \mathcal{E})$ 描述, 其中节点集 $\mathcal{V}=\{1,\ 2,\ \cdots,\ N\}$, 边集 $\mathcal{E}\subseteq\mathcal{V}\times\mathcal{V}$. 若 $(j,\ i)\in\mathcal{E}$, 则称节点 j 属于节点 i 的邻居集合 $\mathcal{N}_i$, 即节点 i 能够接收来自节点 j 的信息. 若对任意 $(i,\ j)\in\mathcal{E}$ 均有 $(j,\ i)\in\mathcal{E}$, 则该图为无向图. 若图中任意两个节点之间均存在路径, 则称该无向图是连通的. $\mathcal{G}$ 的邻接矩阵为 $\mathcal{A}=[a_{ij}]\in\mathbf{R}^{N\times N}$, 其中 $a_{ii}=0$. 若 $(j,\ i)\in\mathcal{E}$, 则 $a_{ij}>0$, 否则 $a_{ij}=0$. 拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L}=[l_{ij}]\in\mathbf{R}^{N\times N}$, 其中 $l_{ii}=\sum_{j=1}^{N}a_{ij}$, 且对于 $i\neq j$, i、$j\in\mathcal{V}$, 有 $l_{ij}=-a_{ij}$.

在本文中, 网络化无人艇被视为参与博弈的主体, 其中无人艇 i 的位置决策变量记为 $\boldsymbol{p}_i=[x_i,\ y_i]^{\mathrm{T}}$, x_i、y_i 表示其在地固坐标系中的位置坐标. 各无人艇通过执行二次聚合博弈来实现预期的编队跟踪控制, 第 i 个参与者通过调整决策变量 $\boldsymbol{p}_i=[x_i,\ y_i]^{\mathrm{T}}$, 致力于最小化其函数 $J_i(\boldsymbol{p}_i,\ \boldsymbol{p}_{-i})$: $\mathbf{R}^{2N}\to\mathbf{R}$, 其中, $\boldsymbol{p}_{-i}=\left[\boldsymbol{p}_1^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{p}_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \boldsymbol{p}_{i-1}^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{p}_{i+1}^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \boldsymbol{p}_N^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$. 为描述最优策略组合 $\boldsymbol{p}=\mathrm{col}(\boldsymbol{p}_i)$, $i\in\mathcal{V}$, 纳什均衡定义如下:

定义 1[24]**.** 聚合博弈的纳什均衡为 $\boldsymbol{p}^*=\mathrm{col}(\boldsymbol{p}_i^*)$, 且满足

$$J_i(\boldsymbol{p}_i^*,\ \boldsymbol{p}_{-i}^*)\leq J_i(\boldsymbol{p}_i,\ \boldsymbol{p}_{-i}^*),\ \ \forall\boldsymbol{p}_i\in\mathbf{R}^2,\ \ i\in\mathcal{V}\quad(1)$$

当策略组合 $\boldsymbol{p}$ 达到纳什均衡时, 任何参与者均无法通过单方面改变自身策略进一步降低其函数. 代价函数 $J_i(\boldsymbol{p}_i,\ \boldsymbol{p}_{-i})$ 的具体形式将在第 2 节给出, 并同时讨论纳什均衡的存在性与唯一性.

可靠的艇间通信是保障网络化无人艇编队稳定

表 2　核心符号说明

Table 2　Explanation of core symbols

符号	含义
无人艇参数	
x_i、y_i	第 i 艘艇在地固坐标系中的质心位置
ψ_i	第 i 艘艇的艏向角
u_i、v_i、r_i	第 i 艘艇的纵荡、横荡和艏摇速度
$m_{u,\,i}$、$m_{v,\,i}$、$m_{r,\,i}$	第 i 艘艇在纵荡、横荡和艏摇方向上的转动惯量
$\tau_{u,\,i}$、$\tau_{r,\,i}$	第 i 艘艇的控制输入
$d_{u,\,i}$、$d_{v,\,i}$、$d_{r,\,i}$	第 i 艘艇所受外部扰动
$\boldsymbol{\eta}_i$	第 i 艘艇坐标变换后的位置向量
$\boldsymbol{\tau}_i$	第 i 艘艇的控制输入向量
算法与控制参数	
$\hat{k}_i$、$k_{0i}\sim k_{8i}$	各类控制增益, 均为正常数
$\bar{k}$	控制增益, 正常数
α_i	双曲正切函数参数, 满足 $\alpha_i\gg1$
ξ_i	与未知项上界相关的常数
$\hat{\xi}_i$	ξ_i 的估计值
$\tilde{\xi}_i$	ξ_i 的估计误差, $\tilde{\xi}_i=\xi_i-\hat{\xi}_i$
κ_1、κ_2、κ_3、K_4、K_9、σ	通信机制相关正常数, $\sigma\in[0,\ 1)$
P	通信检测周期
$\bar{N}$	通信边总分组数量
博弈与编队参数	
J_i	第 i 艘艇的代价函数
$\boldsymbol{\eta}^*$	$\boldsymbol{\eta}$ 对应的纳什均衡点
$\boldsymbol{p}_0$	编队期望轨迹向量
$\boldsymbol{\delta}_i$	第 i 艘艇相对参考轨迹的位置偏移向量
Δ	编队跟踪误差允许的小正常数
通信相关参数	
$\hat{\boldsymbol{\eta}}_i$	第 i 艘艇位置 $\boldsymbol{\eta}_i$ 的估计值
$\hat{\boldsymbol{v}}_i$	第 i 艘艇对期望速度 $\dot{\boldsymbol{\eta}}_0$ 的估计值
$\bar{\boldsymbol{\eta}}_i$	第 i 艘艇的参考状态向量
$\hat{\boldsymbol{\delta}}_{ij}$	第 i 艘艇对第 j 艘艇耦合误差的估计值
$t_{l_{ik}}^{ik}$	第 k 艘艇向第 i 艘艇进行通信的时刻
$\boldsymbol{e}_{1ik}\sim\boldsymbol{e}_{8ik}$	各类测量或观测误差向量
γ_i	通信指示变量, $\gamma_i\in\{0,\ 1\}$
图论相关参数	
$\mathcal{V}$	图的节点集, 即无人艇集合
$\mathcal{E}$	图的边集, 即艇间通信链路集合
$\mathcal{A}$	图的邻接矩阵
$\mathcal{L}$	图的拉普拉斯矩阵
$\boldsymbol{A}_i$	控制输入系数矩阵
Λ、β	图论相关对角矩阵
仿真验证相关参数	
B_{ij}	信道竞争率
l	径向基函数神经网络节点数量
$\boldsymbol{\mu}_i$、b_i	径向基函数神经网络高斯函数参数

运行的关键基础. 然而, 通信链路通常受限于网络带宽与机载计算及能源资源: 多艇并发广播易引发信道拥塞, 进而导致传输时延增加与数据包丢失; 同时, 从资源与能耗优化的角度出发, 采用低频高效的通信策略具有必要性. 基于此, 本文提出一种基于边的分组通信机制, 旨在实现以下目标:

1) 编队跟踪目标: 基于聚合博弈策略, 每艘艇可以通过合理的决策使其代价函数最小化, 从而沿着参考轨迹 $\boldsymbol{p}_0 \in \mathbf{R}^2$ 实现期望的编队构型, 即 $\lim_{t\to\infty} \|\boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_0 - \boldsymbol{\delta}_i\| \le \Delta,\ i \in \mathcal{V}$, 其中 Δ 为一个小的正常数, $\boldsymbol{\delta}_i \in \mathbf{R}^2$ 为第 i 艘艇相对于参考轨迹的位置偏移向量.

2) 艇间通信目标: 艇间通信采用所提出的边分组通信机制, 将通信链路划分为不同组, 并为其分配彼此交错的通信时间序列. 通过这种方式, 不同组内的通信边可在其对应的通信时刻无竞争地独享整个通信资源.

1.2 系统模型与假设

本文研究基于博弈论的 N 艘欠驱动无人艇的编队控制问题, 其坐标和运动情况如图 1 所示. 第 i 艘无人艇的运动学和动力学模型可表述为[37]:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = u_i \cos\psi_i - v_i \sin\psi_i \\ \dot{y}_i = u_i \sin\psi_i + v_i \cos\psi_i \\ \dot{\psi}_i = r_i \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases} \dot{u}_i = f_{u,\,i} + \dfrac{\tau_{u,\,i} + d_{u,\,i}}{m_{u,\,i}} \\ \dot{v}_i = \dfrac{-m_{u,\,i} u_i r_i - h_{v,\,i}(\boldsymbol{\upsilon}_i) + d_{v,\,i}}{m_{v,\,i}} \\ \dot{r}_i = f_{r,\,i} + \dfrac{\tau_{r,\,i} + d_{r,\,i}}{m_{r,\,i}} \\ f_{u,\,i} = \dfrac{m_{v,\,i} v_i r_i - h_{u,\,i}(\boldsymbol{\upsilon}_i)}{m_{u,\,i}} \\ f_{r,\,i} = \dfrac{(m_{u,\,i} - m_{v,\,i}) u_i v_i - h_{r,\,i}(\boldsymbol{\upsilon}_i)}{m_{r,\,i}} \\ h_{u,\,i}(\boldsymbol{\upsilon}_i) = \dfrac{g_u}{m_{u,\,i}} u_i + \displaystyle\sum_{c=2}^{3} \dfrac{g_{uc}}{m_{u,\,i}} |u_i|^{c-1} u_i \\ h_{v,\,i}(\boldsymbol{\upsilon}_i) = \dfrac{g_v}{m_{v,\,i}} v_i + \displaystyle\sum_{c=2}^{3} \dfrac{g_{vc}}{m_{v,\,i}} |v_i|^{c-1} v_i \\ h_{r,\,i}(\boldsymbol{\upsilon}_i) = \dfrac{g_r}{m_{r,\,i}} r_i + \displaystyle\sum_{c=2}^{3} \dfrac{g_{rc}}{m_{r,\,i}} |r_i|^{c-1} r_i \end{cases} \tag{3}$$

其中, ψ_i 为艏向角; u_i、v_i 和 r_i 分别表示该艇在船体坐标系 O_{B_i} 下的纵荡、横荡和艏摇速度; $m_{u,\,i}$、$m_{v,\,i}$ 和 $m_{r,\,i}$ 为对应方向上的惯性质量; $h_{u,\,i}(\boldsymbol{\upsilon}_i)$、$h_{v,\,i}(\boldsymbol{\upsilon}_i)$ 和 $h_{r,\,i}(\boldsymbol{\upsilon}_i)$ 为水动力耦合项, 其中 $\boldsymbol{\upsilon}_i = [u_i,\ v_i,\ r_i]^{\mathrm{T}}$; g_u、g_v、g_r、g_{uc}、g_{vc} 和 g_{rc} 为正常数; $c = 2,\ 3$; $\tau_{u,\,i}$ 和 $\tau_{r,\,i}$ 为控制输入; $d_{u,\,i}$、$d_{v,\,i}$ 和 $d_{r,\,i}$ 为外部干扰. 由于作用在无人艇船体上的外部扰动有限, 可作出以下合理假设:

假设 1. 外部干扰 $d_{u,\,i}$、$d_{v,\,i}$ 和 $d_{r,\,i}$ 是有界的.

在实际工程应用中, 往往难以精确获取水动力耦合项[38]. 因此, 提出以下引理用于近似系统不确定性与外部扰动, 从而提升控制算法的实用性.

引理 1[39]**.** 径向基函数神经网络 (radial basis function neural networks, RBFNNs) 可在紧集 $\Omega_{\boldsymbol{x}} \subset \mathbf{R}^n$ 上逼近任意实连续函数 $f(\boldsymbol{x})$, 具体形式为

$$f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}) + \varepsilon,\ \ \forall \boldsymbol{x} \in \Omega_{\boldsymbol{x}} \tag{4}$$

其中, $\boldsymbol{W} = [W_1,\ \cdots,\ W_l]^{\mathrm{T}}$ 为具有 l 个神经节点的权值向量; ε 为逼近误差, 满足 $|\varepsilon| \le \varepsilon^*$, 且 $\varepsilon^* > 0$; $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}) = [h_1(\boldsymbol{x}),\ \cdots,\ h_l(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}$ 为高斯函数, 其形式为

$$h_i(\boldsymbol{x}) = \exp\left(-\frac{\|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\mu}_i\|^2}{2b_i^2}\right),\ i = 1,\ \cdots,\ l \tag{5}$$

其中, $\boldsymbol{\mu}_i \in \mathbf{R}^n$ 为函数 $h_i(\boldsymbol{x})$ 的中心; $b_i > 0$ 为宽度.

基于上述假设与引理, 为便于后续控制器的设计, 本文引入如下坐标变换

$$\begin{cases} \bar{x}_i = x_i + l_0 \cos\psi_i \\ \bar{y}_i = y_i + l_0 \sin\psi_i \end{cases} \tag{6}$$

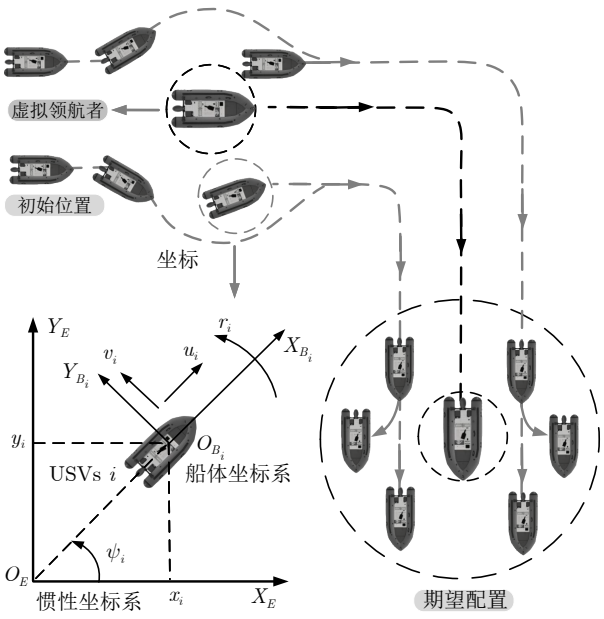


图 1 多 USV 的坐标与运动

Fig. 1 Coordinates and motions of multiple USVs

其中, $l_0>0$ 表示点 $[\bar{x}_i,\ \bar{y}_i]^{\mathrm{T}}$ 与质心 $[x_i,\ y_i]^{\mathrm{T}}$ 之间的距离.

结合式 (2), 对式 (6) 求导可得

$$\begin{cases}\dot{\bar{x}}_i=u_i\cos\psi_i-v_i\sin\psi_i-r_il_0\sin\psi_i\\ \dot{\bar{y}}_i=u_i\sin\psi_i+v_i\cos\psi_i+r_il_0\cos\psi_i\end{cases}\tag{7}$$

联立式 (3), 可得式 (7) 的时间导数为

$$\begin{cases}\ddot{\bar{x}}_i=\dfrac{\tau_{u,\,i}\cos\psi_i}{m_{u,\,i}}-\dfrac{\tau_{r,\,i}l_0\sin\psi_i}{m_{r,\,i}}+\bar{f}_{u,\,i}+\bar{d}_{u,\,i}\\ \ddot{\bar{y}}_i=\dfrac{\tau_{u,\,i}\sin\psi_i}{m_{u,\,i}}+\dfrac{\tau_{r,\,i}l_0\cos\psi_i}{m_{r,\,i}}+\bar{f}_{r,\,i}+\bar{d}_{r,\,i}\\ \bar{f}_{u,\,i}=f_{u,\,i}\cos\psi_i-u_ir_i\sin\psi_i-v_ir_i\cos\psi_i-\\ \qquad r_i^2l_0\cos\psi_i-\dot{v}_i\sin\psi_i-f_{r,\,i}l_0\sin\psi_i\\ \bar{d}_{u,\,i}=\dfrac{d_{u,\,i}\cos\psi_i}{m_{u,\,i}}-\dfrac{d_{r,\,i}l_0\sin\psi_i}{m_{r,\,i}}\\ \bar{f}_{r,\,i}=f_{u,\,i}\sin\psi_i+u_ir_i\cos\psi_i-v_ir_i\sin\psi_i-\\ \qquad r_i^2l_0\sin\psi_i+\dot{v}_i\cos\psi_i+f_{r,\,i}l_0\cos\psi_i\\ \bar{d}_{r,\,i}=\dfrac{d_{u,\,i}\sin\psi_i}{m_{u,\,i}}+\dfrac{d_{r,\,i}l_0\cos\psi_i}{m_{r,\,i}}\end{cases}\tag{8}$$

定义第 i 艘艇坐标变换之后的位置向量为 $\boldsymbol{\eta}_i=[\bar{x}_i,\ \bar{y}_i]^{\mathrm{T}}$, 且 $\boldsymbol{v}_i=\dot{\boldsymbol{\eta}}_i$, 可得

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\eta}}_i=\boldsymbol{v}_i\\ \dot{\boldsymbol{v}}_i=\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{\tau}_i+\boldsymbol{f}_i+\boldsymbol{d}_i\end{cases}\tag{9}$$

其中

$$\boldsymbol{A}_i=\begin{bmatrix}\dfrac{\cos\psi_i}{m_{u,\,i}} & \dfrac{-l_0\sin\psi_i}{m_{r,\,i}}\\ \dfrac{\sin\psi_i}{m_{u,\,i}} & \dfrac{l_0\cos\psi_i}{m_{r,\,i}}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\tau}_i=\begin{bmatrix}\tau_{u,\,i}\\ \tau_{r,\,i}\end{bmatrix},\ \boldsymbol{f}_i=\begin{bmatrix}\bar{f}_{u,\,i}\\ \bar{f}_{r,\,i}\end{bmatrix},\ \boldsymbol{d}_i=\begin{bmatrix}\bar{d}_{u,\,i}\\ \bar{d}_{r,\,i}\end{bmatrix}\tag{10}$$

根据假设 1, 存在未知有界正常数 D 满足 $\|\boldsymbol{d}_i\|\leq D$. 依据引理 1, 可将未知耦合项 $\boldsymbol{f}_i$ 近似表示为

$$\boldsymbol{f}_i=\boldsymbol{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_i(\boldsymbol{v}_i)+\boldsymbol{\varepsilon}_i\tag{11}$$

其中, $\boldsymbol{W}_i=[\boldsymbol{W}_{u,\,i},\ \boldsymbol{W}_{v,\,i}]\in\mathbf{R}^{l\times 2}$ 为纵荡、横荡方向的理想权值矩阵, 且有 $\boldsymbol{W}_{u,\,i}\in\mathbf{R}^{l\times 1}$, $\boldsymbol{W}_{v,\,i}\in\mathbf{R}^{l\times 1}$; $\boldsymbol{H}_i(\boldsymbol{v}_i)\in\mathbf{R}^l$ 为高斯基函数向量, 其中心为 $\boldsymbol{\mu}_i\in\mathbf{R}^n$, 宽度为 $b_i>0$; $\boldsymbol{\varepsilon}_i\in\mathbf{R}^2$ 为估计误差向量, 满足 $\|\boldsymbol{\varepsilon}_i\|\leq\varepsilon^*$. 由式 (5) 可知基函数 $h_i(x)$ 为有界函数, 且有 $\|\boldsymbol{H}_i(\boldsymbol{v}_i)\|\leq l$. 结合假设 1 可得

$$\|\boldsymbol{f}_i+\boldsymbol{d}_i\|\leq\xi_i\phi_i\tag{12}$$

其中, $\xi_i=\max\{\|2l\boldsymbol{W}_{u,\,i}\|,\ \|2l\boldsymbol{W}_{v,\,i}\|,\ \varepsilon^*+D\}$; $\phi_i=\|\boldsymbol{H}_i(\boldsymbol{v}_i)\|+1\leq l+1$.

通过上述坐标变换, 可得到一个全驱动系统模型. 由此, 编队跟踪目标 $\lim_{t\to\infty}\|\boldsymbol{p}_i-\boldsymbol{p}_0-\boldsymbol{\delta}_i\|\leq\Delta$, $i\in\mathcal{V}$等价于 $\lim_{t\to\infty}\|\boldsymbol{\eta}_i-\boldsymbol{\eta}_0-\boldsymbol{\delta}_i\|\leq\Delta$, $i\in\mathcal{V}$, $\boldsymbol{\eta}_0$表示经坐标变换后的期望轨迹, 从而简化控制器设计过程.

引理 2[40]**.** 对任意 $x\in\mathbf{R}$, $0\leq|x|-x\tanh(\alpha x)\leq 0.278\ 5/\alpha$, 其中 $\alpha\gg 1$.

注 1. ξ_i 的上界由权重矩阵 $\boldsymbol{W}_i$、估计误差 $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ 和外部干扰 $\boldsymbol{d}_i$ 放缩得到, 表征外部干扰与模型不确定性对无人艇运动的综合未知影响. 该上界通过自适应律在线估计, 并将补偿项嵌入控制器, 以在模型动态不确定且干扰位置未知时抑制性能退化, 增强系统鲁棒性. 其初值可设为外部干扰上界 D 以加快收敛速度. 有限的隐层节点数 l 保证基函数向量 $\boldsymbol{H}_i(\boldsymbol{v}_i)$ 有界, 进而保证 ϕ_i 有界.

2　基于边分组通信机制的无人艇博弈编队控制方案

本节针对欠驱动无人艇提出一种基于博弈论的分布式控制方案, 从而实现编队跟踪控制任务. 同时, 提出边分组通信机制, 以提升网络资源的利用效率, 有效缓解通信过程中潜在的信道阻塞问题. 最后, 基于李雅普诺夫稳定性理论对所提控制策略的可行性进行分析验证. 相应的控制方案结构图如图 2 所示.

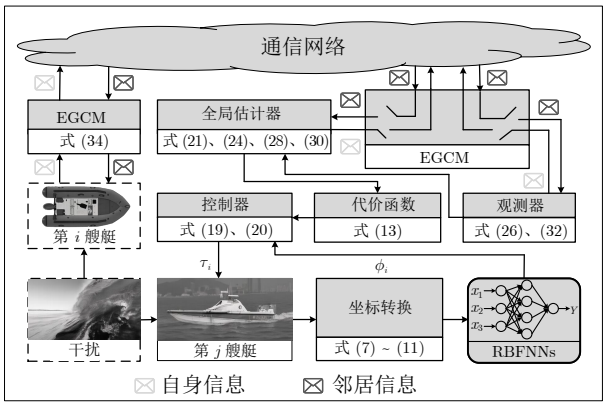


图 2　所提控制方案的示意图

Fig. 2　Diagram of the proposed control scheme

2.1　代价函数设计与平衡点定位

为实现基于博弈的编队跟踪控制, 本节针对第 i 艘无人艇设计如下局部代价函数:

$$J_i\left(\boldsymbol{\eta}_i,\boldsymbol{\eta}_{-i}\right)=\frac{3}{2}\left\|\boldsymbol{\eta}_i\right\|^2+2\boldsymbol{\eta}_i^{\mathrm{T}}\left(-\boldsymbol{\eta}_0-\boldsymbol{\delta}_i\right)+\frac{N}{2}\left\|\boldsymbol{\eta}_i-\boldsymbol{\delta}_i\right\|^2-\boldsymbol{\eta}_i^{\mathrm{T}}\sum_{j=1}^{N}\left(\boldsymbol{\eta}_j-\boldsymbol{\delta}_j\right)\tag{13}$$

其中, $\boldsymbol{\eta}_{-i}=[\boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{\eta}_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \boldsymbol{\eta}_{i-1}^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{\eta}_{i+1}^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \boldsymbol{\eta}_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 表示除第 i 个个体外所有其他个体状态的堆栈向量. 此处定义聚合函数为 $\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{\eta}_j$. 在此基础上, 本节给出如下定理以证明纳什均衡的存在性、唯一性以及相关编队特性.

定理 1. 基于式 (13) 所构造的函数, 聚合博弈的纳什均衡 $\boldsymbol{\eta}^*$ 存在且唯一. 并且, 在该均衡点处可以实现期望的编队跟踪控制, 即满足如下等式 $\lim_{\boldsymbol{\eta}_i\to\boldsymbol{\eta}_i^*}\left\|\boldsymbol{\eta}_i-\boldsymbol{\eta}_0-\boldsymbol{\delta}_i\right\|=0$.

证明. 由式 (13) 可知, 代价函数 $J_i(\boldsymbol{\eta}_i,\ \boldsymbol{\eta}_{-i})$ 关于 $\boldsymbol{\eta}_i$ 是凸的. 进而可推导出以下结论:

$$\frac{\partial^2 J_i(\boldsymbol{\eta}_i,\ \boldsymbol{\eta}_{-i})}{\partial\boldsymbol{\eta}_i^2}=N+1>0\tag{14}$$

因此, 代价函数设计为 (13) 的聚合博弈存在唯一的纳什均衡点. 由 $\frac{\partial J_i(\boldsymbol{\eta}_i^*,\ \boldsymbol{\eta}_{-i}^*)}{\partial\boldsymbol{\eta}_i}=0$ 可得

$$\begin{aligned}
&2(\boldsymbol{\eta}_1^*-\boldsymbol{\eta}_0-\boldsymbol{\delta}_1)+N(\boldsymbol{\eta}_1^*-\boldsymbol{\delta}_1)-\sum_{j=1}^{N}(\boldsymbol{\eta}_j^*-\boldsymbol{\delta}_j)=0\\
&2(\boldsymbol{\eta}_2^*-\boldsymbol{\eta}_0-\boldsymbol{\delta}_2)+N(\boldsymbol{\eta}_2^*-\boldsymbol{\delta}_2)-\sum_{j=1}^{N}(\boldsymbol{\eta}_j^*-\boldsymbol{\delta}_j)=0\\
&2(\boldsymbol{\eta}_3^*-\boldsymbol{\eta}_0-\boldsymbol{\delta}_3)+N(\boldsymbol{\eta}_3^*-\boldsymbol{\delta}_3)-\sum_{j=1}^{N}(\boldsymbol{\eta}_j^*-\boldsymbol{\delta}_j)=0\\
&\qquad\vdots\\
&2(\boldsymbol{\eta}_N^*-\boldsymbol{\eta}_0-\boldsymbol{\delta}_N)+N(\boldsymbol{\eta}_N^*-\boldsymbol{\delta}_N)-\sum_{j=1}^{N}(\boldsymbol{\eta}_j^*-\boldsymbol{\delta}_j)=0
\end{aligned}\tag{15}$$

根据式 (15), 可知

$$(N+2)[\boldsymbol{\eta}_i^*-\boldsymbol{\delta}_i-(\boldsymbol{\eta}_j^*-\boldsymbol{\delta}_j)]=0,\ \ \forall i、j\in\mathcal{V}\tag{16}$$

将式 (16) 代入式 (15) 可得

$$\boldsymbol{\eta}_i^*=\boldsymbol{\eta}_0+\boldsymbol{\delta}_i,\ \ \forall i\in\mathcal{V}\tag{17}$$

由式 (17) 可知期望的编队跟踪控制可以实现. □

此外, 由式 (13) 可知, 映射 $\mathcal{J}(\boldsymbol{\eta})=\left[\frac{\partial J_1(\boldsymbol{\eta}_1,\ \boldsymbol{\eta}_{-1})}{\partial\boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}}},\ \cdots,\ \frac{\partial J_N(\boldsymbol{\eta}_N,\ \boldsymbol{\eta}_{-N})}{\partial\boldsymbol{\eta}_N^{\mathrm{T}}}\right]^{\mathrm{T}}$ 具有强单调性和 $N+2$-李普希茨连续性[24], 即

$$\begin{cases}(\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{\eta}^*)^{\mathrm{T}}(\mathcal{J}(\boldsymbol{\eta})-\mathcal{J}(\boldsymbol{\eta}^*))\geq 2\|\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{\eta}^*\|^2\\ \|\mathcal{J}(\boldsymbol{\eta})-\mathcal{J}(\boldsymbol{\eta}^*)\|\leq(N+2)\|\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{\eta}^*\|\end{cases}\tag{18}$$

该性质是后文证明系统稳定性的关键.

注 2. 由第 2.1 节可知: 1) 代价函数 (13) 存在唯一纳什均衡点; 2) 当各艇代价函数收敛至该点时, 无人艇集群实现编队追踪目标. 式 (18) 的强单调性为后续的分布式控制设计提供理论保障. 据此可构造基于梯度下降的控制律: 使各艇沿自身代价函数对运动状态的负梯度进行更新, 进而驱动个体渐近收敛至均衡点, 最终实现协同编队控制. 通信受限时, 邻居状态存在有界时滞与偏差, 但因通信间隔有界, 偏差仅持续有限时间, 并在每次通信时刻重置为零, 所造成的影响有限. 为此, 本文还采用基于局部测量的实时状态估计器, 以估计值替代含时滞的状态值参与梯度计算, 从而有效抑制性能劣化; 最终通过李雅普诺夫分析证明闭环系统的渐近稳定性和控制有效性.

2.2 控制算法设计

为实现式 (17) 所描述的纳什均衡, 本节提出如下基于博弈的分布式编队控制器:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau}_i=\boldsymbol{A}_i^{-1}\Big[&-\hat{k}_i\mathcal{J}_i\left(\hat{\boldsymbol{\eta}}_i\right)-k_{0i}\left(\boldsymbol{v}_i-\hat{\boldsymbol{v}}_i\right)-\operatorname{sgn}\left(\boldsymbol{v}_i-\hat{\boldsymbol{v}}_i\right)\times\\&\hat{\xi}_i\phi_i\tanh\left(\alpha_i\hat{\xi}_i\phi_i\left\|\boldsymbol{v}_i-\hat{\boldsymbol{v}}_i\right\|_1\right)+\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_i\Big]\end{aligned}\tag{19}$$

$$\dot{\hat{\xi}}_i=k_{1i}(\|\boldsymbol{v}_i-\hat{\boldsymbol{v}}_i\|\,\phi_i-k_{2i}\hat{\xi}_i),\ \ i\in\mathcal{V}\tag{20}$$

其中, $\hat{k}_i>0$; $k_{0i}>0$; $k_{1i}>0$; $k_{2i}>0$; $\hat{\xi}_i>0$; $\alpha_i\gg1$; $\hat{\boldsymbol{v}}_i$ 是第 i 艘无人艇对期望速度 $\dot{\boldsymbol{\eta}}_0$ 的估计; $\mathcal{J}_i(\hat{\boldsymbol{\eta}}_i)$ 是第 i 艘无人艇基于局部状态估计信息构造的代价函数偏导项; $\hat{\boldsymbol{\eta}}\in\mathbf{R}^{2N^2}$ 是对 $\boldsymbol{\eta}$ 的估计值, $\hat{\boldsymbol{\eta}}=[\hat{\boldsymbol{\eta}}_1^{\mathrm{T}},\ \hat{\boldsymbol{\eta}}_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \hat{\boldsymbol{\eta}}_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 且 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_i=[\hat{\boldsymbol{\eta}}_{i1}^{\mathrm{T}},\ \hat{\boldsymbol{\eta}}_{i2}^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \hat{\boldsymbol{\eta}}_{iN}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$. 具体的估计形式设计为

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}}_{ij}=-k_{3i}\Bigg[&\sum_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}\left(\hat{\boldsymbol{\eta}}_{ij}-\hat{\boldsymbol{\eta}}_{kj}\left(t_{l_{ik}}^{ik}\right)\right)+\\&a_{ij}\left(\hat{\boldsymbol{\eta}}_{ij}-\boldsymbol{\eta}_j\left(t_{l_{ij}}^{ij}\right)\right)\Bigg],\ \ \forall i、j\in\mathcal{V}\end{aligned}\tag{21}$$

其全局形式进一步表示为

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}}=&-(\boldsymbol{k}_3\otimes\boldsymbol{I}_{2N})[(\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})(\hat{\boldsymbol{\eta}}-\mathbf{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta})-\\&(\Lambda\otimes\boldsymbol{I}_{2N})\boldsymbol{e}_1+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2)(\hat{\boldsymbol{\eta}}-\mathbf{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta})-\\&(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2)\boldsymbol{e}_2]\end{aligned}\tag{22}$$

其中, $\otimes$ 表示克罗内克积; $k_{3i}>0$ 为控制参数; $\boldsymbol{k}_3=\operatorname{diag}\{k_{3i}\}_{i\in\mathcal{V}}$; $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{ij}$表示第 i 艘无人艇对 $\boldsymbol{\eta}_j$的估计值; $t_{l_{ik}}^{ik}$ 表示第 k 艘无人艇向第 i 艘无人艇进行信息传输的第 l_{ik} 次离散通信时刻; $\Lambda=\operatorname{diag}\{\mathcal{A}_i\}$, $\mathcal{A}_i$ 为邻接矩

阵 $\mathcal{A}$ 的第 i 行元素构成的对角矩阵; $\beta=\mathrm{diag}\{a_{ij}\}$; $\boldsymbol{e}_1=\mathrm{col}_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}(\boldsymbol{e}_{1ik})$、$\boldsymbol{e}_2=\mathrm{col}_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}(\boldsymbol{e}_{2ik})$ 分别表示所有通信边上测量误差的全局堆叠向量, 通信边的误差定义为:

$$\boldsymbol{e}_{1ik}=\hat{\boldsymbol{\eta}}_k(t_{l_{ik}}^{ik})-\hat{\boldsymbol{\eta}}_k,\ \ \boldsymbol{e}_{2ik}=\boldsymbol{\eta}_k(t_{l_{ik}}^{ik})-\boldsymbol{\eta}_k \tag{23}$$

进而设计第 i 艘艇对期望速度 $\dot{\boldsymbol{\eta}}_0$ 的估计律如下:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_i=-k_{4i}\left[\sum_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}(\hat{\boldsymbol{v}}_i-\widehat{\boldsymbol{v}}_k^{ik})+\gamma_i(\hat{\boldsymbol{v}}_i-\dot{\boldsymbol{\eta}}_0)\right]-\bar{k}\mathcal{J}_i(\hat{\boldsymbol{\eta}}_i) \tag{24}$$

其全局形式表示为:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}=-(\boldsymbol{k}_4\otimes\boldsymbol{I}_2)[(\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_2)\hat{\boldsymbol{v}}-(\Lambda\otimes\boldsymbol{I}_2)\widehat{\boldsymbol{e}}+(\boldsymbol{\gamma}\otimes\boldsymbol{I}_2)\times(\hat{\boldsymbol{v}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\dot{\boldsymbol{\eta}}_0)]-\bar{k}\mathcal{J}(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \tag{25}$$

其中, $k_{4i}>0$和 $\bar{k}>0$为控制参数; $\boldsymbol{k}_4=\mathrm{diag}\{k_{4i}\}_{i\in\mathcal{V}}$; $\hat{\boldsymbol{v}}=[\hat{\boldsymbol{v}}_1^{\mathrm{T}},\,\hat{\boldsymbol{v}}_2^{\mathrm{T}},\,\cdots,\,\hat{\boldsymbol{v}}_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 表示各艇对期望速度的估计向量; $\gamma_i\in\{0,\,1\}$ 为通信指示变量, $\gamma_i=1$ 表示第 i 艘无人艇可获取期望轨迹信息, $\gamma_i=0$ 表示无法获取, $\boldsymbol{\gamma}=\mathrm{diag}\{\gamma_i\}$ 为其构成的对角矩阵; $\widehat{\boldsymbol{v}}_k^{ik}$ 表示第 i 艘无人艇对第 k 艘无人艇估计值 $\hat{\boldsymbol{v}}_k$ 的观测.

$$\begin{cases}\dot{\widehat{\boldsymbol{v}}}_k^{ik}=\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_k(t_{l_{ik}}^{ik})+k_{5i}\big(\hat{\boldsymbol{v}}_k(t_{l_{ik}}^{ik})-\widehat{\boldsymbol{v}}_k^{ik}\big),\\ \qquad t\in(t_{l_{ik}}^{ik},\,t_{l_{ik}+1}^{ik})\\ \widehat{\boldsymbol{v}}_k^{ik}=\hat{\boldsymbol{v}}_k(t_{l_{ik}}^{ik}),\\ \qquad t=t_{l_{ik}}^{ik}\end{cases} \tag{26}$$

其中, $k_{5i}>0$ 为控制参数, $\boldsymbol{k}_5=\mathrm{diag}\{k_{5i}\}_{i\in\mathcal{V}}$. 为描述区间观测器的重构精度及离散通信引起的测量偏差, 定义

$$\widehat{\boldsymbol{e}}=\mathrm{col}_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}(\widehat{\boldsymbol{e}}_{ik}),\ \boldsymbol{e}_3=\mathrm{col}_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}(\boldsymbol{e}_{3ik})$$
$$\boldsymbol{e}_4=\mathrm{col}_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}(\boldsymbol{e}_{4ik})$$

其中, $\widehat{\boldsymbol{e}}_{ik}$、$\boldsymbol{e}_{3ik}$ 和 $\boldsymbol{e}_{4ik}$ 分别为边 $(k,\,i)$ 上的观测误差和测量误差, 具体定义如下:

$$\begin{cases}\widehat{\boldsymbol{e}}_{ik}=\widehat{\boldsymbol{v}}_k^{ik}-\hat{\boldsymbol{v}}_k\\ \boldsymbol{e}_{3ik}=\hat{\boldsymbol{v}}_k(t_{l_{ik}}^{ik})-\hat{\boldsymbol{v}}_k\\ \boldsymbol{e}_{4ik}=\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_k(t_{l_{ik}}^{ik})-\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_k\end{cases} \tag{27}$$

由于并非所有无人艇均可获取 $\boldsymbol{\eta}_0$ 和 $\boldsymbol{\delta}_i$, 因此需引入其对应的估计量:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}}_i=-k_{6i}\left[\sum_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}(\bar{\boldsymbol{\eta}}_i-\widehat{\boldsymbol{\eta}}_k^{ik})+\gamma_i(\bar{\boldsymbol{\eta}}_i-\boldsymbol{\eta}_0)\right] \tag{28}$$

其中, $k_{6i}>0$ 为控制参数; $\widehat{\boldsymbol{\eta}}_k^{ik}$ 为参考状态的区间观测值, 其具体定义见式 (32). 进一步得到其全局形式为:

$$\dot{\bar{\boldsymbol{\eta}}}=-(\boldsymbol{k}_6\otimes\boldsymbol{I}_2)[(\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_2)\bar{\boldsymbol{\eta}}-(\Lambda\otimes\boldsymbol{I}_2)\bar{\boldsymbol{e}}+(\boldsymbol{\gamma}\otimes\boldsymbol{I}_2)(\bar{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}_0)] \tag{29}$$

其中, 观测误差 $\bar{\boldsymbol{e}}=\mathrm{col}_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}(\bar{\boldsymbol{e}}_{ik})$, $\bar{\boldsymbol{e}}_{ik}$ 在式 (33) 中定义; $\boldsymbol{k}_6=\mathrm{diag}\{k_{6i}\}_{i\in\mathcal{V}}$. 相应的 $\boldsymbol{\delta}_{ij}$ 的估计:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\delta}}}_{ij}=-k_{7i}\left[\sum_{k\in\mathcal{N}_i}(\hat{\boldsymbol{\delta}}_{ij}-\hat{\boldsymbol{\delta}}_{kj}(t_{l_{ik}}^{ik}))+a_{ij}(\hat{\boldsymbol{\delta}}_{ij}-\boldsymbol{\delta}_j(t_{l_{ij}}^{ij}))\right],\ \ \forall i、\,j\in\mathcal{V} \tag{30}$$

得到其全局形式为:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\delta}}}=-(\boldsymbol{k}_7\otimes\boldsymbol{I}_{2N})[((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2))(\hat{\boldsymbol{\delta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\delta})-(\Lambda\otimes\boldsymbol{I}_{2N})\boldsymbol{e}_7-(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2)\boldsymbol{e}_8] \tag{31}$$

其中, $k_{7i}>0$ 为控制参数; $\boldsymbol{k}_7=\mathrm{diag}\{k_{7i}\}_{i\in\mathcal{V}}$; $\bar{\boldsymbol{\eta}}=[\bar{\boldsymbol{\eta}}_1^{\mathrm{T}},\ \bar{\boldsymbol{\eta}}_2^{\mathrm{T}},\,\cdots,\,\bar{\boldsymbol{\eta}}_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 表示各艇的参考状态向量; $\hat{\boldsymbol{\delta}}=[\hat{\boldsymbol{\delta}}_1^{\mathrm{T}},\,\hat{\boldsymbol{\delta}}_2^{\mathrm{T}},\,\cdots,\,\hat{\boldsymbol{\delta}}_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 为耦合误差估计向量, $\hat{\boldsymbol{\delta}}_i=[\hat{\boldsymbol{\delta}}_{i1}^{\mathrm{T}},\,\hat{\boldsymbol{\delta}}_{i2}^{\mathrm{T}},\,\cdots,\,\hat{\boldsymbol{\delta}}_{iN}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 表示第 i 艘艇对邻艇耦合误差的估计. $\widehat{\boldsymbol{\eta}}_k^{ik}$ 表示第 i 艘艇对第 k 艘艇参考状态 $\bar{\boldsymbol{\eta}}_k$ 的观测值, 其时间导数定义如下:

$$\begin{cases}\dot{\widehat{\boldsymbol{\eta}}}_k^{ik}=\dot{\bar{\boldsymbol{\eta}}}_k(t_{l_{ik}}^{ik})+k_{8i}\big(\bar{\boldsymbol{\eta}}_k(t_{l_{ik}}^{ik})-\widehat{\boldsymbol{\eta}}_k^{ik}\big),\\ \qquad t\in(t_{l_{ik}}^{ik},\,t_{l_{ik}+1}^{ik})\\ \widehat{\boldsymbol{\eta}}_k^{ik}=\bar{\boldsymbol{\eta}}_k(t_{l_{ik}}^{ik}),\\ \qquad t=t_{l_{ik}}^{ik}\end{cases} \tag{32}$$

其中, $k_{8i}>0$ 为控制参数, $\boldsymbol{k}_8=\mathrm{diag}\{k_{8i}\}_{i\in\mathcal{V}}$. 为描述参考状态观测器的重构精度、在离散通信下产生参考状态的测量误差以及式 (31) 中编队偏移量的测量误差, 定义

$$\boldsymbol{e}_5=\mathrm{col}_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}(\boldsymbol{e}_{5ik}),\ \boldsymbol{e}_6=\mathrm{col}_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}(\boldsymbol{e}_{6ik})$$
$$\boldsymbol{e}_7=\mathrm{col}_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}(\boldsymbol{e}_{7ik}),\ \boldsymbol{e}_8=\mathrm{col}_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}(\boldsymbol{e}_{8ik})$$

其中, $\boldsymbol{e}_{5ik}$、$\boldsymbol{e}_{6ik}$、$\boldsymbol{e}_{7ik}$ 和 $\boldsymbol{e}_{8ik}$ 为边 (k,i) 上的测量误差. $\bar{\boldsymbol{e}}_{ik}$ 为边 (k,i) 上的观测误差, 具体定义如下:

$$\bar{\boldsymbol{e}}_{ik}=\widehat{\boldsymbol{\eta}}_k^{ik}-\bar{\boldsymbol{\eta}}_k,\ \boldsymbol{e}_{5ik}=\bar{\boldsymbol{\eta}}_k(t_{l_{ik}}^{ik})-\bar{\boldsymbol{\eta}}_k$$
$$\boldsymbol{e}_{6ik}=\dot{\bar{\boldsymbol{\eta}}}_k(t_{l_{ik}}^{ik})-\dot{\bar{\boldsymbol{\eta}}}_k,\ \boldsymbol{e}_{7ik}=\dot{\hat{\boldsymbol{\delta}}}_k(t_{l_{ik}}^{ik})-\dot{\hat{\boldsymbol{\delta}}}_k$$
$$\boldsymbol{e}_{8ik}=\boldsymbol{\delta}_k(t_{l_{ik}}^{ik})-\boldsymbol{\delta}_k \tag{33}$$

注 3. 本节基于梯度下降策略, 将代价函数关于局部决策变量的偏导数向量引入控制器设计中, 以驱动编队成员收敛至纳什均衡. 考虑到纳什均衡的动态演化特性, 引入比例项 $-k_{0i}(\boldsymbol{v}_i-\hat{\boldsymbol{v}}_i)$, 以保证动

态编队控制性能. 进一步地, 为有效抑制系统不确定性及外部扰动的影响, 在控制器中引入双曲正切函数项及自适应律 (20), 从而提升编队系统在复杂海洋环境下的适应性与鲁棒性.

注 4. 值得注意的是, 在所提出的分布式控制方案中, 仅部分成员可获取虚拟领导者生成的期望轨迹. 此外, 函数的偏导数向量依赖于非相邻个体的信息, 这一特性促使估计策略 (21)、(24)、(28) 和 (30) 的设计与建立. 为保障估计过程的可靠性, 频繁的邻居间信息交互是必要的. 相较于文献 [24] 所采用的连续交互机制, 本文引入的离散通信策略更契合数字化无人艇的实际运行条件, 显著提升了网络资源的利用效率.

注 5. 现有通信机制[29−32] 通常基于零阶保持假设, 即认为邻居信息在相邻交互间隔内保持不变. 然而, 该处理方式忽略系统状态在通信间隙中的动态演化, 易导致信息滞后与估计偏差, 从而影响控制性能. 为此, 本文构建区间观测器 (26) 和 (32), 利用离散获取的邻居信息, 在通信间隔内对未知状态进行在线重构, 实现对邻域信息的连续逼近. 该设计在降低通信频率的同时, 有效补偿离散通信带来的信息缺失问题, 从而提升系统的控制精度与鲁棒性能.

2.3 边分组通信机制

考虑到有限的通信资源, 本节提出一种边分组通信机制, 用于有序调控无人艇间的交互行为.

定义 2 (边分组通信机制). 将每条通信边视为具备特定通信条件的分组单元, 依据下述原则对所有通信边进行分组, 并为各组分配互不重叠的周期性通信许可时间序列用以满足对应的通信请求.

原则 1. 各无人艇的入邻居边属于不同组.

原则 2. 各组的最大网络吞吐量均不超过对应的网络带宽限制, 满足通信资源约束条件.

为更清晰地阐述所提出的边分组通信机制, 引入图 3 进行说明. 如图 3 所示, 以一个包含四个成员的编队系统为例, 该拓扑结构中共有十条通信边. 依据原则 1 和原则 2, 将这些通信边合理划分为三个组, 每组均满足网络带宽资源限制. 不同组间被分配彼此交错的周期性通信许可时间序列, 用来降低数据传输的并发压力, 从而提升网络通信的可靠性与稳定性. 针对测量误差特性, 设计边 $(k,\ i)$ 的通信触发条件为

$$t_{l_{ik}+1}^{ik}=\inf\{t>t_{l_{ik}}^{ik}\mid G_{ik}(t)\geq\chi_{ik}\wedge t=h_{ik}P+\Delta_q\}$$

$$G_{ik}(t)=\kappa_1\sum_{m=1}^{8}(0.5K_9+E_m)\|\boldsymbol{e}_{mik}\|^2-\kappa_1\frac{\sigma}{2}K_4\|\boldsymbol{v}_k-\hat{\boldsymbol{v}}_k\|^2$$

$$\dot{\chi}_{ik}=-\kappa_2\chi_{ik}+\kappa_3\left[\frac{\sigma}{2}K_4\|\boldsymbol{v}_k-\hat{\boldsymbol{v}}_k\|^2-\sum_{m=1}^{8}(0.5K_9+E_m)\|\boldsymbol{e}_{mik}\|^2\right]\tag{34}$$

其中, κ_1、κ_2、κ_3、K_4 和 K_9 为给定的正常数, 且满足 $\kappa_1>1-\kappa_3/\kappa_2$; σ 为介于 0 (含) 与 1 (不含) 之间的常数, 即 $\sigma\in[0,\ 1)$; E_m $(m\in\{1,\ 2,\ \cdots,\ 8\})$ 为误差权重系数, 其具体形式在式 (A16) 中给出;

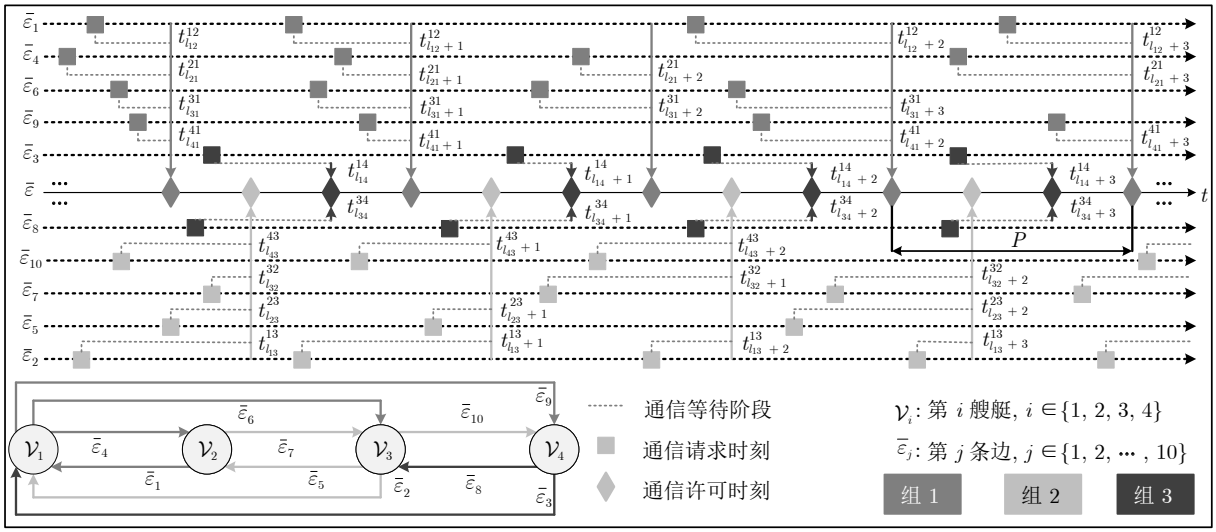


图 3 所提的 EGCM 示意图

Fig. 3 Illustration of the proposed EGCM

$h_{ik} \in \mathbf{N}$ 表示边 $(k,\ i)$ 的周期计数器; P 表示通信检测周期; $\Delta_q = (q-1)P/\bar{N}$ 定义为边 $(k,\ i)$ 的交错检测偏移时间, q 为该边所属的组号, $\bar{N}$ 表示总分组数量; χ_{ik} 为通信边上的动态阈值变量.

注 6. 为满足基于博弈的编队控制对状态估计的性能要求, 系统需进行频繁的艇间通信. 然而, 艇间通信资源与网络带宽均存在物理限制. 为此, 本文建立通信条件 (34) 以约束通信交互频率, 有效抑制冗余信息传输. 同时, 为将数据传输流量合理分散, 依据原则 1 和原则 2, 将所有通信边划分为若干组, 并分别分配互不重叠的周期性通信检测时间序列. 其中, 原则 1 确保任一时刻每个个体至多接收一个邻居节点的信息更新, 从而有效缓解由处理速度慢导致的数据滞留问题; 原则 2 通过分组调度机制有效缓解网络信道负载, 降低通信拥塞、时延及数据包丢失的风险. 相较于传统的基于节点的通信机制[32], 本文提出的边分组通信机制通过结构化的通信调度策略, 实现更精确、可靠的信息交互, 增强网络化编队系统的整体通信性能.

2.4　混杂模型建立

鉴于离散艇间通信引发的状态跳变现象, 建立一种混杂动态模型, 用于分段描述系统的动态变化.

$$\mathcal{H}:\begin{cases}\dot{\Phi}(t)=\boldsymbol{F}(t), & t\neq t_{l_{ik}}^{ik}\\ \Phi(t^{+})\in\boldsymbol{J}(t), & t=t_{l_{ik}}^{ik}\end{cases},\quad (k,\ i)\in\mathcal{E} \tag{35}$$

其中, $\Phi(t)$ 被定义为

$$\Phi(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{\eta}^{*}\\ \hat{\boldsymbol{v}}-\mathbf{1}_N\otimes\dot{\boldsymbol{\eta}}_0\\ \boldsymbol{v}-\hat{\boldsymbol{v}}\\ \hat{\boldsymbol{\eta}}-\mathbf{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}\\ \bar{\boldsymbol{\eta}}-\mathbf{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}_0\\ \hat{\boldsymbol{\delta}}-\mathbf{1}_N\otimes\boldsymbol{\delta}\\ \bar{\boldsymbol{e}}\\ \widehat{\boldsymbol{e}}\\ \displaystyle\sum_{m=1}^{8}\boldsymbol{e}_m\\ \tilde{\boldsymbol{\xi}}\\ \boldsymbol{\chi}\end{bmatrix} \tag{36}$$

其中, $\tilde{\boldsymbol{\xi}}=\mathrm{col}_{i\in\mathcal{V}}(\tilde{\xi}_i)$ 为自适应估计误差的全局堆叠向量, 且 $\tilde{\xi}_i=\xi_i-\hat{\xi}_i$; $\boldsymbol{\chi}=\mathrm{col}_{(k,\ i)\in\mathcal{E}}(\chi_{ik})$ 为所有通信边上动态阈值变量的全局堆叠向量; $\boldsymbol{F}(t)$ 与 $\boldsymbol{J}(t)$ 分别表示系统的流动态与跳动态, $\boldsymbol{J}(t)=\bigcup_{(k,\ i)\in\mathcal{E}}\boldsymbol{J}_{ik}(t)$ 表示所有通信边上的跳跃动态的并集. 其具体推导过程如下:

$$\boldsymbol{F}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{v}-\dot{\boldsymbol{\eta}}_0\\ \dot{\hat{\boldsymbol{v}}}-\mathbf{1}_N\otimes\ddot{\boldsymbol{\eta}}_0\\ \dot{\boldsymbol{v}}-\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}\\ \dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}}-\mathbf{1}_N\otimes\boldsymbol{v}\\ \dot{\bar{\boldsymbol{\eta}}}-\mathbf{1}_N\otimes\dot{\boldsymbol{\eta}}_0\\ \dot{\hat{\boldsymbol{\delta}}}-\mathbf{1}_N\otimes\dot{\boldsymbol{\delta}}\\ \dot{\bar{\boldsymbol{e}}}\\ \dot{\widehat{\boldsymbol{e}}}\\ \displaystyle\sum_{m=1}^{8}\dot{\boldsymbol{e}}_m\\ -\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}\\ \dot{\boldsymbol{\chi}}\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{J}_{ik}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{\eta}^{*}\\ \hat{\boldsymbol{v}}-\mathbf{1}_N\otimes\dot{\boldsymbol{\eta}}_0\\ \boldsymbol{v}-\hat{\boldsymbol{v}}\\ \hat{\boldsymbol{\eta}}-\mathbf{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}\\ \bar{\boldsymbol{\eta}}-\mathbf{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}_0\\ \hat{\boldsymbol{\delta}}-\mathbf{1}_N\otimes\boldsymbol{\delta}\\ \bar{\boldsymbol{e}}\odot\boldsymbol{\Gamma}_{ik}\\ \widehat{\boldsymbol{e}}\odot\boldsymbol{\Gamma}_{ik}\\ \displaystyle\sum_{m=1}^{8}(\boldsymbol{e}_m\odot\boldsymbol{\Gamma}_{ik})\\ \tilde{\boldsymbol{\xi}}\\ \boldsymbol{\chi}\end{bmatrix} \tag{37}$$

其中, $\boldsymbol{\Gamma}_{ik}=[\boldsymbol{\Gamma}_1^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{\Gamma}_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \boldsymbol{\Gamma}_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 为堆叠形式的状态向量, $\boldsymbol{\Gamma}_i=[\bar{\boldsymbol{\Gamma}}_1^{\mathrm{T}},\ \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 定义第 i 个节点的相关变量结构, 其中 $\bar{\boldsymbol{\Gamma}}_k=\mathbf{0}$, 而 $\bar{\boldsymbol{\Gamma}}_z=\mathbf{1}$ $(z\in\{1,\ 2,\ \cdots,\ k-1,\ k+1,\ \cdots,\ N\})$, 且所有向量均具有适配的维度; $\odot$ 表示哈达玛积, 即逐元素乘法.

定理 2. 对于由式 (2) ~ (3) 描述的欠驱动多无人艇系统, 在假设 1 成立的条件下, 若控制信号由式 (19) ~ (34) 所构造, 且参数满足附录 A 中式 (A18) 中 $K_i>0$ $(i=1,\ 2,\ \cdots,\ 8)$, 则闭环系统能够保证各无人艇状态在博弈演化过程中收敛至期望均衡, 并最终实现期望的编队跟踪控制性能. 定理 2 的证明请参考附录 A.

3　仿真分析验证

本节通过仿真实验验证基于 EGCM 的博弈编队跟踪控制方案的有效性与优越性. 以四艘 USV 组成的编队为例, 其模型参数选自文献 [41], 拉普拉斯矩阵定义为: $\mathcal{L}=[3,\ -1,\ -1,\ -1;\ -1,\ 2,\ -1,\ 0;\ -1,\ -1,\ 3,\ -1;\ -1,\ 0,\ -1,\ 2]$, 其中四艘 USV 分别标记为 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$. 通信向量 $\boldsymbol{\gamma}=[1,\ 1,\ 0,\ 0]^{\mathrm{T}}$. 四艘 USV 的初始位置为 $\boldsymbol{x}(0)=[4.0,\ 6.5,\ -4.0,\ -6.0]^{\mathrm{T}}$ m、$\boldsymbol{y}(0)=[6.5,\ -4.0,\ -6.5,\ 6.5]^{\mathrm{T}}$ m. 初始姿态为 $\boldsymbol{\psi}=[\pi/6,\ \pi/8,\ \pi/7,\ \pi/4]^{\mathrm{T}}$ rad, $u_i=v_i=0$ m/s, $r_i=0$ rad/s, $i\in\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$. 期望的相对位置向量设置为 $\delta_1=[5,\ 5]^{\mathrm{T}}$, $\delta_2=[5,\ -5]^{\mathrm{T}}$, $\delta_3=[-5,\ -5]^{\mathrm{T}}$, $\delta_4=[-5,\ 5]^{\mathrm{T}}$. 总模拟时间为 200 s, 迭代步长为 0.001 s, 分组方式与图 3 所示情况一致. 外部干扰主要来源于海浪和洋流, 为直观展示其影响, 本文对波浪表面进行仿真, 如图 4 所示, 其中平均波高设为 0.15 m, 洋流速度设为 0.15 m/s.

3.1 有效性验证

设计虚拟领航者沿线性轨迹运动如下:

$$\dot{\boldsymbol{p}}_{01}=0.1\cos\psi_0\ \text{m/s},\quad \boldsymbol{p}_{01}(0)=0\ \text{m}$$
$$\dot{\boldsymbol{p}}_{02}=0.1\sin\psi_0\ \text{m/s},\quad \boldsymbol{p}_{02}(0)=0\ \text{m}$$
$$\dot{\psi}_0=0\ \text{rad/s},\quad \psi_0(0)=0.25\pi\ \text{rad} \tag{38}$$

相应的仿真结果如图 5 ~ 图 13 所示, 相关控制参数列于表 3. 图 5 展示多艘无人水面艇 (USVs) 的编队运动轨迹, 可以看出, 在所提出控制策略的作用下, 各个体能够按照预期队形完成协同机动, 实现稳定的编队跟踪任务. 图 6 给出基于 EGCM

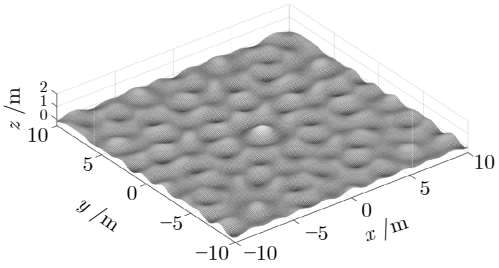


图 4 平均振幅为 0.15 m 的模拟浪面

Fig. 4 The simulated wave surface with an average amplitude of 0.15 m

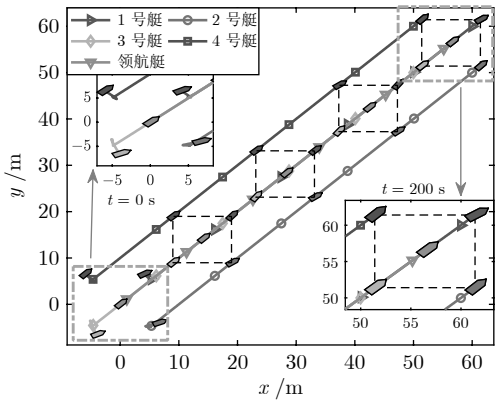


图 5 多 USV 的线性编队轨迹

Fig. 5 Linear formation trajectories of multiple USVs

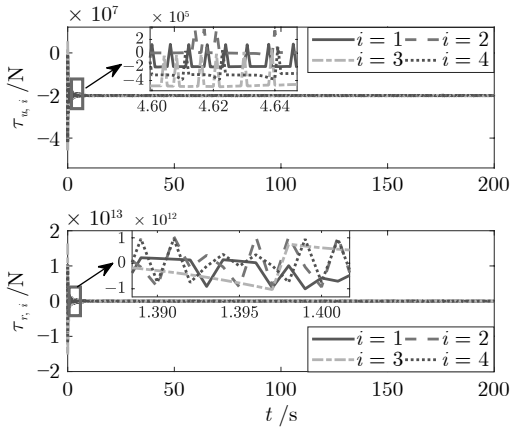


图 6 USVs 的控制输入

Fig. 6 The control inputs of USVs

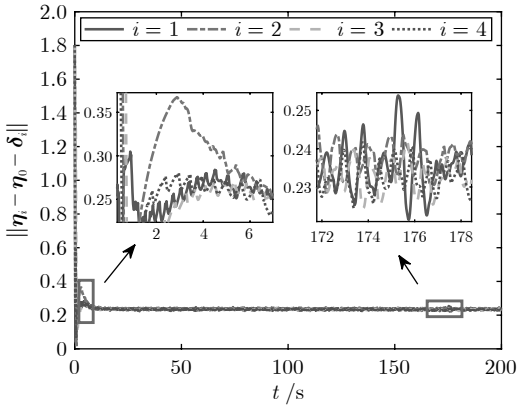


图 7 编队位置跟踪误差

Fig. 7 Formation position tracking errors

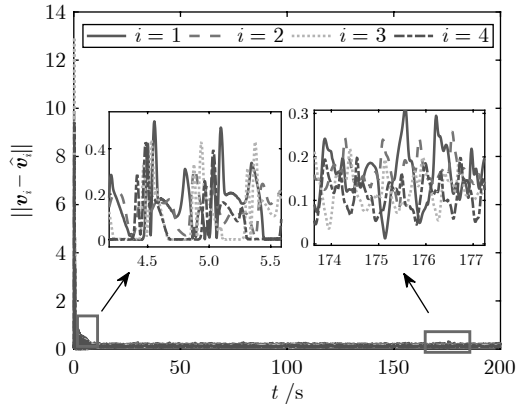


图 8 编队速度跟踪误差

Fig. 8 Formation velocity tracking errors

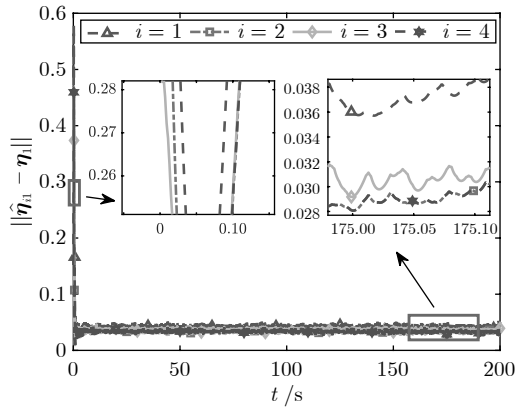


图 9 位置估计误差

Fig. 9 Position estimation errors

机制的控制输入时间响应曲线, 表明控制信号整体平滑且有界. 图 7 ~ 图 11 分别展示系统的跟踪误差、估计误差以及区间观测误差的演化过程, 结果表明各类误差均能够有效收敛, 验证了所设计控制器及观测器的有效性与稳定性. 此外, 各通信边的触发间隔如图 12 和图 13 所示, 可以观察到所有通信间隔均为通信允许周期 $P = 0.006$ s 的整数倍. 这一特性表明所提出的 EGCM 机制能够在满足系统性能需求的同时, 实现通信行为的规范化调度, 从而有效提升网络资源利用效率, 并从机制上避免 Zeno 行为的发生. 综上, 结合图 5 ~ 图 13 的仿真结果可以得出: 所提出的基于 EGCM 的博弈编队控制策略不仅能够保证系统具备良好的编队跟踪性能与误差收敛特性, 同时在通信资源受限条件下, 实现通信开销与控制性能之间的有效权衡, 其优越性与有效性得到充分验证.

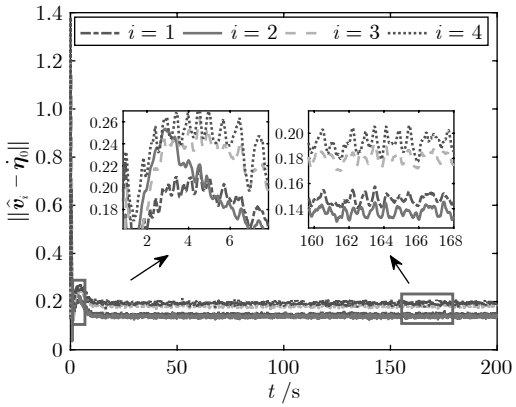


图 10　速度估计误差

Fig. 10　Velocity estimation errors

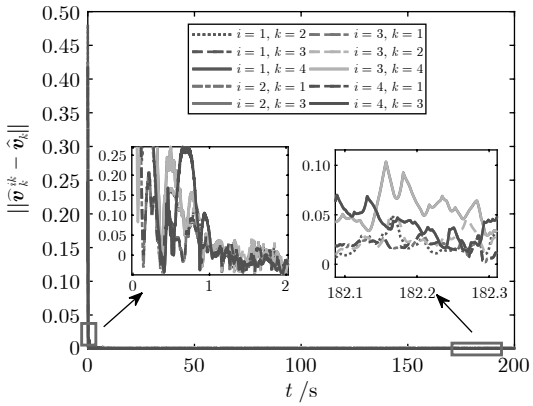


图 11　区间观测误差

Fig. 11　Interval observation errors

3.2　对比仿真

为验证所提 EGCM 的优越性, 本文引入基于节点的周期性事件触发通信机制 (node-based periodic event-triggered communication mechanism, NBPETCM) 的仿真结果进行对比. 第 i 艘艇在 NBPETCM 下的通信条件如下所示[32]

$$
\begin{aligned}
&t_{l_i+1}^i = \inf\{t > t_{l_i}^i \mid G_i(t) \geq \chi_i \wedge t = hP\}\\
&G_i(t) = \kappa_1 \sum_{m=1}^{8} (0.5K_9 + E_m)\|\boldsymbol{e}_{mi}\|^2 - \\
&\qquad \kappa_1 \frac{\sigma}{2} K_4 \|\boldsymbol{v}_i - \hat{\boldsymbol{v}}_i\|^2\\
&\dot{\chi}_i = -\kappa_2 \chi_i + \kappa_3 \left[\frac{\sigma}{2} K_4 \|\boldsymbol{v}_i - \hat{\boldsymbol{v}}_i\|^2 - \right.\\
&\qquad \left. \sum_{m=1}^{8} (0.5K_9 + E_m)\|\boldsymbol{e}_{mi}\|^2\right]
\end{aligned}
\tag{39}
$$

其中, h 是周期计数器.

给出如下所示的虚拟领航者曲线运动轨迹

$$
\begin{aligned}
&\dot{\boldsymbol{p}}_{01} = 0.1\cos\psi_0 \text{ m/s}, \quad \boldsymbol{p}_{01}(0) = 0 \text{ m}\\
&\dot{\boldsymbol{p}}_{02} = 0.1\sin\psi_0 \text{ m/s}, \quad \boldsymbol{p}_{02}(0) = 0 \text{ m}\\
&\psi_0(0) = 0 \text{ rad}, \ \dot{\psi}_0 = 0.004 \text{ rad/s}, \quad t \leq 100 \text{ s}\\
&\dot{\psi}_0 = -0.004 \text{ rad/s}, \quad t > 100 \text{ s}
\end{aligned}
\tag{40}
$$

为增强论证的严谨性与说服力, 在两种通信机

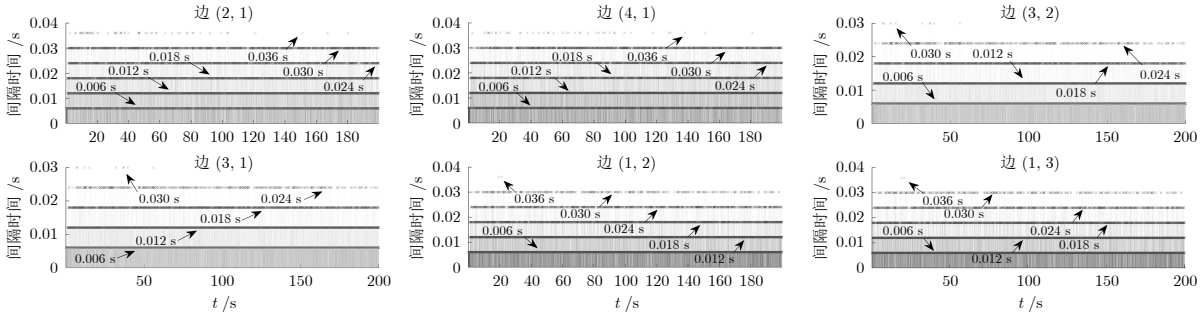


图 12　边 (2, 1)、(3, 1)、(4, 1)、(1, 2)、(3, 2)、(1, 3) 的通信间隔

Fig. 12　Communication intervals of edges (2, 1)、(3, 1)、(4, 1)、(1, 2)、(3, 2)、(1, 3)

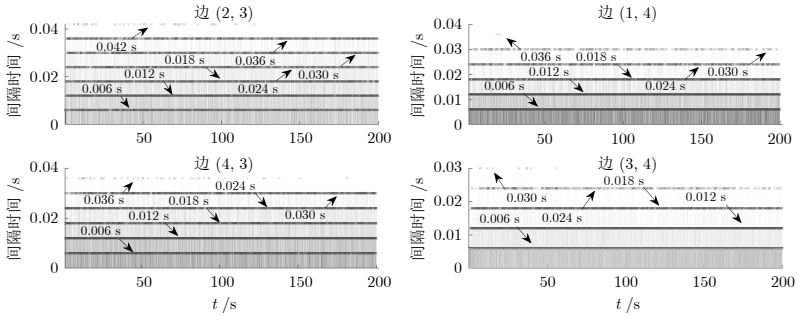


图 13 边 (2, 3)、(4, 3)、(1, 4)、(3, 4) 的通信间隔

Fig. 13 Communication intervals of edges (2, 3)、(4, 3)、(1, 4)、(3, 4)

制下的其余仿真条件均与第 3.1 节保持一致. 相应的对比结果如图 14 ~ 图 20 所示. 图 14 展示在两种通信机制下多艘 USV 的轨迹曲线, 图 15 则呈现相应的位置跟踪误差. 由图 14 与图 15 可见, 无论采用何种通信机制, 系统均能以较高的控制精度完成目标编队任务. 图 16 给出 USVs 控制输入的时间响应曲线; 图 17 展示区间观测的速度估计方法相比于零阶保持技术进一步提升了编队系统的控制准确度. 对于通信间隔, 为避免内容冗余并节省篇幅, 本文仅列出部分具有代表性的仿真结果. 图 18 和图 19 分别展示边 (2, 3)、(4, 3) 以及 USV1、USV2 的通信间隔, 这些间隔均为通信允许周期 $P = 0.006$ s 的整数倍. 在 NBPETCM 下, 当某艘

表 3 参数选择

Table 3 Parameter selections

种类	参数值 ($i \in \mathcal{V}$, $(k, i) \in \mathcal{E}$)
控制增益	$\hat{k}_i = \bar{k} = 10$, $k_{0i} = k_{1i} = 1$, $k_{2i} = 0.5$, $k_{3i} = k_{4i} = k_{5i} = k_{6i} = k_{7i} = k_{8i} = 25$, $K_9 = 0.01$, $\hat{\xi}_i(0) = 3$, $\alpha = 100$, $l_0 = 0.001$
通信管理	$\kappa_1 = 0.000\,1$, $\kappa_2 = 0.001$, $\kappa_3 = 1$, $\sigma = 0.9$, $\bar{N} = 3$, $P = 0.006$ s, $\chi_{ik}(0) = 100$
RBFNNs	$l = 20$, $b_i = 0.6$, $\boldsymbol{\mu}_i \in [-2, 6] \times [-2, 6] \times [-2, 2]$

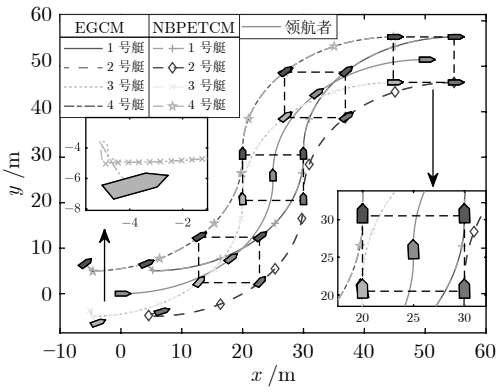


图 14 多无人艇的曲线编队轨迹

Fig. 14 Curved formation trajectories of multiple USVs

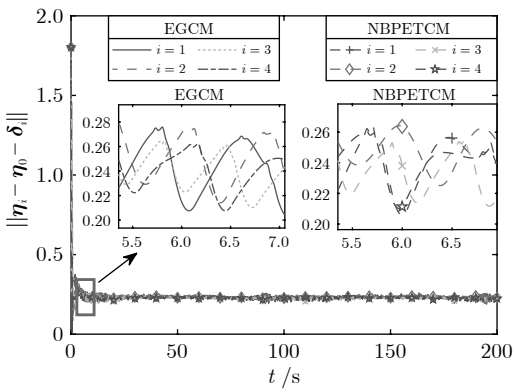


图 15 编队位置追踪误差

Fig. 15 Formation position tracking errors

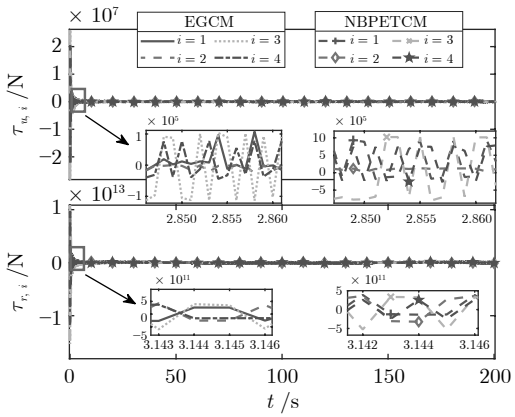


图 16 两种机制下无人艇的控制输入

Fig. 16 The control inputs of USVs under two mechanisms

艇满足对应通信条件时, 将同时给所有相关联的邻居艇发送自身状态信息, 而本文所提出的 EGCM 方法为每条通信边配置独立的通信条件, 进一步精确艇间数据传输管理. 表 4 统计两种机制下的总通信量, 结果表明, EGCM 在实现更精确的信息传输的同时还显著降低通信频率. 此外, 在 EGCM 机制下, 各无人艇按照预设的交错时序依次接收邻居节

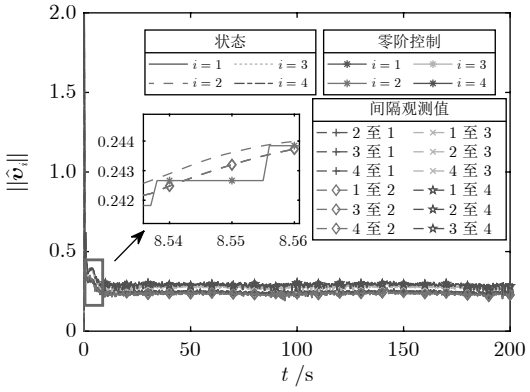


图 17　区间观测速度估计对比

Fig. 17　Velocity estimation with interval observation comparison

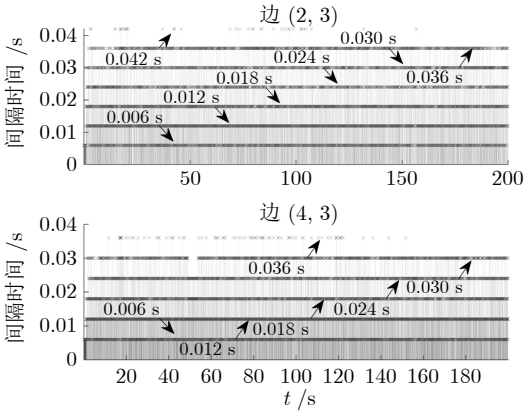


图 18　边 (2, 3) 和 (4, 3) 的通信间隔

Fig. 18　Communication intervals of edges (2, 3) and (4, 3)

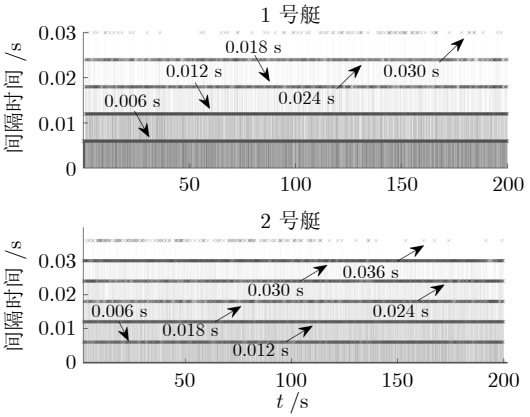


图 19　艇 1 和艇 2 的通信间隔

Fig. 19　Communication intervals of vehicle 1 and vehicle 2

点的状态信息, 有效避免由于处理延迟引起的数据包滞留问题. 该分组通信策略还能够在网络层面对数据流进行分散调度, 从而缓解公共信道的通信压力, 避免 NBPETCM 中存在的信道拥塞现象. 为更直观地反映信道竞争状况, 图 20 给出信道竞争率的变化结果.

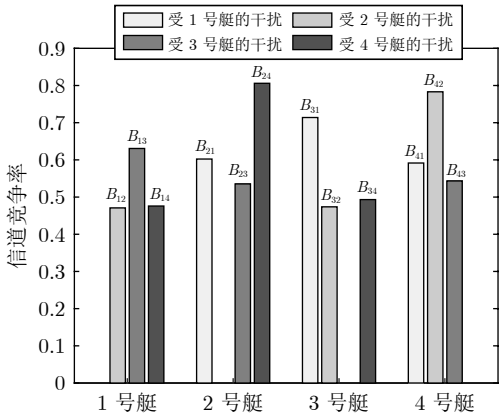


图 20　NBPETCM 的信道竞争率

Fig. 20　Channel competition rate under NBPETCM

$$B_{ij}=\frac{\widehat{N}_{ij}}{\tilde{N}_i}\times 100\%,\quad \forall i、j\in\mathcal{V} \tag{41}$$

其中, $\widehat{N}_{ij}$ 表示第 i 艘与第 j 艘艇之间的同步通信次数; $\tilde{N}_i$ 表示第 i 艘艇的总通信次数. 假设网络信道最多支持四条边同时通信, 当同一时刻并发通信边数超过该上限时, 可能引发拥塞. 综上所述, 图 13 ~ 图 19 的结果验证了所提出的 EGCM 在有效协调通信资源、优化通信调度方面的优越性能.

3.3　大规模验证

为验证所提出的 EGCM 在编队规模扩大时的优越性, 以八艘 USV、26 条通信边组成的编队为例, 拉普拉斯矩阵定义为: $\mathcal{L}=[4,-1,-1,-1,0,-1,0,0;-1,4,-1,0,-1,0,-1,0;-1,-1,3,-1,0,0,0,0;-1,0,-1,2,0,0,0,0;0,-1,0,0,4,-1,-1,-1;-1,0,0,0,-1,3,-1,0;0,-1,0,0,-1,-1,4,-1;0,0,0,0,-1,0,-1,2]$, 其中八艘 USV 分别标记为 $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. 构建通信向量 $\gamma=[1,1,0,0,1,1,0,0]$. 八艘 USV 的初始状态为 $\boldsymbol{x}(0)=[4.0,6.5,-4.0,-6.0,9.0,11.5,-9.0,-11.0]^{\mathrm{T}}$ m, $\boldsymbol{y}(0)=[6.5,-4.0,-6.5,6.5,11.5,-9.0,-11.5,11.5]^{\mathrm{T}}$ m. 初始姿态为 $\boldsymbol{\psi}=[\pi/6,\pi/8,\pi/7,\pi/4,\pi/6,\pi/8,\pi/7,\pi/4]^{\mathrm{T}}$ rad, $u_i=v_i=0$ m/s, $r_i=0$ rad/s, $i\in\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. 期望的相对位置向量设置为 $\delta_1=[5,5]^{\mathrm{T}}$, $\delta_2=[5,-5]^{\mathrm{T}}$, $\delta_3=[-5,-5]^{\mathrm{T}}$, $\delta_4=[-5,5]^{\mathrm{T}}$, $\delta_5=[10,10]^{\mathrm{T}}$, $\delta_6=[10,-10]^{\mathrm{T}}$, $\delta_7=[-10,-10]^{\mathrm{T}}$, $\delta_8=[-10,10]^{\mathrm{T}}$. 总模拟时间为 200 s, 迭代步长为 0.001 s, 26 条边被分为四组, 同一节点的不同边被分到不同的组, 通信周期为

表 4 两种机制下的通信总数

Table 4 Total number of communications under two mechanisms

边	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(1, 2)	(3, 2)	(1, 3)	(2, 3)	(4, 3)	(1, 4)	(3, 4)	总计
EGCM	15 365	17 656	14 282	18 557	17 656	18 557	13 837	14 282	18 557	17 656	166 405
NBPETCM	15 895	17 963	16 359	20 335	17 963	20 335	15 895	16 359	20 335	17 963	179 402

0.008 s, 四组的偏置时间为 [0, 0.002, 0.004, 0.006] s. 外部干扰与前文仿真保持一致, 采用如图 4 所示的海洋与洋流模型. 领航者轨迹与式 (38) 相同. 控制参数列于表 5.

图 21 给出多艘 USV 的编队运动轨迹, 可以看出, 在编队规模较大的情况下, 所提出的控制方案仍能够保证系统稳定运行, 各个体能够有效协同并实现预期的编队跟踪任务. 图 22 给出对应的跟踪误差曲线, 结果表明误差能够快速收敛并保持在较小范围内, 系统整体控制性能良好. 由于通信边数量较多, 为节省篇幅, 图 23 以节点 3 为例展示编队通信情况, 可以看出各通信时刻均满足通信允许周期 $P = 0.008$ s 的整数倍约束, 且触发过程具有一定的有序性. 综合图 21 ~ 图 23 的仿真结果可以得出结论: 所提出的基于 EGCM 的博弈编队控制策略在编队规模较大、通信边较多的情况下, 能够通过分组机制实现通信资源的有序分配, 使各组通信边依次访问信道, 从而有效避免信道冲突引发的拥

表 5 参数选择

Table 5 Parameter selections

种类	参数值 ($i \in \mathcal{V},\ (k,\ i) \in \mathcal{E}$)
控制增益	$\hat{k}_i = \bar{k} = 10,\ k_{0i} = k_{1i} = 1,\ k_{2i} = 0.5,$ $k_{3i} = k_{4i} = k_{5i} = k_{6i} = k_{7i} = k_{8i} = 25,\ K_9 = 0.01,$ $\hat{\xi}_i(0) = 3,\ \alpha = 100,\ l_0 = 0.001$
通信管理	$\kappa_1 = 0.000\ 1,\ \kappa_2 = 0.001,\ \kappa_3 = 1,\ \sigma = 0.9,\ \bar{N} = 4,$ $P = 0.008$ s, $\chi_{ik}(0) = 1\ 000$
RBFNNs	$l = 20,\ b_i = 0.6,\ \boldsymbol{\mu}_i \in [-2,\ 6] \times [-2,\ 6] \times [-2,\ 2]$

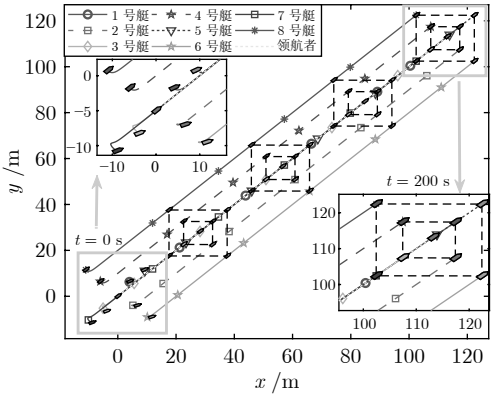


图 21 多无人艇编队轨迹

Fig. 21 Formation trajectories of multiple USVs

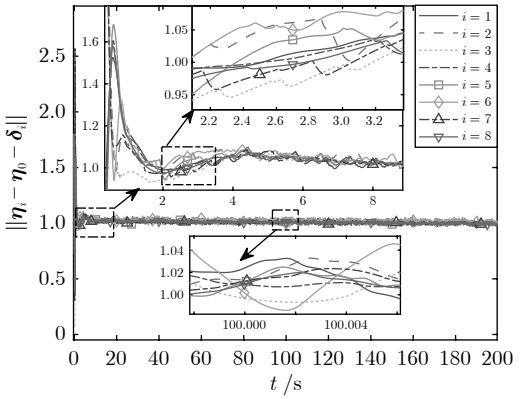


图 22 多无人艇编队位置误差

Fig. 22 Formation position errors of multiple USVs

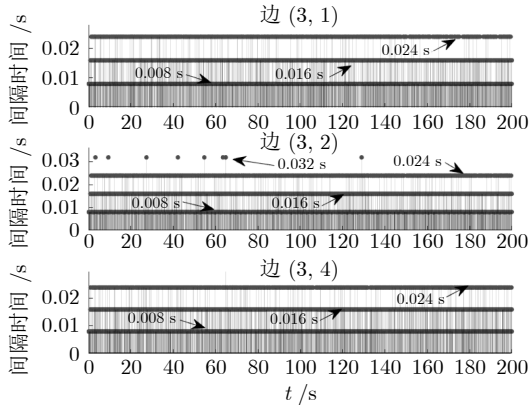


图 23 节点 3 的通信间隔

Fig. 23 Communication intervals of node 3

塞、丢包及延迟等问题.

4 结束语

本文研究有限通信资源约束下, 以成员收益最大化为导向的大规模网络化无人艇集群编队跟踪控制问题. 所提出方法的主要优势体现在以下两个方面: 1) 针对时变博弈中邻域信息间歇更新的问题, 设计基于区间观测的信息重构方法, 利用离散通信获取的邻居信息持续估计邻域状态, 减弱信息滞后对纳什均衡搜索及动态编队跟踪性能的影响; 2) 提出边分组通信机制 (EGCM), 将通信边划分为若干子组, 并在组间设计交错的通信触发序列, 实现通信资源的有序调度, 有效降低通信冗余并缓解潜在

信道拥塞问题. 理论分析与数值仿真结果验证了所提控制方案在编队控制性能与通信效率方面的有效性与优越性. 尽管如此, 本文仍存在一定局限性: 1) EGCM 的性能在一定程度上依赖于通信拓扑的稳定性, 其在动态拓扑环境下的自适应能力仍有待进一步研究; 2) 尚未充分考虑复杂海洋环境中可能出现的通信中断及节点失效等问题, 系统鲁棒性仍需进一步验证. 未来工作将重点围绕以下方向展开: 1) 研究面向动态网络的自适应通信分组策略, 以提升 EGCM的环境适应能力; 2) 探索具备容错与自愈能力的鲁棒博弈控制方法; 3) 拓展至无人机与水下航行器等跨域异构系统的协同控制场景.

附录 A　定理 2 的证明

证明. 为严格分析欠驱动多无人艇系统在博弈演化下的稳定性, 并验证所设计控制策略及基于边分组的通信机制能够驱动系统状态收敛至期望均衡、实现编队跟踪性能, 构造如下李雅普诺夫函数:

$$
\begin{aligned}
V = {} & \underbrace{\frac{1}{2}\|\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{\eta}^*\|^2}_{V_1} + \underbrace{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\|\hat{\boldsymbol{v}}_i-\dot{\boldsymbol{\eta}}_0\|^2}_{V_2} + \\
& \underbrace{\frac{1}{2}(\hat{\boldsymbol{v}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\dot{\boldsymbol{\eta}}_0)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{\eta}^*)}_{V_3} + \\
& \underbrace{\frac{1}{2}(\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{\eta}^*)^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{v}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\dot{\boldsymbol{\eta}}_0)}_{V_3} + \\
& \underbrace{\frac{1}{2}\|\boldsymbol{v}-\hat{\boldsymbol{v}}\|^2}_{V_4} + \underbrace{\frac{1}{2}\|\hat{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}\|^2}_{V_5} + \\
& \underbrace{\frac{1}{2}\|\bar{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}_0\|^2}_{V_6} + \underbrace{\frac{1}{2}\left\|\hat{\boldsymbol{\delta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\delta}\right\|^2}_{V_7} + \\
& \underbrace{\frac{1}{2}\|\bar{\boldsymbol{e}}\|^2+\frac{1}{2}\left\|\widehat{\boldsymbol{e}}\right\|^2}_{V_8} + \underbrace{\frac{1}{2}\sum_{m=1}^{8}\|\boldsymbol{e}_m\|^2}_{V_9} + \\
& \underbrace{\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2k_{1i}}\tilde{\xi}_i^2}_{V_{10}} + \underbrace{\sum_{k=1}^{N}\sum_{i\in\mathcal{N}_k}\chi_{ik}}_{V_{11}}
\end{aligned}
\tag{A1}
$$

由式 (9) 可得:

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_1 \le {} & a_1\|\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{\eta}^*\|^2 + \frac{1}{2a_1}\|\boldsymbol{v}-\hat{\boldsymbol{v}}\|^2 + \\
& \frac{1}{2a_1}\sum_{i=1}^{N}\|\hat{\boldsymbol{v}}_i-\dot{\boldsymbol{\eta}}_0\|^2
\end{aligned}
\tag{A2}
$$

其中, a_1 以及后续推导中出现的 $a_2, \cdots, a_8 > 0$ 与 $\bar{a}_1, \cdots, \bar{a}_7 > 0$ 均由杨氏不等式推导得出.

由式 (18) 与 (25), 可推导出 $\dot{V}_2$ 满足:

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_2 \le {} & -(\lambda_{\min}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4)-2a_2)\|\hat{\boldsymbol{v}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\dot{\boldsymbol{\eta}}_0\|^2 + \\
& \frac{\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_4^2\Lambda)}{2a_2}\left\|\widehat{\boldsymbol{e}}\right\|^2 + \frac{1}{2a_2}\|\boldsymbol{1}_N\otimes\ddot{\boldsymbol{\eta}}_0\|^2 + \\
& \frac{\bar{k}^2}{2a_2}(N+2)^2\|\hat{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}\|^2 + \\
& \frac{\bar{k}^2}{2a_2}(N+2)^2\|\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{\eta}^*\|^2
\end{aligned}
\tag{A3}
$$

其中, $\lambda_{\max}(\cdot)$ 和 $\lambda_{\min}(\cdot)$ 分别表示矩阵 $(\cdot)$ 的最大和最小特征值.

将式 (9)、(18) 和 (25) 进行代入并加以整理与化简, 可以得到如下结果:

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_3 \le {} & \left(\frac{\lambda_{\max}(\mathcal{L}\boldsymbol{k}_4^2\mathcal{L})+\lambda_{\max}(\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{k}_4^2\boldsymbol{\gamma})}{2a_3}+1\right)\times \\
& \sum_{i=1}^{N}\|\hat{\boldsymbol{v}}_i-\dot{\boldsymbol{\eta}}_0\|^2 + (\frac{5a_3}{2}-2\bar{k})\|\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{\eta}^*\|^2 + \\
& \frac{\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_4^2\Lambda)}{2a_3}\left\|\widehat{\boldsymbol{e}}\right\|^2 + \frac{1}{2a_3}\|\boldsymbol{1}_N\otimes\ddot{\boldsymbol{\eta}}_0\|^2 + \\
& \frac{a_3}{2}\|\boldsymbol{v}-\hat{\boldsymbol{v}}\|^2 + \frac{\bar{k}^2}{2a_3}(N+2)^2\|\hat{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}\|^2
\end{aligned}
\tag{A4}
$$

由式 (9)、(12)、(18)、(19)、(25) 和引理 2 可得:

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_4 \le {} & -\frac{1}{2}(\boldsymbol{v}-\hat{\boldsymbol{v}})^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{k}}(\mathcal{J}(\hat{\boldsymbol{\eta}})-\mathcal{J}(\boldsymbol{\eta})+\mathcal{J}(\boldsymbol{\eta})-\mathcal{J}(\boldsymbol{\eta}^*)) + \\
& \sum_{i=1}^{N}(\|\boldsymbol{v}_i-\hat{\boldsymbol{v}}_i\|\,\tilde{\xi}_i\phi_i + \frac{0.278\ 5}{\alpha_i}) - (\boldsymbol{v}-\hat{\boldsymbol{v}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_0\times \\
& (\boldsymbol{v}-\hat{\boldsymbol{v}}) - \frac{1}{2}(\mathcal{J}(\hat{\boldsymbol{\eta}})-\mathcal{J}(\boldsymbol{\eta})+\mathcal{J}(\boldsymbol{\eta})-\mathcal{J}(\boldsymbol{\eta}^*))^{\mathrm{T}}\times \\
& \hat{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{v}-\hat{\boldsymbol{v}}) \le \\
& (a_4\lambda_{\max}(\hat{\boldsymbol{k}}^2)-\lambda_{\min}(\boldsymbol{k}_0))\|\boldsymbol{v}-\hat{\boldsymbol{v}}\|^2 + \frac{1}{2a_4}\times \\
& (N+2)^2\|\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{\eta}^*\|^2 + \sum_{i=1}^{N}\Big(\|\boldsymbol{v}_i-\hat{\boldsymbol{v}}_i\|\tilde{\xi}_i\phi_i + \\
& \frac{0.278\ 5}{\alpha_i}\Big) + \frac{1}{2a_4}(N+2)^2\|\hat{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}\|^2
\end{aligned}
\tag{A5}
$$

其中, $\hat{\boldsymbol{k}} = \mathrm{diag}\{\hat{k}_i\}_{i\in\mathcal{V}}\otimes\boldsymbol{I}_2$; $\boldsymbol{k}_0 = \mathrm{diag}\{k_{0i}\}_{i\in\mathcal{V}}\otimes\boldsymbol{I}_2$. 根据式 (9) 中的无人艇动力学模型以及式 (22) 中的全局状态估计器, 整理可得:

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_5 = {} & \frac{1}{2}\big(-(\boldsymbol{k}_3\otimes\boldsymbol{I}_{2N})\big[((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2))\times \\
& (\hat{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}) - (\Lambda\otimes\boldsymbol{I}_{2N})\boldsymbol{e}_1 - (\beta\otimes\boldsymbol{I}_2)\boldsymbol{e}_2\big] - \\
& \boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{v}\big)^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}) + \frac{1}{2}(\hat{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta})^{\mathrm{T}}\times
\end{aligned}
$$

$$\Big(-(\boldsymbol{k}_3\otimes\boldsymbol{I}_{2N})\big[((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2))\times$$
$$\big((\hat{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta})-(\Lambda\otimes\boldsymbol{I}_{2N})\boldsymbol{e}_1-(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2)\boldsymbol{e}_2\big)\big]-$$
$$\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{v}\Big)\le$$
$$\left(\frac{a_5\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_3\beta^2\boldsymbol{k}_3)}{2}+\frac{a_5\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_3\Lambda\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_3)}{2}+\frac{a_5}{2}-\right.$$
$$\left.\lambda_{\min}(((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2))(\boldsymbol{k}_3\otimes\boldsymbol{I}_{2N}))\right)\times$$
$$\|\hat{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}\|^2+\frac{1}{2a_5}\|\boldsymbol{e}_2\|^2+\frac{1}{2a_5}\|\boldsymbol{e}_1\|^2+$$
$$\frac{1}{2a_5}\|\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{v}\|^2 \tag{A6}$$

根据式 (29) 所给出的参考状态估计器全局动态, 可进一步得到:

$$\dot{V}_6=\frac{1}{2}(-(\boldsymbol{k}_6(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\otimes\boldsymbol{I}_2)(\bar{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}_0)+$$
$$(\boldsymbol{k}_6\Lambda\otimes\boldsymbol{I}_2)\bar{\boldsymbol{e}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\dot{\boldsymbol{\eta}}_0)^{\mathrm{T}}(\bar{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}_0)+$$
$$\frac{1}{2}(\bar{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}_0)^{\mathrm{T}}(-(\boldsymbol{k}_6(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\otimes\boldsymbol{I}_2)\times$$
$$(\bar{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}_0)+(\boldsymbol{k}_6\Lambda\otimes\boldsymbol{I}_2)\bar{\boldsymbol{e}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\dot{\boldsymbol{\eta}}_0)\le$$
$$-\left[\lambda_{\min}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6)-\frac{a_6\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_6^2\Lambda)+a_6}{2}\right]\times$$
$$\|\bar{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}_0\|^2+\frac{1}{2a_6}\|\bar{\boldsymbol{e}}\|^2+\frac{1}{2a_6}\|\boldsymbol{1}_N\otimes\dot{\boldsymbol{\eta}}_0\|^2 \tag{A7}$$

根据式 (31) 中的耦合误差估计动态, 可得:

$$\dot{V}_7=\frac{1}{2}(-(\boldsymbol{k}_7\otimes\boldsymbol{I}_{2N})[((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2))\times$$
$$(\hat{\boldsymbol{\delta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\delta})-(\Lambda\otimes\boldsymbol{I}_{2N})\boldsymbol{e}_7-$$
$$(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2)\boldsymbol{e}_8])^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{\delta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\delta})+$$
$$\frac{1}{2}(\hat{\boldsymbol{\delta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\delta})^{\mathrm{T}}(-(\boldsymbol{k}_7\otimes\boldsymbol{I}_{2N})\times$$
$$[((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2))(\hat{\boldsymbol{\delta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\delta})-$$
$$(\Lambda\otimes\boldsymbol{I}_{2N})\boldsymbol{e}_7-(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2)\boldsymbol{e}_8])\le$$
$$-\left(\lambda_{\min}(((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2))(\boldsymbol{k}_7\otimes\boldsymbol{I}_{2N}))-\right.$$
$$\left.\frac{a_7\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_7\Lambda\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_7)}{2}-\frac{a_7\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_7\beta^2\boldsymbol{k}_7)}{2}\right)\times$$
$$\left\|\hat{\boldsymbol{\delta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\delta}\right\|^2+\frac{1}{2a_7}\|\boldsymbol{e}_7\|^2+\frac{1}{2a_7}\|\boldsymbol{e}_8\|^2 \tag{A8}$$

根据式 (29) 中的参考状态估计误差动力学, 并结合式 (32) 所定义的区间观测器更新规律, 对 V_8 求导并进行整理, 可得 $\dot{V}_8$ 满足如下不等式:

$$\dot{V}_8=\frac{1}{2}(\boldsymbol{e}_6+(\boldsymbol{k}_8\otimes\boldsymbol{I}_{2N})(\boldsymbol{e}_5-\bar{\boldsymbol{e}}))^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{e}}+$$
$$\frac{1}{2}\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{e}_6+(\boldsymbol{k}_8\otimes\boldsymbol{I}_{2N})(\boldsymbol{e}_5-\bar{\boldsymbol{e}}))+$$
$$\frac{1}{2}(\boldsymbol{e}_4+(\boldsymbol{k}_5\otimes\boldsymbol{I}_{2N})(\boldsymbol{e}_3-\widehat{\boldsymbol{e}}))^{\mathrm{T}}\widehat{\boldsymbol{e}}+$$
$$\frac{1}{2}\widehat{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{e}_4+(\boldsymbol{k}_5\otimes\boldsymbol{I}_{2N})(\boldsymbol{e}_3-\widehat{\boldsymbol{e}}))\le$$
$$\frac{1}{2a_8}\|\boldsymbol{e}_6\|^2+(a_8-\lambda_{\min}(\boldsymbol{k}_8))\|\bar{\boldsymbol{e}}\|^2+$$
$$\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_8^2)}{2a_8}\|\boldsymbol{e}_5\|^2+\frac{1}{2a_8}\|\boldsymbol{e}_4\|^2+$$
$$(a_8-\lambda_{\min}(\boldsymbol{k}_5))\|\widehat{\boldsymbol{e}}\|^2+\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_5^2)}{2a_8}\|\boldsymbol{e}_3\|^2 \tag{A9}$$

根据式 (23)、式 (27) 和式 (33) 中测量误差与观测误差的定义, 可以整理得 $\dot{V}_9$ 满足:

$$\dot{V}_9\le\dot{V}_{9\text{-}1}+\dot{V}_{9\text{-}2} \tag{A10}$$

其中,

$$\dot{V}_{9\text{-}1}=\frac{3N}{2\bar{a}_1}\lambda_{\max}\Big(((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2))\times$$
$$(\boldsymbol{k}_3^2\otimes\boldsymbol{I}_{2N})((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2))\Big)+$$
$$\frac{32N}{\bar{a}_4}\bar{k}^2(N+2)^2\lambda_{\max}\big((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\big)+$$
$$\frac{2N}{\bar{a}_3}\bar{k}^2(N+2)^2\left\|\hat{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}\right\|^2+$$
$$\frac{N}{\bar{a}_5}\lambda_{\max}\big((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\big)+$$
$$\frac{3N}{\bar{a}_6}\lambda_{\max}\Big((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6^2\times$$
$$(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\Big)\left\|\bar{\boldsymbol{\eta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\eta}_0\right\|^2+$$
$$\frac{2N}{\bar{a}_3}\bar{k}^2(N+2)^2+\frac{32N}{\bar{a}_4}\bar{k}^2(N+2)^2\times$$
$$\lambda_{\max}\big((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\big)\left\|\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{\eta}^*\right\|^2 \tag{A11}$$

$$\dot{V}_{9\text{-}2}=\frac{3N}{2\bar{a}_7}\lambda_{\max}\big((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N}+\beta\otimes\boldsymbol{I}_2)(\boldsymbol{k}_7^2\otimes\boldsymbol{I}_{2N})\times$$
$$(\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N}+\beta\otimes\boldsymbol{I}_2)\big)\|\hat{\boldsymbol{\delta}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\boldsymbol{\delta}\|^2+$$
$$\frac{2N}{\bar{a}_3}\lambda_{\max}\big((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\big)+$$
$$\frac{16N}{\bar{a}_4}\lambda_{\max}\big((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\times$$
$$\boldsymbol{k}_4(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\big)\|\hat{\boldsymbol{v}}-\boldsymbol{1}_N\otimes\dot{\boldsymbol{\eta}}_0\|^2+$$

$$\frac{N}{\bar{a}_6}\Big(1+\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_8^2)+2\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_8)\lambda_{\max}\big(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_6\times \boldsymbol{k}_6\Lambda\big)\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_8)+3\lambda_{\max}\big(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_6(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6^2\times (\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6\Lambda\big)\Big)+\frac{16N}{\bar{a}_4}\lambda_{\max}\big(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_4(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4\times \boldsymbol{k}_4(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4\Lambda\big)+\frac{N}{\bar{a}_5}\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_6^2\Lambda)\|\bar{\boldsymbol{e}}\|^2+\frac{2N}{\bar{a}_3}\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_4^2\Lambda)\|\widehat{\boldsymbol{e}}\|^2+\frac{16N}{\bar{a}_4}\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_5)\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_4^2\Lambda)\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_5)\|\widehat{\boldsymbol{e}}\|^2+\frac{3N}{\bar{a}_6}\big((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\big)\|\boldsymbol{1}_N\otimes\dot{\boldsymbol{\eta}}_0\|^2+\frac{16N}{\bar{a}_4}\lambda_{\max}\big((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\big)\|\boldsymbol{1}_N\otimes\ddot{\boldsymbol{\eta}}_0\|^2+\sum_{m=1}^{8}\bar{E}_m\|\boldsymbol{e}_m\|^2+\frac{N}{2\bar{a}_2}\|\boldsymbol{v}\|^2+\frac{2N}{\bar{a}_4}\bar{k}^2\|\dot{\mathcal{J}}(\hat{\boldsymbol{\eta}})\|^2 \tag{A12}$$

其中, $\bar{E}_m$ 是触发函数中相关权重系数的参数, 其具体形式在式 (A17) 中. 由式 (20) 可知 $\dot{V}_{10}$ 满足以下关系:

$$\dot{V}_{10}=-\sum_{i=1}^{N}\|\boldsymbol{v}_i-\hat{\boldsymbol{v}}_i\|\,\tilde{\xi}_i\phi_i+\sum_{i=1}^{N}k_{2i}\tilde{\xi}_i\hat{\xi}_i\ \le\ -\sum_{i=1}^{N}\|\boldsymbol{v}_i-\hat{\boldsymbol{v}}_i\|\,\tilde{\xi}_i\phi_i-\sum_{i=1}^{N}\frac{k_{2i}}{2}(\tilde{\xi}_i^2-\xi_i^2) \tag{A13}$$

根据式 (34) 中的通信条件, 可得 $\dot{V}_{11}$ 满足:

$$\dot{V}_{11}=\sum_{k=1}^{N}\sum_{i\in\mathcal{N}_k}\left\{-\kappa_2\chi_{ik}+\kappa_3\left[\frac{\sigma}{2}K_4\|\boldsymbol{v}_k-\hat{\boldsymbol{v}}_k\|^2-\sum_{m=1}^{8}(0.5K_9+E_m)\|\boldsymbol{e}_{mik}\|^2\right]\right\} \tag{A14}$$

综上, 针对流动态下的李雅普诺夫函数有:

$$\dot{V}\le -K_1V_1-K_2V_2-K_3V_3-(1-\sigma)K_4V_4-K_5V_5-K_6V_6-K_7V_7-K_8V_8-K_9V_9-K_{10}V_{10}+\Delta+\sum_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}\frac{(1-\kappa_3)G_{ik}(t)}{\kappa_1}-\kappa_2\sum_{k=1}^{N}\sum_{i\in\mathcal{N}_k}\chi_{ik} \tag{A15}$$

其中, 触发函数 $G_{ik}(t)$ 中所涉及的误差权重系数 E_m $(m=1,\,2,\,\cdots,\,8)$ 满足:

$$E_1=\frac{1}{2a_5}+\bar{E}_1,\ E_2=\frac{1}{2a_5}+\bar{E}_2$$
$$E_3=\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_5^2)}{2a_8}+\bar{E}_3,\ E_4=\frac{1}{2a_8}+\bar{E}_4$$
$$E_5=\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_8^2)}{2a_8}+\bar{E}_5,\ E_6=\frac{1}{2a_8}+\bar{E}_6$$
$$E_7=\frac{1}{2a_7}+\bar{E}_7,\ E_8=\frac{1}{2a_7}+\bar{E}_8 \tag{A16}$$

其中

$$\bar{E}_1=\frac{\bar{a}_1\lambda_{\max}(\beta^2)}{2}+\frac{3N\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_3^2\Lambda)}{2\bar{a}_1}$$
$$\bar{E}_2=\frac{3N\lambda_{\max}((\beta\otimes\boldsymbol{I}_2)(\boldsymbol{k}_3^2\otimes\boldsymbol{I}_{2N})(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2))}{2\bar{a}_2}+\frac{\bar{a}_2\lambda_{\max}(\beta^2)}{2}$$
$$\bar{E}_3=\frac{16N}{\bar{a}_4}\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_5)\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_4^2\Lambda)\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_5)+\frac{\bar{a}_3\lambda_{\max}(\beta^2)}{2}$$
$$\bar{E}_4=\frac{\bar{a}_4\lambda_{\max}(\beta^2)}{2}+\frac{8N\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_4^2\Lambda)}{\bar{a}_4}$$
$$\bar{E}_5=\frac{N}{\bar{a}_6}(\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_8^2)+\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_8^4)+2\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_8)\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_6^2\Lambda)\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_8))+\frac{\bar{a}_5\lambda_{\max}(\beta^2)}{2}$$
$$\bar{E}_6=\frac{\bar{a}_6\lambda_{\max}(\beta^2)}{2}+\frac{N\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_6^2\Lambda)}{\bar{a}_6}+\frac{N\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_6^2\Lambda\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_6^2\Lambda)}{\bar{a}_6}$$
$$\bar{E}_7=\frac{3N}{2\bar{a}_7}\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_7^2\Lambda)+\frac{\bar{a}_6\lambda_{\max}(\beta^2)}{2}$$
$$\bar{E}_8=\frac{3N}{2\bar{a}_7}\lambda_{\max}((\beta\otimes\boldsymbol{I}_2)(\boldsymbol{k}_7^2\otimes\boldsymbol{I}_{2N})(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2)) \tag{A17}$$

其中, $K_1,\,\cdots,\,K_{10}$ 为由控制增益、通信参数及不等式放缩过程共同确定的正常数.

$$K_1=2\bar{k}-a_1-\left(\frac{\bar{k}^2}{2a_2}+\frac{2N}{\bar{a}_3}\bar{k}^2+\frac{1}{2a_4}\right)(N+2)^2-\frac{5a_3}{2}-\frac{32N}{\bar{a}_4}\bar{k}^2(N+2)^2\lambda_{\max}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4^2\times(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma}))$$

$$K_2=\lambda_{\min}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4)-\frac{1}{2a_1}-2a_2-\frac{\lambda_{\max}(\mathcal{L}\boldsymbol{k}_4^2\mathcal{L})+\lambda_{\max}(\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{k}_4^2\boldsymbol{\gamma})}{2a_3}-\frac{2N}{\bar{a}_3}\lambda_{\max}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma}))-1-\frac{16N}{\bar{a}_4}\times$$

$$\lambda_{\max}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma}))$$

$$K_3 = -\max\{b_1,\ b_2\}$$

$$K_4 = 2\lambda_{\min}(\boldsymbol{k}_0) - \frac{1}{a_1} - a_3 - 2a_4\lambda_{\max}(\hat{\boldsymbol{k}}^2)$$

$$K_5 = -\left(\frac{\bar{k}^2}{a_2}+\frac{\bar{k}^2}{a_3}+\frac{1}{a_4}+\frac{4N}{\bar{a}_3}\bar{k}^2\right)(N+2)^2 + 2\lambda_{\min}(((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2))(\boldsymbol{k}_3\otimes\boldsymbol{I}_{2N})) - a_5\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_3\Lambda\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_3) - a_5\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_3\beta^2\boldsymbol{k}_3) - a_5 - \frac{3N}{\bar{a}_1}\lambda_{\max}(((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2))(\boldsymbol{k}_3^2\otimes\boldsymbol{I}_{2N})\times((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2))) - \frac{64N}{\bar{a}_4}\bar{k}^2(N+2)^2\times\lambda_{\max}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma}))$$

$$K_6 = 2\lambda_{\min}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6) - a_6\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_6^2\Lambda) - a_6 - \frac{2N}{\bar{a}_5}\times\lambda_{\max}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})) - \frac{6N}{\bar{a}_6}\times\lambda_{\max}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma}))$$

$$K_7 = 2\lambda_{\min}(((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2))(\boldsymbol{k}_7\otimes\boldsymbol{I}_{2N})) - a_7\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_7\Lambda\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_7) - a_7\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_7\beta^2\boldsymbol{k}_7) - \frac{3N}{\bar{a}_7}\lambda_{\max}(((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2))\times(\boldsymbol{k}_7^2\otimes\boldsymbol{I}_{2N})((\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_{2N})+(\beta\otimes\boldsymbol{I}_2)))$$

$$K_8 = \min\{b_3,\ b_4\},\ K_9 > 0,\ K_{10} = \min\{k_{1i},\ k_{2i}\}$$

$$b_1 = a_1 + \frac{\bar{k}^2}{2a_2}(N+2)^2 + \frac{5a_3}{2} + \frac{2N}{\bar{a}_3}\bar{k}^2(N+2)^2 + \frac{1}{2a_4}(N+2)^2 - 2\bar{k} + \frac{32N}{\bar{a}_4}\bar{k}^2(N+2)^2\lambda_{\max}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma}))$$

$$b_2 = \frac{1}{2a_1} - \lambda_{\min}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4) + 2a_2 + 1 + \frac{\lambda_{\max}(\mathcal{L}\boldsymbol{k}_4^2\mathcal{L})+\lambda_{\max}(\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{k}_4^2\boldsymbol{\gamma})}{2a_3} + \frac{2N}{\bar{a}_3}\times\lambda_{\max}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})) + \frac{16N}{\bar{a}_4}\times\lambda_{\max}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma}))$$

$$b_3 = 2\lambda_{\min}(\boldsymbol{k}_8) - \frac{1}{a_6} - 2a_8 - \frac{2N}{\bar{a}_5}\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_6^2\Lambda) - \frac{2N}{\bar{a}_6}(1+\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_8^2)+2\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_8)\times\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_6^2\Lambda)\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_8) + 3\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_6(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6\Lambda)) - \frac{32N}{\bar{a}_4}\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_4(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4\Lambda)$$

$$b_4 = 2\lambda_{\min}(\boldsymbol{k}_7) - \frac{\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_4^2\Lambda)}{a_2} - \frac{\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_4^2\Lambda)}{a_3} - 2a_8 - \frac{4N}{\bar{a}_3}\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_4^2\Lambda) - \frac{32N}{\bar{a}_4}\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_5)\lambda_{\max}(\Lambda^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_4^2\Lambda)\lambda_{\max}(\boldsymbol{k}_5)$$

$$\Delta = \sum_{i=1}^{N}\frac{k_{2i}}{2}\xi_i^2 + \sum_{i=1}^{N}\frac{0.278\ 5}{\alpha_i} + \left(\frac{N}{2\bar{a}_2}+\frac{1}{2a_5}\right)\|\boldsymbol{v}\|^2 + \left[\frac{1}{2a_6}+\frac{3N}{\bar{a}_6}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_6^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma}))\right]\|\boldsymbol{1}_N\otimes\dot{\boldsymbol{\eta}}_0\|^2 + \left[\frac{1}{2a_2}+\frac{1}{2a_3}+\frac{16N}{\bar{a}_4}\lambda_{\max}((\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{k}_4^2(\mathcal{L}+\boldsymbol{\gamma}))\right]\times\|\boldsymbol{1}_N\otimes\ddot{\boldsymbol{\eta}}_0\|^2 + \frac{2N}{\bar{a}_4}\bar{k}^2\left\|\dot{\mathcal{J}}(\hat{\boldsymbol{\eta}})\right\|^2 \tag{A18}$$

根据式 (34), 可得:

$$G_{ik}(t) \le \bar{g}_{ik} = \kappa_1\sum_{m=1}^{8}(0.5K_9+E_m)\left\|\boldsymbol{e}_{mik}\right\|^2 \tag{A19}$$

其中, $\bar{g}_{ik}$ 是触发函数 $G_{ik}(t)$ 的上界.

考虑到执行器功率的物理约束, 存在一个正常数 $\bar{G}_{ik}$ 满足 $\bar{G}_{ik} \ge \dot{\bar{g}}_{ik}$. 因此, 有:

$$\sum_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}\frac{(1-\kappa_3)G_{ik}(t)}{\kappa_1} \le \sum_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}\left(\frac{(1-\kappa_3)\bar{G}_{ik}P}{\kappa_1}+\chi_{ik}\right) \tag{A20}$$

为确保 $V_{11} \ge 0$, 通信检测周期 P 需满足:

$$P \le \frac{\kappa_1\kappa_4\min\left\{\chi_{ik}(0)\exp\left[-(\kappa_2+\kappa_4+\kappa_1^{-1}\kappa_3)\bar{t}\right]\right\}}{(1-\kappa_3)\max\left\{\bar{G}_{ik}\right\}} \tag{A21}$$

其中 $\kappa_4 > 0$; $\bar{t}$ 表示任务总持续时间. 由此可得:

$$\dot{V} \le -K_1V_1 - K_2V_2 - K_3V_3 - (1-\sigma)K_4V_4 - K_5V_5 - K_6V_6 - K_7V_7 - K_8V_8 - K_9V_9 - K_{10}V_{10} - \kappa_2\sum_{k=1}^{N}\sum_{i\in\mathcal{N}_k}\chi_{ik} + \bar{\Delta} \tag{A22}$$

其中, $\bar{\Delta} = \Delta + \sum_{(k,\,i)\in\mathcal{E}}\left(\frac{(1-\kappa_3)\bar{G}_{ik}P}{\kappa_1}+\chi_{ik}\right)$. 对于跳变态, 相应的测量误差在事件触发时刻将被重置为零. 由此可得:

$$V(t^+) \le V(t) \tag{A23}$$

结合式 (A22) ~ (A23) 可得:

$$\dot{V} \leq -\lambda V + \bar{\Delta} \tag{A24}$$

其中, $\lambda = \min\{K_1,\ K_2,\ \cdots,\ K_{10},\ \kappa_2\}$, 对式 (A24) 进行积分可得李雅普诺夫函数上界:

$$V(t) \leq V(0)\,\mathrm{e}^{-\lambda t} + \frac{\bar{\Delta}}{\lambda}\left(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}\right) \tag{A25}$$

由式 (A25) 可知, 李雅普诺夫函数最终会收敛至集合: $\Omega_V : (0,\ \bar{\Delta}/\lambda]$; 误差信号 $\{\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}^*,\ \hat{\boldsymbol{v}} - \dot{\boldsymbol{\eta}}_0,\ \boldsymbol{v} - \hat{\boldsymbol{v}},\ \hat{\boldsymbol{\eta}} - 1_N \otimes \boldsymbol{\eta},\ \bar{\boldsymbol{\eta}} - 1_N \otimes \boldsymbol{\eta}_0\}$ 和 $\{\hat{\boldsymbol{\delta}} - 1_N \otimes \boldsymbol{\delta},\ \bar{\boldsymbol{e}},\ \widehat{\boldsymbol{e}},\ \boldsymbol{e}_m\}$ 最终收敛至集合: $\Omega_1 : (0,\ \sqrt{2\bar{\Delta}/\lambda}]$; $\tilde{\xi}_i$ 最终收敛至集合: $\Omega_2 : (0,\ \sqrt{2\max\{k_{1i}\}\bar{\Delta}/\lambda}]$; χ_{ik} 最终收敛至集合: $\Omega_3 : (0,\ \sqrt{\bar{\Delta}/\lambda}]$. 根据纳什均衡条件, 本算法能够实现基于博弈的编队跟踪控制. □

参考文献

1 Huang B, Ren X Q, Zhou B, Zhang Z, Zhou X T, Miao J M. An intermittent anti-competition communication mechanism based formation maneuvers for the Internet of unmanned surface vehicles. *IEEE Internet of Things Journal*, 2024, **12**(3): 3234−3247

2 Wen Guang-Hui, Yu Xing-Huo, Huang Ting-Wen, Zhou Yan. Fixed-time bipartite formation tracking control for multi-USV systems with uncertain model parameters. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(3): 669−677
(温广辉, 余星火, 黄廷文, 周艳. 模型参数不确定下多无人艇系统固定时间二分编队跟踪控制. 自动化学报, 2025, **51**(3): 669−677)

3 Zhu Gui-Bing, Wu Chen, Ma Yong. Adaptive neural output feedback trajectory tracking control for USVs under false-data-injection attacks. *Acta Automatica Sinica*, 2024, **50**(7): 1472−1484
(祝贵兵, 吴晨, 马勇. 虚假数据注入式攻击下无人水面船舶自适应神经输出反馈轨迹跟踪控制. 自动化学报, 2024, **50**(7): 1472−1484)

4 Zhou D J, Wang Z J, Schwager M. Agile coordination and assistive collision avoidance for quadrotor swarms using virtual structures. *IEEE Transactions on Robotics*, 2018, **34**(4): 916−923

5 Wen J B, Yang J C, Li Y, He J Y, Li Z J, Song H B. Behavior-based formation control digital twin for multi-AUG in edge computing. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2022, **10**(5): 2791−2801

6 Huang B, Peng H, Zhang C X, Ahn C K. Distributed optimal coordinated control for unmanned surface vehicles with interleaved periodic event-based mechanism. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024, **73**(12): 18073−18086

7 Wu K F, Hu J Y, Li Z H, Ding Z T, Arvin F. Distributed collision-free bearing coordination of multi-UAV systems with actuator faults and time delays. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2024, **25**(9): 11768−11781

8 Peng Zhou-Hua, Wu Wen-Tao, Wang Dan, Liu Lu. Coordinated control of multiple unmanned surface vehicles: Recent advances and future trends. *Chinese Journal of Ship Research*, 2021, **16**(1): 51−64
(彭周华, 吴文涛, 王丹, 刘陆. 多无人艇集群协同控制研究进展与未来趋势. 中国舰船研究, 2021, **16**(1): 51−64)

9 Kang Y H, Luo D L, Xin B, Cheng J, Yang T W, Zhou S L. Robust leaderless time-varying formation control for nonlinear unmanned aerial vehicle swarm system with communication delays. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, **53**(9): 5692−5705

10 Gao Sheng-Nan, Peng Zhou-Hua, Wang Dan, Li Tie-Shan. Cooperative target tracking by multiple unmanned surface vehicles subject to model uncertainties. *Journal Control Theory & Applications*, 2023, **40**(12): 2198−2208
(高胜男, 彭周华, 王丹, 李铁山. 模型不确定下无人艇协同目标跟踪控制. 控制理论与应用, 2023, **40**(12): 2198−2208)

11 Jiang X L, Xia G H. Event-triggered practical formation control of leaderless unmanned surface vehicles with environmental disturbances. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2023, **71**(3): 1326−1330

12 Wang Hao, Wang Dan, Peng Zhou-Hua, Sun Gang. Adaptive dynamic surface control for cooperative path following of multiple autonomous surface vessels. *Journal Control Theory & Applications*, 2013, **30**(5): 637−643
(王昊, 王丹, 彭周华, 孙刚. 多自主船协同路径跟踪的自适应动态面控制. 控制理论与应用, 2013, **30**(5): 637−643)

13 Chen R S, Yang Z Y. A cooperative merging strategy for connected and automated vehicles based on game theory with transferable utility. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, **23**(10): 19213−19223

14 Yu R R, Zhao X, Lu S, Chen Y H, Li C M. Intelligent game-theoretic approach for resilient robust control design of cyber-physical systems: Application to intelligent transportation systems. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2024, **25**(11): 16072−16083

15 Yang Y, Li X. Towards a snowdrift game optimization to vertex cover of networks. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2013, **43**(3): 948−956

16 Deng Z H. Distributed algorithm design for aggregative games of Euler-Lagrange systems and its application to smart grids. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, **52**(8): 8315−8325

17 Ye M J, Hu G Q. Game design and analysis for price-based demand response: An aggregate game approach. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, **47**(3): 720−730

18 Chen Z, Nian X H, Meng Q. Noncooperative formation control in the presence of malicious agents: A game-based strategy. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2023, **20**(3): 4972−4981

19 Deng Z H. Game-based formation control of high-order multi-agent systems. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2022, **10**(1): 140−151

20 Ye M J, Hu G Q. Distributed Nash equilibrium seeking by a consensus-based approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, **62**(9): 4811−4818

21 Pan W, Xu X L, Lu Y, Zhang W D. Distributed Nash equilibrium learning for average aggregative games: Harnessing smoothness to accelerate the algorithm. *IEEE Systems Journal*, 2023, **17**(3): 4855−4865

22 Ye M J. Distributed robust seeking of Nash equilibrium for networked games: An extended state observer-based approach. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, **52**(3): 1527−1538

23 Xiong F, Zheng H, Ruan L, Wang H, Tang L J, Dong X, et al. Energy-saving data aggregation for multi-UAV system. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, **69**(8): 9002−9016

24 Deng Z H, Luo J, Liu Y Y, Yu W Y. Distributed formation control algorithms for QUAVs based on aggregative games. *IEEE Systems Journal*, 2023, **17**(3): 4419−4429

25 Park B S, Yoo S J. Connectivity-maintaining and collision-avoiding performance function approach for robust leader-follower formation control of multiple uncertain underactuated surface vessels. *Automatica*, 2021, **127**: Article No. 109501

26 Wang Y Y, Liu X, Wu Z T, Dang C Y. Distributed prescribed-time formation control for underactuated surface vehicles with input saturation: Theory and experiment. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2024, **25**(11): 18611−18623

27 Wu Wen-Tao, Gu Nan, Peng Zhou-Hua, Liu Lu, Wang Dan. Distributed time-varying formation control for unmanned surface vehicles guided by multiple leaders. *Chinese Journal of Ship Research*, 2020, **15**(1): 21−30
(吴文涛, 古楠, 彭周华, 刘陆, 王丹. 多领航者导引无人船集群的分布式时变队形控制. 中国舰船研究, 2020, **15**(1): 21−30)

28 Yan Jing, Guan Xin-Ping. Development status and key techniques for cross-domain swarm of maritime unmanned systems. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(4): 744−761
(闫敬, 关新平. 海上无人系统跨域集群发展现状及其关键技术. 自动化学报, 2025, **51**(4): 744−761)

29 Wang Hao-Liang, Chai Ya-Xing, Wang Dan, Liu Lu, Wang An-Qing, Peng Zhou-Hua. Event-triggered cooperative path following of multiple autonomous underwater vehicles. *Acta Automatica Sinica*, 2024, **50**(5): 1024−1034
(王浩亮, 柴亚星, 王丹, 刘陆, 王安青, 彭周华. 基于事件触发机制的多自主水下航行器协同路径跟踪控制. 自动化学报, 2024, **50**(5): 1024−1034)

30 Hu Xin, Gong Qing-Tao, Zhu Gui-Bing, Han Guo-Jie, Wang Yuan. Event-triggered synchronization anti-disturbance control method for ship replenishment. *Chinese Journal of Ship Research*, 2024, **19**(5): 87−94
(胡鑫, 巩庆涛, 祝贵兵, 韩国杰, 王媛. 基于事件触发机制的船舶补给同步抗干扰控制. 中国舰船研究, 2024, **19**(5): 87−94)

31 Xian Cheng-Xin, Zhao Yu, Wen Guang-Hui. Distributed formation tracking control of multi-spacecraft systems under stochastic event-triggered communication mechanism. *Journal of Command and Control*, 2025, **11**(3): 361−370
(先程鑫, 赵宇, 温广辉. 随机事件触发通讯下多航天器系统分布式编队跟踪控制. 指挥与控制学报, 2025, **11**(3): 361−370)

32 Wang S B, Wen S P, Shi K B, Zhou X J, Huang T W. Approximate optimal control for nonlinear systems with periodic event-triggered mechanism. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2021, **34**(6): 2722−2731

33 Ren X Q, Huang B, Zhou B, Peng H, Zhang Z. Game theory-based formation control for networked unmanned surface vessels with weighted switching topology and dynamically assigned data sampling period. *Nonlinear Dynamics*, 2025, **113**: Article No. 19845

34 Zhang Z, Huang B, Zhou B, Miao J M. An anti-congestion interaction mechanism based leaderless formation control for unmanned surface vehicles with communication interruptions. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024, **73**(11): 16964−16976

35 Li J X, Zhou B, Huang B, Huang W Q. Distributed event-driven optimal control for networked unmanned surface vehicles with long transmission delays: A memory-based estimation and communication assignment approach. *IEEE Internet of Things Journal*, 2026, **13**(3): 4247−4260

36 Zhang Y C, Miao J M, Huang B. Dual-layer dynamic event-triggered formation maneuver control for underactuated autonomous underwater vehicles via edge vector-based method. *Ocean Engineering*, 2025, **330**: Article No. 121200

37 Dai S L, He S D, Wang M, Yuan C Z. Adaptive neural control of underactuated surface vessels with prescribed performance guarantees. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, **30**(12): 3686−3698

38 Wen G H, Fu J J, Wang B W, Wang X D, Shen H. Robust formation tracking of ASVs with nonconservative collision avoidance: A control barrier function-based approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2026, **73**(6): 9174−9186

39 Lu Y, Wen C Y, Shen T L, Zhang W D. Bearing-based adaptive neural formation scaling control for autonomous surface vehicles with uncertainties and input saturation. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2020, **32**(10): 4653−4664

40 Ran G T, Liu J, Li C J, Chen L M, Li D Y. Event-based finite-time consensus control of second-order delayed multi-agent systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2020, **68**(1): 276−280

41 Do K D, Jiang Z P, Pan J. Robust adaptive path following of underactuated ships. *Automatica*, 2004, **40**(6): 929−944



黄 兵 西北工业大学航海学院教授. 2019 年获得西北工业大学博士学位. 主要研究方向为鲁棒控制, 海洋水面船舶的非线性控制, 水下航行器的编队跟踪控制, 容错控制, 滑模控制和智能控制. E-mail: binhuang@mail.nwpu.edu.cn

(**HUANG Bing** Professor at the School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University. He received his Ph.D. degree from Northwestern Polytechnical University in 2019. His research interests include robust control, nonlinear control for marine surface vessels, formation tracking control for underwater vehicles, fault-tolerant control, sliding mode control, and intelligent control.)



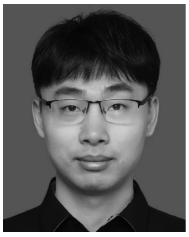
赵 冲 西北工业大学航海学院硕士研究生. 2024 年获得南京农业大学学士学位. 主要研究方向为仿射编队控制, 博弈编队控制. E-mail: zhaochong@mail.nwpu.edu.cn

(**ZHAO Chong** Master student at the School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University. He received his bachelor degree from Nanjing Agricultural University in 2024. His research interests include affine formation control and game formation control.)



张立川 西北工业大学航海学院教授. 2009 年获得西北工业大学博士学位. 主要研究方向为水下机器人导航与控制技术.
E-mail: ZLC@nwpu.edu.cn

(**ZHANG Li-Chuan** Professor at the School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University. He received his Ph.D. degree from Northwestern Polytechnical University in 2009. His research interests include navigation and control technology of underwater robots.)



朱 骋 西北工业大学航海学院博士后. 2024 年获得哈尔滨工程大学博士学位. 主要研究方向为多智能体系统, 非线性系统, 分布式控制和无人系统协同控制. 本文通信作者.
E-mail: oliver_rlz@nwpu.edu.cn

(**ZHU Cheng** Postdoctor at the School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University. He received his Ph.D. degree from Harbin Engineering University in 2024. His research interests include multiagent systems, nonlinear systems, distributed control, and unmanned system cooperative control. Corresponding author of this paper.)