自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

# 基于观测器的具有非自治领导者的多智能体系统事件触发时变编队跟踪控制

张凯 王佩君 史桀绮 黄廷文

# Observer-based Event-triggered Time-varying Formation Tracking Control for Multi-agent Systems With a Non-autonomous Leader

ZHANG Kai, WANG Pei-Jun, SHI Jie-Qi, HUANG Ting-Wen

在线阅读 View online: https://doi.org/10.16383/j.aas.c260069

---

**您可能感兴趣的其他文章**

异构集群系统分布式自适应输出时变编队跟踪控制

Distributed Adaptive Time-varying Output Formation Tracking for Heterogeneous Swarm Systems

自动化学报. 2021, 47(10): 2386-2401 https://doi.org/10.16383/j.aas.c200185

基于动态事件触发通信协议的多智能体系统自适应可靠控制

Adaptive Reliable Control of Multi-agent Systems Based on Dynamic Event-triggered Communication Protocol

自动化学报. 2024, 50(5): 924-936 https://doi.org/10.16383/j.aas.c230766

非线性多智能体系统的动态事件触发固定时间一致性控制

Dynamic Event-triggered Fixed-time Consensus Control for Nonlinear Multi-agent Systems

自动化学报. 2026, 52(3): 555-577 https://doi.org/10.16383/j.aas.c250304

切换拓扑下动态事件触发多智能体系统固定时间一致性

Dynamic Event-triggered Fixed-time Consensus Control of Multi-agent Systems Under Switching Topologies

自动化学报. 2023, 49(6): 1295-1305 https://doi.org/10.16383/j.aas.c211123

异构不确定二阶非线性多智能体系统事件触发状态趋同

Event-triggered State Consensus of Heterogeneous Uncertain Second-order Nonlinear Multi-agent Systems

自动化学报. 2025, 51(4): 804-812 https://doi.org/10.16383/j.aas.c240423

同时含有未知输入和测量干扰系统全维和降维观测器设计

Full- and Reduced-order Observer Design for Systems With Both the Unknown Inputs and Measurement Disturbances

自动化学报. 2022, 48(8): 2108-2118 https://doi.org/10.16383/j.aas.c190505

# 基于观测器的具有非自治领导者的多智能体系统事件触发时变编队跟踪控制

张 凯 [1, 2, 3] 王佩君 [4] 史桀绮 [1, 5] 黄廷文 [3]

**摘 要** 针对有向拓扑下含非自治领导者的多智能体系统, 提出一种基于未知输入观测器的分布式动态事件触发控制方法, 以解决其时变编队跟踪问题. 首先, 利用智能体之间的相对输出信息设计未知输入观测器, 以估计智能体之间的相对状态. 在此基础上, 引入动态事件触发机制来确定控制输入的更新时刻, 从而有效降低控制更新频率. 随后, 设计一种时变编队跟踪控制协议, 使得跟随者仅依赖相对输出信息即可实现对非自治领导者的编队跟踪. 通过构造合适的 Lyapunov 函数, 严格证明了编队跟踪误差的渐近收敛性. 此外, 借助反证法严格排除了芝诺行为. 最后, 数值仿真结果验证了所提方法的有效性.

**关键词** 多智能体系统; 时变编队跟踪; 未知输入观测器; 动态事件触发

**引用格式** 张凯, 王佩君, 史桀绮, 黄廷文. 基于观测器的具有非自治领导者的多智能体系统事件触发时变编队跟踪控制. 自动化学报, 2026, **52**(10): 2274−2285

**DOI** 10.16383/j.aas.c260069 **CSTR** 32138.14.j.aas.c260069

# Observer-based Event-triggered Time-varying Formation Tracking Control for Multi-agent Systems With a Non-autonomous Leader

ZHANG Kai[1, 2, 3] WANG Pei-Jun[4] SHI Jie-Qi[1, 5] HUANG Ting-Wen[3]

**Abstract** This paper investigates the time-varying formation tracking problem for multi-agent systems under directed topology with a non-autonomous leader. A distributed dynamic event-triggered control method based on an unknown input observer (UIO) is proposed. First, a UIO is designed using the relative output information among agents to estimate their relative states. On this basis, a dynamic event-triggered mechanism is introduced to determine the update instants of the control input, thereby effectively reducing the control update frequency. Subsequently, a time-varying formation tracking control protocol is designed, enabling followers to achieve formation tracking of the non-autonomous leader using only relative output information. By constructing an appropriate Lyapunov function, the asymptotic convergence of the formation tracking error is rigorously proved. Furthermore, the existence of Zeno behavior is rigorously excluded by utilizing a proof by contradiction. Finally, numerical simulation results validate the effectiveness of the proposed method.

**Keywords** multi-agent systems; time-varying formation tracking; unknown input observer; dynamic event-triggered

**Citation** Zhang Kai, Wang Pei-Jun, Shi Jie-Qi, Huang Ting-Wen. Observer-based event-triggered time-varying formation tracking control for multi-agent systems with a non-autonomous leader. *Acta Automatica Sinica*, 2026, **52**(10): 2274−2285

近年来, 多智能体协同控制因其在工业物联网系统、能源管理系统以及移动机器人编队等领域的广泛应用而受到持续关注[1−6]. 与传统的多智能体系统一致性问题相比, 编队跟踪不仅要求各智能体在通信交互约束下实现协同行为, 还要求系统在跟随领导者轨迹的同时维持预设的几何构型[7−8]. 编队跟踪在自主空中无人机、水面无人艇的搜救、监视、护航等任务中有着重要的应用[9−12], 因此具有更高的现实工程价值, 是群体智能控制理论与工程应用中

收稿日期 2026-01-26 录用日期 2026-04-12
Manuscript received January 26, 2026; accepted April 12, 2026
教育部基础学科和交叉学科突破计划 (JYB2025XDXM118), 国家自然科学基金 (62576223, 62373003, 62506153), 安徽省自然科学基金 (2508085J010) 资助
Supported by Fundamental and Interdisciplinary Disciplines Breakthrough Plan of the Ministry of Education of China (JYB2025XDXM118), National Natural Science Foundation of China (62576223, 62373003, 62506153), and Anhui Provincial Natural Science Foundation (2508085J010)
本文责任编委 付俊杰
Recommended by Associate Editor FU Jun-Jie

1. 南京大学计算机软件新技术全国重点实验室 南京 210023 2. 南京大学计算机学院 南京 210023 3. 深圳理工大学计算机科学与人工智能学院 深圳 518055 4. 安徽师范大学数学与统计学院 芜湖 241000 5. 南京大学智能科学与技术学院 苏州 215163
1. State Key Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210023 2. School of Computer Science, Nanjing University, Nanjing 210023 3. Faculty of Computer Science and Artificial Intelligence, Shenzhen University of Advanced Technology, Shenzhen 518055 4. School of Mathematics and Statistics, Anhui Normal University, Wuhu 241000 5. School of Intelligence Science and Technology, Nanjing University, Suzhou 215163

的一个重要研究方向.

随着多智能体系统应用的不断扩展, 如何设计高效的编队跟踪控制策略逐渐成为研究的重点. 文献 [13] 研究四旋翼无人机系统的自抗扰编队跟踪控制问题, 分别提出适用于固定编队和时变编队的控制协议. 针对存在复合攻击的多无人机系统, 文献 [14] 基于数字孪生概念提出一种双层分布式弹性时变编队跟踪控制协议. 值得注意的是, 这些协议的设计通常依赖于系统的完整状态信息. 然而, 在实际应用中, 由于传感器配置与噪声干扰等因素, 智能体通常难以获得完整的状态信息, 只能获取部分输出测量, 这成为制约分布式编队控制实际应用的重要瓶颈. 为解决这一问题, 基于输出信息的多智能体协同控制受到广泛关注. 文献 [15] 假设仅能获取相邻智能体的相对输出信息, 研究具有 Lipschitz 型非线性动力学的多智能体系统一致性跟踪问题. 类似地, 文献 [16] 利用相对输出信息, 研究有向拓扑下线性多智能体系统的时变输出编队控制问题, 并给出输出编队可行性条件. 文献 [17] 考虑具有多个领导者和切换通信网络的异构多智能体系统的二分时变输出编队跟踪问题, 为解决切换通信网络可能不连通的问题, 提出一种基于降维观测器的分布式异步动态边缘事件触发输出反馈控制协议. 基于动态输出反馈控制方法, 文献 [18] 设计一个分布式编队控制器, 在跟踪载人飞行器的同时完成时变编队跟踪飞行. 尽管上述基于输出反馈的策略有效解决了状态信息不全的问题, 但现有研究多数假设领导者是不含控制输入的. 然而, 由文献 [19] 可知, 对于多智能体系统编队控制问题而言, 在实际的对抗性任务或复杂协同场景中, 领导者通常表现为含未知输入的非自治系统, 其运动可能受外部输入驱动并具有时变性. 领导者未知输入的存在, 会破坏传统观测器的估计收敛性, 导致系统产生难以消除的稳态跟踪误差, 给高精度编队控制带来严峻的挑战. 因此, 如何在领导者存在未知输入的情况下实现精确的状态估计与协同控制, 具有重要的研究意义与应用价值. 针对这一问题, 文献 [20] 面向含未知输入领导者的异构多智能体时变输出编队跟踪问题, 分别构造了领导者与跟随者的自适应观测器, 并借助未知输入参数化与自适应学习来抑制未知输入的影响. 文献 [21] 研究含非自治领导者的多智能体系统一致性问题, 利用未知输入观测器 (unknown input observer, UIO) 来抑制或解耦未知输入对观测误差的影响, 从而在未知输入存在的情况下精确重构相对状态, 为后续的输出反馈控制器设计提供支持, 并为解决此类非自治系统的协同控制提供了新的思路.

与此同时, 资源受限同样是多智能体系统必须面对的现实约束. 在无人机集群与移动机器人系统中, 通信带宽、能耗与机载计算资源通常有限, 持续的周期采样与连续更新会带来显著的通信负担与计算压力, 甚至可能引发网络拥塞与能量快速消耗[22]. 事件触发控制通过按需触发的思想, 仅在必要时才进行通信和控制更新, 已经成为缓解资源约束的有效途径. 自从文献 [23] 将事件触发机制引入多智能体系统以来, 相关的研究成果不断涌现[24–31]. 文献 [24] 采用事件触发输出反馈控制, 研究线性多智能体系统的二分一致性问题. 文献 [25] 利用事件触发时刻的输出信号构建模糊状态观测器, 研究具有未测状态的非线性多智能体系统编队控制问题. 文献 [26] 探讨随机多智能体系统的事件触发一致性方案, 并通过设计周期事件触发机制来排除芝诺 (Zeno) 行为 (即在有限时间内发生无限次触发). 文献 [27] 将基于记忆的自适应事件触发机制与神经网络相结合, 研究在拒绝服务 (denial of service, DoS) 攻击下, 受外部干扰和不确定性影响的非线性多智能体系统的一致性问题. 然而, 与文献 [24–27]中基于固定阈值设计的静态事件触发策略相比, 动态事件触发机制 (dynamic event-triggered mechanism, DETM) 通过引入额外的内部动态变量来自适应地调节阈值, 使触发间隔能够根据系统演化过程自适应延长. 这不仅能进一步缓解带宽受限压力, 还能在降低触发频率的同时减小保守性, 为排除芝诺行为提供更灵活的技术手段. 文献 [28] 考虑通信拓扑及队形结构发生变化的场景, 设计一种分布式动态事件触发控制方案来减轻传输负担并实现编队飞行. 文献 [29] 基于动态事件触发机制研究了混合攻击下的多智能体系统分布式一致性跟踪问题. 类似地, 存在拒绝服务攻击的情况下, 文献 [30] 利用相对输出信息设计弹性事件触发一致性控制协议. 文献 [31] 采用分布式增益调度动态事件触发方法, 研究在固定拓扑和切换拓扑下具有输入约束的多智能体系统的半全局领导者–跟随者一致性问题.

基于上述讨论, 本文聚焦系统完整状态不可用, 同时存在未知输入与资源受限约束的多智能体时变编队跟踪问题, 提出一种基于未知输入观测器的分布式动态事件触发控制方法. 本文的主要工作可概括为以下三点:

1) 针对含非自治领导者的多智能体系统, 基于相邻智能体之间的相对输出信息, 构造一类与编队跟踪误差结构相匹配的未知输入观测器, 并给出相应的精确估计分析. 与文献 [21] 中面向一致性误差的观测器设计不同, 本文所估计的是显式含有编队函数的相对变量. 同时, 不同于文献 [20] 对领导者

和跟随者状态分别进行观测的处理方式, 本文的观测器设计直接服务于时变编队跟踪目标.

2) 针对控制输入连续更新带来的通信与执行负担问题, 基于观测器估计误差构造触发误差, 设计动态事件触发机制, 使各跟随者仅在触发条件满足时更新控制输入, 从而在保证闭环系统稳定性的同时有效降低控制更新频率. 同时, 通过证明相邻两次触发时刻之间存在正常数下界, 排除了芝诺行为.

3) 在编队可行性条件下, 结合时变编队函数及其导数信息, 设计仅依赖相对输出信息的事件触发时变编队跟踪控制协议. 该协议将未知输入补偿项、编队保持项与基于观测器输出的反馈项统一到一个控制框架之中, 能够在有向拓扑下实现对非自治领导者的时变编队跟踪.

**符号说明.** $\mathbf{R}^n$ 和 $\mathbf{R}^{n\times m}$ 分别表示 $n$ 维向量和 $n\times m$ 阶矩阵; $\mathbf{C}$ 表示复数集; $\mathrm{diag}\{a_i\}=\mathrm{diag}\{a_1,\cdots,a_N\}$ 表示由 $a_1,\cdots,a_N$ 构成的对角矩阵; $\|\cdot\|$ 表示向量的欧几里得范数; $\otimes$ 表示 Kronecker 积; $I_n$ 表示 $n$ 维单位矩阵; 如果矩阵 $A$ 的特征值均为实数, 则 $\lambda_{\max}(A)$, $\lambda_{\min}(A)$ 分别表示矩阵 $A$ 的最大和最小特征值; $A^{\mathrm{T}}$ 和 $A^{-1}$ 分别表示矩阵 $A$ 的转置和逆; 给定对称矩阵 $Q\in\mathbf{R}^{n\times n}$, $Q>0$ 表示 $Q$ 是正定矩阵.

## 1 预备知识和问题描述

### 1.1 代数图论

考虑一个包含 1 个领导者和 $N$ 个跟随者的多智能体系统, 使用拓扑图 $\mathcal{G}(\mathcal{V},\mathcal{E},\mathcal{A})$ 来表示智能体之间的通信关系. 其中领导者标记为 0, 跟随者标记为 1 至 $N$; 顶点集 $\mathcal{V}=\{0,1,\cdots,N\}$; 边集 $\mathcal{E}=\{(i,j):a_{ij}>0\}\subseteq\mathcal{V}\times\mathcal{V}$; 邻接矩阵为 $\mathcal{A}=[a_{ij}]\in\mathbf{R}^{(N+1)\times(N+1)}$. $a_{ij}>0$ 表示智能体 $i$ 可以接收到来自智能体 $j$ 的消息. 假设领导者仅向跟随者传递消息但不接收消息, 即 $a_{0i}=0$. 因此, 图 $\mathcal{G}$ 的拉普拉斯矩阵

$$\mathcal{L}=\begin{bmatrix}0 & \mathbf{0}_N^{\mathrm{T}}\\ \mathcal{L}_1 & \mathcal{L}_2\end{bmatrix} \tag{1}$$

其中 $\mathcal{L}_1=-[a_{10},\cdots,a_{N0}]^{\mathrm{T}}$ 和 $\mathcal{L}_2=[l_{ij}]\in\mathbf{R}^{N\times N}$. 当 $i\neq j$ 时, $l_{ij}=-a_{ij}$; 否则有 $l_{ii}=\sum_{j=0}^{N}a_{ij}$. 如果存在一条有序链 $(j_1,j_2),\cdots,(j_{k-1},j_k)$, $k\geq 2$, 那么智能体 $j_1$ 到智能体 $j_k$ 有一条有向路径. 如果领导者 0 至少有一条指向其他跟随者 $i$ 的有向路径, 那么 $\mathcal{G}$ 有一个以领导者 0 为根的有向生成树.

**假设 1.** 通信图 $\mathcal{G}$ 存在一个以领导者 0 为根节点的有向生成树.

当假设 1 成立时, 由文献 [18] 可知, 存在一个正定对角矩阵 $\Xi=\mathrm{diag}\{\xi_1,\cdots,\xi_N\}>0$, 使得

$$\mathcal{L}_2^{\mathrm{T}}\Xi+\Xi\mathcal{L}_2>0 \tag{2}$$

其中 $[\xi_1,\cdots,\xi_N]^{\mathrm{T}}=\mathcal{L}_2^{-\mathrm{T}}\mathbf{1}_N$. 令 $\lambda_0=\lambda_{\min}(\mathcal{L}_2+\Xi^{-1}\times\mathcal{L}_2^{\mathrm{T}}\Xi)$, 则有 $\lambda_0>0$.

### 1.2 问题描述

考虑 $N+1$ 个智能体的动力学模型描述如下

$$\begin{cases}\dot{x}_i(t)=Ax_i(t)+Bu_i(t)\\ y_i(t)=Cx_i(t)\end{cases} \tag{3}$$

其中 $x_i(t)\in\mathbf{R}^n$, $y_i(t)\in\mathbf{R}^p$ 和 $u_i(t)\in\mathbf{R}^m$ 分别表示智能体 $i$ 的状态、输出和控制, $i=0,1,\cdots,N$; 矩阵 $A\in\mathbf{R}^{n\times n}$, $B\in\mathbf{R}^{n\times m}$ 和 $C\in\mathbf{R}^{p\times n}$ 分别为状态矩阵、控制输入矩阵和输出矩阵.

**假设 2.** 存在一个常数 $\bar{u}$ 使得领导者的未知控制输入 $u_0(t)$ 满足 $\|u_0(t)\|\leq\bar{u}$.

进一步, 定义跟随者智能体 $i$ 的编队向量为 $f_i(t)\in\mathbf{R}^n$, 且 $f_i(t)$ 连续可微, 期望状态为 $x_i^d(t)=x_0(t)+f_i(t)$, 从而编队误差 $e_i(t)=x_i(t)-x_i^d(t)$. 则有如下定义:

**定义 1.** 对于跟随者 $i$, 如果有

$$\lim_{t\to\infty}\|e_i(t)\|=0\quad(i=1,2,\cdots,N) \tag{4}$$

则称多智能体系统 (3) 实现了时变编队跟踪控制.

## 2 基于未知输入观测器的事件触发编队控制协议

### 2.1 未知输入观测器设计

根据系统状态, 可以定义一致性误差 $\delta_i(t)=\sum_{j=0}^{N}a_{ij}((x_i(t)-f_i(t))-(x_j(t)-f_j(t)))$, 然而在许多实际应用中, 考虑到测量系统状态信息的成本和难度, 往往难以获取系统的完整状态, 只使用系统的输出信息来设计控制器. 基于这一考虑, 本文使用未知输入观测器技术, 通过智能体之间的相对输出信息来估计 $\delta_i(t)$.

$$\begin{cases}\bar{\delta}_i(t)=\psi_i(t)-DC\delta_i(t)\\ \dot{\psi}_i(t)=(P(I_p+CD)-HAD)C\delta_i(t)+\\ \qquad(HA-PC)\psi_i(t)+H\chi_i(t)\\ \chi_i(t)=A\displaystyle\sum_{j=0}^{N}a_{ij}(f_i(t)-f_j(t))-\\ \qquad\displaystyle\sum_{j=0}^{N}a_{ij}(\dot{f}_i(t)-\dot{f}_j(t))\end{cases} \tag{5}$$

其中 $\bar{\delta}_i(t)\in\mathbf{R}^n$ 是 $\delta_i(t)$ 的估计, $H=I_n+DC\in$

$\mathbf{R}^{n\times n}$, $D=-B((CB)^{\mathrm{T}}(CB))^{-1}(CB)^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{n\times p}$, $P\in\mathbf{R}^{n\times p}$ 使得 $HA-PC$ 稳定.

定义观测误差 $\tilde{\delta}_i(t)=\bar{\delta}_i(t)-\delta_i(t)$, 则根据 (5), 有

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\delta}}_i(t)=&\dot{\bar{\delta}}_i(t)-\dot{\delta}_i(t)=\\&\dot{\psi}_i(t)-(I_n+DC)\dot{\delta}_i(t)=\\&(P(I_n+CD)-HAD)C\delta_i(t)+\\&(HA-PC)\psi_i(t)+H\chi_i(t)-\\&(I_n+DC)\left(A\delta_i(t)+\chi_i(t)\right)-\\&(I_n+DC)B\sum_{j=0}^{N}a_{ij}(u_i(t)-u_j(t))\end{aligned}\tag{6}$$

经过计算, 可得

$$(I_n+DC)B=B-B((CB)^{\mathrm{T}}(CB))^{-1}(CB)^{\mathrm{T}}CB=0\tag{7}$$

以及

$$\begin{aligned}&(P(I_p+CD)-HAD)C-(I_n+DC)A=\\&\quad PC+PCDC-HADC-HA=\\&\quad-(HA-PC)(I_n+DC)\end{aligned}\tag{8}$$

因此,

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\delta}}_i(t)=&(HA-PC)(\psi_i(t)-DC\delta_i(t))-\\&(HA-PC)\delta_i(t)=\\&(HA-PC)\tilde{\delta}_i(t)\end{aligned}\tag{9}$$

为了保证观测器 (5) 的存在及合理性, 需要作出如下假设.

**假设 3.** 矩阵 $(A,\ B,\ C)$ 的秩满足:

1) $\mathrm{rank}(B)=\mathrm{rank}(CB)=m$;

2)
$$\mathrm{rank}\begin{bmatrix}sI_n-A & B\\ C & O\end{bmatrix}=n+m,\ \forall s\in\mathbf{C},\ \mathrm{Re}(s)\geq 0.$$

其中, $s$ 为复数标量, $O\in\mathbf{R}^{p\times m}$ 为零矩阵.

由假设 3 可知矩阵对 $(HA,\ C)$ 是可观测的, 因此, 存在矩阵 $R>0$ 使得下列矩阵不等式成立:

$$(HA)^{\mathrm{T}}R+R(HA)-C^{\mathrm{T}}C<0\tag{10}$$

可以令 $P=R^{-1}C^{\mathrm{T}}$, 使得 $HA-PC$ 稳定. 进一步可得 $\lim_{t\to\infty}\tilde{\delta}_i(t)=0$, 即 $\bar{\delta}_i(t)\in\mathbf{R}^n$ 可以精确地估计 $\delta_i(t)$.

**注 1.** 与传统的状态观测器相比, 未知输入观测器不仅可以基于相对输出信息来估计系统的相对状态, 而且每个智能体只依赖本地信息进行控制, 无需与其他智能体交换完整的状态信息, 从而避免了相邻观测器之间的通信, 有效减少了通信负担[21]. 值得注意的是, 虽然这种设计能够有效避免观测器内部状态的交互, 但其仍然依赖邻居间连续的相对输出采样 $y_i(t)-y_j(t)$.

### 2.2　事件触发控制协议设计

本节提出一种基于观测器的动态事件触发编队控制器. 对于跟随者 $i$ $(i=1,\ \cdots,\ N)$, 令 $t_k^i$ 为其第 $k$ 次触发时刻, 触发时刻的更新遵循下列触发机制:

$$\begin{cases}t_{k+1}^i=\inf\left\{t>t_k^i:g_i(t)-\pi_i\zeta_i(t)\geq 0\right\}\\ g_i(t)=\|B^{\mathrm{T}}Q^{-1}\eta_i(t)\|^2+\|B^{\mathrm{T}}Q^{-1}\eta_i(t)\|\\ \dot{\zeta}_i(t)=-\alpha_i g_i(t)-\beta_i\zeta_i(t)\end{cases}\tag{11}$$

其中, $\eta_i(t)=\hat{\delta}_i(t)-\bar{\delta}_i(t)$, $\hat{\delta}_i(t)=\bar{\delta}_i(t_k^i)$; $\zeta_i(t)$ 的初始值 $\zeta_i(t_0)>0$; $\pi_i$, $\alpha_i$, $\beta_i$ 均为大于 0 的常数. 在两次触发时刻 $t\in[t_k^i,\ t_{k+1}^i)$ 之间, 智能体 $i$ 的采样状态保持不变.

**注 2.** 在动态事件触发机制 (11) 中, 参数 $\alpha_i$ 和 $\beta_i$ 的作用在于调节辅助变量 $\zeta_i(t)$ 的衰减速率, 从而影响控制性能与通信频率之间的折中关系. 具体而言, $\alpha_i$ 反映了误差度量 $g_i(t)$ 对 $\zeta_i(t)$ 演化的影响强度, $\beta_i$ 则决定了 $\zeta_i(t)$ 的指数衰减速度. $\alpha_i$ 和 $\beta_i$ 越大, $\zeta_i(t)$ 衰减越快, 触发阈值 $\pi_i\zeta_i(t)$ 收缩越迅速, 从而通常会提高控制更新频率并改善瞬态收敛性能; 反之, 较小的 $\alpha_i$ 和 $\beta_i$ 有助于减少触发次数, 但可能使收敛过程变慢.

因为 $\mathrm{rank}(B)=m$, 所以存在一个非奇异矩阵 $\Pi=[\hat{B}^{\mathrm{T}}\check{B}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 使得 $\hat{B}B=I_m$, $\check{B}B=0$. 其中 $\hat{B}\in\mathbf{R}^{m\times n}$, $\check{B}\in\mathbf{R}^{(n-m)\times n}$ 为构造的一对矩阵. 定义编队补偿信号 $\nu_i(t)=-\hat{B}(Af_i(t)-\dot{f}_i(t))$, 从而得到事件触发时变编队跟踪控制协议

$$\begin{cases}u_i(t)=-cK\hat{\delta}_i(t)-\mu\theta_i(t)+\nu_i(t)\\ \theta_i(t)=\dfrac{K\hat{\delta}_i(t)}{\|K\hat{\delta}_i(t)\|+\rho_i(t)}\\ \dot{\rho}_i(t)=-\varrho\rho_i(t)\end{cases}\tag{12}$$

其中常数 $c,\ \mu,\ \varrho>0$; $K=B^{\mathrm{T}}Q^{-1}$ 为常数反馈增益矩阵; $\rho_i(t)$ 为动态变量, $\rho_i(t_0)>0$. $\varsigma_1>0$ 和 $Q>0$ 满足下列代数矩阵不等式:

$$AQ+QA^{\mathrm{T}}-\gamma BB^{\mathrm{T}}+\varsigma_1 Q<0\tag{13}$$

其中 $\gamma$ 是大于 0 的常数.

**注 3.** 式 (12) 中 $-\mu\theta_i(t)$ 的设计本质上是一种自适应边界层光滑化策略, 旨在替代传统鲁棒控制中常用的不连续符号函数 $\mathrm{sgn}(K\hat{\delta}_i(t))$ 或归一化项 $(K\hat{\delta}_i(t))/\|K\hat{\delta}_i(t)\|$. 通过引入动态变量 $\rho_i(t)$ 使得控制输入在状态接近零时仍保持连续, 从而避免了因不连续切换引起的抖振现象. 同时, $\rho_i(t)$ 的指数衰

减特性使得系统在初始阶段具有较强的鲁棒性, 在后期又能保证较高的控制精度.

### 2.3 稳定性分析

根据 (3) 和 (12), 有

$$\begin{aligned}\dot{e}_i(t) = \dot{x}_i(t) - \dot{x}_0(t) - \dot{f}_i(t) = \\ Ae_i(t) - cBK\hat{\delta}_i(t) - \mu B\theta_i(t) - Bu_0(t) + \\ B\nu_i(t) + Af_i(t) - \dot{f}_i(t)\end{aligned} \tag{14}$$

注意到, $\hat{B}B = I_m$, 则有

$$\hat{B}\left(B\nu_i(t) + Af_i(t) - \dot{f}_i(t)\right) = 0 \tag{15}$$

进一步, 对于给定的编队 $f_i(t)$, 如果编队可行性条件

$$\lim_{t\to\infty}\left(\check{B}Af_i(t) - \check{B}\dot{f}_i(t)\right) = 0 \tag{16}$$

满足, 则有

$$\lim_{t\to\infty}\check{B}\left(B\nu_i(t) + Af_i(t) - \dot{f}_i(t)\right) = 0 \tag{17}$$

因此, 有

$$\lim_{t\to\infty}\Pi\left(B\nu_i(t) + Af_i(t) - \dot{f}_i(t)\right) = 0 \tag{18}$$

又 $\Pi$ 为非奇异矩阵, 所以

$$\lim_{t\to\infty}\left(B\nu_i(t) + Af_i(t) - \dot{f}_i(t)\right) = 0 \tag{19}$$

从而, 对于稳定性分析, 可以等价得到

$$\dot{e}_i(t) = Ae_i(t) - cBK\hat{\delta}_i(t) - \mu B\theta_i(t) - Bu_0(t) \tag{20}$$

进一步, 令 $e(t) = \left[e_1^{\mathrm{T}}(t), \cdots, e_N^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}}$, $\delta(t) = [\delta_1^{\mathrm{T}}(t), \cdots, \delta_N^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, 根据 $\delta(t) = (\mathcal{L}_2 \otimes I)e(t)$, 有

$$\begin{aligned}\dot{\delta}(t) = (I_n \otimes A)\delta(t) - c(\mathcal{L}_2 \otimes BK)\hat{\delta}(t) - \\ \mu(\mathcal{L}_2 \otimes B)\theta(t) - (\mathcal{L}_2\mathbf{1}_N \otimes B)u_0(t)\end{aligned} \tag{21}$$

其中 $\hat{\delta}(t) = [\hat{\delta}_1^{\mathrm{T}}(t), \cdots, \hat{\delta}_N^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, $\theta(t) = [\theta_1^{\mathrm{T}}(t), \cdots, \theta_N^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$. 令 $\tilde{\delta}(t) = [\tilde{\delta}_1^{\mathrm{T}}(t), \cdots, \tilde{\delta}_N^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, 由 (9), 可以得到

$$\dot{\tilde{\delta}}(t) = (I_n \otimes (HA - PC))\tilde{\delta}(t) \tag{22}$$

结合 $\tilde{\delta}_i(t) = \bar{\delta}_i(t) - \delta_i(t)$, $\eta_i(t) = \hat{\delta}_i(t) - \bar{\delta}_i(t)$, 有

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\delta}}(t) = ((I_n \otimes A) - c(\mathcal{L}_2 \otimes BK))\bar{\delta}(t) + \\ [I_n \otimes (HA - PC - A)]\tilde{\delta}(t) - \\ c(\mathcal{L}_2 \otimes BK)\eta(t) - \mu(\mathcal{L}_2 \otimes B)\theta(t) - \\ (\mathcal{L}_2\mathbf{1}_N \otimes B)u_0(t)\end{aligned} \tag{23}$$

其中 $\eta(t) = \left[\eta_1^{\mathrm{T}}(t), \cdots, \eta_N^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}}$.

**注 4.** 并非所有的时变编队都可以通过线性多智能体系统来实现, 其构型需要与智能体动力学兼容. 由 (17) ~ (20) 可知, 编队可行性条件 (16) 对于系统 (3) 的时变编队跟踪控制任务是充分且必要的[16].

定理 1 给出了本文的稳定性结果.

**定理 1.** 如果假设 1 ~ 3 都成立, 且编队可行性条件 (16) 满足, $c > \left(\gamma + \epsilon\bar{\xi}\lambda_{\max}\left(\mathcal{L}_2\mathcal{L}_2^{\mathrm{T}}\right)\right)/\lambda_0$, $\mu > \bar{u}$, $\epsilon$ 为任意大于 0 的常数, 则在事件触发机制 (11) 及控制协议 (12) 下, 多智能体系统 (3) 可以实现时变编队跟踪控制.

**证明.** 考虑如下 Lyapunov 函数

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) \tag{24}$$

其中 $V_1(t) = \bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)[\Xi \otimes Q^{-1}]\bar{\delta}(t) + 2\mu\iota\sum_{i=1}^{N}\xi_i\rho_i(t)/\varrho_i + \upsilon\sum_{i=1}^{N}\zeta_i(t)$; $V_2(t) = \sigma\tilde{\delta}^{\mathrm{T}}(t)[I_n \otimes F]\tilde{\delta}(t)$; $\iota = l_{ii} = \sum_{j=0}^{N}a_{ij}$; $\upsilon$ 和 $\sigma$ 是待定的正标量. 矩阵 $F > 0$ 满足

$$F(HA - PC) + (HA - PC)^{\mathrm{T}}F + \varsigma_2 F < 0 \tag{25}$$

其中 $\varsigma_2 > 0$.

对于任意的 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$, 由 (11) 可知

$$g_i(t) \le \pi_i\zeta_i(t) \tag{26}$$

进一步, 可得

$$\dot{\zeta}_i(t) \ge -(\beta_i + \alpha_i\pi_i)\zeta_i(t) \tag{27}$$

然后使用比较引理可以得到

$$\zeta_i(t) \ge \zeta_i(t_0)\exp\left(-(\beta_i + \alpha_i\pi_i)(t - t_0)\right) > 0 \tag{28}$$

因此 $V(t)$ 是正定的.

将 $K = B^{\mathrm{T}}Q^{-1}$, $\Gamma = Q^{-1}BB^{\mathrm{T}}Q^{-1}$ 代入 (23) 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(t) = \bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\left(\Xi \otimes \left(A^{\mathrm{T}}Q^{-1} + Q^{-1}A\right)\right)\bar{\delta}(t) - \\ c\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\left(\left(\Xi\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_2^{\mathrm{T}}\Xi\right) \otimes \Gamma\right)\bar{\delta}(t) + \\ 2\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\left(\Xi \otimes Q^{-1}\left(HA - PC - A\right)\right)\tilde{\delta}(t) - \\ 2c\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\left(\Xi\mathcal{L}_2 \otimes \Gamma\right)\eta(t) - \\ 2\mu\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\left(\Xi\mathcal{L}_2 \otimes Q^{-1}B\right)\theta(t) - \\ 2\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\left(\Xi\mathcal{L}_2\mathbf{1}_N \otimes Q^{-1}B\right)u_0(t) - \\ 2\mu\iota\sum_{i=1}^{N}\xi_i\rho_i(t) + \upsilon\sum_{i=1}^{N}\dot{\zeta}_i(t)\end{aligned} \tag{29}$$

由 (2) 可得

$$\begin{aligned}-c\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\left(\left(\Xi\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_2^{\mathrm{T}}\Xi\right) \otimes \Gamma\right)\bar{\delta}(t) \le \\ -c\lambda_0\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\left(\Xi \otimes \Gamma\right)\bar{\delta}(t)\end{aligned} \tag{30}$$

对于任意的 $\epsilon > 0$, 由 Young 不等式可得

$$
\begin{aligned}
&-2c\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\left(\Xi\mathcal{L}_2\otimes\Gamma\right)\eta(t)\leq\\
&\quad\epsilon\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\left(\Xi\mathcal{L}_2\mathcal{L}_2^{\mathrm{T}}\Xi\otimes\Gamma\right)\bar{\delta}(t)+\\
&\quad\frac{c^2}{\epsilon}\eta^{\mathrm{T}}(t)\left(I_n\otimes\Gamma\right)\eta(t)\leq\\
&\quad\epsilon\bar{\xi}\lambda_{\max}\left(\mathcal{L}_2\mathcal{L}_2^{\mathrm{T}}\right)\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\left(\Xi\otimes\Gamma\right)\bar{\delta}(t)+\\
&\quad\frac{c^2}{\epsilon}\eta^{\mathrm{T}}(t)\left(I_n\otimes\Gamma\right)\eta(t)
\end{aligned}\tag{31}
$$

其中 $\bar{\xi}=\max\{\xi_1,\,\cdots,\,\xi_N\}>0$.

根据 (12) 和假设 2 可得

$$
\begin{aligned}
&-2\mu\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\left(\Xi\mathcal{L}_2\otimes Q^{-1}B\right)\theta(t)-2\mu\iota\sum_{i=1}^{N}\xi_i\rho_i(t)-\\
&\quad2\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\left(\Xi\mathcal{L}_2\mathbf{1}_N\otimes Q^{-1}B\right)u_0(t)\leq\\
&\quad-2\mu\iota\sum_{i=1}^{N}\xi_i\frac{\bar{\delta}_i^{\mathrm{T}}(t)Q^{-1}BB^{\mathrm{T}}Q^{-1}\hat{\delta}_i(t)}{\|K\hat{\delta}_i(t)\|+\rho_i(t)}+\\
&\quad2\bar{u}\iota\sum_{i=1}^{N}\xi_i\|B^{\mathrm{T}}Q^{-1}\bar{\delta}_i(t)\|-2\mu\iota\sum_{i=1}^{N}\xi_i\rho_i(t)\leq\\
&\quad-2\mu\iota\sum_{i=1}^{N}\xi_i\frac{\|B^{\mathrm{T}}Q^{-1}\hat{\delta}_i(t)\|^2}{\|K\hat{\delta}_i(t)\|+\rho_i(t)}-\\
&\quad2\mu\iota\sum_{i=1}^{N}\xi_i\frac{\|B^{\mathrm{T}}Q^{-1}\eta_i(t)\|\|B^{\mathrm{T}}Q^{-1}\hat{\delta}_i(t)\|}{\|K\hat{\delta}_i(t)\|+\rho_i(t)}+\\
&\quad2\bar{u}\iota\sum_{i=1}^{N}\xi_i\left(\|B^{\mathrm{T}}Q^{-1}\hat{\delta}_i(t)\|+\|B^{\mathrm{T}}Q^{-1}\eta_i(t)\|\right)-\\
&\quad2\mu\iota\sum_{i=1}^{N}\xi_i\frac{\rho_i(t)\left(\|K\hat{\delta}_i(t)\|+\rho_i(t)\right)}{\|K\hat{\delta}_i(t)\|+\rho_i(t)}\leq\\
&\quad-\sum_{i=1}^{N}\frac{2(\mu-\bar{u})\iota\xi_i\|B^{\mathrm{T}}Q^{-1}\hat{\delta}_i(t)\|\left(\|K\hat{\delta}_i(t)\|+\rho_i(t)\right)}{\|K\hat{\delta}_i(t)\|+\rho_i(t)}-\\
&\quad2\mu\iota\sum_{i=1}^{N}\xi_i\frac{\xi_i\rho_i^2(t)}{\|K\hat{\delta}_i(t)\|+\rho_i(t)}+\\
&\quad2(\mu+\bar{u})\sum_{i=1}^{N}\xi_i\|B^{\mathrm{T}}Q^{-1}\eta_i(t)\|\leq\\
&\quad2(\mu+\bar{u})\bar{\xi}\sum_{i=1}^{N}\|B^{\mathrm{T}}Q^{-1}\eta_i(t)\|
\end{aligned}\tag{32}
$$

其中 $\mu>\bar{u}$.

根据事件触发函数 (11), 有

$$
\begin{aligned}
\upsilon\sum_{i=1}^{N}\dot{\zeta}_i(t)\leq&-\upsilon\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(\eta_i^{\mathrm{T}}(t)\Gamma\eta_i(t)+\\
&\|B^{\mathrm{T}}Q^{-1}\eta_i(t)\|)-\upsilon\sum_{i=1}^{N}\beta_i\zeta_i(t)
\end{aligned}\tag{33}
$$

选择 $c>(\gamma+\epsilon\bar{\xi}\lambda_{\max}(\mathcal{L}_2\mathcal{L}_2^{\mathrm{T}}))/\lambda_0$, $\upsilon\geq\max\{c^2/(\alpha_i\epsilon),\,2(\mu+\bar{u})\bar{\xi}/\alpha_i\}$, 可得

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_1(t)\leq&-(\varsigma_{11}+\varsigma_{12})\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)(\Xi\otimes Q^{-1})\bar{\delta}(t)+\\
&2\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\left(\Pi\otimes Q^{-1}\left(HA-PC-A\right)\right)\tilde{\delta}(t)-\\
&\upsilon\sum_{i=1}^{N}\beta_i\zeta_i(t)
\end{aligned}\tag{34}
$$

其中 $\varsigma_{11}+\varsigma_{12}=\varsigma_1$, 且 $\varsigma_{11}\gg\varsigma_{12}>0$.

根据式 (25), 存在 $\varsigma_2=\varsigma_{21}+\varsigma_{22}$, $\varsigma_{21}\gg\varsigma_{22}>0$, 使得

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_2(t)=&\,\sigma\tilde{\delta}^{\mathrm{T}}(t)(I_n\otimes(F(HA-PC)+\\
&(HA-PC)^{\mathrm{T}}F))\tilde{\delta}(t)\leq\\
&-\sigma(\varsigma_{21}+\varsigma_{22})\tilde{\delta}^{\mathrm{T}}(t)(I_n\otimes F)\tilde{\delta}(t)
\end{aligned}\tag{35}
$$

将 (34) 和 (35) 代入 (24), 得

$$
\begin{aligned}
\dot{V}(t)\leq&-\varsigma_{11}\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t)(\Xi\otimes Q^{-1})\bar{\delta}(t)-\\
&\sigma\varsigma_{21}\tilde{\delta}^{\mathrm{T}}(t)(I_n\otimes F)\tilde{\delta}(t)-\\
&\upsilon\sum_{i=1}^{N}\beta_i\eta_i(t)+\check{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{\Omega}\check{\delta}(t)
\end{aligned}\tag{36}
$$

式中

$$
\begin{cases}
\check{\delta}(t)=\left[\bar{\delta}^{\mathrm{T}}(t),\,\tilde{\delta}^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}}\\
\tilde{\Omega}=\begin{bmatrix}-\varsigma_{12}(\Xi\otimes Q^{-1}) & \Omega\\ \Omega^{\mathrm{T}} & -\sigma\varsigma_{22}(I_n\otimes F)\end{bmatrix}\\
\Omega=\Xi\otimes Q^{-1}\left(HA-PC-A\right)
\end{cases}
$$

易知 $-\varsigma_{12}(\Xi\otimes Q^{-1})<0$. 选择

$$
\sigma>\frac{\lambda_{\max}\left((I_n\otimes F)^{-1}\left(\Omega^{\mathrm{T}}(\Xi\otimes Q^{-1})\Omega\right)\right)}{\varsigma_{12}\varsigma_{22}}\tag{37}
$$

则有

$$
-\sigma\varsigma_{22}(I_n\otimes F)+\Omega^{\mathrm{T}}(-\varsigma_{12}(\Xi\otimes Q^{-1}))^{-1}\Omega<0\tag{38}
$$

从而, 根据 Schur 补引理可得 $\tilde{\Omega}<0$. 因此

$$
\dot{V}(t)\leq0\tag{39}
$$

从而, 由 (24) 可知 $\bar{\delta}(t)$, $\tilde{\delta}(t)$, $\eta(t)\in\boldsymbol{L}_\infty$, 进一步, 由 (22) 和 (23), 有 $\dot{\bar{\delta}}(t)$, $\dot{\tilde{\delta}}\in\boldsymbol{L}_2$. 其中, $\boldsymbol{L}_\infty$ 和 $\boldsymbol{L}_2$ 分别为本质有界函数空间和平方可积函数空间. 则根

据 Barbalat 引理, 有 $\lim_{t\to\infty}\|\bar{\delta}(t)\| = \lim_{t\to\infty}\|\tilde{\delta}(t)\| = 0$, 所以 $\lim_{t\to\infty}\|\delta(t)\| = 0$, 即 $\lim_{t\to\infty}\|e_i(t)\| = 0$. 因此实现了时变编队跟踪控制. □

**注 5.** 需要说明的是, 本文所称"分布式"主要指观测器、事件触发机制及控制协议在在线实现过程中仅依赖于局部相对输出信息, 而不需要集中式状态测量. 另一方面, 定理 1 中的参数选取仍依赖部分先验全局信息: 例如, $\mu$ 的选取需要满足 $\mu > \bar{u}$, 其中 $\bar{u}$ 是领导者未知输入的上界; 参数 $c$ 的选取还涉及 $\lambda_0$、$\bar{\xi}$ 及 $\lambda_{\max}(L_2L_2^{\mathrm{T}})$ 等拓扑相关量. 因此, 本文方法在实现层面具有分布式特征, 但其增益整定仍需借助部分全局信息.

**注 6.** 与现有大多数协同控制方案相比, 本文所提出的事件触发编队控制方案在理论与应用层面具有显著的综合优势. 首先, 相较于文献 [13−16, 18−20] 中依赖连续控制更新的编队控制方案, 本文的控制协议仅在触发条件满足时才进行控制更新, 有效缓解了机载能源有限的约束. 其次, 与现有多智能体事件触发控制成果 [24−25, 27−28, 31] 中假设领导者为自治系统不同, 本文在事件触发框架下深度融合了 UIO, 并通过引入自适应边界层光滑项 $\mu\theta_i(t)$, 成功隔离并补偿了非自治领导者未知时变输入带来的影响与扰动. 最后, 区别于文献 [21] 中仅利用 UIO 解决一致性问题, 本文进一步将观测器估计与编队保持前馈项 $\nu_i(t)$ 统一至同一控制框架中, 实现了更具挑战性的时变编队跟踪控制. 这使得本文方法在面临资源受限与领导者高机动的双重复杂场景时, 具备更强的理论完备性与工程应用价值.

接下来, 采用反证法来排除芝诺行为的发生.

**定理 2.** 事件触发机制 (11) 不会导致芝诺行为发生.

**证明.** 假设系统存在芝诺行为, 即存在某个跟随者智能体 $i$, 其触发时刻 $t_k^i$ 满足 $\lim_{k\to\infty} t_k^i = T^*$, 其中 $T^* > 0$ 是一个有限常数. 这意味着该智能体在有限时间区间 $[t_0,\ T^*]$ 内发生了无限次触发. 对于任意时间段 $t \in [t_k^i,\ t_{k+1}^i)$, 由 $\eta_i(t) = \hat{\delta}_i(t) - \bar{\delta}_i(t)$, 有 $\dot{\eta}_i(t) = -\dot{\bar{\delta}}_i(t)$. 由定理 1 可知 $\bar{\delta}_i(t)$ 和 $\dot{\bar{\delta}}_i(t)$ 有界, 则必然存在一个独立于时间的正常数 $M > 0$, 使得

$$\|\dot{\eta}_i(t)\| \le M, \quad \forall t \in [t_0,\ T^*] \tag{40}$$

因为 $\|\eta_i(t_k^i)\| = 0$, 两边积分可得

$$\|\eta_i(t)\| \le \int_{t_k^i}^{t} \|\dot{\eta}_i(\tau)\|\mathrm{d}\tau \le M(t - t_k^i) \tag{41}$$

将其代入 (11) 可得

$$g_i(t) \le \varpi^2 M^2 (t - t_k^i)^2 + \varpi M (t - t_k^i) \tag{42}$$

其中 $\varpi = \|B^{\mathrm{T}}Q^{-1}\|$. 另一方面, 由 (28) 可知,

$$\zeta_i(t) \ge \zeta_i(t_0)\exp(-(\beta_i + \alpha_i\pi_i)(T^* - t_0)) := \zeta_{\min} > 0 \tag{43}$$

当发生下一次触发时, 即在 $t = t_{k+1}^i$ 时刻, 触发条件 (11) 被满足, 则有

$$g_i(t_{k+1}^i) \ge \pi_i\zeta_i(t_{k+1}^i) \ge \pi_i\zeta_{\min} > 0 \tag{44}$$

从而, 由 (42) 和 (44) 可得

$$\varpi^2 M^2 (t_{k+1}^i - t_k^i)^2 + \varpi M (t_{k+1}^i - t_k^i) \ge \pi_i\zeta_{\min} \tag{45}$$

求解可得

$$t_{k+1}^i - t_k^i \ge \frac{\sqrt{1 + 4\pi_i\zeta_{\min}} - 1}{2\|B^{\mathrm{T}}Q^{-1}\|M} > 0 \tag{46}$$

该结论表明, 在区间 $[t_0,\ T^*]$ 内, 任意相邻两次触发的时间间隔均存在一个严格的正下界. 这与初始假设矛盾, 因此不存在芝诺行为. □

## 3 仿真实验

本节中, 用两个数值仿真实验来验证所提方法的有效性.

**例 1.** 考虑 5 个跟随无人机以时变编队队形 $f_i(t)$ 跟踪领航机 0 的情况, 假设无人机高度不变, 仅在 $x$-$y$ 平面飞行. 无人机之间的通信拓扑如图 1 所示, 通信权重均为 1, 则假设 1 满足. 无人机的简化动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{p}_i(t) = v_i(t) \\ \dot{v}_i(t) = u_i(t) \end{cases} \tag{47}$$

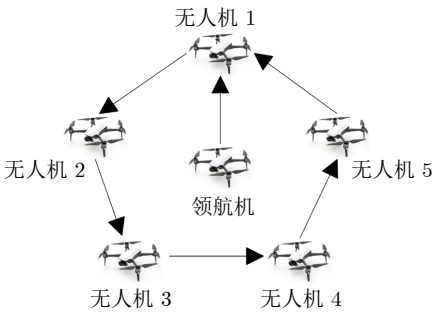



图 1 例 1 中通信拓扑 $\mathcal{G}$

Fig. 1 Communication topology $\mathcal{G}$ in Example 1

其中 $p_i(t)$, $v_i(t)$ 分别表示无人机的位置和速度; $u_i(t)$ 为控制输入, 代表期望的加速度. 定义 $x_i(t) = [p_i^{\mathrm{T}}(t) \quad v_i^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, 则根据 (3), 有

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t) \\ y_i(t) = Cx_i(t) \end{cases} \tag{48}$$

其中 $i = 0,\ 1,\ \cdots,\ N$,

$$A = I_2 \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = I_2 \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = I_2 \otimes \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$$

易知假设 3 满足. 领航机的控制 $u_0 = [0.1\sin(t), 0.1\cos(t)]^{\mathrm{T}}$, 因此假设 2 满足, 且有 $\|u_0\| \leq 0.1$. 领航机的初始状态为 $[\mathrm{rand}(-5, 5), \mathrm{rand}(-5, 5), 1, 0.5]^{\mathrm{T}}$, 无人机 $1 \sim 5$ 的初始状态为 $[\mathrm{rand}(-5, 5), \mathrm{rand}(-5, 5), 0, 0]^{\mathrm{T}}$.

定义编队向量 $f_i(t) = \left[f_{pi}^{\mathrm{T}}(t) \quad f_{vi}^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}}$, 其中 $f_{pi}(t)$ 和 $f_{vi}(t)$ 分别表示位置编队和速度编队, 且有 $\dot{f}_{pi}(t) = f_{vi}(t)$. 假设无人机 $1 \sim 5$ 以正五边形的形状旋转跟踪领航机, 则

$$f_i(t) = \begin{bmatrix} r_1 \cos\left(\omega_1 t + \dfrac{2\pi i}{5}\right) \\ r_1 \sin\left(\omega_1 t + \dfrac{2\pi i}{5}\right) \\ -r_1\omega_1 \sin\left(\omega_1 t + \dfrac{2\pi i}{5}\right) \\ r_1\omega_1 \cos\left(\omega_1 t + \dfrac{2\pi i}{5}\right) \end{bmatrix} \tag{49}$$

其中半径 $r_1 = 5$ m, 角速度 $\omega_1 = 2$ rad/s.

选择 $\hat{B} = I_2 \otimes [0 \quad I]$, $\check{B} = I_2 \otimes [I \quad 0]$, 易知编队可行性条件 $\lim_{t\to\infty}\left(\check{B}Af_i(t) - \check{B}\dot{f}_i(t)\right) = 0$ 满足. 选择 $\gamma = 1$, $\varsigma_1 = 1$, 根据线性矩阵不等式 (13) 可得

$$K = \begin{bmatrix} 2.989\,0 & 0 & 4.178\,6 & 0 \\ 0 & 2.989\,0 & 0 & 4.178\,6 \end{bmatrix}$$

选择 $\epsilon = 0.01$, 经计算可得 $\bar{\xi} = 4.34$, $\lambda_{\max}(\mathcal{L}_2\mathcal{L}_2^{\mathrm{T}}) = 6.485\,6$, $\lambda_0 = 0.538\,7$. 因此, 选取控制器参数 $c = 2.5 > (\gamma + \epsilon\bar{\xi}\lambda_{\max}(\mathcal{L}_2\mathcal{L}_2^{\mathrm{T}}))/\lambda_0 = 2.378\,8$, $\mu = 10$, $\rho_i(t_0) = 10$, $\varrho = 0.5$. 对于 $i = 1, \cdots, 5$, 事件触发参数选取为 $\alpha_i = 0.2$, $\beta_i = 0.2$, $\pi_i = 0.5$, $\zeta(t_0) = [30, 29, 28, 27, 26]^{\mathrm{T}}$.

仿真时间设置为 $[0, 20]$ s, 时间间隔为 0.001 s, 仿真结果验证了所提出编队跟踪控制协议的有效性, 且无人机 $1 \sim 5$ 的触发次数分别为 [1 620, 849, 1 673, 812, 837]. 图 2 展示了 5 个跟随无人机以正五边形队形跟踪领航机飞行的轨迹. 图 3 和图 4 分别显示了编队位置误差和速度误差的收敛曲线. 动态事件触发阈值 $\zeta_i(t)$ 的演化轨迹以及 $[0, 10]$ s 内跟随者的触发时刻分别如图 5 和图 6 所示.

为进一步说明动态事件触发参数 $\alpha_i$ 和 $\beta_i$ 对系统性能的影响, 在保持其余控制参数不变的条件下, 本文进一步考察了不同参数组合下智能体的触发次数和系统收敛时间. 对比结果如表 1 所示, 当 $\alpha_i$ 和 $\beta_i$ 取值增大时, 系统收敛速度通常有所提高, 但触

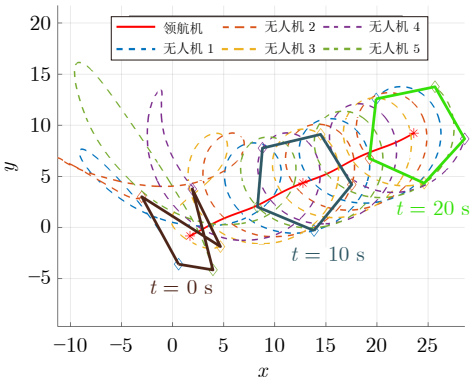



图 2　编队跟踪轨迹

Fig. 2　The trajectory of formation tracking

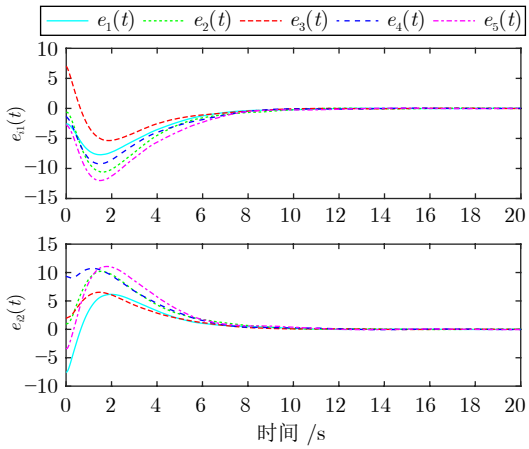



图 3　编队位置误差

Fig. 3　Formation position errors

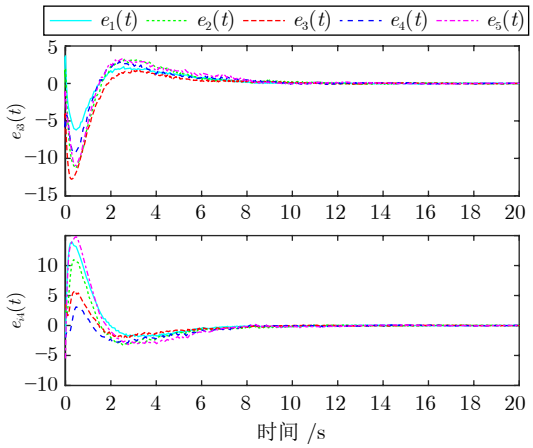



图 4　编队速度误差

Fig. 4　Formation velocity errors

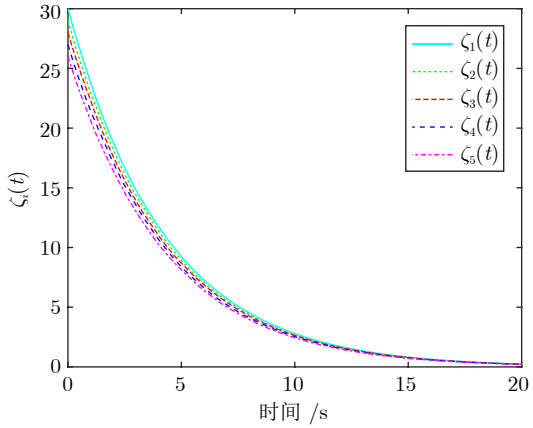



图 5 $\zeta_i(t)$ 的时间演化曲线

Fig. 5 Time evolution curves of $\zeta_i(t)$

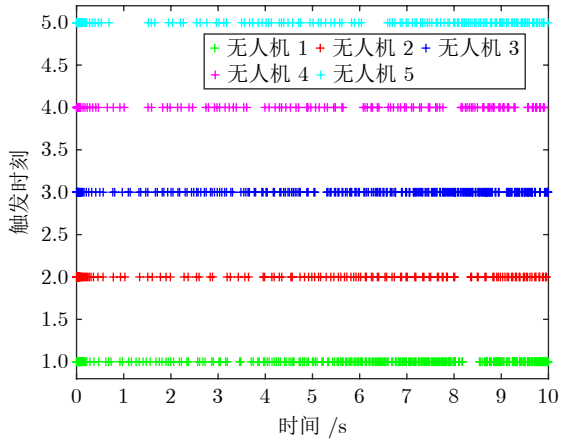



图 6 跟随无人机的触发时刻

Fig. 6 Triggering instants of follower UAVs

表 1 不同参数组合下的触发次数与收敛时间

Table 1 Triggering times and convergence time under different parameter combinations

| 参数 | | 事件触发次数 | | | | | $\|\delta(t)\| \le 0.1$ 的时间 (s) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha_k$ | $\beta_k$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
| 0.20 | 0.20 | 1620 | 849 | 1673 | 812 | 837 | 19.1410 |
| 0.30 | 0.20 | 2081 | 1071 | 2136 | 1091 | 1019 | 18.4320 |
| 0.40 | 0.20 | 2559 | 1306 | 2513 | 1317 | 1336 | 17.4650 |
| 0.20 | 0.30 | 4233 | 2460 | 3923 | 2283 | 2358 | 15.8590 |
| 0.20 | 0.25 | 2786 | 1473 | 2706 | 1506 | 1452 | 16.9520 |

发次数也随之增加; 而较小的参数取值则有利于降低通信开销, 但会在一定程度上牺牲瞬态性能.

**例 2.** 进一步, 考虑由 5 个小车和 1 个领航车 0 组成的小车–倒立摆多智能体系统, 各小车沿同一导轨协同运动, 在倒立摆于竖直平衡附近小幅度摆动的同时, 实现对领航车的时变编队跟踪. 小车之间的通信关系如图 7 所示. 令 $x_i(t) = [p_i^{\mathrm{T}}(t) \quad \dot{p}_i^{\mathrm{T}}(t) \quad \phi_i^{\mathrm{T}}(t) \quad \dot{\phi}_i^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$. 其中 $p_i(t)$ 表示小车在水平轨道上的位置, $\phi_i(t)$ 表示摆杆相对竖直向上平衡位置的偏角, 则线性化的小车–倒立摆模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t) \\ y_i(t) = Cx_i(t) \end{cases} \tag{50}$$

其中, $i = 0, 1, \cdots, N$,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0488 & 0.7171 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0 & -0.1220 & 8.3659 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.4878 \\ 0 \\ 1.2195 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

从而假设 3 满足. 设领航车的控制输入 $u_0 = 0.1 \times \sin(0.6t) + 0.2\cos(0.4t)$, 因此假设 2 满足, 且有 $\|u_0\| \le 0.3$. 设所有小车–倒立摆智能体的初始状态为

$$\begin{cases} x_{00} = [0.50, \ 0.12, \ 0.03, \ 0.15]^{\mathrm{T}} \\ x_{10} = [0.60, \ -0.25, \ 0.05, \ 0.03]^{\mathrm{T}} \\ x_{20} = [-0.50, \ 0.14, \ -0.04, \ 0.02]^{\mathrm{T}} \\ x_{30} = [0.40, \ 0.20, \ 0.06, \ -0.01]^{\mathrm{T}} \\ x_{40} = [-0.30, \ -0.13, \ -0.05, \ 0.01]^{\mathrm{T}} \\ x_{50} = [0.20, \ 0.22, \ 0.04, \ -0.02]^{\mathrm{T}} \end{cases}$$

定义编队函数

$$f_i(t) = \begin{bmatrix} r_2 \cos\left(\omega_2 t + \dfrac{(i-1)\pi}{6}\right) \\ -r_2\omega_2 \sin\left(\omega_2 t + \dfrac{(i-1)\pi}{6}\right) \\ \kappa r_2 \cos\left(\omega_2 t + \dfrac{(i-1)\pi}{6}\right) \\ -\kappa r_2\omega_2 \sin\left(\omega_2 t + \dfrac{(i-1)\pi}{6}\right) \end{bmatrix} \tag{51}$$

其中编队幅值 $r_2 = 0.2$, 角频率 $\omega_2 = 0.5$, 摆角偏置与小车位置偏置之间的比例系数 $\kappa = 0.5$.

选择

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2828 \\ 0 \\ 0.7069 \end{bmatrix}, \quad \check{B} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 & -0.4 \end{bmatrix}$$

易验证编队可行性条件满足. 选择 $\gamma = 2$, $\varsigma_1 = 1$,

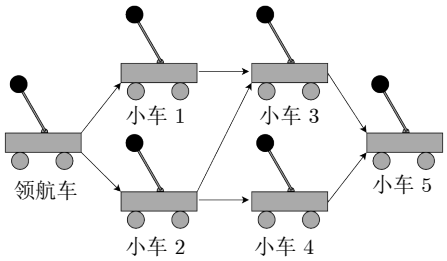



图 7　例 2 中通信拓扑 $\mathcal{G}$

Fig. 7　Communication topology $\mathcal{G}$ in Example 2

根据线性矩阵不等式 (13) 解得 $K = [-1.798\,6 \quad -4.717\,5 \quad 14.939\,7 \quad 5.511\,6]$.

选择 $\epsilon = 0.01$, 经计算可得 $\bar{\xi} = 3.25$, $\lambda_{\max}(\mathcal{L}_2\mathcal{L}_2^{\mathrm{T}}) = 8.496\,6$, $\lambda_0 = 1.161\,9$, 因此, 选取控制器参数 $c = 1.5 > (\gamma + \epsilon\bar{\xi}\lambda_{\max}(\mathcal{L}_2\mathcal{L}_2^{\mathrm{T}}))/\lambda_0 = 1.098\,3$, $\mu = 2$, $\rho_i(t_0) = 5$, $\varrho = 0.05$. 对于 $i = 1, \cdots, 5$, 事件触发参数选取为 $\alpha_i = 0.1$, $\beta_i = 0.1$, $\pi_1 = \pi_2 = 0.8, \pi_3 = 2.0, \pi_4 = 1.5, \pi_5 = 1.4$, $\zeta(t_0) = [5.0,\ 4.5,\ 6.0,\ 6.5,\ 7.0]^{\mathrm{T}}$.

仿真时间设置为 [0, 40] s, 时间间隔为 0.001 s. 仿真结果表明, 所设计的未知输入观测器能够在小车−倒立摆网络下有效重构相对状态, 并使各小车在未知领航车输入存在的情况下实现预设的时变编队跟踪目标, 且小车 1 ~ 5 的触发次数分别为 [274, 167, 366, 160, 300]. 图 8 和图 9 分别展示了编队位置与速度误差、编队摆角与角速度误差的收敛曲线. 动态事件触发阈值 $\zeta_i(t)$ 的演化曲线、小车的触发时刻分别如图 10 和图 11 所示.

## 4　结束语

本文基于未知输入观测器技术, 利用智能体之间的相对输出信息实现了具有非自治领导者的多智能体系统的事件触发时变编队跟踪控制, 避免了控制器的连续更新和相邻观测器之间冗余的信息交

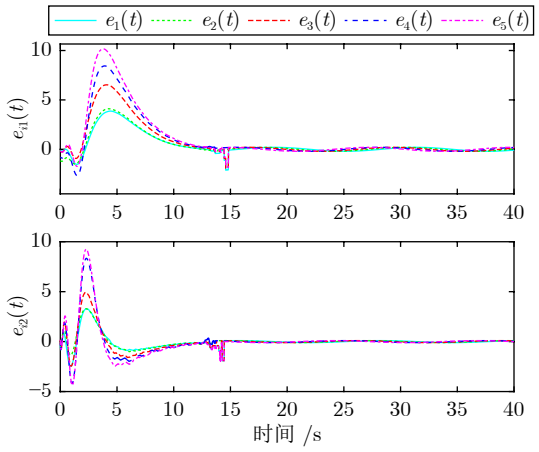



图 8　编队位置与速度误差

Fig. 8　Formation position and velocity errors

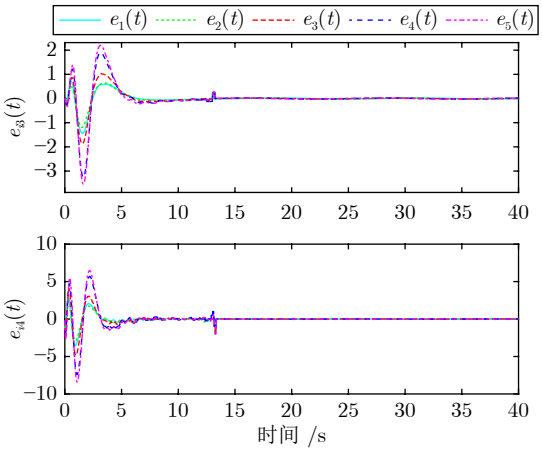



图 9　编队摆角与角速度误差

Fig. 9　Formation pendulum angle and angular velocity errors

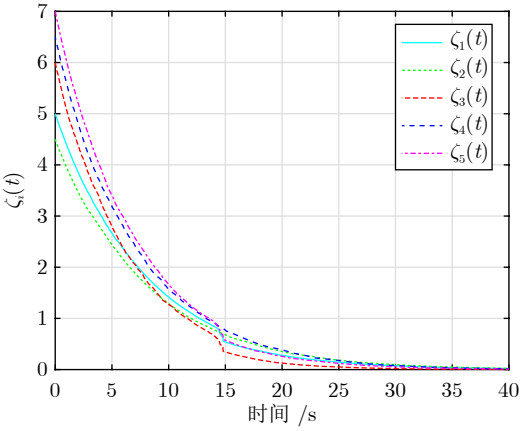



图 10　$\zeta_i(t)$ 的时间演化曲线

Fig. 10　Time evolution curves of $\zeta_i(t)$

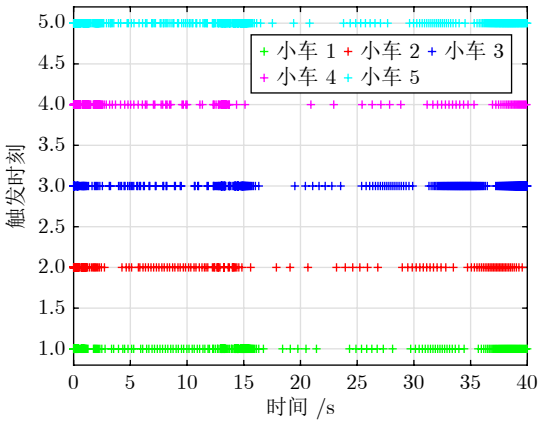



图 11　小车的触发时刻

Fig. 11　Triggering instants of vehicles

换, 显著降低了资源消耗. 然而由于观测器的设计难以避免智能体之间连续的输出信息交换, 因此, 未来工作将进一步考虑在相邻智能体的输出交互通道上引入独立的事件触发机制, 利用离散触发时刻的输出快照替代连续测量信号设计观测器来进行状态估计, 以期在显著降低通信资源消耗的同时, 实现多智能体系统的分布式协同控制.

## 参考文献


1 Rezaeimoghaddam P, Al-Anbagi I. Cost-efficient and trust-aware virtual network embedding for dense industrial IoT systems using multiagent systems. *IEEE Transactions on Network and Service Management*, 2024, **21**(1): 1100−1114

2 Sun J, Lei H B, Zhang J X, Liu L, Shan Q H. Adaptive consensus control of multiagent systems with an unstable high-dimensional leader and switching topologies. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2024, **20**(9): 10946−10953

3 Liu L N, Huang Y L, Deng C. Accelerated distributed cooperative energy management for integrated energy systems. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2025, **12**(12): 2589−2601

4 Wen G H, Wan Y, Zhou J L, Zheng D Z, Chen C L P. Distributed robust event-triggered platooning control of connected vehicles with uncertain dynamics: A neuro-adaptive approach. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2025, **21**(3): 2570−2579

5 Wang Jian-An, Yan Hui-Xian, Zhang Jun-Ru, Zhang Jie, Li Ming-Jie, Zhao Zhi-Cheng. Anti-disturbance fixed-time prescribed performance formation control of multi-mobile robots via event-triggered mechanism. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(7): 1703−1714
(王健安, 闫慧娴, 张君如, 张捷, 李明杰, 赵志诚. 事件触发下多移动机器人抗干扰固定时间预定性能编队. 自动化学报, 2025, **51**(7): 1703−1714)

6 Zhang K, Tian H H, Wang P J, Shan J J, Huang T W. Adaptive NN-based event-triggered consensus for linear multi-agent systems with uncertainties. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2026, **13**(1): 521−531

7 Wu B F, Peng Z X, Wen G G, Yang S C, Huang T W. Sampling-optimization-based adaptive formation tracking with trajectory protection. *IEEE Systems Journal*, 2023, **17**(4): 6449−6459

8 Liu T R, Chen Y Y. Formation tracking of spatiotemporal multiagent systems: A decentralized reinforcement learning approach. *IEEE Systems, Man, and Cybernetics Magazine*, 2024, **10**(4): 52−60

9 Wang W Z, Chen X, Jia J B, Wu K L, Xi M Y. Optimal formation tracking control based on reinforcement learning for multi-UAV systems. *Control Engineering Practice*, 2023, **141**: Article No. 105735

10 Zhang B Y, Lv M L, Cui S H, Bu X W, Park J H. Learning-based optimal cooperative formation tracking control for multiple UAVs: A feedforward-feedback design framework. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, **22**: 11−23

11 Wen Guang-Hui, Yu Xing-Huo, Huang Ting-Wen, Zhou Yan. Fixed-time bipartite formation tracking control for multi-USV systems with uncertain model parameters. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(3): 669−677
(温广辉, 余星火, 黄廷文, 周艳. 模型参数不确定下多无人艇系统固定时间二分编队跟踪控制. 自动化学报, 2025, **51**(3): 669−677)

12 Wen G H, Fu J J, Wang B W, Wang X D, Shen H. Robust formation tracking of ASVs with nonconservative collision avoidance: A control barrier function-based approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, DOI: 10.1109/TIE.2025.3649849

13 Xu L X, Wang Y L, Wang X F, Peng C. Distributed active disturbance rejection formation tracking control for quadrotor UAVs. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, **54**(8): 4678−4689

14 Gong X, Basin M V, Feng Z G, Huang T W, Cui Y K. Resilient time-varying formation-tracking of multi-UAV systems against composite attacks: A two-layered framework. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2023, **10**(4): 969−984

15 Wen G H, Yu W W, Xia Y Q, Yu X H, Hu J Q. Distributed tracking of nonlinear multiagent systems under directed switching topology: An observer-based protocol. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, **47**(5): 869−881

16 Wang R, Dong X W, Li Q D, Ren Z. Distributed time-varying output formation control for general linear multiagent systems with directed topology. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2019, **6**(2): 609−620

17 Li W H, Zhang H G, Zhou Y, Wang Y C. Bipartite formation tracking for multi-agent systems using fully distributed dynamic edge-event-triggered protocol. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2022, **9**(5): 847−853

18 Xin B, Kang Y H, Liu W. Tracking-oriented formation control for unmanned aerial vehicle swarm through output feedback under jointly-connected topologies. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024, **73**(1): 438−449

19 Li J S, Hua Y Z, Yu J L, Dong X W, Feng Z, Ren Z. Resilient time-varying formation tracking control for general linear multiagent systems with a nonautonomous leader and adversarial followers. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, **54**(10): 6203−6216

20 Wang Q, Dong X W, Lv J H, Ren Z. Fully distributed adaptive formation tracking for directed heterogeneous multi-agent systems with unknown input. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2023, **70**(2): 700−704

21 Wang P J, Wen G H, Huang T W, Yu W W, Ren Y. Observer-based consensus protocol for directed switching networks with a leader of nonzero inputs. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, **52**(1): 630−640

22 Zhang K, Tian H H, Wang P J, Huang T W. Observer-based dynamic event-triggered consensus of MIMO linear multiagent systems with directed topology. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2024, **54**(9): 5834−5843

23 Dimarogonas D V, Frazzoli E, Johansson K H. Distributed event-triggered control for multi-agent systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(5): 1291−1297

24 Cai Y L, Zhang H G, Duan J, Zhang J. Distributed bipartite consensus of linear multiagent systems based on event-triggered output feedback control scheme. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021, **51**(11): 6743−6756

25 Sui S, Shen D Y, Tong S C, Chen C L P. State-observer-based adaptive fuzzy event-triggered formation control for nonlinear multiagent system. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence*, 2024, **8**(5): 3327−3338

26 Zhang H Y, Huang Y, Zhao N, Shi P. Improved event-triggered adaptive neural network control for multi-agent systems under denial-of-service attacks. *Artificial Intelligence Science and Engineering*, 2025, **1**(2): 122−133

27 Li B Q, Zhao L H, Wen S P. Periodic event-triggered consensus of stochastic multi-agent systems under switching topology. *Artificial Intelligence Science and Engineering*, 2025, **1**(2): 147−156

28 Wei L L, Chen M, Shi S. Dynamic event-triggered consensus cost-based switching control for UAV formation with disturbances. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, 2024, **9**(2): 3531−3543

29 Wan Y, Shi X L, Zhao X N, Cao J D. Distributed secure consensus tracking of multiagent systems under hybrid cyberattacks: An event-triggered neuroadaptive approach. *IEEE Systems, Man, and Cybernetics Magazine*, 2024, **10**(4): 77−91

30 Bao Y G, Zhou J L, Wen G H, Zheng D Z, Li Z X. Event-based reset control for consensus of multiagent systems under denial-of-service attacks: An appointed-time-observer-based approach. *IEEE Systems, Man, and Cybernetics Magazine*, 2024, **10**(4): 116−130

31 Li M L, Li T S, Liang H J. Distributed gain scheduling dynamic event-triggered semi-global leader-following consensus of input constrained MASs under fixed/switching topologies. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, DOI: 10.1109/JAS.2025.125417



**张 凯** 南京大学计算机学院博士研究生. 主要研究方向为多智能体系统协同控制和事件触发控制.
E-mail: zhangk9903@126.com
(**ZHANG Kai** Ph.D. candidate at the School of Computer Science, Nanjing University. His research interests include cooperative control of multi-agent systems and event-triggered control.)



**王佩君** 安徽师范大学数学与统计学院教授. 主要研究方向为多智能体系统协同控制与分布式博弈.
E-mail: pjwang@ahnu.edu.cn
(**WANG Pei-Jun** Professor at the School of Mathematics and Statistics, Anhui Normal University. His research interests include cooperative control of multi-agent systems and distributed games.)



**史桀绮** 南京大学智能科学与技术学院副教授. 主要研究方向为基于人工智能感知的机器人算法.
E-mail: isjieqi@nju.edu.cn
(**SHI Jie-Qi** Associate professor at the School of Intelligence Science and Technology, Nanjing University. Her main research interest is AI-perception-based robot algorithms.)



**黄廷文** 深圳理工大学计算机科学与人工智能学院教授. 主要研究方向为多智能体系统, 自适应控制和最优控制. 本文通信作者.
E-mail: huangtw2024@163.com
(**HUANG Ting-Wen** Professor at the Faculty of Computer Science and Artificial Intelligence, Shenzhen University of Advanced Technology. His research interests include multi-agent systems, adaptive control, and optimal control. Corresponding author of this paper.)