自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

需求响应下大规模变频空调集群的预定义时间分布式最优功率调度

曲凡荣 刘智伟 贾志安 王燕舞 刘骁康

Predefined-time Distributed Optimal Power Scheduling for Large-scale Inverter Air Conditioner Clusters in Demand Response

QU Fan-Rong, LIU Zhi-Wei, JIA Zhi-An, WANG Yan-Wu, LIU Xiao-Kang

在线阅读 View online: https://doi.org/10.16383/j.aas.c260048

您可能感兴趣的其他文章

基于预定义时间的舰载机抗干扰着舰控制

Predefined-Time Anti Interference Landing Control for Carrier-Based Aircraft

自动化学报. 2025, 51(6): 1233−1247 https://doi.org/10.16383/j.aas.c240766

面向高比例新能源电网的重大耗能企业需求响应调度

Demand Response Scheduling of Major Energy-consuming Enterprises Based on a High Proportion of Renewable Energy Power Grid

自动化学报. 2023, 49(4): 754−768 https://doi.org/10.16383/j.aas.c220034

城市空中交通系统最优规模评估与调度

Optimal Scale Evaluation and Scheduling in Urban Air Mobility System

自动化学报. 2026, 52(2): 230−239 https://doi.org/10.16383/j.aas.c250396

面向机动目标的设定时间多约束协同制导律

Predefined-time Multi-constraints Cooperative Guidance Law for Maneuvering Target

自动化学报. 2025, 51(1): 104−116 https://doi.org/10.16383/j.aas.c240099

考虑电网调峰需求的工业园区主动配电系统调度学习优化

Learning-based Optimization of Active Distribution System Dispatch in Industrial Park Considering the Peak Operation Demand of Power Grid

自动化学报. 2021, 47(10): 2449−2463 https://doi.org/10.16383/j.aas.c190079

基于ODE-PDE的大规模多智能体系统有限时间编队

Finite-time Formation of Large-scale Multi-agent Systems Based on an ODE-PDE Approach

自动化学报. 2025, 51(3): 631−642 https://doi.org/10.16383/j.aas.c240426

需求响应下大规模变频空调集群的预定义时间分布式最优功率调度

曲凡荣 [1, 2] 刘智伟 [1, 2] 贾志安 [1, 2] 王燕舞 [1, 2] 刘骁康 [1, 2]

摘 要 本文研究大规模变频空调集群参与需求响应中的最优功率调度问题. 针对现有研究侧重运行经济性最优, 忽略了用户舒适需求、快速动态响应能力及用户满意度等关键工程因素的不足, 构建兼顾舒适约束与动态性能的优化调度框架. 为刻画用户舒适需求, 基于实时室内温度、设定温度及可容许温度偏差构建统一的用户舒适指标, 实现舒适水平的定量表征. 基于此, 提出一种预定义时间分布式最优功率调度策略, 通过协调各变频空调单元功率消耗, 确保在满足用户舒适约束的前提下, 集群的总功率在预定义时间内精确跟踪需求功率并实现用户满意度最优. 进一步, 将该方法扩展至阶跃需求情形, 以增强对动态需求目标的适应能力. 最后, 基于李雅普诺夫理论证明了系统的收敛性, 数值仿真验证了所提方法的有效性与工程可行性.

关键词 需求响应; 最优功率调度; 预定义时间稳定; 变频空调集群

引用格式 曲凡荣, 刘智伟, 贾志安, 王燕舞, 刘骁康. 需求响应下大规模变频空调集群的预定义时间分布式最优功率调度. 自动化学报, 2026, **52**(10): 2215−2225

DOI 10.16383/j.aas.c260048 **CSTR** 32138.14.j.aas.c260048

Predefined-time Distributed Optimal Power Scheduling for Large-scale Inverter Air Conditioner Clusters in Demand Response

QU Fan-Rong[1, 2] LIU Zhi-Wei[1, 2] JIA Zhi-An[1, 2] WANG Yan-Wu[1, 2] LIU Xiao-Kang[1, 2]

Abstract This paper investigates the optimal power scheduling problem of large-scale inverter air conditioner clusters participating in demand response. To address the limitations of existing studies that focus on operational economic optimality while neglecting user comfort requirements, fast dynamic response capability, and user satisfaction and other key engineering factors, an optimization scheduling framework that accounts for both comfort constraints and dynamic performance is established. To characterize user comfort requirements, a unified user comfort index is constructed based on real-time indoor temperature, set temperature, and allowable temperature deviation, enabling quantitative representation of comfort levels. On this basis, a predefined-time distributed optimal power scheduling strategy is proposed. By coordinating the power consumption of individual inverter air conditioner, the aggregate cluster power is guaranteed to accurately track the demand power within a predefined time while satisfying user comfort constraints and achieving optimal user satisfaction. Furthermore, the proposed method is extended to step demand scenarios to enhance adaptability to dynamic demand targets. Finally, system convergence is proven based on Lyapunov theory, and numerical simulations verify the effectiveness and engineering feasibility of the proposed method.

Keywords demand response; optimal power scheduling; predefined-time stability; inverter air conditioner clusters

Citation Qu Fan-Rong, Liu Zhi-Wei, Jia Zhi-An, Wang Yan-Wu, Liu Xiao-Kang. Predefined-time distributed optimal power scheduling for large-scale inverter air conditioner clusters in demand response. *Acta Automatica Sinica*, 2026, **52**(10): 2215−2225

收稿日期 2026-01-20 录用日期 2026-04-12
Manuscript received January 20, 2026; accepted April 12, 2026
国家自然科学基金联合基金 (U24A20268), 国家自然科学基金 (62373162) 资助
Supported by Joint Funds of National Natural Science Foundation of China (U24A20268) and National Natural Science Foundation of China (62373162)
本文责任编委 张辉
Recommended by Associate Editor ZHANG Hui
1. 华中科技大学人工智能与自动化学院 武汉 430074 2. 华中科技大学图像处理与智能控制重点实验室 武汉 430074
1. School of Artificial Intelligence and Automation, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074 2. Key Laboratory of Image Processing and Intelligent Control, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074

风能、光伏等可再生能源的大规模并网不可避免地引发电网层面快速、非规则且通常非平滑的功率波动, 这给实时电力平衡和系统稳定性带来严峻挑战[1−2]. 随着可再生能源渗透率的持续提高, 传统以源侧为主的调节手段在应对这些快速且大幅的功率波动时逐渐显现调节能力和响应速度的不足, 难以满足电网的运行需求[3−4]. 因此, 深度挖掘需求侧柔性负荷的调控潜力, 以增强电力系统的调节弹性, 已成为重要的研究方向[5−6].

需求响应[7−8] 作为需求侧柔性负荷参与电力调

节的关键形式, 通过灵活调度柔性负荷为电力系统提供备用容量来缓解功率不平衡, 因而受到了广泛关注. 在各类灵活负荷中, 空调系统作为建筑用电的主要负荷之一, 广泛分布在居民和商业用户侧, 且在高温季节对系统峰值负荷的影响显著[9]. 此外, 空调系统具备显著的热惯性和快速功率调节能力, 能够在不显著影响用户舒适度的前提下实现连续且快速的功率调节. 因此, 空调负荷被认为是需求响应中兼具调节潜力与用户友好性的关键负荷类型, 逐渐成为研究的重点对象[10].

与仅具备开/关控制能力的定频空调不同[11], 变频空调通过连续调节压缩机频率实现平滑且可控的功率调节, 因而更适合参与需求响应. 然而, 单台或小规模变频空调的调节能力有限, 难以满足电网层面的功率调节需求, 这使得对其进行大规模聚合与协同控制成为必然选择[12]. 在大规模聚合的背景下, 传统依赖全局信息采集与统一决策的集中式控制, 往往带来较高的通信与计算开销, 且在通信受限或设备动态变化时, 系统的鲁棒性和可扩展性不足[13]. 分散式控制则受限于信息交互能力, 难以支撑高效的集群协同任务[14]. 相比之下, 基于邻域信息交互的分布式控制框架[15−18] 能够更好地适应变频空调的地理分布特性, 减少对单一协调节点的依赖, 为大规模变频空调集群参与需求响应服务提供了一种兼具可扩展性与鲁棒性的有效控制结构.

在大规模变频空调集群参与需求响应的研究中, 现有研究主要集中于两类问题: 最优功率分配[19]和需求功率跟踪[20]. 前者通常基于日前或小时前优化, 以降低系统运行成本为主要目标[21], 但往往忽略用户舒适需求和快速响应能力; 后者多采用领导−跟随结构, 通常在用户舒适水平一致的前提下, 实现需求功率跟踪过程中的公平分配[22]. 针对变频空调集群的最优功率响应问题, 现有方法 [21] 通常采用上层优化分配和下层跟踪控制相结合的分层架构, 且各层相对独立运行, 这不仅增加了通信与实现的复杂度, 也难以保证层间的实时协同响应. 因此, 在兼顾用户舒适需求的前提下, 如何在设备层面直接设计最优控制策略, 实现以用户满意度最大化为目标的快速最优功率跟踪, 已成为研究重点. 这对于兼顾优化调度与控制性能、简化系统层级结构以及提升大规模变频空调集群在需求响应中的协调能力具有重要意义.

在需求响应中, 系统拥有快速且可预测的收敛性能至关重要[23]. 在实际工程场景中, 若功率失衡不能在短时间内得到有效抑制, 极易引发电网频率偏移, 甚至造成设备故障或大范围停电. 因此, 提升功率调节的响应速度、加快电力平衡恢复进程, 是需求响应中的关键技术目标. 尽管变频空调具备较强的快速调节能力[24], 但仅依赖其自身的响应特性, 仍难以满足工程应用中对响应时效性与收敛确定性的严格要求. 为缩短系统稳定时间, 有限时间控制和固定时间控制方法被广泛采用[21, 25−26]. 文献 [25] 提出的分布式快速经济调度算法实现了对最优值的有限时间收敛, 但其收敛时间依赖初始条件. 文献 [21] 构建的分层控制策略虽可保证在固定时间内完成响应任务, 且理论收敛时间与初始条件无关, 但其收敛上界受系统参数约束, 实际稳定时间仍难以精确预估与灵活设定. 上述不足在一定程度上制约了变频空调在快速响应调度场景中的工程应用. 相比之下, 预定义时间控制[27] 可在用户预先设定的时间内实现系统收敛, 且收敛时间独立于初始条件及系统参数, 具有更强的时间可控性与确定性优势, 更适用于大规模变频空调聚合系统的快速、可靠响应调节.

基于上述分析, 本文的研究动机主要体现在以下三个方面: 1) 在现有大规模变频空调集群最优调度研究中, 尚缺乏一种无需多层协调, 仅通过直接调节设备功率消耗即可实现最优需求响应的单层控制方法. 同时, 现有优化策略多侧重经济性或容量分配, 未充分兼顾用户舒适需求与快速响应性能, 难以满足工程实际需求. 2) 现有控制策略的收敛时间通常受初始状态与控制参数影响, 导致实际稳定时间难以准确预测, 因而难以满足工程实践中对响应时效性与确定性的要求. 3) 面对大规模可再生能源并网所引发的时变波动, 现有控制方案在应对动态需求方面仍存在明显不足, 难以实现稳定高效的调节响应.

受微电网二级优化控制方案 (兼顾优化分配与参考值跟踪) 的启发[28], 本文提出一种预定义时间分布式最优功率调度策略, 在满足用户舒适需求的前提下, 实现以用户满意度最优为目标的需求功率跟踪. 本文的主要贡献概括如下:

1) 相较于现有分层优化控制框架[21, 29], 所提单层控制策略实现了最优功率分配和参考功率跟踪的统一设计. 该方法无需上下层协同, 仅依托设备层的分布式协调, 即可在满足用户舒适需求的前提下, 实现整体用户满意度最优的需求功率跟踪, 从而有效降低系统复杂度并简化控制结构.

2) 针对现有有限时间与固定时间控制的收敛时间受初始状态与控制参数影响、难以满足工程确定性要求的问题, 所提控制策略实现了收敛时间的可预设与可调控, 从机制上增强了系统响应的时效

性与可预测性, 更契合工程实践需求.

3) 针对现有方法多依赖频域分析[22]、存在对时变需求适应性不足的问题, 基于李雅普诺夫理论开展严格的时域稳定性分析; 同时采用阶跃函数对动态需求建模, 并通过合理设定预定义时间, 确保所提控制策略在阶跃需求场景下实现既定控制目标.

1　预备知识和准备工作

$\mathbf{R}$ 表示实数域; $\lambda_2(A)$ 表示矩阵 A 的非零最小正特征值; 对于任意 x, $q \in \mathbf{R}$, 函数 $\mathrm{sig}(x)^q = \mathrm{sign}(x)|x|^q$, 其中 $|x|$ 表示 x 的绝对值, $\mathrm{sign}(x)$ 是关于 x 的符号函数; 算子 $\frac{\partial^i}{\partial x} f(x)$ 表示函数 $f(x)$ 关于变量 x 的 i 阶导数; $\dot{f}(t)$ 表示函数 $f(t)$ 关于变量 t 的一阶导函数.

1.1　图论

考虑由聚合商和变频空调集群构成的需求响应系统, 其中包含 1 个聚合商和由 N 个变频空调单元组成的集群. 该系统的通信网络呈现双层结构: 上层为聚合商与变频空调集群之间的信息交互, 下层为变频空调单元之间的通信与协调.

在上层, 聚合商和变频空调集群构成领导者−跟随者型有向通信拓扑. 所有变频空调单元向聚合商上传信息; 聚合商作为领导者, 仅向部分变频空调单元下发调节指令. 为刻画聚合商信息下发的可达性, 引入二进制参数 $d_i \in \{0,\ 1\}$ $(\forall i \in \mathcal{V})$. 其中, $d_i = 1$ 表示第 i 个变频空调接收到聚合商下发的信息, $d_i = 0$ 表示第 i 个变频空调未接收到聚合商下发的信息.

在下层, 变频空调集群的通信拓扑结构为图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V},\ \mathcal{E},\ \mathcal{A})$. 其中 $\mathcal{V} = \{1,\ \cdots,\ N\}$ 表示变频空调单元的节点集合, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示单元之间的通信链路集合, $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N\times N}$ 为对应的邻接矩阵. 若 $(i,\ j) \in \mathcal{E}$, 则 $a_{ij} = 1$, 否则 $a_{ij} = 0$. 进一步, 图 $\mathcal{G}$ 的拉普拉斯矩阵定义为 $L = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{N\times N}$, 其元素满足: 当 $i \neq j$ 时, $l_{ij} = -a_{ij}$, 否则 $l_{ii} = \sum_{j\neq i} a_{ij}$.

假设 1. 至少存在一个变频空调单元能接收到聚合商发送的调度信息, 即 $d_i > 0$, 故而 $d = \sum_{i=1}^{N} d_i > 0$.

假设 2. 通信拓扑图 $\mathcal{G}$ 是无向连通的.

1.2　变频空调的系统模型

考虑由 N 个变频空调组成的集群, 基于等效热参数模型[30], 第 i 个空调室内温度动态表示为:

$$C_{th}\dot{T}_i(t) = \frac{T_o - T_i(t)}{R_{th}} - \vartheta_{th}P_i(t) \tag{1}$$

其中, C_{th} 和 R_{th} 分别表示变频空调的热容量与热阻; $\vartheta_{th} > 0$ 为制冷系数; $T_i(t)$ 和 $P_i(t)$ 分别表示第 i 个变频空调在时刻 t 的室内温度和功率消耗. 假定所有变频空调在相同环境温度 T_o 下运行.

考虑到用户舒适需求, 室内温度 $T_i(t)$ 需维持在用户设定的温度区间 $[\underline{T}_i,\ \overline{T}_i]$ 内, 其中 $\overline{T}_i = T_{s,\,i} + \triangle T$, $\underline{T}_i = T_{s,\,i} - \triangle T$, $T_{s,\,i}$ 为用户设定的参考温度, $\triangle T$ 表示用户可接受的温度偏差.

当系统处于稳定状态 (即 $\dot{T}_i(t) = 0$) 时, 式 (1) 可表示为:

$$P_i(t) = \frac{T_o - T_i(t)}{R_{th}\vartheta_{th}} \tag{2}$$

进一步可得, 空调在设定温度、最低舒适温度及最高舒适温度下所对应的功率消耗分别为 $P_{s,\,i}$, $\underline{P}_i$, $\overline{P}_i$. 其中,

$$P_{s,\,i} = \frac{T_o - T_{s,\,i}}{R_{th}\vartheta_{th}},\ \overline{P}_i = \frac{T_o - \underline{T}_i}{R_{th}\vartheta_{th}},\ \underline{P}_i = \frac{T_o - \overline{T}_i}{R_{th}\vartheta_{th}} \tag{3}$$

故而在稳定状态下, 第 i 个变频空调的功率消耗应满足 $P_i(t) \in [\underline{P}_i,\ \overline{P}_i]$. 进一步可得, 整个集群的功率消耗应满足 $\sum_{i=1}^{N} P_i(t) \in [\sum_{i=1}^{N} \underline{P}_i,\ \sum_{i=1}^{N} \overline{P}_i]$.

为统一表征具有不同设定的室内温度动态, 引入归一化的用户舒适指标 $x_i(t)$:

$$x_i(t) = \frac{T_i(t) - T_{s,\,i} + \triangle T}{2\triangle T} \tag{4}$$

显然, 当且仅当 $x_i(t) \in [0,\ 1]$ 时, 室内温度满足 $T_i \in [\underline{T}_i,\ \overline{T}_i]$. 基于 (1), $x_i(t)$ 的一阶动力学方程为:

$$\dot{x}_i(t) = -ax_i(t) - bP_i(t) + c_i \tag{5}$$

其中 $a = 1/(C_{th}R_{th})$, $b = \vartheta_{th}/(2\triangle TC_{th})$ 和 $c_i = (T_o - T_{s,\,i} + \triangle T)/(2\triangle TC_{th}R_{th})$.

当系统处于稳定状态 $(\dot{T}(t) = 0)$ 时, 由式 (4) 可得 $\dot{x}(t) = 0$. 结合式 (2), 式 (5) 可表示为:

$$x_i(t) = \frac{c_i - bP_i(t)}{a} = \frac{T_o - T_{s,\,i} + \triangle T}{2\triangle T} - \frac{R_{th}\vartheta_{th}}{2\triangle T}\frac{T_o - T_i(t)}{R_{th}\vartheta_{th}} = \frac{T_i(t) - T_{s,\,i} + \triangle T}{2\triangle T}$$

显然, 当系统处于稳定状态时, 基于式 (3), 下述三个不等式约束相互等价:

$$0 \le x_i(t) \le 1 \Leftrightarrow \underline{T}_i \le T_i \le \overline{T}_i \Leftrightarrow \underline{P}_i \le P_i \le \overline{P}_i \tag{6}$$

注 1. 用户舒适指标 $x_i(t)$ 为刻画用户舒适水平提供了统一表征方式, 将不同的舒适温度区间映射至标准化区间 $[0,\ 1]$. 该归一化表示有效消除了不同用户舒适需求之间的异质性, 使所设计的协调控制策略能够在一致且无量纲的状态空间中运行. 特别地, 当 $x_i(t) = 0.5$ 时, 有 $T_i(t) = T_{s,\,i}$, 即室内温度位于用户设定的参考温度处. 此外, 若以用户舒适

指标 x_i 作为共享信息, 则室内温度及其相关参数 (如 $T_i(t)$, $T_{s,i}$, $\triangle T$, $\underline{T}_i$ 及 $\overline{T}_i$) 无需对邻接单元公开, 从而在实现协同控制的同时增强了用户隐私保护能力.

1.3 引理

引理 1[31]. 若常数 $\varrho_1, \cdots, \varrho_N \geq 0$, 则

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{N} \varrho_i^p \geq \left(\sum\limits_{i=1}^{N} \varrho_i\right)^p, & 0 < p \leq 1 \\ \sum\limits_{i=1}^{N} \varrho_i^p \geq N^{1-p} \left(\sum\limits_{i=1}^{N} \varrho_i\right)^p, & p > 1 \end{cases}$$

其中, p 为常数.

引理 2[32]. 若存在实数解 $s^* \in \mathbf{R}^n$ 满足下列凸优化问题:

$$\min_s \ G(s) = \sum_{i=1}^{n} G_i(s_i)$$
$$\text{s.t.} \sum_{i=1}^{n} s_i = \bar{s}$$

其中实数 $s = [s_1, \cdots, s_n]^{\mathrm{T}}$, $\bar{s}$ 是一个正数, 则下述不等式成立:

$$\frac{1}{2}\varsigma\lambda_2(A)(G(s) - G(s^*)) \leq \frac{\partial}{\partial s}G^{\mathrm{T}}(s)A\frac{\partial}{\partial s}G(s)$$

其中 $G_i(s_i)$ 均为强凸函数, 满足对于所有 $i \in \{1, \cdots, n\}$, 有 $\frac{\partial^2}{\partial s_i}G_i(s_i) \geq \varsigma > 0$; $A \in \mathbf{R}^{n\times n}$ 为半正定矩阵; ς 为常数.

引理 3[33]. $\mathcal{G}$ 为无向连通图, 矩阵 L 是图 $\mathcal{G}$ 对应的拉普拉斯矩阵, 则对于 $s = [s_1, \cdots, s_N]^{\mathrm{T}}$, 有 $s^{\mathrm{T}}Ls = (1/2)\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} a_{ij}(s_i - s_j)^2$. 此外, 若 $\mathbf{1}_N^{\mathrm{T}}s = 0$, 则不等式 $s^{\mathrm{T}}Ls \geq \lambda_2(L)s^{\mathrm{T}}s$ 成立.

引理 4[34]. 考虑微分系统 $\dot{s} = f(t, s)$ 及初始条件 $s(0) = s_0$, 其中 $s \in \mathbf{R}^n$ 且 $f: \mathbf{R}\times\mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^n$. 设对任意 $t \geq 0$ 均有 $f(t, 0) = 0$. 若存在连续的径向无界函数 $V: \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^+ \cup 0$, 满足 $V(s) \geq 0$ 且 $V(s) = 0 \Leftrightarrow s = 0$, 并满足

$$\dot{V}(s) \leq -\frac{\pi}{\upsilon T_c}\left(V^{1-\frac{\upsilon}{2}}(s) + V^{1+\frac{\upsilon}{2}}(s)\right)$$

则原点是全局预定义时间稳定平衡点, 即状态 $s(t)$ 在预定义时间 T_c 内收敛至零. 其中 $0 < \upsilon < 1$ 且 $T_c > 0$.

2 问题描述

本文所研究的需求响应系统由聚合商和变频空调集群组成, 其运行框架如图 1 所示. 聚合商通过整合来自主电网、电力负荷、风力和光伏发电以及储能系统的电力资源, 依据电网调度需求生成变频空调集群的需求功率目标. 该需求功率信号由聚合商进行初步分配, 并随后传递至部分特定的变频空调单元. 每个变频空调单元均配备本地控制器, 根据所接收到的外部信息调整功率消耗, 同时满足用户舒适需求.

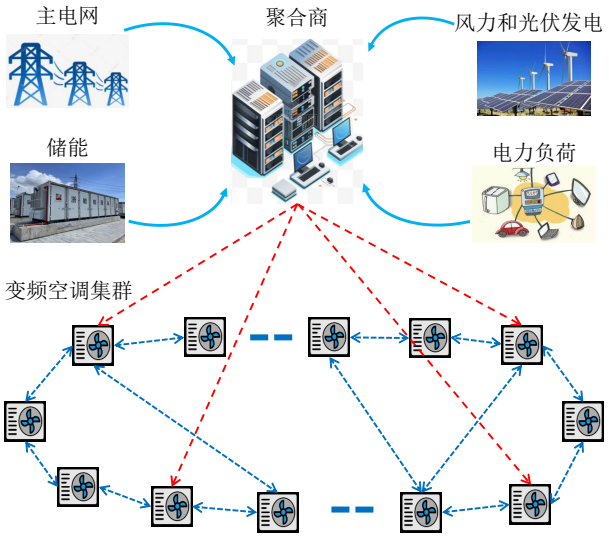


图 1 所提系统的运行框架

Fig. 1 Operational framework for the proposed system

随着用户对生活品质要求的不断提升, 在变频空调集群参与需求响应的过程中, 用户舒适需求已成为关键约束因素. 通常, 通过保证响应期间室内温度维持在用户设定的舒适温度区间内来保障用户体验与服务质量. 因此, 聚合商在制定变频空调集群需求功率目标 $P_d \in \mathbf{R}$ 时, 应在满足用户舒适约束的前提下, 综合评估集群整体的可调节功率范围, 使需求功率满足 $P_d \in [\sum_{i=1}^{N}\underline{P}_i, \sum_{i=1}^{N}\overline{P}_i]$, 从而确保需求响应调度在集群层面的舒适可控性与工程可行性.

另一方面, 鉴于不同用户对舒适温度区间的偏好存在差异, 引入无量纲变量 $x_i(t)$ 用于量化用户舒适水平. 为保证调度结果实现集群整体用户满意度最优, 引入用户满意度函数 $C_i(x_i)$. 该函数关于 $x_i(t)$ 是强凸的, 满足 $\frac{\partial^2}{\partial x_i}C_i(x_i) \geq \tau > 0$, 其中, $C_i(x_i)$ 的值越小表示第 i 个用户的满意度越高; τ 可表征用户满意度函数关于调控变量的最小曲率系数, 用于描述用户满意度随调控状态变化的敏感程度.

收敛性能是评价控制策略的重要指标. 变频空调集群的响应速度直接影响电力系统功率失衡后的恢复进程, 快速收敛有助于抑制频率偏移并降低设备故障风险. 现有有限时间/固定时间控制方法的实际收敛时间通常受初始状态和控制系数影响而难以精

确预估, 导致系统动态性能存在不确定性. 相比之下, 具备可预设、可调节收敛时间特性的控制策略, 能够在调度层面提供更强的时间可控性与确定性, 从而更有效地支撑电力系统在扰动后的快速、稳定恢复.

基于上述分析, 本文的控制目标在于构建一种最优功率调度机制, 使变频空调集群在预定义时间 T 内, 且满足用户舒适约束的前提下, 实现以用户满意度最优为目标的需求功率跟踪. 具体而言, 通过调控各变频空调单元功率消耗 $P_i(t)$, 确保系统在预定义时间 T 内同步满足以下性能指标:

$$\begin{aligned}&\min_{x_i}\ \sum_{i=1}^{N} C_i(x_i)\\&\text{s.t. } \underline{T}_i \le T_i \le \overline{T}_i\\&\sum_{i=1}^{N} P_i(t) = P_d\end{aligned} \tag{7}$$

为便于后续控制器的设计与稳定性分析, 将控制目标 (7) 等效转化为: 在预定义时间 T 内, 实现用户舒适指标对优化问题 (P0) 最优解的精准跟踪.

$$\begin{aligned}\text{(P0)}\ \ &\min_{x_i}\ \sum_{i=1}^{N} C_i(x_i)\\&\text{s.t. } \sum_{i=1}^{N} x_i(t) = P_r\\&0 \le x_i(t) \le 1\end{aligned} \tag{8}$$

其中, $P_r = (\sum_{i=1}^{N} c_i - bP_d)/a$. 注意到 (P0) 是一个凸优化问题, 则其具有唯一的常值最优解, 记为 $x^* = [x_1^*, \cdots, x_N^*]^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^N$.

接下来, 本节将理论验证: 如果 $x_i(t)$ 在预定义时间 T 内跟踪上 x_i^*, 则既定控制目标 (7) 得以实现.

证明. 假定 $x_i(t)$ 在预定义时间 T 内跟踪上最优解 x_i^*, 则对于 $t \ge T$, 恒有 $x_i(t) = x_i^*$. 由 $x_i^* \in \mathbf{R}$ 可知, 在时刻 T 之后, 有 $\dot{x}_i(t) = 0$. 基于式 (4), $\dot{T}_i(t) = 0$, 即室内温度达到稳定状态. 基于稳定状态下的结论 (6) 和 $0 \le x_i \le 1$ 可知, 用户可容许调节温度范围约束 $\underline{T}_i \le T_i \le \overline{T}_i$ 恒成立. 在此稳定状态下, 由式 (5) 得 $x_i = (c_i - bP_i)/a$, 则式 (8) 中的等式约束可以转化为:

$$\begin{aligned}0 = \sum_{i=1}^{N} x_i - P_r = \frac{1}{a}\left(\sum_{i=1}^{N} c_i - b\sum_{i=1}^{N} P_i(t)\right) -\\ \frac{1}{a}\left(\sum_{i=1}^{N} c_i - bP_d\right) = \frac{b}{a}\left(P_d - \sum_{i=1}^{N} P_i(t)\right)\end{aligned}$$

由于 $a \ne 0$ 和 $b \ne 0$, 所以 $\sum_{i=1}^{N} P_i(t) = P_d$, 即变频空调集群的总功率消耗跟踪上需求功率目标 P_d.

综上, 当 $x_i(t)$ 在预定义时间 T 内跟踪上最优解 x_i^* 时, 控制目标 (7) 得以实现. □

3　最优功率调度控制器设计

本节重点研究变频空调单元功率消耗 $P_i(t)$ 的控制律设计, 旨在实现用户舒适指标 $x_i(t)$ 在预定义时间 T 内精准跟踪上优化问题 (P0) 的最优解 x_i^*.

为便于后续控制设计, 对优化问题 (P0) 预先进行数学处理. 受文献 [35] 启发, 引入对数障碍函数:

$$\psi_i(x_i(t)) = C_i(x_i(t)) - \kappa(\ln(x_i(t)) + \ln(1 - x_i(t))) \tag{9}$$

其中 $\kappa > 0$ 是惩罚因子, $\ln(*)$ 是对数函数. 基于此, 优化问题 (P0) 可以被转化为:

$$\begin{aligned}\text{(P)}\ \ &\min_{x_i}\ \Psi(x(t)) = \sum_{i=1}^{N} \psi_i(x_i(t))\\&\text{s.t. } \sum_{i=1}^{N} x_i(t) = P_r\end{aligned} \tag{10}$$

其中 $\Psi(\cdot)$ 表示集群整体用户满意度函数, $x(t) = [x_1(t), \cdots, x_N(t)]^{\mathrm{T}}$.

当用户舒适约束 $0 \le x_i(t) \le 1$ 严格满足时, 足够小的惩罚因子 κ 确保优化问题 (P0) 的解与优化问题 (P) 的解近似相等. 此时, 优化问题 (P0) 等价于优化问题 (P), x^* 是优化问题 (P0) 和 (P) 的公共最优解.

基于上述分析, 设计如下的控制策略 (11) 用于调节第 i 个变频空调的功率消耗, 以确保 $x_i(t)$ 在预定义时间 T 内跟踪上最优解 x_i^*.

$$\begin{cases}P_i(t) = -\dfrac{a}{b}x_i(t) + \dfrac{c_i}{b} - \dfrac{1}{b}u_i(t)\\ u_i(t) = -\theta_1\left(\mathrm{sig}(\rho_i(t))^{1+\alpha_1} + \mathrm{sig}(\rho_i(t))^{1-\alpha_1}\right) + \eta_i(t)\\ \rho_i(t) = \displaystyle\int_0^t (u_i(\tau) - \eta_i(\tau))\mathrm{d}\tau - d_i\bar{P}_{r,\,i} + x_i(0)\\ \eta_i(t) = \theta_2\displaystyle\sum_{j=1}^{N} a_{ij}(\xi_j - \xi_i) + \theta_3\sum_{j=1}^{N} a_{ij}\mathrm{sig}(\xi_j - \xi_i)^{1+\alpha_2} + \theta_4\sum_{j=1}^{N} a_{ij}\mathrm{sig}(\xi_j - \xi_i)^{1-\alpha_2}\\ \xi_i = \dfrac{\partial\Psi(x(t))}{\partial x_i}\end{cases} \tag{11}$$

其中 $\bar{P}_{r,\,i}$ 是由聚合商预分配的功率值且满足 $\sum_{i=1}^{N} d_i \times \bar{P}_{r,\,i} = P_r$, $u_i(t)$ 为辅助变量. 辅助变量 $u_i(t)$ 通过

调控变量 $x_i(t)$ 的一阶变化率以实现最优解 x_i^* 的跟踪, $\rho_i(t)$ 用于协助集群总功率跟踪需求目标 P_d, $\eta_i(t)$ 用于协助最优值 x_i^* 的跟踪. 其他控制参数的选取应满足:

$$\begin{cases}\theta_1 \geq \dfrac{\pi}{2\alpha_1 T_1},\ \theta_2 > 0,\ 0 < \alpha_1,\ \alpha_2 < 1\\ \theta_3 = \dfrac{2\pi N^{\frac{\alpha_2}{2}}}{\alpha_2 T_2(\tau\lambda_2(L_1))^{1+\frac{\alpha_2}{2}}},\ \theta_4 = \dfrac{2\pi}{\alpha_2 T_2(\tau\lambda_2(L_2))^{1-\frac{\alpha_2}{2}}}\end{cases} \tag{12}$$

其中 $T = T_1 + T_2$. 接下来, 定义无向连通拓扑图 $\mathcal{G}_1$ 和 $\mathcal{G}_2$, 相应的邻接矩阵分别为 $\mathcal{A}_1 = \left[a_{ij}^{\frac{2}{2+\alpha_2}}\right]_{N\times N}$ 和 $\mathcal{A}_2 = \left[a_{ij}^{\frac{2}{2-\alpha_2}}\right]_{N\times N}$, 矩阵 L_1 和 L_2 分别为图 $\mathcal{G}_1$ 和 $\mathcal{G}_2$ 对应的拉普拉斯矩阵. 由假设 2 可知, 图 $\mathcal{G}_1$ 和 $\mathcal{G}_2$ 均为无向连通图, 因此拉普拉斯矩阵 L_i $(i = 1, 2)$ 均具有一个零特征值和 $N-1$ 个正特征值.

注 2. 由等式约束 $\sum_{i=1}^N d_i\bar{P}_{r,\,i} = P_r$ 可知: 当 $d_i = 0$ 时, 有 $\bar{P}_{r,\,i} = 0$; 当 $d_i = 1$ 时, 预分配功率 $\bar{P}_{r,\,i}$ 的取值范围为 $[0,\ P_r]$. 因此, 在极端情况下, 可能存在变频空调单元接收到的预分配功率为 0 或 P_r. 需要指出的是, 该预分配功率仅用于辅助集群总功率对需求功率的跟踪, 与最优功率分配结果无关.

定理 1. 基于假设 1、假设 2, 初始状态满足 $x_i(0) \in (0,\ 1)$ $(i \in \mathcal{V})$, 则控制策略 (11) 能够在预定义时间 T 内确保用户舒适指标 $x(t)$ 跟踪上优化问题 (P) 的最优解 x^*.

证明. 回顾式 (11) 中 $\rho_i(t)$ 的定义: $\rho_i(t) = \int_0^t(u_i(\tau) - \eta_i(\tau))\mathrm{d}\tau - d_i\bar{P}_{r,\,i} + x_i(0)$, 对其关于时间 t 求导, 可得:

$$\dot{\rho}_i(t) = -\theta_1\left(\mathrm{sig}(\rho_i(t))^{1+\alpha_1} + \mathrm{sig}(\rho_i(t))^{1-\alpha_1}\right)$$

考虑李雅普诺夫函数: $V_1(t) = \rho_i^2(t)$, 显然当且仅当 $\rho_i(t) = 0$ 时有 $V_1(t) = 0$, 且 $V_1(t) \geq 0$. 对 $V_1(t)$ 关于 t 取微分后可得:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(t) =& -2\theta_1\rho_i(t)\mathrm{sig}(\rho_i(t))^{1+\alpha_1} -\\ & 2\theta_1\rho_i(t)\mathrm{sig}(\rho_i(t))^{1-\alpha_1} =\\ & -2\theta_1|\rho_i(t)|^{2+\alpha_1} - 2\theta_1|\rho_i(t)|^{2-\alpha_1} \leq\\ & -\frac{\pi}{\alpha_1 T_1}\left(V_1^{1+\frac{\alpha_1}{2}}(t) + V_1^{1-\frac{\alpha_1}{2}}(t)\right)\end{aligned}$$

基于引理 4[34] 可知, 在预定义时间 T_1 内, 误差动态 $\rho_i(t)$ 趋于原点. 即当 $t \geq T_1$ 时, 可得

$$\int_0^t(u_i(\tau) - \eta_i(\tau))\mathrm{d}\tau - d_i\bar{P}_{r,\,i} + x_i(0) = 0 \tag{13}$$

对式 (13) 两端关于 i 从 1 到 N 进行求和, 可得:

$$\sum_{i=1}^N\int_0^t(u_i(\tau) - \eta_i(\tau))\mathrm{d}\tau + \sum_{i=1}^N x_i(0) = \sum_{i=1}^N d_i\bar{P}_{r,\,i} \tag{14}$$

代入式 (11), 式 (5) 可以等价为 $\dot{x}_i(t) = u_i(t)$. 回顾式 (11) 中的 $\eta_i(t)$, 由假设 2 可知 $a_{ij} = a_{ji}$, 则 $\sum_{i=1}^N\eta_i(t) = 0$. 基于此, 式 (14) 可转化为:

$$\begin{aligned}P_r =& \sum_{i=1}^N d_i\bar{P}_{r,\,i} = \sum_{i=1}^N\int_0^t(u_i(\tau) - \eta_i(\tau))\mathrm{d}\tau +\\ & \sum_{i=1}^N x_i(0) = \sum_{i=1}^N(x_i(t) - x_i(0)) -\\ & \int_0^t\sum_{i=1}^N\eta_i(\tau)\mathrm{d}\tau + \sum_{i=1}^N x_i(0) = \sum_{i=1}^N x_i(t)\end{aligned}$$

显然, 当 $t \geq T_1$ 时, 优化问题 (P) 等式约束成立.

当 $t \geq T_1$ 时, $\rho_i(t) = 0$, 则变频空调的动态 (5) 可以表示为:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i(t) =& \theta_2\sum_{j=1}^N a_{ij}(\xi_j - \xi_i) + \theta_3\sum_{j=1}^N a_{ij}\mathrm{sig}(\xi_j - \xi_i)^{1+\alpha_2} +\\ & \theta_4\sum_{j=1}^N a_{ij}\mathrm{sig}(\xi_j - \xi_i)^{1-\alpha_2}\end{aligned} \tag{15}$$

考虑李雅普诺夫函数: $V_2(t) = \Psi(x(t)) - \Psi(x^*)$. 显然, 由凸优化问题 (P) 的特性可知 $V_2(t) \geq 0$ 恒成立. 当且仅当 $\Psi(x(t)) = \Psi(x^*)$ 时, 有 $V_2(t) = 0$. 对函数 $V_2(t)$ 两端关于 t 求导可得:

$$\begin{aligned}\dot{V}_2(t) =& \sum_{i=1}^N\xi_i\dot{x}_i(t) = -\frac{1}{2}\theta_2\sum_{i=1}^N\sum_{j=1}^N a_{ij}(\xi_j - \xi_i)^2 -\\ & \frac{1}{2}\theta_3\sum_{i=1}^N\sum_{j=1}^N a_{ij}|\xi_j - \xi_i|^{2+\alpha_2} -\\ & \frac{1}{2}\theta_4\sum_{i=1}^N\sum_{j=1}^N a_{ij}|\xi_j - \xi_i|^{2-\alpha_2} =\\ & -\frac{1}{2}\theta_2\sum_{i=1}^N\sum_{j=1}^N a_{ij}(\xi_j - \xi_i)^2 -\\ & \frac{1}{2}\theta_3\sum_{i=1}^N\sum_{j=1}^N\left(a_{ij}^{\frac{2}{2+\alpha_2}}(\xi_j - \xi_i)^2\right)^{\frac{2+\alpha_2}{2}} -\\ & \frac{1}{2}\theta_4\sum_{i=1}^N\sum_{j=1}^N\left(a_{ij}^{\frac{2}{2-\alpha_2}}(\xi_j - \xi_i)^2\right)^{\frac{2-\alpha_2}{2}}\end{aligned}$$

基于引理 1 ~ 3[31, 33] 和式 (12), 定义 $\xi = [\xi_1,\ \cdots,\ \xi_N]^{\mathrm{T}}$, 可得:

$$\dot{V}_2(t) \le -\frac{1}{2}\theta_3\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\left(a_{ij}^{\frac{2}{2+\alpha_2}}(\xi_j-\xi_i)^2\right)^{\frac{2+\alpha_2}{2}} -$$

$$\frac{1}{2}\theta_4\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\left(a_{ij}^{\frac{2}{2-\alpha_2}}(\xi_j-\xi_i)^2\right)^{\frac{2-\alpha_2}{2}} \le$$

$$-\frac{1}{2}\theta_3 N^{-\frac{\alpha_2}{2}}\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}^{\frac{2}{2+\alpha_2}}(\xi_j-\xi_i)^2\right)^{1+\frac{\alpha_2}{2}} -$$

$$\frac{1}{2}\theta_4\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}^{\frac{2}{2-\alpha_2}}(\xi_j-\xi_i)^2\right)^{1-\frac{\alpha_2}{2}} =$$

$$-\frac{1}{2}\theta_3 N^{-\frac{\alpha_2}{2}}(2\xi^{\mathrm{T}}L_1\xi)^{1+\frac{\alpha_2}{2}}-\frac{1}{2}\theta_4(2\xi^{\mathrm{T}}L_2\xi)^{1-\frac{\alpha_2}{2}} \le$$

$$-\frac{1}{2}\theta_3 N^{-\frac{\alpha_2}{2}}(\tau\lambda_2(L_1)(\Psi(x(t))-\Psi(x^*)))^{1+\frac{\alpha_2}{2}} -$$

$$\frac{1}{2}\theta_4(\tau\lambda_2(L_2)(\Psi(x(t))-\Psi(x^*)))^{1-\frac{\alpha_2}{2}} =$$

$$-\frac{\pi}{\alpha_2 T_2}(V_2^{1+\frac{\alpha_2}{2}}(t)+V_2^{1-\frac{\alpha_2}{2}}(t))$$

由引理 4[34] 可知, 当 $t \ge T_1$ 时, 在预定义时间 T_2 内有 $V_2(t)=\Psi(x(t))-\Psi(x^*)=0$, 即用户舒适指标 $x(t)$ 收敛至最优解 x^*. 综上, 控制策略 (11) 能够在预定义时间 T 内实现对优化问题 (P) 最优解的跟踪. □

4　阶跃需求情形下最优功率调度

随着风能、光伏等可再生能源在电网中高比例接入, 其随机出力特性不可避免地带来功率波动, 进而导致需求功率呈现时变特性. 该类波动在工程建模中通常可近似为分段常值的阶跃信号, 即在一定时间区间内功率扰动维持在某一恒定水平. 为了简化分析, 记 t_k 为聚合商第 k 次更新需求功率目标的时刻, 则在 $t \in [t_k,\ t_{k+1})$ 内, 聚合商向变频空调发布的需求功率满足 $P_d(t)=P_d(t_k)$. 同时, 连续两次更新之间的时间间隔满足如下假设.

假设 3. 聚合商连续两次需求功率更新间隔不小于 $T^*>0$, 即 $t_{k+1}-t_k \ge T^*$. T^* 指相邻两次需求功率更新的最小时间间隔.

注 3. 在实际工程中, 小幅功率波动通常可由源侧调节手段加以抑制. 需求侧海量的可调资源参与需求响应的主要任务在于补偿电力系统中的显著功率偏差, 而此类偏差一般不会呈现高频、大幅度的连续变化. 因此, 将需求功率建模为时变分段常值的阶跃信号具有合理的工程依据与建模可行性.

针对阶跃需求场景, 变频空调集群的控制目标可表述为: 在第 k 次 ($\forall k \in \{1,\ 2,\ \cdots\}$) 需求功率更新后, 所设计的控制策略应在第 $k+1$ 次需求更新之前完成最优功率调度, 即确保各变频空调单元在 $t \in [t_k,\ t_{k+1})$ 内均跟踪上优化问题 (P1) 的最优值.

$$\text{(P1)}\quad \min_{x_i}\sum_{i=1}^{N}C_i(x_i)$$
$$\text{s.t.}\ \sum_{i=1}^{N}x_i(t)=P_r(t_k),\ 0\le x_i(t)\le 1 \qquad (16)$$

其中 $P_r(t_k)=(\sum_{i=1}^{N}c_i-bP_d(t_k))/a$.

在进行控制器设计之前, 引入如下变量:

$$\tilde{T}=\tilde{T}_1+\tilde{T}_2,\ \ \tilde{T}<T^*,\ \ P_r(t_k)=\sum_{i=1}^{N}d_i\tilde{P}_{r,\,i}(t_k) \qquad (17)$$

其中, "~"表示受到了需求功率更新的影响.

基于此, 阶跃需求下的控制策略设计为: 将式 (12) 中的 T_j ($j=1,\ 2$) 和式 (11) 中的 $\bar{P}_{r,\,i}$ ($i=1,\ 2,\ \cdots,\ N$) 分别替换为式 (17) 中的 $\tilde{T}_j$ 和 $\tilde{P}_{r,\,i}(t_k)$, 其他参数的设置保持不变.

基于定理 1 可知, 在第 k 次更新周期 $[t_k,\ t_{k+1})$ 内, 所提控制策略可确保变频空调集群在满足 $t_k+\tilde{T}<t_{k+1}$ 的条件下, 在预定义时间内实现对优化问题 (P1) 最优值的跟踪. 当 $\tilde{T}$ 的选取足够小时, 即使调节指令快速切换, 系统仍可在相邻更新区间内完成最优功率跟踪. 因此, 通过合理设定预定义时间 $\tilde{T}$, 控制策略 (11) 能够在需求功率非周期切换条件下, 确保系统 (5) 在 $[0,\ +\infty)$ 区间内保持稳定运行.

注 4. 在实际工程场景中, 由于用户类型多样 (如居民、商铺、工业园区等), 空调负荷常呈现显著异构特性, 不同类别设备在热参数及可调节容量方面存在差异, 增加了协同调控的复杂性. 针对该类异构集群, 可依据热容、热阻、制热/制冷系数及可调节容量偏差等关键参数, 将其分为若干同构子集群. 聚合商预先为各同构子集群分配对应的需求功率目标, 并将其发送至子集群内的部分节点. 各子集群基于所接收的需求信息, 结合控制策略 (11) 实现内部最优功率调度, 从而在分层协调机制下完成异构集群的整体需求功率响应.

5　仿真验证

本节旨在通过数值仿真验证所提控制策略 (11) 在恒值需求与阶跃需求两种场景下的有效性. 设聚合商协调社区内 15 个 ($N=15$) 变频空调单元参与需求响应, 以提供系统运行备用容量, 相关系统参数详见表 1.

所提策略的控制参数选取如下: $T_1=1.8$ s, $T_2=0.2$ s, $\alpha_1=0.53$, $\alpha_2=0.25$, $\theta_2=0.01$, $\theta_1=$

表 1 变频空调的系统参数

Table 1 System parameters of inverter air conditioners

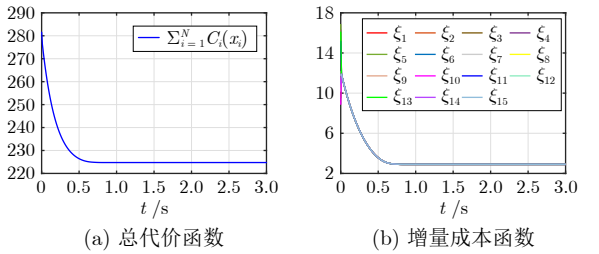
参数	值	单位
C_{th}	0.1	kJ/℃
R_{th}	0.8	℃/kW
ϑ_{th}	1	—
T_s	U(24, 27)	℃
x_0	U(0.54, 0.8)	—
T_o	36	℃
$\triangle T$	2	℃

$\pi/(2\alpha_1 T_1)$. 为更好地反映实际工程情形, 通常认为室内温度越接近用户设定温度, 用户满意度越高. 当室内温度达到设定温度时, 由 (4) 可得 $x_i(t)=0.5$. 据此, 仿真中选取用户满意度函数为: $C_i(x_i)=\rho_{1,\,i}(x_i-0.5)^2+\rho_{2,\,i}(x_i-0.5)+\rho_{3,\,i}$, 其中 $\rho_{1,\,i}=\mathrm{U}(8,\,13)$, $\rho_{2,\,i}=\mathrm{U}(0.8,\,1.3)$, $\rho_{3,\,i}=\mathrm{U}(14,\,19)$, U 为均匀分布. 此外, 为更好地描述调控过程中室内温度对舒适约束的满足情况, 定义温度偏差 $e_i(t)=T_i(t)-\underline{T}_i$. 显然, 当且仅当 $0\le e_i(t)\le 2\triangle T$ 时, 室内温度 $T_i(t)$ 满足 $T_i\in[\underline{T}_i,\,\overline{T}_i]$, 即室内温度满足用户的舒适需求.

5.1 恒值需求情形

本节验证所提控制策略 (11) 在恒值需求功率场景下的控制性能. 仿真时间设定为 [0, 3] s, 集群初始功率值为 195.387 1 kW. 考虑功率上调情形, 恒值需求功率设定为 $P_d=221.25$ kW, 仿真结果如图 2 ~ 4 所示.

图 2 给出了总代价函数与增量成本函数的动态演化过程. 可以观察到, 约 0.7 s 时, 总代价函数收敛至最小值, 增量成本函数快速趋于一致并达到稳定状态. 图 3 中展示了用户舒适指标 $x_i(t)$ 对等式约束和不等式约束的满足情况. 结果表明, $\sum_{i=1}^{N}x_i(t)$ 在 0.7 s 时精准跟踪目标值 P_r, 且在整个调控过程中始终满足用户舒适约束 $0\le x_i\le 1$. 结合图 2 和图 3 可知, 所提控制策略能够在预定义时

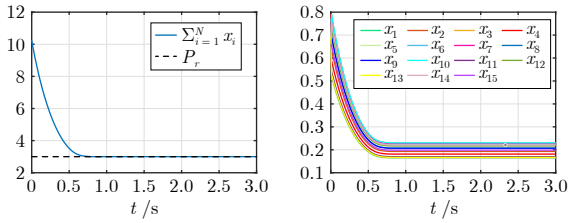


(a) 总代价函数 (b) 增量成本函数

(a) Total cost function (b) Incremental cost function

图 2 总代价与增量成本函数

Fig. 2 Total cost and incremental cost functions

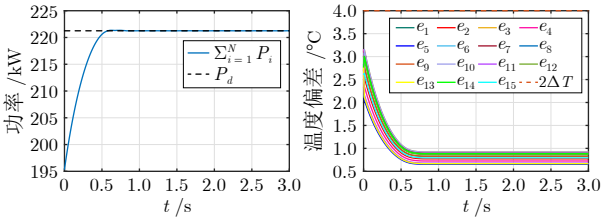


(a) 等式约束 (b) 不等式约束

(a) Equality constraints (b) Inequality constraints

图 3 x_i 的运行约束

Fig. 3 Operational constraints of x_i



(a) 需求功率跟踪 (b) 温度舒适约束

(a) Demand power tracking (b) Temperature comfort constraints

图 4 需求功率跟踪与温度舒适约束验证的实现

Fig. 4 Validation of demand power tracking and temperature comfort constraints

间 $T=2$ s 内, 使系统 (5) 收敛至优化问题 (P) 的最优解.

为验证优化问题 (8) 的求解能够确保控制目标 (7) 的实现, 图 4 展示了变频空调集群对需求功率的跟踪以及调控过程中对用户温度舒适约束的满足. 结果表明, 在控制策略 (11) 的调控下, 变频空调集群的总功率消耗能够在预定义时间 T 内精准跟踪上需求功率 P_d. 同时, 室内温度与用户最低舒适温度之间的温度偏差 $e_i(t)$ 始终保持在区间 [0, $2\triangle T$] s 内, 这表明所提策略有效满足了用户的实时温度舒适需求约束. 综上, 所提控制策略 (11) 在满足用户舒适需求的前提下, 实现了用户满意度最优的快速需求响应.

5.2 阶跃需求情形

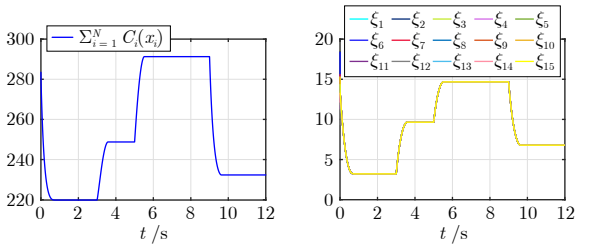
在本节中, 将验证第 4 节中所提控制策略在阶跃需求情形下的动态性能. 仿真时间设定为 [0, 12] s, 集群初始总功率为 194.425 7 kW, 阶跃需求功率设定为:

$$P_d(t)=\begin{cases}220.0\ \text{kW}, & 0\ \text{s}\le t<3\ \text{s}\\ 197.5\ \text{kW}, & 3\ \text{s}\le t<5\ \text{s}\\ 180.0\ \text{kW}, & 5\ \text{s}\le t<9\ \text{s}\\ 207.5\ \text{kW}, & 9\ \text{s}\le t<12\ \text{s}\end{cases}$$

假定相邻两次阶跃变化的最小时间间隔为 T^*

= 2 s, 重新选定 $\tilde{T}_1 = 1.7$ s, $\tilde{T}_2 = 0.2$ s 和 $\tilde{T} = 1.9$ s, 其余参数与第 5.1 节相同, 仿真结果如图 5 ~ 7 所示.

如图 5 所示, 在每次需求功率目标切换后, 集群总代价函数与增量成本函数均能在 1 s 内收敛至最优值并保持稳定. 从图 6 可以观察到, 在多次需求功率切换过程中, 所提控制策略能够满足用户舒适指标总和在预定义时间 1.9 s 内快速跟踪目标值 $P_r(t)$, 同时确保状态 $x_i(t)$ 在整个响应过程中实时满足用户舒适约束 $0 \le x_i \le 1$. 综合图 5 与图 6 的结果可知, 所提控制策略在非周期性需求功率的任意切换下, 仍能保持系统的稳定运行, 并达到最优需求响应性能.

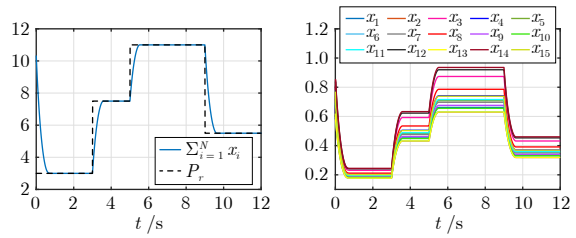


(a) 总代价函数
(a) Total cost function

(b) 增量成本函数
(b) Incremental cost function

图 5　阶跃需求下总代价与增量成本函数

Fig. 5　Total cost and incremental cost function under step-varying demand

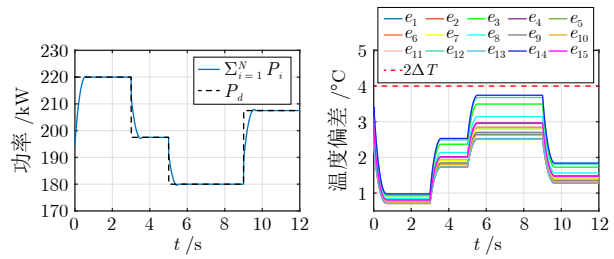


(a) 等式约束
(a) Equality constraints

(b) 不等式约束
(b) Inequality constraints

图 6　阶跃需求下 x_i 的运行约束

Fig. 6　Operational constraints of x_i under step-varying demand



(a) 需求功率跟踪
(a) Demand power tracking

(b) 温度舒适约束
(b) Temperature comfort constraints

图 7　阶跃需求下需求功率跟踪和温度舒适约束

Fig. 7　Demand power tracking and temperature comfort constraints under step-varying demand

此外, 图 7 给出了阶跃需求下集群总功率对需求功率 $P_d(t)$ 的实时跟踪效果以及用户温度舒适约束的满足情况. 结合图 4 可得, 在非周期连续阶跃需求条件下, 所提控制策略仍能实时满足用户温度舒适约束, 并在预定义时间 $\tilde{T} = 1.9$ s 内实现对需求功率的精确跟踪. 上述结果表明, 在阶跃需求情形下, 所提控制策略依然能够确保系统的稳定运行并实现既定控制目标.

6　结束语

本文提出一种预定义时间分布式最优功率调度策略, 旨在解决大规模变频空调集群参与需求响应中的最优功率调度问题. 通过构建用户舒适指标以刻画舒适水平, 并在此基础上设计预定义时间分布式最优控制机制. 该机制在满足用户舒适约束的前提下, 通过调节变频空调集群的总功率消耗, 实现了需求功率的精准跟踪并最大化用户满意度. 此外, 该机制通过合理设计预定义时间参数, 保证了系统在阶跃需求场景下的快速收敛与稳定运行. 理论分析和数值仿真进一步验证了所提方法的有效性和可行性. 未来的研究将聚焦于时变需求环境下的最优经济调度问题, 以实现功率跟踪性能与运行成本之间的最佳权衡.

参考文献

1　Chishti F, Murshid S, Singh B. LMMN-based adaptive control for power quality improvement of grid intertie wind-PV system. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2019, **15**(9): 4900−4912

2　Wang R, Sun Q, Hu W, Xiao J, Zhang H, Wang P. Stability-oriented droop coefficients region identification for inverters within weak grid: An impedance-based approach. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021, **51**(4): 2258−2268

3　Reddy S S, Panigrahi B K, Kundu R, Mukherjee R. Energy and spinning reserve scheduling for a wind-thermal power system using CMA-ES with mean learning technique. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2013, **53**: 113−122

4　Li Z, Shahidehpour M, Aminifar F, Alabdulwahab F, Al-Turki Y. Networked microgrids for enhancing the power system resilience. *Proceedings of the IEEE*, 2017, **105**(7): 1289−1310

5　Anwar M B, Qazi H W, Burke D J, O′Malley M J. Harnessing the flexibility of demand-side resources. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2019, **10**(4): 4151−4163

6　Zhang Z, Xie C, Tong R, Gao S. Identification and control of electric elasticity limit for electric-spring-based flexible loads. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2019, **15**(11): 6001−6010

7　Ma O, Alkadi N, Cappers P, Denholm P, Dudley J, Goli S. Demand response for ancillary services. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2013, **4**(4): 1988−1995

8 Hafez O, Bhattacharya K. Integrating EV charging stations as smart loads for demand response provisions in distribution systems. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2018, **9**(2): 1096−1106

9 Zhang Z W, Hui H X, Song Y H. Response capacity allocation of air conditioners for peak-valley regulation considering interaction with surrounding microclimate. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2025, **16**(2): 1155−1167

10 Hong J, Hui H, Zhang H, Dai N, Song Y. Event-triggered consensus control of large-scale inverter air conditioners for demand response. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2022, **37**(6): 4954−4957

11 Coffman A, Bušić A, Barooah P. A unified framework for coordination of thermostatically controlled loads. *Automatica*, 2023, **152**: Article No. 111002

12 Lin S, Lin M, Liu D, Yang F, Li F, Li D, et al. An evaluation method for the response flexibility of aggregated inverter air conditioners. *International Transactions on Electrical Energy Systems*, 2020, **31**(1): Article No. e12689

13 Konno Y, Takahashi R, Alsharif R, Umemura A. Centralized control of large-scale wind farm for system frequency stabilization of the power system. *Electrical Engineering in Japan*, DOI: 10.1002/eej.23479

14 Jiang Bi-Tao, Wen Guang-Hui, Zhou Jia-Ling, Zheng De-Zhi. Cross-domain cooperative technology of intelligent unmanned swarm systems: Current status and prospects. *Strategic Study of CAE*, 2024, **26**(1): 117−126
(江碧涛, 温广辉, 周佳玲, 郑德智. 智能无人集群系统跨域协同技术研究现状与展望. 中国工程科学, 2024, **26**(1): 117−126)

15 Ji Liang-Hao, Tang Shao-Hong, Guo Xing, Xie Yan. Average consensus in multi-agent systems based on whole-process privacy protection. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(6): 1359−1370
(纪良浩, 唐少洪, 郭兴, 解燕. 基于全过程隐私保护的多智能体系统平均一致性. 自动化学报, 2025, **51**(6): 1359−1370)

16 Shao Chan-Yun, An Ai-Min, Xu Cheng-Cheng, Liu Xiang-Hang, Li Er-Chao. Dynamic event-triggered fixed-time consensus control for nonlinear multi-agent systems. *Acta Automatica Sinica*, 2026, **52**(3): 555−577
(邵蝉云, 安爱民, 徐承承, 刘向航, 李二超. 非线性多智能体系统的动态事件触发固定时间一致性控制. 自动化学报, 2026, **52**(3): 555−577)

17 Li X D, Wen G H, Lv Y Z, Sun C Y, Polycarpou M M. Output consensus tracking of heterogeneous open multi-agent systems under actuator attacks. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2026, **13**(1): 423−435

18 Wen G H, Yu W W, Xia Y Q, Yu X H, Hu J Q. Distributed tracking of nonlinear multi-agent systems under directed switching topology: An observer-based protocol. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, **47**(5): 869−881

19 Li Q F, Zhao Y H, Yang Y W, Zhang L T, Chen J. Demand-response-oriented load aggregation scheduling optimization strategy for inverter air conditioner. *Energies*, 2023, **16**(1): Article No. 337

20 Hu J Q, Cao J D, Chen M, Yu J, Yao J, Yang S, et al. Load following of multiple heterogeneous TCL aggregators by centralized control. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2017, **32**(4): 3157−3167

21 Mi Z L, Kong Z M, Huang T, Shi P, Yu Z W, Ding L. Fixed-time hierarchical distributed control for flexible thermostatically controlled loads. *IEEE Systems Journal*, 2024, **18**(2): 1344−1355

22 Yu Z W, Ding L, Kong Z M, Liu Z W, Hu P, Xiao Y. A distributed coordinated framework with fair comfort level sharing for inverter air conditioner in auxiliary services. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2024, **15**(3): 2776−2790

23 Lee T C, Huang J K, Su Y. A unified framework for convergence analysis in social networks. In: Proceedings of the IEEE 63rd Conference on Decision and Control (CDC). Milan, Italy: IEEE, 2024. 2940−2945

24 Liu R, Hui H, Chen X, Song Y. Distributed frequency control of heterogeneous energy storage systems considering short-term ability and long-term flexibility. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2024, **15**(6): 5693−5705

25 Chen G, Ren J H, Feng E N. Distributed finite-time economic dispatch of a network of energy resources. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2017, **8**(2): 822−832

26 Wen Guang-Hui, Yu Xing-Huo, Huang Ting-Wen, Zhou Yan. Fixed-time bipartite formation tracking control for multi-USV systems with uncertain model parameters. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(3): 669−677
(温广辉, 余星火, 黄廷文, 周艳. 模型参数不确定下多无人艇系统固定时间二分编队跟踪控制. 自动化学报, 2025, **51**(3): 669−677)

27 Zaery M, Amrr S M, Hussain S M, Abido M A. Distributed optimal power dispatch for islanded DC microgrids based on predefined-time control. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2025, **61**(3): 4730−4743

28 Dou Y, Chi M, Liu Z W, Wen G, Sun Q. Distributed secondary control for voltage regulation and optimal power sharing in DC microgrids. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2022, **30**(6): 2561−2572

29 Wang C, Wang B, You F. Demand response for residential buildings using hierarchical nonlinear model predictive control for plug-and-play. *Applied Energy*, 2024, **369**: Article No. 123581

30 Su J, Zhang H, Wong C K, Yu L, Tan Z. Hierarchical control of inverter air conditioners for frequency regulation service of islanded microgrids with fair power participation. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2024, **15**(5): 4602−4617

31 Zuo Z Y. Nonsingular fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent networks. *Automatica*, 2015, **54**: 305−309

32 Chen G, Li Z Y. A fixed-time convergent algorithm for distributed convex optimization in multi-agent systems. *Automatica*, 2018, **95**: 539−543

33 Yang A, Liang X, Zhang J, Hou Y, Wang N. Distributed time-varying optimization with coupled constraints: Application in UAV swarm predefined-time cooperative consensus. *Aerospace Science and Technology*, 2024, **147**: Article No. 109034

34 Munoz-Vazquez A J, Sanchez-Torres J D, Jimenez-Rodriguez E, Loukianov A J. Predefined-time robust stabilization of robotic manipulators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2019, **24**(3): 1033−1040

35 Li C, Yu X, Yu W, Huang T, Liu Z W. Distributed event-triggered scheme for economic dispatch in smart grids. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2015, **12**(5): 1775−1785



曲凡荣 华中科技大学人工智能与自动化学院博士研究生. 主要研究方向为多智能体系统协同控制.
E-mail: frqu@hust.edu.cn
(**QU Fan-Rong** Ph.D. candidate at the School of Artificial Intelligence and Automation, Huazhong University of Science and Technology. Her main research interest is cooperative control of multi-agent systems.)



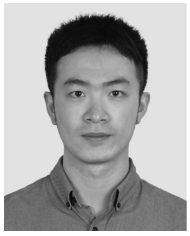
刘智伟 华中科技大学人工智能与自动化学院教授. 主要研究方向为电力需求侧管理与控制, 智能电网控制与优化, 无人自主系统集群控制. 本文通信作者.
E-mail: zwliu@hust.edu.cn
(**LIU Zhi-Wei** Professor at the School of Artificial Intelligence and Automation, Huazhong University of Science and Technology. His research interests include power demand side management and control, smart grid control and optimization, and cluster control of unmanned autonomous systems. Corresponding author of this paper.)



贾志安 华中科技大学人工智能与自动化学院博士研究生. 主要研究方向为分布式网络系统的协同控制和优化.
E-mail: jiazhian@hust.edu.cn
(**JIA Zhi-An** Ph.D. candidate at the School of Artificial Intelligence and Automation, Huazhong University of Science and Technology. His main research interest is cooperative control and optimization of distributed network systems.)



王燕舞 华中科技大学人工智能与自动化学院教授. 主要研究方向为智能电网, 混杂系统, 多智能体系统协同控制.
E-mail: wangyw@hust.edu.cn
(**WANG Yan-Wu** Professor at the School of Artificial Intelligence and Automation, Huazhong University of Science and Technology. Her research interests include smart grids, hybrid systems, and cooperative control of multi-agent systems.)



刘骁康 华中科技大学人工智能与自动化学院副教授. 主要研究方向为混杂控制, 分布式控制和优化, 直流微电网.
E-mail: xiaokangliu@hust.edu.cn
(**LIU Xiao-Kang** Associate professor at the School of Artificial Intelligence and Automation, Huazhong University of Science and Technology. His research interests include hybrid control, distributed control and optimization, and DC microgrids.)