自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

不确定马尔科夫切换拓扑下多智能体系统的隐私保护与安全协同控制

陈向勇 王泽明 赵旭东 黄廷文 赵峰

Privacy Preservation and Secure Cooperative Control of Multi-agent Systems Under Uncertain Markov Switching Topologies

CHEN Xiang-Yong, WANG Ze-Ming, ZHAO Xu-Dong, HUANG Ting-Wen, ZHAO Feng

在线阅读 View online: https://doi.org/10.16383/j.aas.c250738

您可能感兴趣的其他文章

切换拓扑下动态事件触发多智能体系统固定时间一致性

Dynamic Event-triggered Fixed-time Consensus Control of Multi-agent Systems Under Switching Topologies

自动化学报. 2023, 49(6): 1295-1305 https://doi.org/10.16383/j.aas.c211123

双端切换拓扑下基于二值通信的多智能体系统容错控制

Fault-tolerant Control for Multi-agent Systems Based on Binary-valued Communication Under Dual-terminal Switching Topologies

自动化学报. 2025, 51(6): 1347-1358 https://doi.org/10.16383/j.aas.c240722

DoS攻击下具备隐私保护的多智能体系统均值趋同控制

Privacy-preserving Average Consensus Control for Multi-agent Systems Under DoS Attacks

自动化学报. 2022, 48(8): 1961-1971 https://doi.org/10.16383/j.aas.c201019

欺骗攻击下具备隐私保护的多智能体系统均值趋同控制

Privacy-preserving Average Consensus Control forMulti-agent Systems Under Deception Attacks

自动化学报. 2023, 49(2): 425-436 https://doi.org/10.16383/j.aas.c210889

基于全过程隐私保护的多智能体系统平均一致性

Average Consensus in Multi-agent Systems Based on Whole-process Privacy Protection

自动化学报. 2025, 51(6): 1359-1370 https://doi.org/10.16383/j.aas.c240471

非线性多智能体系统的动态事件触发固定时间一致性控制

Dynamic Event-triggered Fixed-time Consensus Control for Nonlinear Multi-agent Systems

自动化学报. 2026, 52(3): 555-577 https://doi.org/10.16383/j.aas.c250304

不确定马尔科夫切换拓扑下多智能体系统的隐私保护与安全协同控制

陈向勇[1, 2] 王泽明[1] 赵旭东[2] 黄廷文[3] 赵 峰[1]

摘 要 本文研究了隐私保护和不确定马尔科夫切换拓扑下多智能体系统 (MASs) 的安全协同控制问题. 首先, 采用更具一般性的马尔科夫过程描述多智能体系统的网络拓扑结构, 考虑转移率矩阵包含不确定与部分未知元素的情况; 其次, 为抵御隐私窃听者对状态信息的窃取, 设计保护时长可根据实际需求灵活调整的隐私保护机制; 进而, 考虑系统存在执行器故障与随机发生的虚假数据注入攻击的场景, 通过综合利用估计状态信息与历史触发信息, 设计基于动态记忆事件触发的神经网络自适应控制策略; 最后, 通过仿真模拟对所提理论的有效性进行验证.

关键词 多智能体系统; 安全协同控制; 隐私保护; 马尔科夫切换拓扑; 动态记忆事件触发

引用格式 陈向勇, 王泽明, 赵旭东, 黄廷文, 赵峰. 不确定马尔科夫切换拓扑下多智能体系统的隐私保护与安全协同控制. 自动化学报, 2026, **52**(10): 2318−2331

DOI 10.16383/j.aas.c250738 **CSTR** 32138.14.j.aas.c250738

Privacy Preservation and Secure Cooperative Control of Multi-agent Systems Under Uncertain Markov Switching Topologies

CHEN Xiang-Yong[1, 2] WANG Ze-Ming[1] ZHAO Xu-Dong[2] HUANG Ting-Wen[3] ZHAO Feng[1]

Abstract This paper investigates the secure cooperative control problem of multi-agent systems (MASs) under Markov switching topologies with uncertainties and privacy preservation. Firstly, a more general Markov process with a transition rate matrix containing uncertain and partially unknown elements is employed to characterize the network topology structure of the multi-agent systems. Secondly, to counteract eavesdropping attempts on state information by privacy eavesdroppers, a privacy preservation mechanism with adjustable protection duration is designed according to practical requirements. Moreover, for scenarios where the system is subject to actuator faults and stochastic false data injection attacks, a class of adaptive neural network control strategies based on dynamic memory event-triggered mechanisms is proposed by integrating estimated state information and historical triggering information. Finally, simulation experiments are conducted to verify the effectiveness of the developed theoretical results.

Keywords multi-agent systems; secure cooperative control; privacy preservation; Markov switching topologies; dynamic memory event-triggered

Citation Chen Xiang-Yong, Wang Ze-Ming, Zhao Xu-Dong, Huang Ting-Wen, Zhao Feng. Privacy preservation and secure cooperative control of multi-agent systems under uncertain Markov switching topologies. *Acta Automatica Sinica*, 2026, **52**(10): 2318−2331

收稿日期 2025-12-23 录用日期 2026-03-16
Manuscript received December 23, 2025; accepted March 16, 2026
国家自然科学基金 (62173175, 62533004, 62573219, 62576223, U25A20455, 62473226), 山东省自然科学基金 (ZR2024MF032, ZR2024QF039) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (62173175, 62533004, 62573219, 62576223, U25A20455, 62473226) and Natural Science Foundation of Shandong Province (ZR2024MF032, ZR2024QF039)
本文责任编委 付俊杰
Recommended by Associate Editor FU Jun-Jie
1. 临沂大学自动化与电气工程学院 临沂 276000 2. 大连理工大学控制科学与工程学院 大连 116000 3. 深圳理工大学计算机科学与控制工程学院 深圳 518005
1. School of Automation and Electrical Engineering, Linyi University, Linyi 276000 2. School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116000 3. Faculty of Computer Science and Control Engineering, Shenzhen University of Advanced Technology, Shenzhen 518005

近年来, 多智能体系统凭借其分布式协同优势与复杂任务处理能力, 已在多机器人协同作业等领域得到广泛应用[1−7]. 但在实际工程环境中, 多智能体系统的通信网络易受内外部电磁干扰、节点移动等因素影响, 导致拓扑结构频繁切换. 因此, 针对切换拓扑的研究逐渐受到关注. 文献 [8] 研究固定时间切换多智能体系统的分布式跟踪问题, 其系统拓扑按固定时间进行切换. 文献 [9] 将切换拓扑引入到复杂网络中, 并提出依赖网络拓扑的李雅普诺夫函数. 文献 [10] 考虑通信拓扑随时间变化的动态切换二阶多智能体系统, 并设计无需全局信息的自适应控制协议. 为更精准地描述系统所处环境的随机特征, 文献 [11] 采用伯努利随机过程对拓扑切换进

行建模, 实现了随机切换拓扑下多智能体系统的一致性控制. 文献 [12] 针对伯努利随机切换拓扑, 设计分布式预设时间控制方案来解决多智能体系统的领导–跟随一致性问题. 当前, 通信层切换拓扑的研究聚焦有效模拟随机演化特性的马尔科夫切换拓扑. 文献 [13] 研究转移率完全已知的马尔科夫切换拓扑下多智能体系统的轨迹跟踪控制问题. 在此基础上, 文献 [14] 探讨马尔科夫切换拓扑中存在不确定转移率的情况. 然而, 上述研究成果都是建立在转移率已知的假设上, 这在实际系统中往往难以满足. 因此, 有必要对转移率具有不确定及部分未知的情况进行研究.

在开放网络环境下, 多智能体系统除面临环境带来的随机因素外, 还易遭受各类网络攻击的侵袭, 这对系统的稳定安全运行构成威胁. 其中, 虚假数据注入攻击通过向控制器中注入错误数据来扰乱系统的控制信号, 影响系统正常运行. 为此, 文献 [15] 研究虚假数据注入攻击对多智能体系统一致性的影响, 并提出将状态估计与阈值筛选相结合的安全控制方案. 文献 [16] 提出将坐标变换与动态面控制方法相结合的安全控制算法, 通过将受攻击污染的系统状态重新映射到新的坐标系中, 使攻击的影响在变换后的系统中得以抵消, 并在多机器人系统中进行验证. 文献 [17] 将研究拓展到遭受混合攻击的场景, 提出基于拓扑切换的脉冲控制方法来实现安全控制. 文献 [18] 提出异步弹性安全控制策略, 通过对系统状态进行估计和重构, 减轻网络攻击对系统的影响. 在保障随机切换多智能体系统安全性的基础上, 降低通信与控制成本已成为工程化落地的另一核心需求. 事件触发机制通过降低控制器更新频率, 为减少资源消耗提供了有效途径. 文献 [19] 提出静态事件触发机制, 但由于其采用固定触发阈值, 存在较强的保守性. 为克服这一局限, 动态事件触发机制被提出并成为研究热点. 文献 [20] 提出基于采样的动态事件触发框架, 仅在采样时刻判断事件触发条件. 文献 [21] 为应对系统状态未知的情况, 设计基于估计信息的事件触发机制. 然而动态事件触发机制在控制过程的起始与结束阶段易出现触发次数增多的问题. 为进一步减少资源消耗, 学者们提出与控制策略结合的事件触发机制. 文献 [22] 提出自适应动态事件触发测量机制, 增强了触发条件的适应性. 文献 [23] 将动态事件触发与脉冲控制相结合, 在减少资源消耗的同时保障了系统的稳定运行. 考虑到异构多智能体的动态特性, 文献 [24] 提出个性化事件触发机制, 实现了触发规则与个体动力学特征的匹配. 不同于此, 文献 [25] 提出记忆事件触发策略, 引入历史触发信息来构建触发策略, 为事件触发策略的设计提供了新思路. 然而, 现有成果在构建安全防御策略时鲜有结合事件触发机制, 难以在受攻击场景下节省通信资源. 因此, 有必要设计事件触发安全控制策略, 在实现攻击容忍的情况下减少资源消耗.

多智能体系统实现一致性的核心在于智能体间的信息交互. 然而, 在智能体与邻居节点进行数据交换的过程中, 其初始状态等敏感信息存在被恶意窃听者截获的风险, 因此在抵御网络攻击的同时对系统状态信息进行保护也尤为重要. 文献 [26] 将同态加密技术与系统交互动力学相结合, 使系统能够在无需解密的情况下完成状态信息的交互. 文献 [27] 提出新的隐私保护机制, 用户可根据实际需要自行设计保护时间, 同时设计增益迭代扰动观测器以提升系统控制精度. 文献 [28] 针对高阶多智能体系统提出全驱动控制方法, 并嵌入隐私保护机制, 从而在实现一致性的同时防止信息泄露. 为进一步贴近实际物理系统, 文献 [29] 研究多重攻击下多智能体系统的隐私保护问题, 设计动态加解密的保护机制. 但传统密码学的加解密机制会引入额外的计算开销, 加重系统的运行负担, 因此设计轻量化的隐私保护机制具有重要的实际价值. 文献 [30] 将动态掩码机制引入非线性系统, 通过状态混淆的方式避免敏感信息泄露, 实现了隐私保护的轻量化设计. 同时, 在系统运行过程中, 执行器故障也是不可避免的, 因此有效处理其对系统性能的影响至关重要. 文献 [31] 采用观测器技术设计故障诊断滤波器, 实现了对系统故障的实时检测与估计, 确保系统在故障发生后仍能稳定运行. 文献 [32] 用模糊逻辑理论逼近系统中的故障项, 并采用动态面控制技术设计滤波器, 避免了传统反步法中计算量爆炸的问题. 文献 [33] 设计统一框架, 将执行器故障与死区、饱和同时纳入, 并结合自适应控制与观测器技术对故障及不确定性进行补偿. 然而, 上述研究仅针对存在隐私泄露风险或执行器出现故障的情形展开讨论, 尚未考虑两者同时存在的情形. 因此, 有必要针对执行器故障下的多智能体系统, 设计轻量化的隐私保护机制, 在确保系统稳定运行的同时保护系统敏感信息.

基于上述分析, 本文针对具有马尔科夫切换拓扑的多智能体系统, 研究其在隐私保护下的领导–跟随一致性问题. 为抵御虚假数据注入攻击并抑制执行器故障对系统稳定性的影响, 设计了基于动态记忆事件触发的神经网络自适应控制策略. 主要创新点如下:

1) 考虑更具一般性的切换拓扑模型, 引入转移率矩阵包含不确定及部分未知元素的广义马尔科夫过程进行描述. 通过引入松弛变量处理未知元素, 减少约束方程的数量, 从而降低矩阵不等式的求解复杂度.

2) 针对初始状态信息存在被窃听的风险, 设计保护时长可按需调节的隐私保护机制, 结合自适应控制方法处理执行器故障与隐私保护误差, 实现了关键状态信息防护与系统控制性能的协同保障.

3) 针对随机虚假数据注入攻击场景, 提出基于动态记忆事件触发机制的新型自适应控制策略. 融合历史触发与估计状态信息构建决策准则, 突破现有方法仅依赖当前信息或单判据的局限; 引入两个动态变量完善触发判据, 在降低通信与控制资源消耗、实现领导–跟随一致性的同时, 避免芝诺行为.

符号说明. $\mathbf{R}^n$ 表示向量空间; $\mathbf{R}^{n\times m}$ 表示所有实矩阵的集合; 符号 $\otimes$ 表示克罗内克积; "$*$"表示矩阵内的对称项; $B>0$ 表示 B 是对称正定矩阵; B^{T} 表示 B 的转置; $\|B\|$ 表示 B 的欧氏范数; $\mathrm{E}\{\cdot\}$ 代表期望; $\mathrm{prob}(\cdot)$ 代表事件发生的概率.

1 预备知识和问题描述

1.1 预备知识

考虑由 1 个领导者和 N 个跟随者构成的多智能体系统. 其通信拓扑由一个有向图 $G_{x(t)}=(V, f_{x(t)}, A_{x(t)})$ 描述. 其中, 节点集 $V=\{V_1, V_2, \cdots, V_N\}$ 对应所有跟随者; 边集 $f_{x(t)}\subseteq V\times V$ 表示跟随者间的通信关系; 邻接矩阵 $A_{x(t)}=[a_{ij}(x(t))]\in \mathbf{R}^n\times\mathbf{R}^n$, 若 $a_{ij}(x(t))>0$, 则存在从节点 j 到节点 i 的有向边 f_{ij}, 否则 $a_{ij}(x(t))=0$. 对应的拉普拉斯矩阵 $L_{x(t)}=[l_{ij}(x(t))]\in\mathbf{R}^n\times\mathbf{R}^n$ 满足 $l_{ij}(x(t))=-a_{ij}(x(t))$, $i\neq j$和 $l_{ii}(x(t))=\sum_{j=1}^{N}|a_{ij}(x(t))|$, $j\neq i$. 定义增广拉普拉斯矩阵 $H_{x(t)}=L_{x(t)}+C_{x(t)}$. 其中, $C_{x(t)}=\mathrm{diag}\{c_1(x(t)), \cdots, c_N(x(t))\}$ 为领导者–跟随者连接矩阵. 若存在从领导者到跟随者的有向边, 则 $c_i(x(t))=1$; 否则, $c_i(x(t))=0$.

引入右连续马尔科夫过程 $\{x(t), t>0\}$ 描述通信拓扑的随机切换特性, 其取值范围为有限模式集 $D=\{1, 2, \cdots, s\}$. 马尔科夫转移率矩阵为 $\Pi=\{\pi_{mr}\}$ $(m, r\in D)$. 其中, π_{mr} 表示模式 m 到模式 r 的转移率, 满足以下条件:

$$\mathrm{prob}(x(t+\kappa)=r|x(t)=m)=\begin{cases}\pi_{mr}\kappa+\mathrm{o}(\kappa), & m\neq r\\ 1+\pi_{mr}\kappa+\mathrm{o}(\kappa), & m=r\end{cases}\tag{1}$$

其中, $\lim_{\kappa\to 0}(\mathrm{o}(\kappa)/\kappa)=0$, $\kappa>0$. 若 $m\neq r$, 则 $\pi_{mr}\geq 0$, 且 $\pi_{mm}=-\sum_{r=1}^{m}\pi_{mr}$. 转移率矩阵表示为:

$$\Pi=\begin{bmatrix}\tilde{\pi}_{11}+\Delta_{11} & ? & \cdots & \tilde{\pi}_{1s}+\Delta_{1s}\\ ? & \tilde{\pi}_{22}+\Delta_{22} & \cdots & ?\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \tilde{\pi}_{s1}+\Delta_{s1} & ? & \cdots & \tilde{\pi}_{ss}+\Delta_{ss}\end{bmatrix}\tag{2}$$

其中, "?"表示未知元素; $\tilde{\pi}_{mr}$ 和 Δ_{mr} 分别表示不确定元素 π_{mr} 的估计值和估计误差, 满足不等式 $\|\Delta_{mr}\|\leq\eta_{mr}$, $\eta_{mr}\geq 0$, 且 $\tilde{\pi}_{mr}$ 和 η_{mr} 已知. $\forall r\in D$, 拓扑结构集合 $D^m=D_{uk}^m\cup D_k^m$ 被划分为估计值已知子集 D_k^m 和估计值未知子集 D_{uk}^m. $D_k^m=\{D_{k_1}^m, D_{k_2}^m, \cdots, D_{k_d}^m\}$ 的个数为 d. 基于以上关于转移率的结构特性, 有以下假设: 若 $D_k^m\neq D$, 且 $m\notin D_k^m$, 则 $\tilde{\pi}_{mr}-\eta_{mr}\geq 0$ $(\forall r\in D_k^m)$; 若 $D_k^m\neq D$, 且 $m\in D_k^m$, 则 $\tilde{\pi}_{mr}-\eta_{mr}\geq 0$ $(\forall r\in D_k^m, m\neq r)$, $\tilde{\pi}_{mm}+\eta_{mm}\leq 0$, 且 $\sum_{r\in D_k^m}\tilde{\pi}_{mr}\leq 0$; 若 $D_k^m=D$, 则 $\tilde{\pi}_{mr}-\eta_{mr}\geq 0$ $(\forall r\in D, m\neq r)$, $\tilde{\pi}_{mm}=-\sum_{r\in D,\, r\neq m}\tilde{\pi}_{mr}\leq 0$, 且 $\eta_{mm}=\sum_{r\in D,\, r\neq m}\eta_{mr}\geq 0$.

注 1. 与文献 [13] 和文献 [14] 中研究的马尔科夫过程不同, 本文所考虑的马尔科夫过程在转移率矩阵中同时包含未知项与不确定项, 属于更一般化的马尔科夫过程. 该建模方式解决了实际场景中因测量精度限制或环境干扰导致转移率难以精确获取的问题, 提升了理论的普适性与实用性.

对于定义在紧集 U 上的未知连续非线性函数 $g(x)$, 可利用 RBF 神经网络逼近, 其一般形式可表述为: $g(x)=(W^*)^{\mathrm{T}}\phi(x)+\tau(x)$, $\forall x\in U\subset\mathbf{R}^n$, 式中 $x\in\mathbf{R}^n$ 为 RBF 神经网络的输入向量; $W^*\in\mathbf{R}^l$ 为理想权值更新向量, $l>1$ 为神经网络隐藏层的节点数; $\tau(x)$ 表示近似误差并满足 $|\tau(x)|\leq\bar{\tau}$, $\bar{\tau}$ 为已知有界常数; $\phi(x)=[\phi_1(x), \cdots, \phi_l(x)]^{\mathrm{T}}$ 为已知网络的激活函数向量, $\phi_i(x)$ 为径向基函数, 在本研究中选取高斯函数, 定义如下:

$$\phi_i(x)=\mathrm{e}^{\frac{-(x-o_i)^{\mathrm{T}}(x-o_i)}{\alpha_i^2}},\quad i=1, 2, \cdots, l$$

其中, $o_i=[o_{i1}, \cdots, o_{in}]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^n$ 表示基函数的质心向量, α_i 为第 i 个径向基函数的带宽. 理想的神经网络权值定义如下:

$$W^*=\arg\min_{W\in\mathbf{R}^l}\left[\sup_{x\in U}\left|g(x)-W^{\mathrm{T}}\phi(x)\right|\right]$$

然后, 得到 $\left|g(x)-(W^*)^{\mathrm{T}}\phi(x)\right|=|\tau(x)|\leq\bar{\tau}$.

1.2 问题描述

本文考虑包含 1 个领导者和 N 个跟随者的多

智能体系统, 领导者和第 i 个跟随者的运动学模型描述如下:

$$\begin{cases}\dot{\omega}_0(t)=A\omega_0(t)\\ \dot{\omega}_i(t)=A\omega_i(t)+Bu_i^{\dagger}(t)+Cf(\omega_i(t),\,t)\end{cases}\tag{3}$$

其中, $\omega_0(t)\in\mathbf{R}^n$ 表示领导者的状态; $\omega_i(t)\in\mathbf{R}^n$, $i=1,\cdots,N$ 表示第 i 个跟随者的状态; $u_i^{\dagger}(t)$ 表示受到虚假数据注入攻击的控制器; $f(\cdot)\in\mathbf{R}^n$ 为连续可微且有界的非线性函数; A、B 和 C 表示适当维数的常数矩阵.

针对上述模型, 本文研究了马尔科夫切换拓扑和网络攻击下多智能体系统的均方指数一致性问题. 通过设计一组基于动态记忆事件触发的神经网络自适应控制器, 实现了一致性控制目标, 同时节省通信资源并且避免了信息泄露.

为了防止多智能体系统的初始状态信息被潜在的窃听者窃取, 设计如下隐私保护策略:

$$\begin{cases}y_0(t)=\begin{cases}\omega_0(t)+q_0(t), & t\le T_s\\ \omega_0(t), & t>T_s\end{cases}\\ y_i(t)=\begin{cases}\omega_i(t)+q_i(t), & t\le T_s\\ \omega_i(t), & t>T_s\end{cases}\end{cases}\tag{4}$$

式中 $y_0(t)\in\mathbf{R}^n$, $y_i(t)\in\mathbf{R}^n$ 分别为领导者和跟随者的掩码信号; 隐私保护函数定义为 $q_0(t)=(T_s-t)\mathrm{e}^{-\iota_0 t}$, $q_i(t)=(T_s-t)\mathrm{e}^{-\iota_i t}$. 参数 $\iota>0$表示待设计的常数, T_s 表示隐私保护时长, 可根据实际需要设置.

注 2. 现有的隐私保护控制方法 [26, 28] 虽然可以有效地保护状态信息, 但通常只允许在时间接近无穷大时恢复真实状态. 本文提出的隐私保护机制克服了该局限, 可以根据实际需要灵活地规定隐私保护时间. 此外, 通过适当地选择参数 ι 使指数项 $\mathrm{e}^{-\iota t}$ 快速衰减, 掩码信号 $y(t)$ 可以由状态信息 $\omega(t)$ 近似.

注 3. 通过引入动态掩码形式的隐私保护函数对系统原始状态进行掩码加密, 使智能体间的信息交互基于掩码信号开展, 从数据传输层面抵御窃听者的状态信息窃取行为, 实现对系统初始状态的隐私保护. 同时采用自适应控制方法, 消除了隐私保护引入的误差对系统控制性能的不利影响.

注 4. 传统密码学方法的高复杂度加解密运算会提升控制器的设计难度, 而本文提出的动态掩码机制仅对智能体状态进行掩码变换, 事件触发机制、控制器结构均可直接基于掩码信号设计, 降低了控制器的设计复杂度. 在完成系统初始状态隐私保护目标的同时, 保障了分布式多智能体系统协同控制的闭环稳定性.

给出估计器模型如下:

$$\hat{y}_i(t)=\begin{cases}y_i(t_k^i), & t=t_k^i\\ \mathrm{e}^{A(t-t_k^i)}y_i(t_k^i), & t_k^i<t<t_{k+1}^i\end{cases}\tag{5}$$

其中, $\hat{y}_i(t)$ 表示被掩码智能体 i 的估计状态, $y_i(t_k^i)$ 表示被掩码智能体 i 在第 k 个触发时刻的状态, t_k^i 表示智能体 i 的第 k 个触发时刻. 假设初始触发时刻为 $t_1^i=0$, 被掩码智能体的初始状态与初始估计状态一致.

为减轻通信负担, 本文提出一种基于动态记忆事件触发策略, 其中触发准则的设置融合了状态估计信息和历史触发状态信息, 且引入两个动态变量调节触发准则. 事件触发策略表示为:

$$\begin{cases}t_1^i=0\\ t_{k+1}^i=\inf\limits_{l>t_k^i}\{l:\chi(t)+\mu[\varepsilon h(t)\varphi^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes O_m)\times\\ \qquad\varphi(t)-\sum\limits_{z=1}^{p}\theta_z\kappa_z^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes O_m)\kappa_z(t)]\le 0\}\\ \dot{\chi}(t)=-\lambda_1\chi(t)+\nu[\varepsilon h(t)\varphi^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes O_m)\varphi(t)-\\ \qquad\sum\limits_{z=1}^{p}\theta_z\kappa_z^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes O_m)\kappa_z(t)]\\ h(t)=b_1\mathrm{e}^{-\lambda_2\left\|\sum\limits_{z=1}^{p}\theta_z\kappa_z^{\mathrm{T}}(t)\right\|}\end{cases}\tag{6}$$

其中, $\chi(t)$ 为动态参数; $h(t)$ 为历史触发状态权重变量; $\mu>0$, $\lambda_1>0$, $\lambda_2>0$, $\nu>0$, $b_1>0$, $0<\varepsilon<1$ 为常量; $\varphi(t)$ 为通信误差; O_m 为待设计的矩阵; $\forall z\in\{1,\,2,\,\cdots,\,p\}$, θ_z 为满足 $0\le\theta_z\le 1$ 且 $\sum_{z=1}^{p}\theta_z=1$ 的权重系数; $\kappa_z(t)$ 为触发误差, 当 $z=1$ 时, $\kappa_1(t)=y_i(t)-\hat{y}_i(t)$ 表示估计误差, 当 $z\ge 2$ 时, $\kappa_z(t)=y_i(t)-y_i(t_{k-z+2}^i)$ 表示历史触发状态与当前状态之间的误差; 事件生成器存储 $p-1$ 个历史触发状态信息.

注 5. 与文献 [25] 中基于动态记忆事件触发策略不同, 本文提出的事件触发策略融合了历史触发状态信息和实时估计状态信息, 克服了现有方法中单准则触发的局限性. 这种多信息融合设计不仅解决了事件触发策略中参考因素过于简化的问题, 还通过与动态触发参数的融合提升了资源利用效率.

注 6. 与传统的动态事件触发策略 [22−23] 不同, 本文提出的事件触发策略引入双动态变量, 使触发准则的设计更具全面性, 在保持资源利用效率的同时增强了对系统动态的适应性.

1.3　基于动态记忆事件触发的神经网络自适应控制器设计

考虑网络攻击和执行器故障的影响, 给出受到

虚假数据注入攻击的控制器模型如下:

$$u_i^{\dagger}(t)=u_i(t)+\rho(t)E\vartheta(t)+JP(t) \tag{7}$$

其中, $u_i(t)$ 为控制输入; $P(t)$ 为执行器偏置故障模型, 假设执行器偏置故障模型满足 $\dot{P}(t)=0$; $\vartheta(t)=[\vartheta_1(t),\cdots,\vartheta_n(t)]^{\mathrm{T}}$ 为非线性函数, 表示攻击者生成的虚假数据信号, 考虑到对抗性攻击的能量有限与时间不确定性, 假设 $\vartheta_i(t)$ 满足 $|\vartheta_i(\delta_i(t))|\leq|F_i\delta_i(t)|$; E 和 J 为权重矩阵; F_i 为常数; $\rho(t)$ 为服从伯努利分布的连续型随机变量, $\rho(t)=1$ 表示攻击发生, $\rho(t)=0$ 表示攻击未发生. 其概率满足 $\mathrm{prob}\{\rho(t)=1\}=\partial$, $\mathrm{prob}\{\rho(t)=0\}=1-\partial$ 且 $\mathrm{E}\{\rho(t)\}=\bar{\partial}$, ∂, $\bar{\partial}$ 为常数.

注 7. 在对抗环境中, 敌方攻击的发生时刻具有随机性与不可预测性, 导致系统面临持续的攻击威胁, 因此本文将攻击的发生建模为伯努利随机过程, 以刻画攻击时间的随机特性. 同时, 考虑到敌方攻击受能量约束的实际工程背景, 将攻击信号设定为有界形式, 使模型更具实际意义.

定义领导–跟随误差为:

$$\begin{aligned}\delta_i(t)=&\ y_i(t)-y_0(t)=\\&\ \omega_i(t)-\omega_0(t)+q_i(t)-q_0(t)\end{aligned} \tag{8}$$

基于多智能体系统 (3) 的动力学特性, 可得误差系统:

$$\begin{aligned}\dot{\delta}_i(t)=&\ \dot{y}_i(t)-\dot{y}_0(t)=\\&\ \dot{\omega}_i(t)-\dot{\omega}_0(t)+\dot{q}_i(t)-\dot{q}_0(t)=\\&\ A\delta_i(t)+Bu_i^{\dagger}(t)+\dot{q}_i(t)-\dot{q}_0(t)=\\&\ A\delta_i(t)+Bu_i^{\dagger}(t)+\dot{q}_i(t)-\dot{q}_0(t)-\\&\ A(q_i(t)-q_0(t))+C\phi^{\mathrm{T}}(x)W^*=\\&\ A\delta_i(t)+Bu_i(t)+BMN^F(t)+\\&\ C\phi^{\mathrm{T}}(x)W^*+\rho(t)BE\vartheta(t)\end{aligned} \tag{9}$$

其中, $MN^F(t)=\dot{q}_i(t)-\dot{q}_0(t)-A(q_i(t)-q_0(t))+JP(t)+C\tau(t)$, M 为适当维数的矩阵, N^F 为综合隐私保护误差、故障以及神经网络逼近误差的故障信号. 为实现一致性控制目标, 多智能体系统 (3) 的控制协议设计如下:

$$\begin{cases}u_i(t)=-K_m\varphi_i(t)-M\hat{N}^F(t)-\delta_i(t)\phi^{\mathrm{T}}(x)\hat{W}\\ \varphi_i(t)=\displaystyle\sum_{j\in V_i}a_{ij}(m)(\hat{y}_i(t)-\hat{y}_j(t))+\\ \qquad\qquad c_i(m)(\hat{y}_i(t)-y_0(t))\end{cases} \tag{10}$$

其中, K_m 是待设计的增益矩阵; N^F, y 上的“$\hat{}$”表示其估计值.

为便于后续稳定性分析, 对 $\delta_i(t)$ 和 $\kappa_1(t)$ 进行如下处理: 基于 $\delta_i(t)$ 和 $\kappa_1(t)$ 的定义, 可得 $\delta_i(t)=\hat{y}_i(t)+\kappa_1(t)-y_0(t)$, 进而 $\varphi(t)$ 可表示为 $\varphi(t)=(H\otimes I_n)(\delta(t)-\kappa_1(t))$, 控制输入 $u(t)$ 可重写为: $u(t)=-(H\otimes K_m)(\delta(t)-\kappa_1(t))$. 其中 $u(t)=(u_1(t),u_2(t),\cdots,u_N(t))^{\mathrm{T}}$. $\hat{N}^F(t)$ 和 $\hat{W}$ 的自适应律设计为 $\dot{\hat{N}}^F(t)=\dot{N}^F(t)+\upsilon_1(Q_mBM)\times\delta_i(t)$, $\dot{\hat{W}}=\upsilon_2\phi(t)(Q_mC)\delta_i(t)$ 其中 $\upsilon_1=\{\upsilon_{11},\cdots,\upsilon_{1N}\}$, $\upsilon_2=\{\upsilon_{21},\cdots,\upsilon_{2N}\}$ 为自适应增益; Q_m 为正定矩阵.

定义 1[34]**.** 若存在正常数 μ_1 和 μ_2 使得误差系统 (9) 满足

$$\mathrm{E}\{\|\delta_i(t)\|^2\}\leq\mu_1\mathrm{e}^{-\mu_2 t}\mathrm{E}\{\|\delta_i(0)\|^2\},\ \forall\delta_i(0)\in\mathbf{R}^n \tag{11}$$

则称误差系统 (9) 是均方指数稳定的.

假设 1. 拓扑图 G 是有向全连通的, 且存在以领导者为根节点的有向生成树. 此外, $(A,\ B)$ 是可稳定的.

2 稳定性分析

本节给出马尔科夫切换拓扑与虚假数据注入攻击下多智能体系统实现均方指数一致性的充分条件.

定理 1. 在假设 1 下, 对于误差系统 (9), 若存在参数 $\mu>0$, $\lambda_1>0$, $\lambda_2>0$, $\nu>0$, $b_1>0$, $0<\varepsilon<1$ 以及适当维数的正定矩阵 K_m, Q_m, O_m, P_{mr}, 使以下矩阵不等式成立, 则说明多智能体系统实现了均方指数一致性.

1) 对于 $m\in D_{uk}^m$, 有

$$\begin{bmatrix}\Gamma_{11}&\Gamma_2&\Gamma_3\\ *&\Gamma_4&0\\ *&*&\Gamma_5\end{bmatrix}<0 \tag{12}$$

$$Q_r-Q_m\leq 0\quad(\forall r\in D_{uk}^m,\ m\neq r) \tag{13}$$

$$Q_r-Q_m-P_{mr}\leq 0\quad(\forall r\in D_k^m) \tag{14}$$

其中,

$$\begin{aligned}\Gamma_{11}=&\ 2(I_N\otimes Q_mA)-2(H_m\otimes Q_mBK_m)+\\&\ \varepsilon b_1\nu(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes O_m)+I_N\otimes F^{\mathrm{T}}F+\\&\ \sum_{r\in D_k^m}(I_N\otimes((Q_r-Q_m)+2\eta_{mr}P_{mr}))\end{aligned}$$

$$\Gamma_2=\begin{bmatrix}H_m\otimes Q_mBK_m-\varepsilon b_1\nu(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes O_m)\\ \mathbf{0}_{1\times(p-1)}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\Gamma_3=\bar{\partial}(I_N\otimes Q_mBEF)$$

$$\begin{aligned}\Gamma_4=\mathrm{diag}\{&\nu(\varepsilon b_1(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes O_m)-\theta_1(I_N\otimes O_m)),\\&-\nu\theta_2(I_N\otimes O_m),\cdots,-\nu\theta_p(I_N\otimes O_m)\}\end{aligned}$$

$$\Gamma_5=-I_N\otimes I_n$$

2) 对于 $m \in D_k^m$, 有

$$\left[\begin{array}{ccc} \Gamma_{12} & \Gamma_2 & \Gamma_3 \\ * & \Gamma_4 & 0 \\ * & * & \Gamma_5 \end{array}\right] < 0 \tag{15}$$

$$Q_r - Q_\tau \leq 0 \quad (r,\, \tau \in D_{uk}^m) \tag{16}$$

$$Q_r - Q_m - P_{mr} \leq 0 \quad (\forall r \in D^m,\, m \neq r) \tag{17}$$

其中, F 为适当维数的常数矩阵, $\underline{\pi}_{mr}$ 为π_{mr} 的下界,

$$\begin{aligned} \Gamma_{12} = {} & 2(I_N \otimes Q_m A) - 2(H_m \otimes Q_m B K_m) + \\ & I_N \otimes F^{\mathrm{T}} F + \varepsilon b_1 \nu (H_m^{\mathrm{T}} H_m \otimes O_m) + \\ & \sum_{\substack{r \in D_k^m \\ m \neq r}} \underline{\pi}_{mr} (I_N \otimes ((Q_r - Q_m) + 2\eta_{mr} P_{mr})) + \\ & \underline{\pi}_r (I_N \otimes ((Q_\tau - Q_m) + 2\hat{\eta}_m P_{mr})) \end{aligned}$$

$$\hat{\eta}_m = \eta_{mm} - \sum_{\substack{r \in D_k^m \\ m \neq r}} \eta_{mr} \tag{18}$$

$$\underline{\pi}_m = -\bar{\pi}_{mm} - \sum_{\substack{r \in D_k^m \\ m \neq r}} \underline{\pi}_{mr} \tag{19}$$

$$\underline{\pi}_{mr} = \tilde{\pi}_{mr} - \eta_{mr},\ \bar{\pi}_{mr} = \tilde{\pi}_{mr} + \eta_{mr} \tag{20}$$

证明. 构造 Lyapunov 函数如下:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(\bar{\delta}(t),\, m,\, t) = {} & \mathcal{V}_1(\delta(t),\, m,\, t) + \mathcal{V}_2(\bar{\delta}(t),\, m,\, t) + \\ & \mathcal{V}_3(\tilde{N}(t),\, t) + \mathcal{V}_4(\tilde{W},\, t) \end{aligned} \tag{21}$$

其中, $\tilde{N}^F(t)$ 表示 $N^F(t)$ 的估计值, $\tilde{W}(t)$ 表示 $W(t)$ 的估计值,

$$\mathcal{V}_1(\delta(t),\, m,\, t) = \delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes Q_m)\delta(t) \tag{22}$$

$$\mathcal{V}_2(\bar{\delta}(t),\, m,\, t) = \chi(t) \tag{23}$$

$$\mathcal{V}_3(\tilde{N}^F(t),\, t) = (\tilde{N}^F(t))^{\mathrm{T}} \upsilon_{1i}^{-1} \tilde{N}^F(t) \tag{24}$$

$$\mathcal{V}_4(\tilde{W},\, t) = \tilde{W}^{\mathrm{T}} \upsilon_{2i}^{-1} \tilde{W} \tag{25}$$

$$\bar{\delta}(t) = \left[\begin{array}{cc} \delta^{\mathrm{T}}(t) & \kappa^{\mathrm{T}}(t) \end{array}\right]^{\mathrm{T}}$$

$$\kappa(t) = \left[\begin{array}{ccc} \kappa_1^{\mathrm{T}}(t) & \cdots & \kappa_p^{\mathrm{T}}(t) \end{array}\right]^{\mathrm{T}}$$

定义无穷小算子如下:

$$\begin{aligned} L\mathcal{V}(\bar{\delta}(t),\, m,\, t) = {} & \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{1}{\Delta} \{ \mathrm{E}\{ \mathcal{V}(\bar{\delta}(t+\Delta),\, x(t+\Delta), \\ & t+\Delta) | \bar{\delta}(t),\, m,\, t \} - \mathcal{V}(\bar{\delta}(t),\, m,\, t) \} \end{aligned} \tag{26}$$

其中, Δ 为增量.

可得:

$$\begin{aligned} & L\mathcal{V}_1(\delta(t),\, m,\, t) = \\ & \quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes Q_m)\dot{\delta}(t) = \\ & \quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes Q_m A)\delta(t) - \\ & \quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m \otimes Q_m B K_m)(\delta(t) - \kappa_1(t)) + \\ & \quad 2\rho(t)\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes Q_m B E)\vartheta(t) + \\ & \quad \delta^{\mathrm{T}}(t) \sum_{r=1}^{n} \pi_{mr}(I_N \otimes Q_r)\delta(t) + \\ & \quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes Q_m B M)\tilde{N}^F(t) + \\ & \quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes Q_m C)\phi^{\mathrm{T}}(x)\tilde{W} \ \leq \\ & \quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes Q_m A)\delta(t) - \\ & \quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m \otimes Q_m B K_m)\delta(t) + \\ & \quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m \otimes Q_m B K_m)\kappa_1(t) + \\ & \quad 2\bar{\partial}\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes Q_m B E F)\vartheta(t) + \\ & \quad \delta^{\mathrm{T}}(t) \sum_{r=1}^{n} \pi_{mr}(I_N \otimes Q_r)\delta(t) + \\ & \quad \delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes F^{\mathrm{T}} F)\delta(t) - \vartheta^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes I_n)\vartheta(t) + \\ & \quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes Q_m B M)\tilde{N}^F(t) + \\ & \quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes Q_m C)\phi^{\mathrm{T}}(x)\tilde{W} \end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned} & L\mathcal{V}_2(\bar{\delta}(t),\, m,\, t) \leq \\ & \quad \nu[\varepsilon b_1(\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}} H_m \otimes O_m)\delta(t) - \\ & \quad \lambda_1 \chi(t) - \varepsilon\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}} H_m \otimes O_m)\kappa_1(t) - \\ & \quad \varepsilon\kappa_1^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}} H_m \otimes O_m)\delta(t) + \\ & \quad \varepsilon\kappa_1^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}} H_m \otimes O_m)\kappa_1(t)) - \\ & \quad \sum_{z=1}^{p} \theta_z \kappa_z^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes O_m)\kappa_z(t)] \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} & L\mathcal{V}_3(\tilde{N}^F(t),\, t) = 2(\tilde{N}^F(t))^{\mathrm{T}} \upsilon_{1i}^{-1} \dot{\tilde{N}}^F(t) = \\ & -2\tilde{N}^F(t)\dot{\tilde{N}}^F(t) = -2\tilde{N}^F(t)(I_N \otimes B^{\mathrm{T}} M^{\mathrm{T}} Q_m)\delta(t) \end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned} & L\mathcal{V}_4(\tilde{W},\, t) = 2\tilde{W}^{\mathrm{T}} \upsilon_{2i}^{-1} \dot{\tilde{W}} = -2\tilde{W}^{\mathrm{T}} \dot{\tilde{W}} = \\ & \qquad -2\tilde{W}^{\mathrm{T}} \phi(t)(I_N \otimes C^{\mathrm{T}} Q_m)\delta(t) \end{aligned} \tag{30}$$

将 (27) ~ (30) 相加可得:

$$\begin{aligned} & L\mathcal{V}(\bar{\delta}(t),\, m,\, t) = \\ & \quad L\mathcal{V}_1(\delta(t),\, m,\, t) + L\mathcal{V}_2(\bar{\delta}(t),\, m,\, t) + \\ & \quad L\mathcal{V}_3(\tilde{N}^F(t),\, t) + L\mathcal{V}_4(\tilde{W}(t),\, t) \leq \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&2\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes Q_mA)\delta(t)-\\
&2\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m\otimes Q_mBK_m)\delta(t)+\\
&2\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m\otimes Q_mBK_m)\kappa_1(t)+\\
&2\bar{\partial}\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes Q_mBEF)\vartheta(t)+\\
&\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes F^{\mathrm{T}}F)\delta(t)-\vartheta^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes I_n)\vartheta(t)+\\
&\delta^{\mathrm{T}}(t)\sum_{r=1}^{n}\pi_{mr}(I_N\otimes Q_r)\delta(t)+\\
&\nu\Big[\varepsilon b_1(\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes O_m)\delta(t)-\\
&\varepsilon\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes O_m)\kappa_1(t)-\\
&\varepsilon\kappa_1^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes O_m)\delta(t)+\\
&\varepsilon\kappa_1^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes O_m)\kappa_1(t))-\\
&\sum_{z=1}^{p}\theta_z\kappa_z^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes O_m)\kappa_z(t)\Big] \qquad (31)
\end{aligned}
$$

对 $\delta^{\mathrm{T}}(t)\sum_{r=1}^{n}\pi_{mr}(I_N\otimes Q_r)\delta(t)$ 进行如下处理:

1) 若 $m\in D_{uk}^m$, 则由 $Q_r-Q_m-P_{mr}\le 0$ ($\forall r\in D_k^m$) 和 $Q_r-Q_m\le 0$ ($\forall r\in D_{uk}^m,\ m\ne r$) 可得:

$$
\begin{aligned}
&\sum_{r\in D_k^m}\pi_{mr}Q_r+\pi_{mm}Q_m+\sum_{\substack{r\in D_k^m\\ m\ne r}}\pi_{mr}Q_r\le\\
&\sum_{r\in D_k^m}\pi_{mr}Q_r+\pi_{mm}Q_m+\sum_{\substack{r\in D_k^m\\ m\ne r}}\pi_{mr}Q_m=\\
&\sum_{r\in D_k^m}\pi_{mr}Q_r+\pi_{mm}Q_m-(\pi_{mm}+\sum_{r\in D_k^m}\pi_{mr})Q_m=\\
&\sum_{r\in D_k^m}\pi_{mr}(Q_r-Q_m)=\\
&\sum_{r\in D_k^m}(\underline{\pi}_{mr}+\eta_{mr}+\Delta_{mr})(Q_r-Q_m)=\\
&\sum_{r\in D_k^m}(\underline{\pi}_{mr}(Q_r-Q_m)+(\eta_{mr}+\Delta_{mr})(Q_r-Q_m))
\end{aligned}
\qquad (32)
$$

由 $P_{mr}\ge 0$ 和 $\Delta_{mr}\in[-\eta_{mr},\ \eta_{mr}]$ 可得

$$
\begin{aligned}
&(\eta_{mr}+\Delta_{mr})(Q_r-Q_m)\le\\
&\quad(\eta_{mr}+\Delta_{mr})P_{mr}\le 2\eta_{mr}P_{mr},\ \ \forall r\in D_k^m
\end{aligned}
$$

推导得出 $\delta^{\mathrm{T}}(t)\sum_{r=1}^{n}\pi_{mr}(I_N\otimes Q_r)\delta(t)$, 满足下式:

$$
\begin{aligned}
&\delta^{\mathrm{T}}(t)\sum_{r=1}^{n}\pi_{mr}(I_N\otimes Q_r)\delta(t)\le\\
&\quad\delta^{\mathrm{T}}(t)\sum_{r\in D_k^m}(\underline{\pi}_{mr}(I_N\otimes((Q_r-Q_m)+2\eta_{mr}P_{mr})))\delta(t)
\end{aligned}
\qquad (33)
$$

将其代入 Lyapunov 导数表达式, (31) 可重写为:

$$
\begin{aligned}
&L\mathcal{V}(\bar{\delta}(t),\ m,\ t)=\\
&\quad L\mathcal{V}_1(\delta(t),\ m,\ t)+L\mathcal{V}_2(\bar{\delta}(t),\ m,\ t)+\\
&\quad L\mathcal{V}_3(\tilde{N}^F(t),\ t)+L\mathcal{V}_4(\tilde{W}(t),\ t)\le\\
&\quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes Q_mA)\delta(t)-\\
&\quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m\otimes Q_mBK_m)\delta(t)+\\
&\quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m\otimes Q_mBK_m)\kappa_1(t)+\\
&\quad 2\bar{\partial}\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes Q_mBEF)\vartheta(t)+\\
&\quad \delta^{\mathrm{T}}(t)\sum_{r\in D_k^m}(\underline{\pi}_{mr}(I_N\otimes((Q_r-Q_m)+\\
&\quad 2\eta_{mr}P_{mr})))\delta(t)+\\
&\quad \delta^{\mathrm{T}}(t)\underline{\pi}_r(I_N\otimes((Q_\tau-Q_m)+2\hat{\eta}_mP_{mr}))\delta(t)+\\
&\quad \nu\Big[\varepsilon b_1(\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes O_m)\delta(t)-\\
&\quad \varepsilon\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes O_m)\kappa_1(t)-\\
&\quad \varepsilon\kappa_1^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes O_m)\delta(t)+\\
&\quad \varepsilon\kappa_1^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes O_m)\kappa_1(t))-\\
&\quad \sum_{z=1}^{p}\theta_z\kappa_z^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes O_m)\kappa_z(t)\Big]
\end{aligned}
\qquad (34)
$$

结合 (12) 和 (31), 可推出 $L\mathcal{V}(\bar{\delta}(t),\ m,\ t)<0$.

2) 若 $m\in D_k^m$, 由 $Q_r-Q_\tau\le 0$ ($r,\ \tau\in D_{uk}^m$) 和 $Q_r-Q_m-P_{mr}\le 0$ 有

$$
\begin{aligned}
&\sum_{\substack{r\in D_k^m\\ m\ne r}}\pi_{mr}Q_r+\pi_{mm}Q_m+\sum_{r\in D_{uk}^m}\pi_{mr}Q_r=\\
&\quad\sum_{\substack{r\in D_k^m\\ m\ne r}}\pi_{mr}(Q_r-Q_m)+\sum_{r\in D_{uk}^m}\pi_{mr}(Q_r-Q_m)\le\\
&\quad\sum_{\substack{r\in D_k^m\\ m\ne r}}\pi_{mr}(Q_r-Q_m)+\sum_{r\in D_{uk}^m}\pi_{mr}(Q_\tau-Q_m)\le\\
&\quad\sum_{\substack{r\in D_k^m\\ m\ne r}}[\underline{\pi}_{mr}(Q_r-Q_m)+2\eta_{mr}P_{mr}]+\\
&\quad\sum_{r\in D_{uk}^m}[\underline{\pi}_{mr}(Q_\tau-Q_m)+2\eta_{mr}P_{mr}]\le\\
&\quad\sum_{\substack{r\in D_k^m\\ m\ne r}}[\underline{\pi}_{mr}(Q_r-Q_m)+2\eta_{mr}P_{mr}]+\\
&\quad\underline{\pi}_r(Q_\tau-Q_m)+2\hat{\eta}_mP_{m\tau}
\end{aligned}
\qquad (35)
$$

其中, P_{mr} 为正定矩阵.

因为 $\pi_{mm}=-\sum_{r\in D_k^m,\ m\ne r}\pi_{mr}-\sum_{r\in D_{uk}^m}\pi_{mr}$, 有下式成立:

$$\begin{cases} \sum\limits_{r\in D_{uk}^m}\underline{\pi}_{mr}=-\bar{\pi}_{mm}-\sum\limits_{\substack{r\in D_k^m\\ m\neq r}}\underline{\pi}_{mr}=\underline{\pi}_m \\ \sum\limits_{r\in D_{uk}^m}\bar{\pi}_{mr}=-\underline{\pi}_{mm}-\sum\limits_{\substack{r\in D_k^m\\ m\neq r}}\bar{\pi}_{mr} \\ \sum\limits_{r\in D_{uk}^m}\eta_{mr}=\dfrac{1}{2}\left(-\sum\limits_{r\in D_{uk}^m}\underline{\pi}_{mr}+\sum\limits_{r\in D_{uk}^m}\bar{\pi}_{mr}\right)= \\ \quad\dfrac{1}{2}\left(\bar{\pi}_{mm}+\sum\limits_{\substack{r\in D_k^m\\ m\neq r}}\underline{\pi}_{mr}-\underline{\pi}_{mm}-\sum\limits_{\substack{r\in D_k^m\\ m\neq r}}\bar{\pi}_{mr}\right)= \\ \quad\eta_{mm}-\sum\limits_{\substack{r\in D_k^m\\ m\neq r}}\eta_{mr}=\hat{\eta}_m \end{cases}$$

进而推导得出:

$$\begin{aligned} &\delta^{\mathrm{T}}(t)\sum_{r=1}^{n}\pi_{mr}(I_N\otimes Q_r)\delta(t)\ \leq \\ &\quad\sum_{\substack{r\in D_k^m\\ m\neq r}}[\underline{\pi}_{mr}(I_N\otimes((Q_r-Q_m)+2\eta_{mr}P_{mr}))]+ \\ &\quad\underline{\pi}_r(I_N\otimes((Q_\tau-Q_m)+2\hat{\eta}_mP_{mr})) \end{aligned} \tag{36}$$

将其代入 Lyapunov 导数表达式, (31) 可重写为:

$$\begin{aligned} &L\mathcal{V}(\bar{\delta}(t),\ m,\ t)= \\ &\quad L\mathcal{V}_1(\delta(t),\ m,\ t)+L\mathcal{V}_2(\bar{\delta}(t),\ m,\ t)+ \\ &\quad L\mathcal{V}_3(\tilde{N}^F(t),\ t)+L\mathcal{V}_4(\tilde{W}(t),\ t)\leq \\ &\quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes Q_mA)\delta(t)- \\ &\quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m\otimes Q_mBK_m)\delta(t)+ \\ &\quad 2\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m\otimes Q_mBK_m)\kappa_1(t)+ \\ &\quad 2\bar{\partial}\delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes Q_mBEF)\vartheta(t)+ \\ &\quad \delta^{\mathrm{T}}(t)\sum_{\substack{r\in D_k^m\\ m\neq r}}\underline{\pi}_{mr}(I_N\otimes((Q_r-Q_m)+2\eta_{mr}P_{mr}))\delta(t)+ \\ &\quad \delta^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes F^{\mathrm{T}}F)\delta(t)-\vartheta^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes I_n)\vartheta(t)+ \\ &\quad \delta^{\mathrm{T}}(t)\underline{\pi}_r(I_N\otimes((Q_\tau-Q_m)+2\hat{\eta}_mP_{mr}))\delta(t)+ \\ &\quad \Bigg[\nu\varepsilon b_1(\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes O_m)\delta(t)- \\ &\quad \varepsilon b_1\delta^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes O_m)\kappa_1(t)- \\ &\quad \varepsilon b_1\kappa_1^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes O_m)\delta(t)+ \\ &\quad \varepsilon b_1\kappa_1^{\mathrm{T}}(t)(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes O_m)\kappa_1(t))- \\ &\quad \sum_{z=1}^{p}\theta_z\kappa_z^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes O_m)\kappa_z(t)\Bigg] \end{aligned} \tag{37}$$

根据 (15) 和 (37) 可推出 $L\mathcal{V}(\bar{\delta}(t),\ m,\ t)<0$. 对该不等式取数学期望可知, 存在任意小的常数 α, 使得下式成立:

$$\mathrm{E}\left\{L\mathcal{V}(\bar{\delta}(t),\ m,\ t)\right\}\leq-\alpha\mathrm{E}\left\{\mathcal{V}(\bar{\delta}(t),\ m,\ t)\right\} \tag{38}$$

定义函数 $Y(t)=\mathrm{e}^{\beta t}\mathcal{V}(t)$, β 为待定标量. 由此可得如下表达式:

$$LY(t)=\mathrm{e}^{\beta t}[\beta\mathcal{V}(t)+L\mathcal{V}(t)] \tag{39}$$

对式 (39) 在区间 $[0,\ T]$ 上积分并取数学期望, 可得:

$$\begin{aligned} &\mathrm{E}\{\mathcal{V}(T)\}-\mathrm{E}\{\mathcal{V}(0)\}= \\ &\qquad\int_0^T\beta\mathrm{e}^{\beta t}\mathrm{E}\{\mathcal{V}(t)\}\mathrm{d}t+\int_0^T\mathrm{e}^{\beta t}\mathrm{E}\{\mathcal{V}(t)\}\mathrm{d}t \end{aligned} \tag{40}$$

由文献 [33] 的分析方法可知, 对于任意 $T>0$, 均存在标量 ξ 满足:

$$\mathrm{E}\{\mathcal{V}(T)\}\leq\xi\mathrm{e}^{-\beta t}\mathrm{E}\{\|\delta(0)\|^2\} \tag{41}$$

由于 $\mathcal{V}(T)\geq\varsigma\delta^{\mathrm{T}}(0)\delta(0)$, 这里

$$\varsigma=\min_{m=1,\ 2,\ \cdots,\ s}\{\lambda_{\min}(Q_m)\}$$

$\lambda_{\min}$ 为最小特征值, 因此可得:

$$\mathrm{E}\{\|\delta(T)\|^2\}\leq\frac{\xi}{\varsigma}\mathrm{e}^{-\beta t}\mathrm{E}\{\|\delta(0)\|^2\} \tag{42}$$

综上, 根据定义 1 可知, 多智能体系统 (3) 在定理 1 成立的条件下实现均方指数一致性. □

定理 2. 在假设 1 下, 对于误差系统 (9), 若存在参数 $\mu>0$, $\lambda_1>0$, $\lambda_2>0$, $\nu>0$, $b_1>0$, $0<\varepsilon<1$ 以及适当维数的正定矩阵 $\tilde{K}_m$, $\tilde{Q}_m$, $\tilde{O}_m$, $\tilde{P}_{mr}$ 使以下矩阵不等式成立, 则说明多智能体系统实现了均方指数一致性.

1) 对于 $m\in D_{uk}^m$, 有

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Gamma}_{11} & \tilde{\Gamma}_2 & \tilde{\Gamma}_3 & \Pi_1 \\ * & \tilde{\Gamma}_4 & 0 & 0 \\ * & * & \tilde{\Gamma}_5 & 0 \\ * & * & * & -\Omega_1 \end{bmatrix}<0 \tag{43}$$

$$\begin{bmatrix} -\tilde{Q}_m-\tilde{P}_{mr} & \tilde{Q}_m \\ * & -\tilde{Q}_r \end{bmatrix}\leq 0\quad(\forall r\in D_k^m) \tag{44}$$

$$\begin{bmatrix} -\tilde{Q}_m & \tilde{Q}_m \\ * & -\tilde{Q}_r \end{bmatrix}\leq 0\quad(\forall r\in D_{uk}^m,\ m\neq r) \tag{45}$$

其中,

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{11}=&\,2(I_N\otimes A\tilde{Q}_m)+\varepsilon b_1\nu(H_m^{\mathrm{T}}H_m\otimes\tilde{O}_m)+ \\ &\sum_{r\in D_{uk}^m}(\underline{\pi}_{mr}(I_N\otimes(-\tilde{Q}_m+2\eta_{mr}\tilde{P}_{mr})))- \\ &2(H_m\otimes B\tilde{K}_m) \end{aligned}$$

$$\tilde{\Gamma}_2 = \left[\begin{array}{c} H_m \otimes B\tilde{K}_m - \varepsilon b_1 \nu (H_m^{\mathrm{T}} H_m \otimes \tilde{O}_m) \\ \mathbf{0}_{1\times(p-1)} \end{array}\right]^{\mathrm{T}}$$

$$\tilde{\Gamma}_3 = \bar{\partial}(I_N \otimes BEF)$$

$$\tilde{\Gamma}_4 = \mathrm{diag}\{\nu(\varepsilon b_1 (H_m^{\mathrm{T}} H_m \otimes \tilde{O}_m) - \theta_1 (I_N \otimes \tilde{O}_m)), - \nu\theta_2 (I_N \otimes \tilde{O}_m),\ \cdots,\ -\nu\theta_p (I_N \otimes \tilde{O}_m)\}$$

$$\tilde{\Gamma}_5 = -I_N \otimes I_n$$

$$\Pi_1 = [\sqrt{\underline{\pi}_{mk_1}}(I_N \otimes \tilde{Q}_m),\ \cdots,\ \sqrt{\underline{\pi}_{mk_d}}(I_N \otimes \tilde{Q}_m),\ I_N \otimes \tilde{Q}_m]_{d+1}$$

$$\Omega_1 = \mathrm{diag}\{I_N \otimes \tilde{Q}_{k_1},\ \cdots,\ I_N \otimes \tilde{Q}_{k_d}, (I_N \otimes F^{\mathrm{T}} F)^{-1}\}_{d+1}$$

2) 对于 $m \in D_k^m$, 有

$$\left[\begin{array}{cccc} \tilde{\Gamma}_{12} & \tilde{\Gamma}_2 & \tilde{\Gamma}_3 & \Pi_2 \\ * & \tilde{\Gamma}_4 & 0 & 0 \\ * & * & \tilde{\Gamma}_5 & 0 \\ * & * & * & -\Omega_2 \end{array}\right] < 0 \tag{46}$$

$$\left[\begin{array}{cc} -\tilde{Q}_m - \tilde{P}_{mr} & \tilde{Q}_m \\ * & -\tilde{Q}_r \end{array}\right] \le 0\ \ (\forall r \in D^m,\ m \ne r) \tag{47}$$

$$\left[\begin{array}{cc} -\tilde{Q}_\tau & \tilde{Q}_\tau \\ * & -\tilde{Q}_r \end{array}\right] \le 0\quad (r,\ \tau \in D_{uk}^m) \tag{48}$$

其中,

$$\tilde{\Gamma}_{12} = 2(I_N \otimes A\tilde{Q}_m) + \varepsilon b_1 \nu (H_m^{\mathrm{T}} H_m \otimes \tilde{O}_m) + \sum_{\substack{r\in D_k^m \\ m\ne r}} \left[\underline{\pi}_{mr}(I_N \otimes (-\tilde{Q}_m + 2\eta_{mr}\tilde{P}_{mr}))\right] + \underline{\pi}_m (I_N \otimes (-\tilde{Q}_m + 2\hat{\eta}_m \tilde{P}_{m\tau})) - 2(H_m \otimes B\tilde{K}_m)$$

$$\Pi_2 = [\sqrt{\underline{\pi}_{mk_1}}(I_N \otimes \tilde{Q}_m),\ \cdots,\ \sqrt{\underline{\pi}_{mk_{m-1}}}(I_N \otimes \tilde{Q}_m), \sqrt{\underline{\pi}_{mk_{m+1}}}(I_N \otimes \tilde{Q}_m),\ \cdots,\ \sqrt{\underline{\pi}_{mk_d}}(I_N \otimes \tilde{Q}_m), \sqrt{\underline{\pi}_m}(I_N \otimes \tilde{Q}_m),\ I_N \otimes \tilde{Q}_m]_{d+1}$$

$$\Omega_2 = \mathrm{diag}\{I_N \otimes \tilde{Q}_{k_1}, \cdots, I_N \otimes \tilde{Q}_{k_{m-1}},\ I_N \otimes \tilde{Q}_{k_{m+1}}, \cdots,\ I_N \otimes \tilde{Q}_{k_d},\ I_N \otimes \tilde{Q}_\tau,\ (I_N \otimes F^{\mathrm{T}} F)^{-1}\}_{d+1}$$

证明. 令 $\tilde{Q}_m = Q_m^{-1}$, $\tilde{O}_m = Q_m^{-1} O_m Q_m^{-1}$, $\tilde{K}_m = K_m Q_m^{-1}$, $\tilde{P}_{mr} = Q_m^{-1} P_{mr} Q_m^{-1}$. 将 (12)、(15) 两边乘以 $\mathrm{diag}\{Q_m^{-1},\ \ Q_m^{-1},\ \ I_n\}$ 得到 (43)、(46), 将 (13)、(16) 两边乘以 Q_m^{-1} 得到 (44)、(47). 同理, 将 (14)、(17) 两边乘以 Q_τ^{-1} 得到 (45)、(48). 由此可证明, 在虚假数据注入攻击与马尔科夫切换拓扑下, 多智能体系统 (3) 实现了均方指数一致性. □

定理 3. 多智能体系统 (3) 在实现一致性的过程中不会出现芝诺行为.

证明. 根据 (5) 和 (9) 可以得到触发误差的导数:

$$\begin{aligned} &\sum_{z=1}^{p} \theta_z \dot{\kappa}_z(t) = \\ &\quad \theta_1 \dot{\kappa}_1(t) + \sum_{z=2}^{p} \theta_z \dot{\kappa}_z(t) = \\ &\quad \theta_1 (A\kappa_1(t) + Bu_i^\dagger(t)) + (1-\theta_1)\dot{\omega}_i(t) = \\ &\quad \theta_1 (A\kappa_1(t) + Bu_i^\dagger(t)) + \\ &\quad (1-\theta_1)(A\omega_i(t) + Bu_i^\dagger(t)) = \\ &\quad \theta_1 A\kappa_1(t) + (1-\theta_1)A\omega_i(t) + Bu_i^\dagger(t) \end{aligned} \tag{49}$$

进一步有:

$$\sum_{z=1}^{p} \theta_z \left\|\dot{\kappa}_z(t)\right\| \le \theta_1 \|A\| \left\|\kappa_1(t)\right\| + \|B\| \left\|u_i^\dagger(t)\right\| + (1-\theta_1)\|A\| \left\|\omega_i(t)\right\| \tag{50}$$

令 $C = (1-\theta_1)\|A\|\left\|\omega_i(t)\right\| + \|B\|\left\|u_i^\dagger(t)\right\|$, 分两种情况讨论:

1) 若 $\|A\| \ne 0$, 此时有

$$\sum_{z=1}^{p} \theta_z \left\|\dot{\kappa}_z(t)\right\| \le \theta_1 \|A\| \left\|\kappa_1(t)\right\| + C \tag{51}$$

推导得:

$$\sum_{z=1}^{p} \theta_z \left\|\kappa_z(t)\right\| \le \frac{C}{\theta_1 \|A\|} (\mathrm{e}^{\theta_1 \|A\| (t - t_k^i)} - 1) \tag{52}$$

结合事件触发策略 (6), 第 $k+1$ 个触发时刻有下式成立:

$$\sum_{z=1}^{p} \theta_z \kappa_z^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes O_m)\kappa_z(t) \ge \frac{\chi(0)}{\mu} \mathrm{e}^{-(\lambda_1 + \frac{1}{\mu})t_{k+1}^i} + \varepsilon h(t)\varphi^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes O_m)\varphi(t) \tag{53}$$

根据矩阵性质, 得出

$$\sum_{z=1}^{p} \theta_z \max_{m\in D}\{\lambda_{\max}(O_m)\}\left\|\kappa_z(t)\right\|^2 \ge \sum_{z=1}^{p} \theta_z \kappa_z^{\mathrm{T}}(t)(I_N \otimes O_m)\kappa_z(t) \tag{54}$$

其中 $\lambda_{\max}$ 为最大特征值.

根据 (49) 和 (51) 推导得出:

$$\max_{m\in D}\{\lambda_{\max}(O_m)\}\left(\frac{C}{\theta_1\|A\|}(\mathrm{e}^{\theta_1\|A\|(t-t_k^i)}-1)\right)^2\geq \varepsilon h(t)\varphi^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes O_m)\varphi(t)+\frac{\chi(0)}{\mu}\mathrm{e}^{-(\lambda_1+\frac{1}{\mu})t_{k+1}^i} \tag{55}$$

因此, 可推出下式成立:

$$t_{k+1}^i-t_k^i\geq\frac{1}{\theta_1\|A\|}\ln\left(1+\frac{\theta_1\|A\|\sqrt{G}}{C\sqrt{Y}}\right) \tag{56}$$

其中 $G=\varepsilon h(t)\varphi^{\mathrm{T}}(t)(I_N\otimes O_m)\varphi(t)+(\chi(0)/\mu)\times\mathrm{e}^{-(\lambda_1+\frac{1}{\mu})t_{k+1}^i}$, $Y=\max_{m\in D}\{\lambda_{\max}(O_m)\}$.

2) 若 $\|A\|=0$, 此时有

$$\sum_{z=1}^{p}\theta_z\|\dot{\kappa}_z(t)\|\leq C \tag{57}$$

进而有:

$$\sum_{z=1}^{p}\theta_z\|\kappa_z(t)\|\leq C(t-t_k^i) \tag{58}$$

结合 (53) 和 (55) 得出:

$$Y(C(t-t_k^i))^2\geq G \tag{59}$$

因此, 可推出下式成立:

$$t_{k+1}^i-t_k^i\geq\frac{\sqrt{G}}{C\sqrt{Y}} \tag{60}$$

综上, 两种情况下触发间隔均恒大于 0, 故系统无芝诺行为. □

3　仿真实验

考虑由 1 个领导者和 5 个跟随者构成的多智能体系统, 其通信拓扑服从马尔科夫切换特性且遭受虚假数据注入攻击. 相关系统参数设置如下: $\varepsilon=0.25$, $\mu=3$, $\lambda_1=0.80$, $\lambda_2=1.00$, $\nu=0.10$, $\theta_1=0.80$, $\theta_2=0.15$, $\theta_3=0.05$, $b_1=0.01$, $T_s=0.50$ s, $\iota_0=0.80$, $\iota_1=0.80$, $\iota_2=0.90$, $\iota_3=0.30$, $\iota_4=0.30$, $\iota_5=1.30$, $\eta_{11}=0.50$, $\eta_{23}=0.35$, $\eta_{33}=0.45$.

$$A=\begin{bmatrix}-5.2 & 1.0\\ 0.1 & -4.4\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}-1.2 & 0\\ 0 & -0.4\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}-2.1\\ 1.1\end{bmatrix},\ M=\begin{bmatrix}1.0\\ 1.0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}},\ E=\begin{bmatrix}1.0\\ 1.0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

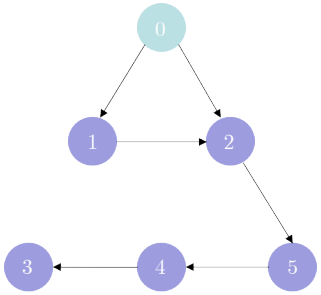
$$\Pi=\begin{bmatrix}-4.0+\Delta_{11} & ? & ?\\ ? & ? & 3.5+\Delta_{23}\\ ? & ? & -1.8+\Delta_{33}\end{bmatrix}$$

多智能体系统的通信拓扑在图 1 的三种拓扑模式之间随机切换.

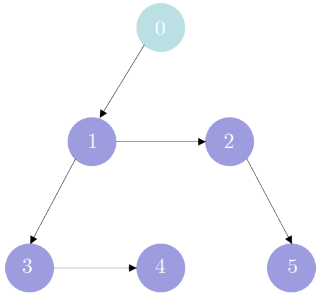
基于该拓扑信息, 推导得到对应的拉普拉斯矩阵:

$$L_1=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

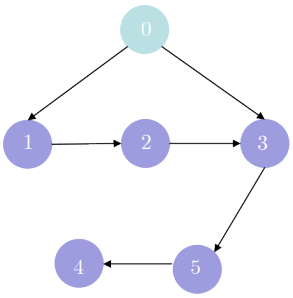
$$L_2=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$



拓扑 1



拓扑 2



拓扑 3

图 1　MASs 拓扑结构

Fig. 1　Topology corresponding to MASs

$$L_3=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\-1&1&0&0&0\\0&-1&1&0&0\\0&0&0&1&-1\\0&0&-1&0&1\end{bmatrix}$$

领导者与跟随者的连接矩阵为: $C_1=\mathrm{diag}\{1,\ 1,\ 0,\ 0,\ 0\}$, $C_2=\mathrm{diag}\{1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0\}$, $C_3=\mathrm{diag}\{1,\ 0,1,\ 0,\ 0\}$.

根据定理 2, 可以推导出事件触发矩阵、增益矩阵以及自适应增益如下:

$$K_1=\begin{bmatrix}-0.077\,0 & 0.041\,9\end{bmatrix}$$

$$K_2=\begin{bmatrix}-0.089\,2 & 0.048\,5\end{bmatrix}$$

$$K_3=\begin{bmatrix}-0.065\,4 & 0.035\,5\end{bmatrix}$$

$$\Omega_1=\begin{bmatrix}0.084\,4 & -0.005\,2\\-0.005\,2 & 0.079\,2\end{bmatrix}$$

$$\Omega_2=\begin{bmatrix}0.112\,5 & -0.008\,2\\-0.008\,2 & 0.103\,8\end{bmatrix}$$

$$\Omega_3=\begin{bmatrix}0.060\,5 & -0.004\,4\\-0.004\,4 & 0.055\,8\end{bmatrix}$$

$$\upsilon_{11}=9.0,\ \upsilon_{12}=\upsilon_{13}=\upsilon_{14}=\upsilon_{15}=10.0$$

$$\upsilon_{21}=1.7,\ \upsilon_{22}=\upsilon_{23}=1.7,\ \upsilon_{24}=\upsilon_{25}=1.5$$

各智能体的初始状态设置为:

$$\omega_0(0)=\begin{bmatrix}-3.1 & 1.7\end{bmatrix}^{\mathrm{T}},\ \omega_1(0)=\begin{bmatrix}-2.1 & 1.0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$\omega_2(0)=\begin{bmatrix}2.5 & -2.7\end{bmatrix}^{\mathrm{T}},\ \omega_3(0)=\begin{bmatrix}-2.3 & 1.5\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$\omega_4(0)=\begin{bmatrix}2.1 & -1.7\end{bmatrix}^{\mathrm{T}},\ \omega_5(0)=\begin{bmatrix}-1.5 & 1.5\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

动态参数 $\chi_i(t)$ 的初始值设置为 $\chi_1(0)=70$, $\chi_2(0)=60$, $\chi_3(0)=65$, $\chi_4(0)=55$, $\chi_5(0)=50$.

虚假数据注入攻击概率设置为 0.5. 攻击模型 $\vartheta(\delta_i(t))$、非线性函数 $f(\omega_i(t),\ t)$ 和故障模型 $P(t)$ 描述如下:

$$\vartheta(\delta_i(t))=\begin{bmatrix}\tanh(0.01\delta_i(t))\\-\tanh(0.01\delta_i(t))\end{bmatrix}$$

$$f(\omega_i(t),\ t)=\begin{bmatrix}0.1\cos(\omega_i(t))\\-0.1\sin(\omega_i(t))\end{bmatrix}$$

$$P(t)=\begin{cases}0, & t<8\ \mathrm{s}\\2, & 8\ \mathrm{s}\le t<20\ \mathrm{s}\end{cases}$$

图 2 和图 3 给出了系统 (3) 的状态轨迹. $t=8$ s 时执行器出现故障, 自适应控制器通过实时调整控制参数, 抑制了故障带来的不利影响, 使系统重新趋于稳定收敛.

图 4 和图 5 显示了掩码系统 (4) 的状态轨迹. 对比可知, 掩码系统的初始状态与原系统存在明显差异, 证明了本文所提隐私保护策略可有效保护初始状态信息.

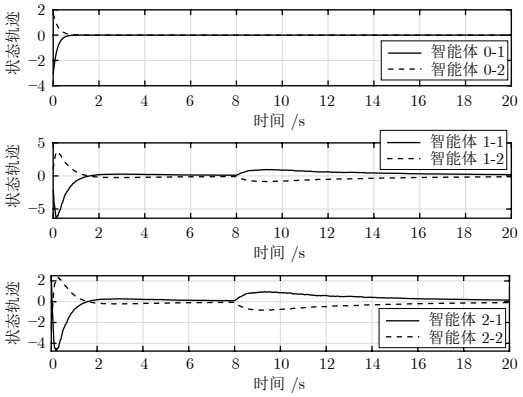


图 2 0 ~ 2 号智能体状态

Fig. 2 States of agents 0 ~ 2

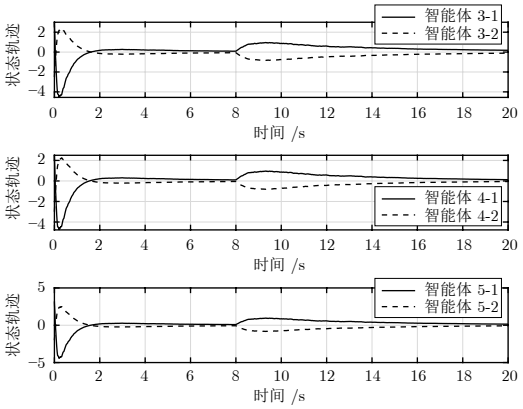


图 3 3 ~ 5 号智能体状态

Fig. 3 States of agents 3 ~ 5

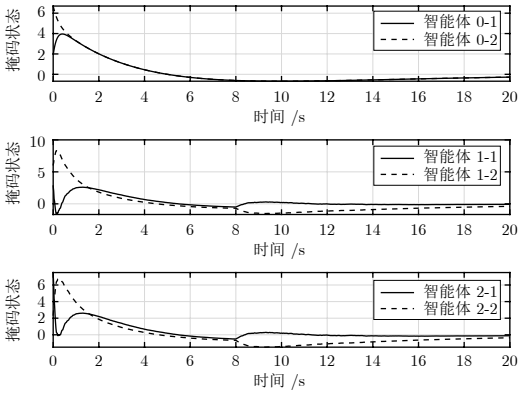


图 4 0 ~ 2 号掩码智能体状态

Fig. 4 States of masked agents 0 ~ 2

图 6 和图 7 给出了领导–跟随误差轨迹. 结果显示, 误差最终收敛至 0, 表明在虚假数据注入攻击与马尔科夫切换拓扑下, 多智能体系统仍实现了领导–跟随一致性, 验证了所提控制策略的有效性.

图 8 和图 9 分别展示了事件触发时刻与动态参数的变化过程. 结果表明, 所提动态记忆事件触发的策略实现了间歇性控制器更新, 在排除芝诺行为的同时减少了通信资源消耗.

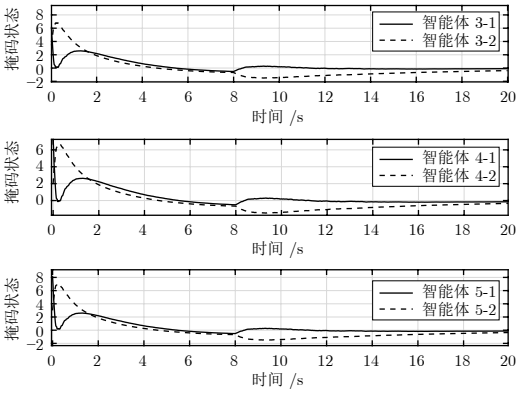


图 5　3 ~ 5 号掩码智能体状态

Fig. 5　States of the masked agents 3 ~ 5

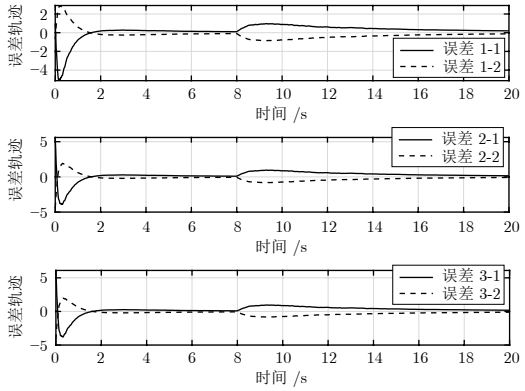


图 6　1 ~ 3 号智能体相对于 0 号的误差

Fig. 6　Errors of agents 1 ~ 3 relative to agent 0

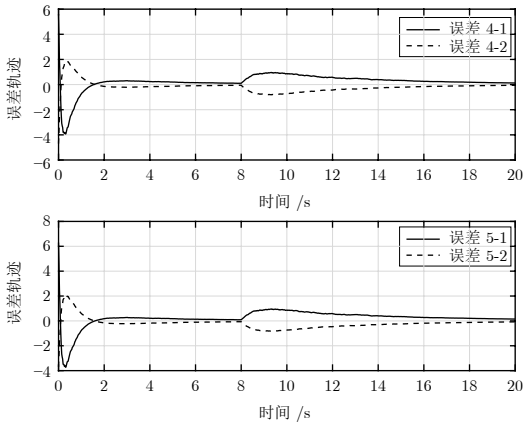


图 7　4 ~ 5 号智能体相对于 0 号的误差

Fig. 7　Errors of agents 4 ~ 5 relative to agent 0

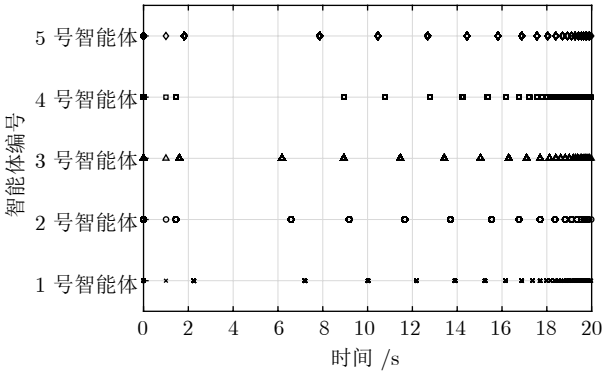


图 8　触发时刻

Fig. 8　Triggering moment

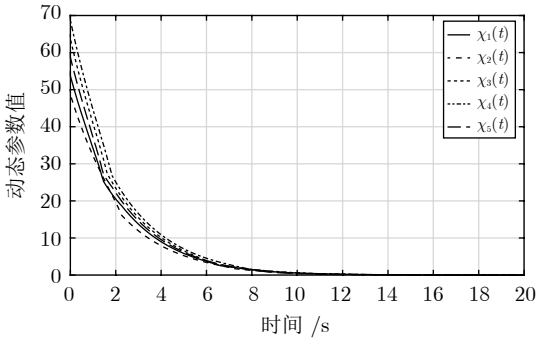


图 9　动态参数 $\chi(t)$

Fig. 9　Dynamic parameter $\chi(t)$

4　结束语

本文研究了马尔科夫切换拓扑、隐私保护与虚假数据注入攻击下多智能体系统的事件触发安全协同控制问题. 首先, 与传统马尔科夫过程不同, 本文研究的马尔科夫过程考虑了转移率不确定与未知的情况, 解决了实际场景中转移率难以精确获取的问题. 其次, 为防止信息泄露, 设计了保护时长可灵活调整的隐私保护机制, 实现了初始状态信息的安全防护. 进而, 考虑系统存在执行器故障与随机发生的虚假数据注入攻击的场景, 提出融合实时状态估计与历史触发信息的神经网络自适应事件触发策略. 最后, 通过仿真模拟对所提理论的有效性进行验证.

参考文献

1　Wang J Y, Wang G Y, Xu H L, Shan Q H, Guo Q C. Fault-tolerant formation control of multi-USVs based on event-triggered strategy under DoS attacks. *Ocean Engineering*, 2025, **330**: Article No. 121161

2 Chen X Y, Feng J E, Xu W Y, Cao J D, Qiu J L. Evolution modeling and control of networked dynamic games with event-triggering mechanism. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2025, **35**(1): Article No. 013102

3 Wen Guang-Hui, Yu Xing-Huo, Huang Ting-Wen, Zhou Yan. Fixed-time bipartite formation tracking control for multi-USV systems with uncertain model parameters. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(3): 669−677
(温广辉, 余星火, 黄廷文, 周艳. 模型参数不确定下多无人艇系统固定时间二分编队跟踪控制. 自动化学报, 2025, **51**(3): 669−677)

4 Wen G H, Duan Z S, Chen G R, Yu W W. Consensus tracking of multi-agent systems with Lipschitz-type node dynamics and switching topologies. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2014, **61**(2): 499−511

5 Li Xue, Li Wen-Ting, Du Da-Jun, Sun Qing, Fei Min-Rui. Dynamic state estimation of smart grid based on UKF under denial of service attacks. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(1): 120−131
(李雪, 李雯婷, 杜大军, 孙庆, 费敏锐. 拒绝服务攻击下基于 UKF 的智能电网动态状态估计研究. 自动化学报, 2019, **45**(1): 120−131)

6 Xu N, Wu Y H, Zong G D, Niu B, Zhao X D. Resilient adaptive secure control for MIMO switched CPSs under unknown deception attacks. *IEEE Transactions on Green Communications and Networking*, 2026, **10**: 1160−1170

7 Xu N, Tang L, Al-Barakati A A. Fixed-time optimal bipartite containment fault-tolerant control for multi-agent systems under multiple faults and saturated actuation. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2026, **245**: 242−259

8 Wen G H, Zheng W X. On constructing multiple Lyapunov functions for tracking control of multiple agents with switching topologies. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, **64**(9): 3796−3803

9 Wen G H, Yu W W, Hu G Q, Cao J D, Yu X H. Pinning synchronization of directed networks with switching topologies: A multiple Lyapunov functions approach. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, **26**(12): 3239−3250

10 Zou W C, Zhou C, Guo J, Xiang Z R. Global adaptive leader-following consensus for second-order nonlinear multiagent systems with switching topologies. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2021, **68**(2): 702−706

11 Ma J, Chen X Y, Wen G H, Wang J Y, Zhao F, Qiu J L. Dynamic memory event-triggered lag consensus of multi-UAV systems with hybrid attacks over stochastic switching topology. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, **22**: 16999−17009

12 Cheng L, Chen X Y, Zhao F, Qiu J L, Cao J D. Observer-based prescribed-time leader-follower consensus for nonlinear multiagent systems under stochastic switching topologies. *Journal of Systems Science and Complexity*, 2025, **38**(4): 1595−1613

13 Wang J Y, Zhang H G, Fu J, Liang H J, Meng Q G. Dissipativity-based consensus tracking control of nonlinear multiagent systems with generally uncertain Markovian switching topologies and event-triggered strategy. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, **53**(8): 4763−4778

14 Wang F, Hu Z, Zhou C, Lin X N. Dynamic event-triggered consensus control of multiagent systems under Markov switching topology. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, **22**: 11163−11175

15 Zuo Z Q, Cao X, Wang Y J. Security control of multi-agent systems under false data injection attacks. *Neurocomputing*, 2020, **404**: 240−246

16 Jiang Y, Niu B, Wang X, Zhao X, Wang H, Yan B. Distributed finite-time consensus tracking control for nonlinear multi-agent systems with FDI attacks and application to single-link robots. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2023, **70**(4): 1505−1509

17 Dai H, Ji L, Guo X, Zhang C, Yang S, Li H. Leader-following synchronization control of multiagent systems under hybrid cyber attacks via impulsive control based on topology switching. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, **54**(9): 5297−5308

18 Lian Z, Shi P, Lim C C, Yuan X. Fuzzy-model-based lateral control for networked autonomous vehicle systems under hybrid cyber-attacks. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, **53**(4): 2600−2609

19 Tabuada P. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, **52**(9): 1680−1685

20 Wang H T, Chen F, Wang Y Q, Shao S. Asynchronous H_∞ consensus control for singular Markov jump multi-agent systems under a sample-data-based distributed dynamic event-triggered scheme. *Information Sciences*, 2024, **676**: Article No. 120820

21 Wang Z M, Zhao F, Qi W H, Chen X Y, Qiu J L. Adaptive neural event-triggered consensus for Markov jump multi-agent systems with uncertain transition rates and actuator fault. *Journal of the Franklin Institute*, 2025, **362**(15): Article No. 107986

22 Liu K E, Ji Z J. Dynamic event-triggered consensus of general linear multi-agent systems with adaptive strategy. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, **69**(8): 3440−3444

23 Tan Y S, Liu J J, Xie X P, Tian E G, Liu J L. Dynamic-memory event-triggered sliding-mode secure control for nonlinear semi-Markov jump systems with stochastic cyber attacks. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, **22**: 202−214

24 Yang N, Fan X D, Su H. Dynamic event-triggered delayed impulsive control for stochastic T-S fuzzy complex networks under cyber attacks. *Journal of the Franklin Institute*, 2025, **362**(12): Article No. 107863

25 Huff D D, Fiacchini M, Gomes da Silva J M J. Mean square exponential stabilization of sampled-data systems subject to actuator nonlinearities, random sampling, and packet dropouts. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2024, **69**(2): 1364−1371

26 Deng Q Y, Liu K X, Zhang Y Y. Privacy-preserving consensus of double-integrator multi-agent systems with input constraints. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence*, 2024, **8**(6): 4119−4129

27 Wang M, Liang H J, Pan Y N, Xie X P. A new privacy preservation mechanism and a gain iterative disturbance observer for multiagent systems. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2024, **11**(1): 392−403

28 Wang Y F, Sun W, Su S F. Prescribed-time consensus tracking for high-order MASs with privacy protection via fully actuated system approach. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, **22**: 15599−15609

29 Guo X G, Wang B Q, Wang J L, Ahn C K, Wu Z G. Edge-event-triggered encryption-decryption observer-based control of multiagent systems for privacy protection under multiple cyber attacks. *Information Sciences*, 2023, **642**: Article No. 119128

30 Guo S, Li W, Liu Y, Song J. Privacy-preserving distributed extended Kalman filtering for graphical nonlinear systems. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2025, **12**(2): 1674−1686

31 Kabore R, Wang H. Design of fault diagnosis filters and fault-tolerant control for a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, **46**(11): 1805−1810

32 Sun K, Liu L, Qiu J, Feng G. Fuzzy adaptive finite-time fault-

tolerant control for strict-feedback nonlinear systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021, **29**(4): 786−796

33 Cheng L, Chen X Y, Yang T, Wen G H, Zhao F, Qiu J L. Observer-based adaptive prescribed performance control for vehicular platoons with actuator faults and mixed deadzone-saturation constraints. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, DOI: 10.1109/TCST.2026.3670446

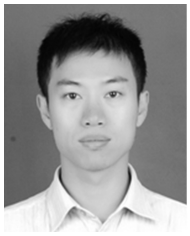
34 Mao X R. Robustness of exponential stability of stochastic differential delay equations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, **41**(3): 442−447



陈向勇 大连理工大学控制科学与工程学院和临沂大学自动化与电气工程学院教授. 主要研究方向为复杂网络控制与优化, 无人集群协同控制及应用.
E-mail: chenxiangyong@dlut.edu.cn
(**CHEN Xiang-Yong** Professor at the School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology, and the School of Automation and Electrical Engineering, Linyi University. His research interests include complex network control and optimization, unmanned cluster collaborative control and application.)



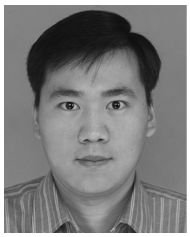
王泽明 临沂大学自动化与电气工程学院硕士研究生. 主要研究方向为多智能体系统一致性控制.
E-mail: w18753885515@163.com
(**WANG Ze-Ming** Master student at the School of Automation and Electrical Engineering, Linyi University. His main research interest is consensus control of multi-agent systems.)



赵旭东 大连理工大学控制科学与工程学院教授. 主要研究方向为多信息物理系统控制, 混杂系统控制, 多智能体系统.
E-mail: xudongzhao@dlut.edu.cn
(**ZHAO Xu-Dong** Professor at the School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology. His research interests include multi-information physical system control, hybrid system control, and multi-agent systems.)



黄廷文 深圳理工大学计算机科学与控制工程学院教授. 主要研究方向为多智能体系统, 自适应控制, 最优控制. E-mail: huangtw2024@163.com
(**HUANG Ting-Wen** Professor at the Faculty of Computer Science and Control Engineering, Shenzhen University of Advanced Technology. His research interests include multi-agent systems, adaptive control, and optimal control.)



赵 峰 临沂大学自动化与电气工程学院副教授. 主要研究方向为多随机系统稳定, 鲁棒控制, 滤波. 本文通信作者.
E-mail: fzhao1986163@163.com
(**ZHAO Feng** Associate professor at the School of Automation and Electrical Engineering, Linyi University. His research interests include multi-stochastic system stability, robust control, filtering. Corresponding author of this paper.)