

基于自适应混合网格划分的分布式粒子滤波算法

马家宁¹ 陈迪² 王建格¹ 李晓磊¹ 罗小元¹

摘 要 在分布式网络中,传统粒子滤波方法难以在估计精度与计算开销之间取得良好平衡.为此,提出一种自适应混合网格分布式粒子滤波算法.首先,引入一种基于信息论准则的自适应混合网格策略,动态优化状态空间的划分方式,使计算资源集中于后验分布的高概率区域,从而提升表示效率.其次,针对分布式信息融合,设计一种新的融合机制,使节点能够直接融合以网格权重表示的局部后验分布,有效避免参数化方法中常见的模型失配与信息损失问题,并显著降低了通信开销.此外,为保障融合过程的鲁棒性,采用对数域 Gossip 共识协议驱动融合迭代,并从理论上证明其在概率域中的收敛性.最后,蒙特卡洛仿真结果表明,相较于固定网格与高斯混合融合等基准方法,所提算法在显著降低资源消耗的同时,其估计精度最接近集中式性能上界,展现出优越的估计精度与系统可扩展性.

关键词 粒子滤波;自适应算法;随机 Gossip 算法;网格化;一致性融合

引用格式 马家宁,陈迪,王建格,李晓磊,罗小元.基于自适应混合网格划分的分布式粒子滤波算法.自动化学报,2026,52(9): 2082–2095

DOI 10.16383/j.aas.c250703 **CSTR** 32138.14.j.aas.c250703

Distributed Particle Filtering Algorithm Based on Adaptive Hybrid Mesh Partitioning

MA Jia-Ning¹ CHEN Di² WANG Jian-Ge¹ LI Xiao-Lei¹ LUO Xiao-Yuan¹

Abstract In distributed networks, traditional particle filtering methods struggle to strike a good balance between estimation accuracy and computational cost. To address this issue, this paper proposes an adaptive hybrid mesh distributed particle filtering algorithm. Firstly, it introduces an adaptive hybrid mesh strategy based on information theory criteria to dynamically optimize the partitioning of the state space, concentrating computational resources on the high-probability regions of the posterior distribution, thereby enhancing representation efficiency. Secondly, for distributed information fusion, a new fusion mechanism is designed, enabling nodes to directly fuse local posterior distributions represented by mesh weights, effectively avoiding common model mismatch and information loss problems in parametric methods and significantly reducing communication overhead. Additionally, to ensure the robustness of the fusion process, a log-domain Gossip protocol is adopted to drive the fusion iterations, and its convergence in the probability domain is theoretically proven. Monte Carlo simulation results show that, compared with fixed-mesh, Gaussian mixture fusion, and other benchmark methods, the proposed algorithm significantly reduces resource consumption while achieving estimation accuracy closest to the upper bound of centralized performance, demonstrating superior estimation accuracy and system scalability.

Keywords particle filter; adaptive algorithm; stochastic Gossip algorithm; mesh-based; consensus fusion

Citation Ma Jia-Ning, Chen Di, Wang Jian-Ge, Li Xiao-Lei, Luo Xiao-Yuan. Distributed particle filtering algorithm based on adaptive hybrid mesh partitioning. *Acta Automatica Sinica*, 2026, 52(9): 2082–2095

在传感器网络中,目标跟踪是一项关键技术,旨在利用空间分布的多个传感器协同估计一个或多个

个目标的状态^[1–3].随着未来智能制造、无人系统集群协同、广域环境监测等应用的深入发展,目标跟踪环境日益呈现高动态、强对抗与先验知识薄弱等特点.典型情况如复杂电磁环境下对高机动目标的跟踪,其运动模型往往表现出强非线性,而观测数据则常受到非高斯噪声、杂波及恶意干扰等因素污染.在此类高度非线性和非高斯系统中,卡尔曼滤波器及其衍生方法^[4–5]的性能存在固有局限,而粒子滤波器 (particle filter, PF)^[6–8]作为一种基于贝叶斯推理的序贯蒙特卡洛方法,能够通过一组带权重的随机样本近似状态后验概率密度函数,无需对系统模型线性化或对噪声分布作高斯假设,因而在理

收稿日期 2025-12-04 录用日期 2026-04-20

Manuscript received December 4, 2025; accepted April 20, 2026

国家自然科学基金 (62303021, 62473328, 62573042), 河北省自然科学基金 (F2026203105), 河北省燕赵黄金台骨干人才项目 (留学回国平台)(A2026016) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (62303021, 62473328, 62573042), Hebei Natural Science Foundation (F2026203105), and Hebei Key Talent Program (Overseas Returnee Platform) (A2026016)

本文责任编辑 曹向辉

Recommended by Associate Editor CAO Xiang-Hui

1. 燕山大学电气工程学院 秦皇岛 066000 2. 北京科技大学人工智能学院 北京 100083

1. School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066000 2. School of Artificial Intelligence, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083

论与应用上展现出显著优势。

然而随着系统结构向集群化、网络化和去中心化方向发展, 传统的集中式粒子滤波方案面临着根本性的挑战。在一个由大量节点组成的网络系统中, 将所有本地观测数据汇集到单一中央处理器进行处理的模式, 会引发严重的通信拥塞、处理延迟和可扩展性问题。此外, 这种中心化的架构还存在单点故障的风险, 降低了整个系统的鲁棒性。因此, 为适应未来智能系统的内在分布式架构, 研究能够就地计算、近邻协同的分布式粒子滤波 (distributed particle filter, DPF) 已逐渐成为一种必然^[9-20]。DPF 的核心目标是设计一种融合算法, 使得网络中的每个节点仅通过本地计算以及与邻居节点的信息交换, 便能协同地实现对全局系统状态的精确估计。

当前, 基于后验分布的分布式跟踪算法已成为一个重要的研究方向^[11-20]。现有方法在后验表示与融合机制上主要分为三类。

第一类方法将状态空间离散化, 并在网络中直接对概率分布进行平均。此类方法无需参数化假设, 即可刻画复杂与非规则形状的后验分布。一方面, 文献 [12] 在地形参考导航的研究中指出, 基于点质量模型的网格滤波通过合理设计分辨率, 能实现极高的估计精度; 另一方面, 针对非线性系统中的传感器退化问题, 文献 [13] 提出一种直接基于概率密度函数的一致性融合方法, 能显著提升系统对于时变传感器退化的鲁棒性。然而, 上述优势在实际的分布式应用中往往受限于两个因素: 首先, 由于其融合过程通常作用于单次观测更新产生的原始后验, 若缺乏有效的提纯机制, 极易导致低质量或物理不一致的估计在全局传播中放大; 其次, 这种对状态空间的传统固定划分策略在处理高维问题时, 将不可避免地引发维数灾难, 由此导致的计算与存储开销激增, 使得现有方法难以满足分布式节点对于轻量化与实时性的严苛需求。

第二类方法侧重通信效率, 通常采用参数化近似进行融合。传统做法是将局部后验近似为高斯模型或高斯混合模型, 并通过矩匹配或加权平均实现融合^[14, 20]。为进一步适应极低带宽环境, 近期的研究提出一种新的量化粒子滤波^[15]以及基于编-解码机制 (encoding-decoding) 的融合策略^[16]。这些方法通过将粒子权重或测量信息量化为有限比特流, 或者通过编码器进行深度压缩, 显著降低了网络负载。然而, 这种“压缩”或“量化”过程本质上是一种有损操作, 可能会在强非高斯分布中丢失关键的尾部细节或微小模态, 导致在目标剧烈机动或传感器退化场景下出现模型失配与跟踪发散。

第三类方法基于信息几何理论与指数族共识框架^[11], 以最小化节点间分布的 KL 散度 (Kullback-Leibler divergence, KLD) 为目标^[21], 从而保证估计的一致性与收敛性。尽管这类方法在理论上具有优美性与可解释性, 但在实际应用中面临严峻的计算挑战。无论采用高分辨率固定网格还是复杂非参数模型, 均会导致整个状态空间上的计算与通信开销激增, 尤其在高维场景下难以适用。

综上所述, 现有方法或为追求计算与通信效率而牺牲了对复杂后验分布的精确刻画能力, 或因在融合前过早进行信息压缩而丢失关键细节, 且普遍缺乏一种机制, 能够智能地将有限资源聚焦于高信息价值的区域。为克服上述局限, 本文提出一种基于自适应混合网格的轻量化几何平均 Gossip 共识方法, 其核心思想为先提纯、后融合。在局部处理阶段, 摒弃传统固定网格划分方式, 引入一种由马氏距离与信息熵联合驱动的动态网格适配机制, 在线、自适应地将计算资源集中于局部后验的高概率区域。这种表示既提升了对关键区域的解析度, 又通过稀疏化表示显著降低了高维场景下的存储与计算负担。在分布式共识阶段, 设计一种轻量化几何平均异步 Gossip 共识协议。与参数化方法在共识前进行信息压缩不同, 该协议直接基于提纯后的稀疏网格权重进行融合, 在保留完整概率信息的表征空间中完成共识, 从而避免近似操作造成的信息损失, 理论上可获得更精确的全局后验。同时, 几何平均运算天然维持了分布的稀疏性, 异步 Gossip 共识协议则赋予算法对通信延迟与节点异构性的鲁棒性。主要贡献可总结如下。

1) 提出一种自适应混合网格生成与优化机制。该机制通过融合信息熵与马氏距离, 构建一个综合细化决策指数, 据此动态调整状态空间的网格划分。它能够自适应地将计算与通信资源聚焦于后验分布的高概率区域, 实现对复杂分布的稀疏高效表示, 从根本上克服了固定网格方法的维数灾难与资源浪费问题。

2) 设计一种基于网格权重的分布式几何平均一致性融合方法。针对节点间异构网格的融合难题, 本文所提方法通过构建联合网络结构, 使节点可直接在网格权重层面进行协同更新。所采用的对数域 Gossip 共识协议与几何平均策略, 在理论上保证了算法收敛至全局一致, 并在实践中避免传统方法因反复重采样或参数化近似导致的信息损失与粒子退化, 显著提升了融合精度与鲁棒性。

3) 构建一个完整的轻量化分布式粒子滤波框架, 并进行理论分析与仿真验证。该框架将自适应

表示与无损融合有机集成,在通信开销、计算复杂度与估计精度之间实现平衡.理论分析证明了一致性过程在概率域的收敛性.仿真结果表明,与现有基准算法相比,本框架在资源消耗显著降低的同时,其估计精度最接近集中式性能上界,展现出优异的实用性与可扩展性.

后续内容组织如下:第1节介绍相关背景知识与系统模型;第2节详细阐述自适应混合网格构造方法;第3节在此基础上进一步阐述基于网格权重的分布式一致性融合方法及收敛性分析;第4节总结所提算法的流程;第5节对算法进行仿真实验与性能分析;第6节总结全文并展望未来研究方向.

1 预备知识与问题描述

1.1 问题描述

本节针对传感器网络下的运动目标跟踪问题展开探讨.该网络由 M 个节点组成,记为 $\mathcal{V} = \{1, \dots, M\}$, $\mathcal{V}$ 表示节点集,其通信拓扑由一个无向连通图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 描述, $\mathcal{E} \in \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示边集;若边 $(i, j) \in \mathcal{E}$,则表示节点 i 与节点 j 可以直接进行信息交换; $\mathcal{N}_i = \{j | (i, j) \in \mathcal{E}\}$ 表示节点 i 的邻居集.

目标的动态演化与传感器的观测过程由以下状态空间模型描述:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{g}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{u}_k \\ \mathbf{z}_{k,m} = \mathbf{h}_m(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_{k,m}, m \in \mathcal{V} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^d$ 为 k 时刻的目标状态向量; $\mathbf{z}_{k,m} \in \mathbf{R}^b$ 表示传感器 m 在 k 时刻的观测向量; d 和 b 分别为状态向量、观测向量的维数;函数 $\mathbf{g}(\cdot)$ 和 $\mathbf{h}_m(\cdot)$ 分别表示可能的非线性状态转移模型和观测模型;过程噪声 $\mathbf{u}_k$ 与观测噪声 $\mathbf{v}_{k,m}$ 均为零均值、相互独立的随机变量.

研究的核心目标是在分布式架构下,递归地估计全局后验概率密度函数 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k})$,其中 $\mathbf{z}_{1:k}$ 表示从初始时刻到 k 时刻来自所有传感器的累积观测数据.在理想的集中式场景下,该后验可通过贝叶斯递推计算:

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}) \propto p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) \times \int p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} \quad (2)$$

在观测条件独立的假设下,全局似然可分解为 $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) = \prod_{m=1}^M p(\mathbf{z}_{k,m} | \mathbf{x}_k)$.

然而,受分布式架构限制,单个节点无法获取全局观测集 $\mathbf{z}_k$.每个节点 m 仅能访问自身的本地观测 $\mathbf{z}_{k,m}$ 以及来自其直接邻居的部分信息.因此,

核心问题是如何设计一种分布式滤波框架,使所有节点仅依赖本地计算和邻居间的信息交换,即可协同、高效地近似理想的全局后验,并维持对观测不确定性的鲁棒估计能力.

1.2 网格化的局部粒子滤波

在传统粒子滤波框架中,状态的后验概率密度函数通过一组带权粒子 $\{\mathbf{x}_k^{(i)}, w_k^{(i)}\}_{i=1}^N$ 近似,即:

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \delta(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_k^{(i)}) \quad (3)$$

其中, N 为粒子总数; $w_k^{(i)}$ 为第 i 个粒子在时刻 k 的归一化权重; $\delta(\cdot)$ 是狄拉克函数,表示概率质量集中于某个点.在实际递推中,粒子通常从重要性密度函数 $p(\mathbf{x}_k^{(i)} | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)})$ 中抽取,于是,权重 $w_k^{(i)}$ 更新为:

$$w_k^{(i)} \propto w_{k-1}^{(i)} p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k^{(i)}) \quad (4)$$

并需要周期性地执行重采样以缓解粒子退化问题.

然而,在分布式场景中,各节点无法直接交换整组粒子信息,传输大量粒子坐标和权重将造成极高通信开销.为克服此限制,可采用网格化表示方法,将节点本地的粒子后验投影至状态空间的离散网格上,进而将每个网格单元内所有粒子的权重之和作为该区域的近似概率质量.受文献[11]启发,将第 m 个节点在时刻 k 的状态空间划分为 G 个互不重叠的网格单元 $\{B_{[g],k}^m\}_{g=1}^G$,其中 $B_{[g],k}^m$ 表示第 g 个单元的空间域(笛卡尔坐标范围),其体积为 $V_{[g],k}^m = \text{vol}(B_{[g],k}^m)$, vol 表示网格单元的空间大小.则第 g 个单元的累积权重可表示为:

$$a_{[g],k}^m = \sum_{i: \mathbf{x}_k^{(i)} \in B_{[g],k}^m} w_k^{(i)} \quad (5)$$

为减少通信与计算负担,仅保留大于阈值 T_{low} 的权重:

$$\tilde{a}_{[g],k}^m = a_{[g],k}^m \cdot \mathbf{I}(a_{[g],k}^m > T_{\text{low}}) \quad (6)$$

其中, $\mathbf{I}(\cdot)$ 为指示函数.当条件 $a_{[g],k}^m > T_{\text{low}}$ 成立时, $\mathbf{I}(a_{[g],k}^m > T_{\text{low}}) = 1$; 当 $a_{[g],k}^m \leq T_{\text{low}}$ 时, $\mathbf{I}(a_{[g],k}^m > T_{\text{low}}) = 0$.进一步归一化得到单元网格权重:

$$\hat{a}_{[g],k}^m = \frac{\tilde{a}_{[g],k}^m}{\sum_{u=1}^G \tilde{a}_{[u],k}^m} \quad (7)$$

第 g 个网格的概率密度近似为:

$$p_{g,k}^m(\mathbf{x}_k) \approx \frac{\hat{a}_{[g],k}^m}{V_{[g],k}^m} \quad (8)$$

节点 m 在 k 时刻的本地后验网格分布定义为:

$$\hat{C}_k^m = \left\{ \left(B_{[g],k}^m, \hat{a}_{[g],k}^m \right) \mid g = 1, \dots, G \right\} \quad (9)$$

最终其网格化后验近似为:

$$p_{\text{mesh}}^m(\mathbf{x}_k) \approx \sum_{g=1}^G \frac{\hat{a}_{[g],k}^m}{V_{[g],k}^m} \cdot \mathbf{1}\{\mathbf{x}_k \in B_{[g],k}^m\} \quad (10)$$

加权网络的二维状态空间划分如图 1 所示. 为确保多节点间的信息可融合性, 具体构建过程采用全局网格对齐机制: 设定统一的网格原点与步长, 各节点根据本地粒子集的分布范围截取相应的网格单元子集; 每个粒子根据其状态值被分配至对应单元, 该单元的概率质量即为落入其内所有粒子的权重之和. 该过程将原始粒子集合转化为有限的网格权重表示, 便于通信, 且不依赖同步机制或高斯混合模型等参数化假设.

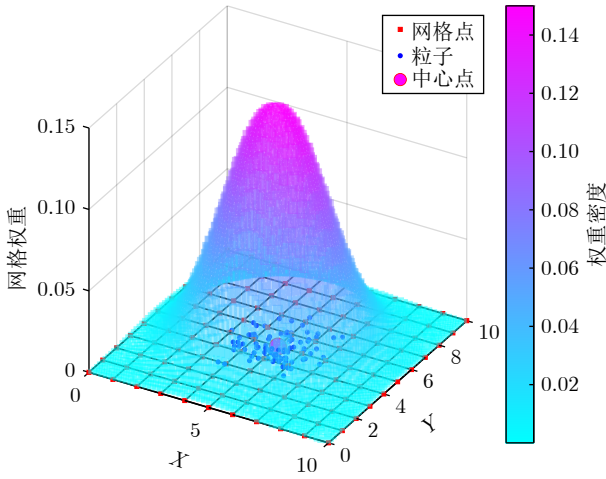


图 1 加权网络的二维状态空间划分

Fig.1 Two-dimensional state space partition with weighted meshes

2 自适应混合网格构造方法

固定网格方法在粒子分布高度非均匀时存在明显局限^[11]: 在高概率区域分辨率不足, 而在低概率区域则过度离散, 导致整体表示效率低下. 若为提高精度而全局提高网格分辨率, 又会在高维场景下引发维数灾难. 为解决分布式粒子滤波中固定网格划分与效率之间的固有矛盾, 提出一种基于粒子分布特性的自适应混合网格构造方法. 通过实时评估粒子集在状态空间中的分布特性, 将粒子分布的不确定性与系统预测-观测匹配度两个指标进行融合, 生成统一的决策指数, 动态调整网格分辨率. 其核心思想是在高概率区域自动细化网格; 在低概率区域合并或粗化网格, 并结合权重阈值, 在保证后验

表示精度的同时实现稀疏化表达, 达成计算资源的最优配置, 从而显著降低了分布式融合场景中的通信开销.

2.1 网格初始化

设目标状态向量 $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^d$, 其取值范围构成状态空间 Ω . 在初始时刻 $k = 0$, 对状态空间 Ω 进行均匀划分以构建基准网格结构. 首先, 依据预设的基准分辨率参数 mesh_0 , 确定各维度上网格单元的初始尺度 $\Delta^{(0)}$, 整个状态空间被划分为 G_0 个互不重叠的初始单元 $\{B_{[g]}^{(0)}\}_{g=1}^{G_0}$. 为便于稀疏存储和高效索引, 每个单元依据其在各维度上的格点坐标被赋予唯一的全局 ID.

同时, 初始化一组基准参数, 包括细化阈值 $\tau_{\text{ref}}^{(0)}$ 、粗化阈值 $\tau_{\text{coa}}^{(0)}$ 、最大细化单元数 $N_{\text{max}}^{(0)}$ 以及细化倍数范围 $[F_{\text{min}}, F_{\text{max}}]$. 其中, F_{min} 和 F_{max} 分别对应最低和最高分辨率等级. 这些参数将作为后续动态调整的静态基准.

2.2 自适应调整机制

本文方法的核心在于网络的自适应调整机制, 其决策依据来源于对节点 m 在时刻 k 的粒子滤波状态的两个维度评估.

2.2.1 分布不确定性度量

研究采用信息熵作为量化指标. 参考式 (8), 在时刻 k 对节点 m 的第 g 个单元的概率密度归一化, 得到 $p_{g,k}^m$. 则系统的离散信息熵 $H^m(k)$ 及其归一化值 $H_{\text{ratio}}^m(k)$ 分别为:

$$H^m(k) = - \sum_{g=1}^G p_{g,k}^m \ln p_{g,k}^m \quad (11)$$

$$H_{\text{ratio}}^m(k) = \frac{H^m(k)}{H_{\text{max}}} = \frac{H^m(k)}{\ln G_k} \in [0, 1] \quad (12)$$

其中 G_k 是当前时刻的网格单元总数, H_{max} 为离散均匀分布下的最大熵.

2.2.2 预测-观测匹配度量

研究采用马氏距离 $D_M^m(k)$ 来度量节点 m 的预测观测值 $\hat{\mathbf{z}}_{k,m}$ 与实际观测值 $\mathbf{z}_{k,m}$ 在时刻 k 的统计偏差:

$$D_M^m(k) = \sqrt{(\mathbf{z}_{k,m} - \hat{\mathbf{z}}_{k,m})^T (\mathbf{R}^m)^{-1} (\mathbf{z}_{k,m} - \hat{\mathbf{z}}_{k,m})} \quad (13)$$

$$D_{M,\text{ratio}}^m(k) = \min \left(\frac{D_M^m(k)}{D_{M,\text{ref}}^m}, 1 \right) \quad (14)$$

其中, $\mathbf{R}^m$ 为节点 m 的观测噪声协方差矩阵; $D_{M,\text{ratio}}^m$

为节点 m 的归一化马氏距离, 用于量化预测观测值与实际观测值之间的统计偏差程度, 值越接近 0 表示预测越准确, 越接近 1 表示偏差越大. 此外, 马氏距离参考值 $D_{M, \text{ref}}^m$ 的设定依据新息向量的统计特性: 由于归一化马氏距离的平方服从 χ^2 分布, 所以将 $D_{M, \text{ref}}^m$ 设定为 3, 对应于经典的 3σ 置信区间 (覆盖约 99.7% 的概率质量). 这一设定构建了有效的统计波门, 在抑制异常值干扰的同时实现了对显著偏差的合理惩罚.

2.2.3 融合决策与参数动态更新

为形成统一的决策依据, 将节点 m 在时刻 k 的上述两个指标进行加权融合, 得到综合细化决策指数 $F_{\text{ref}}^m(k)$:

$$F_{\text{ref}}^m(k) = w_H \cdot H_{\text{ratio}}^m(k) + w_M \cdot D_{M, \text{ratio}}^m(k) \quad (15)$$

在该指标体系中, 权重 w_H 与 w_M 的设定旨在平衡后验分布的全局不确定性与局部量测偏差. 具体而言, 信息熵权重 w_H 侧重于驱动网格覆盖概率密度的长尾区域, 以防止目标机动时的模型失配; 而马氏距离权重 w_M 则引导计算资源向高似然区域集中, 以提升稳态估计精度. 鉴于目标运动模式的多变性, 最终采取均衡权重策略 (即 $w_H = w_M = 0.5$), 以兼顾系统在不同动态条件下的鲁棒性与精确性.

基于 $F_{\text{ref}}^m(k)$, 对节点 m 的网格调整参数进行动态更新. 时刻 k 的细化阈值 $\tau_{\text{ref}}^m(k)$ 、粗化阈值 $\tau_{\text{coa}}^m(k)$ 和最大细化单元数 $N_{\text{max}}^m(k)$ 按下式计算:

$$\tau_{\text{ref}}^m(k) = \frac{\tau_{\text{ref}}^{(0)}}{1 + F_{\text{ref}}^m(k)} \quad (16)$$

$$\tau_{\text{coa}}^m(k) = \tau_{\text{coa}}^{(0)} [1 + (1 - F_{\text{ref}}^m(k))] \quad (17)$$

$$N_{\text{max}}^m(k) = \text{round} \left(N_{\text{max}}^{(0)} (0.5 + F_{\text{ref}}^m(k)) \right) \quad (18)$$

其中 $\text{round}(\cdot)$ 为四舍五入取整函数, 如 $\text{round}(4.8) = 5$.

另一个重要输出是动态细化倍数 $F_r^m(k)$. 它将 $F_{\text{ref}}^m(k)$ 线性映射到整数倍数区间 $[F_{\text{min}}, F_{\text{max}}]$:

$$F_r^m(k) = \text{round}(F_{\text{min}} + (F_{\text{max}} - F_{\text{min}}) \cdot F_{\text{ref}}^m(k)) \quad (19)$$

式 (16) ~ (19) 建立了一套直观的动态反馈调节机制, 核心思想是按需分配算力. 其中, 式 (16) 利用反比例函数的特性, 在区域重要性升高时迅速降低网格分裂的门槛, 使算法能敏锐捕捉目标的细微机动; 与之配合的式 (17) 则通过线性调节, 温和地抑制高权重区域的网格合并, 防止已有细节被过快抹除; 式 (18) 和 (19) 分别对网格生成的“数量上

限”和“细分程度”进行动态约束: 在核心区域放宽限制以投入更多资源, 在边缘区域收紧限制以节省开销.

各节点的自适应混合网格的划分机制如图 2 所示. 首先, 在初始化阶段对状态空间 Ω 进行均匀划分, 构建各节点的基准网格结构. 随后, 各节点在每个时刻 k 基于上一时刻的本地后验网格分布 $\hat{C}_{k-1}^m$ 执行本地预测与观测更新, 并获得加权网格单元估计权重 $\hat{a}_{[g], k}^m$. 在此基础上, 节点分别计算分布不确定性度量 $H^m(k)$ 与预测-观测匹配度量 $D_M^m(k)$, 并融合为综合细化决策指数 $F_{\text{ref}}^m(k)$. 该指标驱动网

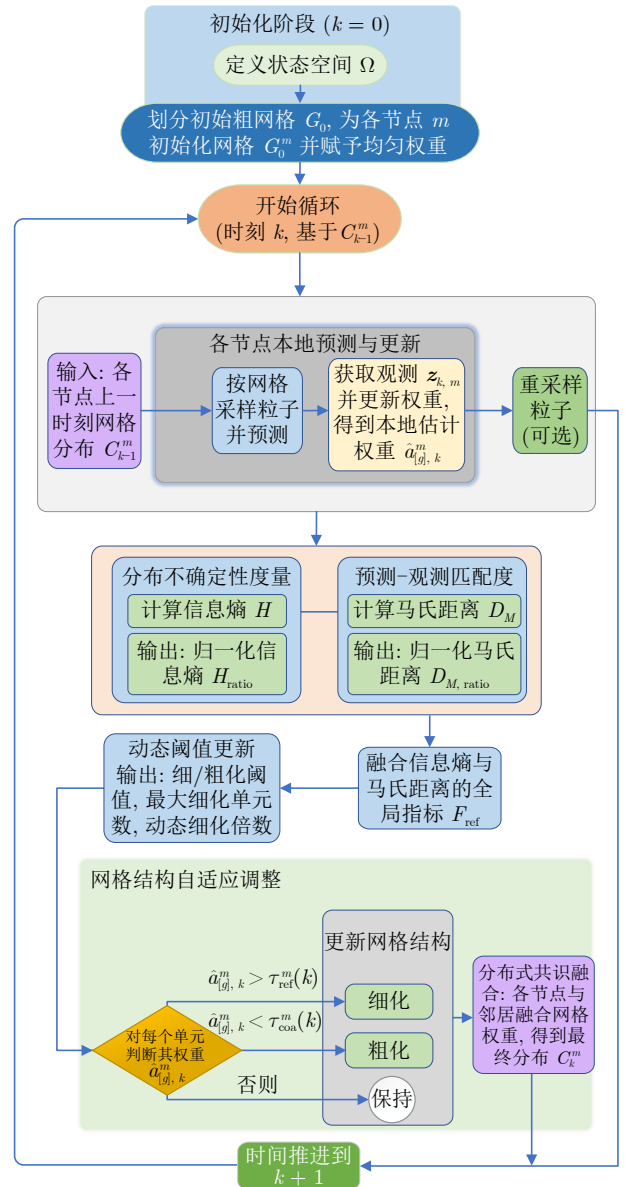


图 2 自适应混合网格划分机制逻辑框图

Fig. 2 Logic diagram of the adaptive hybrid mesh partitioning mechanism

格结构的自适应调整: 当估计权重满足自适应阈值 $\tau_{\text{ref}}^m(k)$ 或 $\tau_{\text{coa}}^m(k)$ 的条件时, 对局部网格进行细化或粗化操作, 从而实现动态分辨率调节. 各节点最终在邻域共识阶段进行分布式网格融合, 得到全局一致的后验网格分布 $\hat{C}_k^m$, 实现随时间演化的高效自适应滤波更新. 其中各节点在局部预测更新后, 通过综合分布不确定性与预测-观测匹配度, 动态调整网格结构与参数, 将计算资源集中于高信息价值区域并保持网格权重的高精度表达. 这种优化后的局部表示为后续一致性融合创造了条件: 各节点在融合迭代中无需进行额外的粒子重采样, 即可直接在网格权重层面完成分布式更新, 既降低了计算开销, 又保持了估计结果的全局一致性.

3 基于网格权重的分布式一致性融合

一致性算法能够实现相邻传感器之间的分散信息交换, 以更新局部估计, 直到达成全局一致. 这种算法在每个节点生成全局一致的估计, 对传感器故障具有鲁棒性, 且仅需本地通信. 当与 DPF 集成时, 每个传感器都会维护从其 PF 派生的局部后验表示. 理想情况下, 这些后验收敛于包含所有传感器的历史和当前测量值的全局状态估计. 为实现各节点间局部后验网格分布 $\hat{C}_k^m$ 的分布式融合, 采用一种基于 Gossip 的一致性协议^[22]. 与传统粒子滤波融合时需要重要性采样更新参数^[11, 14]不同, 所提方法在自适应混合网格划分的基础上, 仅需在每次迭代时交换网格单元的离散概率 (权重), 即可极大地降低通信负载.

3.1 网格权重层面 Gossip 共识及其收敛性分析

为描述所提方法, 考虑在网格权重的对数域层面进行信息融合. 这种在对数域上执行的融合, 在分布式信念融合理论中对应几何平均 (geometric average, GA) 融合策略. 在近期的研究中, 文献^[23]系统性地分析了 GA 融合与算术平均融合的特性, 并指出了 GA 策略在融合时具有更快收敛速率, 且在有效整合异构节点信息方面具有理论优势. 因此, 本研究采纳此框架. 设节点 $m \in \{1, \dots, M\}$ 在 k 时刻第 i 次 Gossip 迭代后, 第 g 个网格单元概率为 $\hat{a}_{[g], k}^{m, (i)}$, 其在对数域上的对应表示为 $\ln \hat{a}_{[g], k}^{m, (i)}$.

当随机节点 m 与其随机选择的邻居节点 j ($j \in \mathcal{N}_m$, $\mathcal{N}_m$ 为邻居集) 进行通信时, 它们对同构网格的权重估计进行融合. 为确保融合过程在概率分布的几何平均意义上收敛, 采取了对数域下的算术平均:

$$\ln \tilde{a}_{[g], k}^{m, (i+1)} = \frac{1}{2} \left(\ln \hat{a}_{[g], k}^{m, (i)} + \ln \hat{a}_{[g], k}^{j, (i)} \right) \quad (20)$$

其中 $\tilde{a}_{[g], k}^{m, (i+1)}$ 表示未经归一化的中间结果. 式 (20) 在概率域中等价于计算两个概率的几何平均:

$$\tilde{a}_{[g], k}^{m, (i+1)} = \sqrt{\hat{a}_{[g], k}^{m, (i)} \cdot \hat{a}_{[g], k}^{j, (i)}} \quad (21)$$

在每次 Gossip 迭代之后, 节点 m 将所有网格单元的对数值通过指数映射转换回概率域, 并进行局部归一化, 以确保更新后的权重仍为有效的概率分布:

$$\hat{a}_{[g], k}^{m, (i+1)} = \frac{\exp \left(\ln \tilde{a}_{[g], k}^{m, (i+1)} \right)}{\sum_{u=1}^{G_k} \exp \left(\ln \tilde{a}_{[u], k}^{m, (i+1)} \right)} = \frac{\tilde{a}_{[g], k}^{m, (i+1)}}{\sum_{u=1}^{G_k} \tilde{a}_{[u], k}^{m, (i+1)}} \quad (22)$$

同时定义归一化因子 $\gamma_m^{(i+1)}$ 为式 (22) 分母的倒数:

$$\gamma_m^{(i+1)} = \left(\sum_{u=1}^{G_k} \tilde{a}_{[u], k}^{m, (i+1)} \right)^{-1} \quad (23)$$

在自适应混合网格化条件下, 不同节点可能在同一时刻拥有不同数量或空间范围的网格单元. 因此在执行式 (20) 前, 节点需协商确定一致的网格单元索引集合. 对于某个节点未激活的网格单元, 其概率可视为一个极小的正数 ϵ (如 10^{-9}), 以避免对数运算中的数值问题.

3.2 收敛性证明

下面将用理论分析表明, 在 Gossip 融合与局部归一化步骤的共同作用下, 各节点的网格权重分布将收敛至一个全局几何平均分布. 证明思路建立在文献^[21]提出的 KLA (Kullback-Leibler average) 共识框架之上, 研究采用的 Gossip 迭代融合是该通用框架在特定设置下的一个实例, 其收敛性得到了该文献理论的有力支持.

定理 1. 假设无向连通图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 是强连通的, 传感器噪声有界, 权重更新满足双随机性, 所有节点共享一致的网格划分 $\{B_{[g], k}\}_{g=1}^{G_k}$. 对于任意节点 m , 其网格单元概率 $\hat{a}_{[g], k}^{m, (i)}$ 将依下式收敛:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \hat{a}_{[g], k}^{m, (i)} = \gamma^{(\infty)} \left(\prod_{q=1}^M \hat{a}_{[g], k}^{q, (0)} \right)^{\frac{1}{M}} \quad (24)$$

其中, $\gamma^{(\infty)}$ 是一个与节点无关的全局归一化常数, 确保最终分布满足 $\sum_{g=1}^{G_k} \lim_{i \rightarrow \infty} \hat{a}_{[g], k}^{m, (i)} = 1$.

证明. 将式 (22) 和式 (23) 结合, 可得单次迭代的完整融合规则:

$$\hat{a}_{[g],k}^{m,(i+1)} = \gamma_m^{(i+1)} \cdot \tilde{a}_{[g],k}^{m,(i+1)} = \gamma_m^{(i+1)} \left(\hat{a}_{[g],k}^{m,(i)} \cdot \hat{a}_{[g],k}^{j,(i)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (25)$$

对式 (25) 两边取对数, 得到一个在对数域上的迭代关系:

$$\ln \hat{a}_{[g],k}^{m,(i+1)} = \frac{1}{2} \left(\ln \hat{a}_{[g],k}^{m,(i)} + \ln \hat{a}_{[g],k}^{j,(i)} \right) + \ln \gamma_m^{(i+1)} \quad (26)$$

令 $L_g^{m,(i)} = \ln \hat{a}_{[g],k}^{m,(i)}$, 则上式可表示为:

$$L_g^{m,(i+1)} = \frac{1}{2} \left(L_g^{m,(i)} + L_g^{j,(i)} \right) + \ln \gamma_m^{(i+1)} \quad (27)$$

此式可视为一个带有时变附加项 $\ln \gamma_m^{(i+1)}$ 的标准 Gossip 平均共识过程. 对于标准部分 (第 1 项), 在强连通网络中, 其迭代最终会使各节点的 $L_g^{m,(i)}$ 收敛于所有节点初始值的算术平均值 $(1/M) \times \sum_{m=1}^M L_g^{m,(0)}$ [20].

接下来分析附加项 $\ln \gamma_m^{(i+1)}$ 的影响. 标准 Gossip 平均共识过程 (式 (27) 第 1 项) 保证了对数概率 $\ln \gamma_m^{(i+1)}$ 趋于共识. 根据文献 [21] 的核心结论, 当所有节点的概率分布形状 (由 L_m 的相对差异决定) 通过共识过程趋于一致时, 它们的局部归一化因子 γ_m 也将收敛于一个由全网决定的全局常数 $\gamma^{(\infty)}$. 因此有:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \gamma_{m_1}^{(i+1)} = \lim_{i \rightarrow \infty} \gamma_{m_2}^{(i+1)} = \gamma^{(\infty)} := \exp(C) \quad (28)$$

其中, C 为常数偏移.

将此结论代入式 (27) 的极限形式, 可得:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} L_g^{m,(i)} = \left(\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M L_g^{m,(0)} \right) + C \quad (29)$$

此结果表明, 每个网格单元的对数概率 $L_g^{m,(i)}$ 收敛于初始对数概率的全局算术平均值, 并附加一个共同的常数偏移 C . 最后, 将式 (29) 转换回概率域, 对两边取指数:

$$\begin{aligned} \lim_{i \rightarrow \infty} \hat{a}_{[g],k}^{m,(i)} &= \exp \left(\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \ln \hat{a}_{[g],k}^{m,(0)} + C \right) = \\ &= \exp(C) \cdot \exp \left(\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \ln \hat{a}_{[g],k}^{m,(0)} \right) = \\ &= \exp(C) \cdot \left(\prod_{m=1}^M \hat{a}_{[g],k}^{m,(0)} \right)^{\frac{1}{M}} \end{aligned} \quad (30)$$

为了满足概率归一化条件 $\sum_{g=1}^{G_k} \lim_{i \rightarrow \infty} \hat{a}_{[g],k}^{m,(i)} = 1$, 常数 $\exp(C)$ 必须扮演全局归一化因子的角色. 同时令 $\gamma^{(\infty)} = \exp(C)$, 从而得到定理 1 所述的收敛结果. $\square$

上述证明表明, 通过在对数域进行 Gossip 平均并辅以局部归一化, 本文方法能够确保各节点的网格权重分布收敛于所有节点初始分布的全局几何平均归一化分布. 具体来说, 对于每个节点 m , 其最终的网格化后验分布 $\hat{C}_k^m$ 为:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \hat{C}_k^{m,(i)} = \gamma^{(\infty)} \left(\prod_{q=1}^M \hat{C}_k^{q,(0)} \right)^{\frac{1}{M}} \quad (31)$$

其中, 乘积和开方操作是对分布中的每个网格单元概率独立进行的, 而 $\gamma^{(\infty)}$ 是一个确保最终分布整体归一化的常数.

3.3 Gossip 融合协议

Gossip 融合协议作为一种基于成对通信的分布式迭代方法, 其核心目标是使网络中各个节点的局部后验网格分布, 能够渐近地收敛于一个全局几何平均共识. 该协议的执行流程无需中心节点协调, 具有良好的可扩展性与鲁棒性. 融合算法具体步骤分解如下.

输入. 所有节点 m 的初始局部后验网格分布 $\hat{C}_k^{m,(0)}$ 、预设的 Gossip 迭代总次数 L .

步骤 1: 初始化后验分布. 网络中的每个节点 m 根据其本地观测, 独立计算并生成其初始的后验网格分布 $\hat{C}_k^{m,(0)} = \{(B_{[g],k}^m, \hat{a}_{[g],k}^{m,(0)})\}$.

步骤 2: 节点选择与配对. 在第 l 次迭代中 ($l \in [0, L-1]$), 从网络中随机选择一个活跃节点 m , 该节点再从其邻居集 $\mathcal{N}_m$ 中随机选择一个邻居节点 j 进行配对通信.

步骤 3: 权重融合. 首先, 确定节点 m 和 j 的共同网格单元索引集 $\mathcal{G}_{m,j}$. 其次, 对每一个共同网格单元 $g \in \mathcal{G}_{m,j}$, 通过计算其概率权重的几何平均值来更新权重, 计算公式为 $\hat{a}_{[g],k}^{(l+1)} = \sqrt{\hat{a}_{[g],k}^{m,(l)} \cdot \hat{a}_{[g],k}^{j,(l)}}$, 式中 $\hat{a}_{[g],k}^{m,(l)}$ 和 $\hat{a}_{[g],k}^{j,(l)}$ 分别为节点 m 和 j 在第 l 次迭代时, 对应网格单元 g 的概率权重.

步骤 4: 更新与归一化. 节点 m 和 j 使用上一步计算出的融合权重 $\hat{a}_{g,k}^{(l+1)}$ 来更新各自在相应网格单元上的概率权重. 更新完成后, 两节点分别对各自的整个后验分布进行归一化处理.

步骤 5: 迭代. 重复执行步骤 2 至步骤 4, 直至迭代次数达到预设的总次数 L .

输出. 所有节点收敛后的共识后验分布 $\hat{C}_k^{m,(L)}$.

在连通的网络中, Gossip 迭代在几何平均意义上收敛于全局共识. 通过足够多的迭代次数 L , 各节点的网格化后验将趋于一致, 反映出整合了网络中所有传感器信息的全局状态估计. 图 3 展示了用

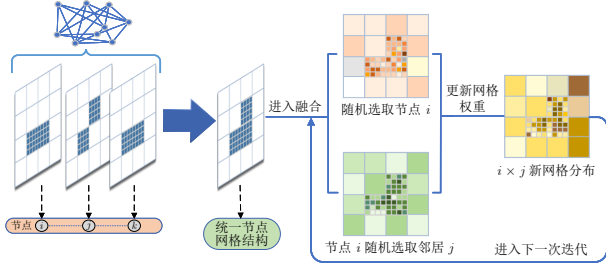


图3 基于 Gossip 的网格权重融合

Fig.3 Gossip-based mesh weight fusion

Gossip 融合网格权重的过程. 图的左侧展示了智能体网络的通信拓扑及初始状态, 各节点 (如 i, j, k) 维护着视场与分辨率各异的局部网格分布. 针对这种结构异构性, 算法引入了动态双边几何并集机制以替代复杂的全局预同步: 在 Gossip 成对交互中 (如图右侧循环所示), 通信双方遵循高分辨率优先原则构建公共几何支撑集, 即将粗网格单元映射并均匀加权至对方的精细结构中. 这一机制在保证向量运算数学合法性的同时, 最大程度保留了局部的高频细节信息, 驱动全网通过持续的迭代交换实现状态估计的一致性收敛.

4 算法总体流程与实现

综合上述贝叶斯预测、基于混合指标的网格自适应策略以及分布式一致性融合机制, 算法 1 结合图 2 所示的自适应机制与图 3 所示的分布式架构, 给出了所提算法的完整执行流程. 其中, Union 表示并集; $q(\cdot)$ 为粒子滤波的标准流程中的分布, 代表提议分布.

算法 1. 自适应混合网格分布式粒子滤波算法

输入. 上一时刻分布 $\hat{C}_{k-1}^m$, 观测 $z_{k,m}$.

输出. 状态估计 $\hat{x}_k$, 后验网格分布 $\hat{C}_k^m$.

```

1: for 时间步  $k = 1, 2, \dots$  do
    阶段 1: 局部自适应
2:   for 每个节点  $m$  并行执行 do
3:     预测与更新: 采样  $x_k^{(i)} \sim q(\cdot)$  并计算初始网格权重  $\hat{a}_{[g],k}^m$ 
4:     获取信息熵  $H_m(k)$  与马氏距离  $D_M(k)$ 
5:     计算综合细化因子  $F_{\text{ref}}^m(k) = w_H \cdot H_{\text{ratio}}^m(k) + w_M \cdot D_{M,\text{ratio}}^m(k)$ 
6:     更新自适应阈值 (基于式 (16) ~ (17))
7:     for 每个网格单元  $g \in B_{[g],k}^m$  do
8:       if  $\hat{a}_{[g],k}^m > \tau_{\text{ref}}^m(k)$  then
9:         执行细化: 分裂网格
10:      else if  $\hat{a}_{[g],k}^m < \tau_{\text{coa}}^m(k)$  then
11:        执行粗化: 标记为可合并状态

```

```

12:       end if
13:     end for
14:     形成初始分布  $\hat{C}_k^{m,(0)} = \{(B_{[g],k}^m, \hat{a}_{[g],k}^m)\}$ 
15:   end for
    阶段 2: Gossip 分布式融合
16:   for 迭代  $l = 0$  到  $L - 1$  do
17:     节点选择: 随机选择活跃节点  $m$  及其邻居  $j \in \mathcal{N}_m$ 
18:     确定共同网格:  $\mathcal{G}_{m,j} = \text{Union}(B_{[g],k}^{m,(l)}, B_{[g],k}^{j,(l)})$ 
19:     计算几何平均:  $\forall g \in \mathcal{G}_{m,j}: \hat{a}_{[g],k}^{m,j,(l+1)} = \sqrt{\hat{a}_{[g],k}^{m,(l)} \cdot \hat{a}_{[g],k}^{j,(l)}}$ 
20:     更新权重:  $\hat{a}_{[g],k}^{m,j,(l+1)} \leftarrow \hat{a}_{[g],k}^{m,j,(l+1)}$ 
21:     归一化: 确保  $\sum_{g=1}^{G_k} \hat{a}_{[g],k}^{m,j,(l+1)} = 1$ 
22:     更新分布对象:  $\hat{C}_k^{m,j,(l+1)} = \{(\mathcal{G}_{m,j}, \hat{a}_{[g],k}^{m,j,(l+1)})\}$ 
23:   end for
24:   输出: 收敛后的共识分布  $\hat{C}_k^{m,(L)}$ 
    阶段 3: 状态估计输出
25:   最终分布:  $\hat{C}_k^m = \hat{C}_k^{m,(L)}$ , 状态估计  $\hat{x}_k$ 
26: end for

```

所提算法主要包含三个核心阶段: 首先是局部自适应阶段 (步骤 2 ~ 15). 各节点并行执行状态预测, 并依据前文定义的综合细化因子 F_{ref}^m 来感知局部后验分布的演化特性. 通过动态调整阈值 τ^m , 算法能够自主决定网格的“分裂”或“合并”, 从而在保证精度的同时抑制计算量的爆炸. 其次是 Gossip 分布式融合阶段 (步骤 16 ~ 23). 为了克服单节点观测的局限性, 算法引入 Gossip 机制进行节点间的信息交互. 通过对公共网格区域的概率密度执行几何平均一致性迭代, 各节点能够渐近地逼近全局最优后验分布. 最后是状态估计输出. 基于融合后的网格分布, 计算最终的状态估计值. 具体来说, 当分布式融合过程收敛 (即各节点间的网格权重分布趋于一致) 后, 算法采用最小均方误差准则从离散的网格分布中提取最终的目标状态估计. 此时, 节点 m 在 k 时刻的状态估计值 $\hat{x}_k^m$ 本质上是基于当前后验概率分布的数学期望, 通过对所有有效网格单元的加权求和计算得到:

$$\hat{x}_k^m = \sum_{i=1}^{M_{\text{active}}} w_{k,i}^m \cdot \xi_{k,i} \quad (32)$$

其中, M_{active} 为当前时刻有效网格单元的总数, $w_{k,i}^m$ 表示第 i 个网格单元在节点 m 处经过融合后的归一化权重, $\xi_{k,i}$ 为该网格单元的空间中心坐标向量. 式 (32) 完成了从离散概率质量函数到连续状

态空间的逆映射, 输出了最终的定位结果.

5 仿真结果与性能分析

在本节中, 通过仿真实验对所提出的分布式粒子滤波算法进行验证, 并从性能表现、通信开销和计算复杂度等方面进行分析.

5.1 仿真场景

研究使用包含 9 个传感器的无线传感器网络进行目标跟踪模拟. 单个目标遵循维纳过程加速模型^[14, 24], 表现出具有随机扰动和固有加速特性的运动. 在二维空间中, 目标状态向量定义为 $\mathbf{x}_k = [x_{k,1} \ x_{k,2} \ \dot{x}_{k,1} \ \dot{x}_{k,2} \ \ddot{x}_{k,1} \ \ddot{x}_{k,2}]^T$, 离散时间状态迭代遵循:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}_k) = \mathbf{D}\mathbf{x}_k \quad (33)$$

其中转移矩阵 $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 定义为:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t & 0 & \frac{1}{2}t^2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & t & 0 & \frac{1}{2}t^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (34)$$

其中 t 表示采样间隔. 过程噪声遵循 $\mathbf{u}_k \sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$, 其中协方差矩阵 $\mathbf{Q}$ 的结构如下:

$$\mathbf{Q} = \sigma_u^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{20}t^5 & 0 & \frac{1}{8}t^4 & 0 & \frac{1}{6}t^3 & 0 \\ 0 & \frac{1}{20}t^5 & 0 & \frac{1}{8}t^4 & 0 & \frac{1}{6}t^3 \\ \frac{1}{8}t^4 & 0 & \frac{1}{3}t^3 & 0 & \frac{1}{2}t^2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{8}t^4 & 0 & \frac{1}{3}t^3 & 0 & \frac{1}{2}t^2 \\ \frac{1}{6}t^3 & 0 & \frac{1}{2}t^2 & 0 & t & 0 \\ 0 & \frac{1}{6}t^3 & 0 & \frac{1}{2}t^2 & 0 & t \end{bmatrix} \quad (35)$$

其中 σ_u^2 是过程噪声的强度标量, 用于控制整个协方差矩阵 $\mathbf{Q}$ 的总体大小, 反映目标随机机动的剧烈程度.

每个位于 $\mathbf{d}_m = (d_{m,1}, d_{m,2})$ 的节点 m 通过观测模型提供距离和多普勒测量:

$$\mathbf{h}_m(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} h_{m,r}(\mathbf{x}_k) \\ h_{m,\text{dop}}(\mathbf{x}_k) \end{bmatrix} \quad (36)$$

其中

$$h_{m,r}(\mathbf{x}_k) = \sqrt{(x_{k,1} - d_{m,1})^2 + (x_{k,2} - d_{m,2})^2}$$

$$h_{m,\text{dop}}(\mathbf{x}_k) = \frac{\dot{x}_{k,1}(x_{k,1} - d_{m,1}) + \dot{x}_{k,2}(x_{k,2} - d_{m,2})}{h_{m,r}(\mathbf{x}_k)}$$

观测噪声的分布为:

$$\mathbf{v}_{k,m} \sim \mathbf{N}\left(\mathbf{0}, \begin{bmatrix} \sigma_v^2 & 0 \\ 0 & \sigma_w^2 \end{bmatrix}\right) \quad (37)$$

参数设置为 $\sigma_u = 0.5$, $\sigma_v = 1$ 和 $\sigma_w = 1$. 图 4 展示了传感器网络配置及相应的含噪目标轨迹. 邻域半径阈值 ρ 根据传感器的空间分布自适应地确定, 以保持网络连通性. 初始目标状态遵循 $\mathbf{x}_0 \sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$, 所有传感器都使用该先验分布进行初始化. 初始化基准参数: 细化阈值 $\tau_{\text{ref}}^{(0)} = 0.05$ 、粗化阈值 $\tau_{\text{coa}}^{(0)} = 0.0002$ 、最大细化单元数 $N_{\text{max}}^{(0)} = 15$ 以及细化倍数范围 $[F_{\min}, F_{\max}] = [1, 5]$.

5.2 参数估计

迭代次数 L 是分布式一致性融合中的关键控制参数, 直接影响融合精度、通信开销和计算代价. 为避免参数设定的随意性, 需要结合理论收敛分析与实验验证确定其合理取值. 为了确定分布式融合中最优的迭代次数 L , 首先从代数图论角度分析算法的理论收敛界, 并通过实验数据验证其在网络分布下的适用性.

Gossip 算法的一致性收敛速度取决于通信拓扑图拉普拉斯矩阵的第二大特征值. 对于任意节点 m 的状态 $x_m(l)$ 与全网初始均值 $\bar{x}$ 之间的均方误差, 其理论上界遵循指数衰减规律:

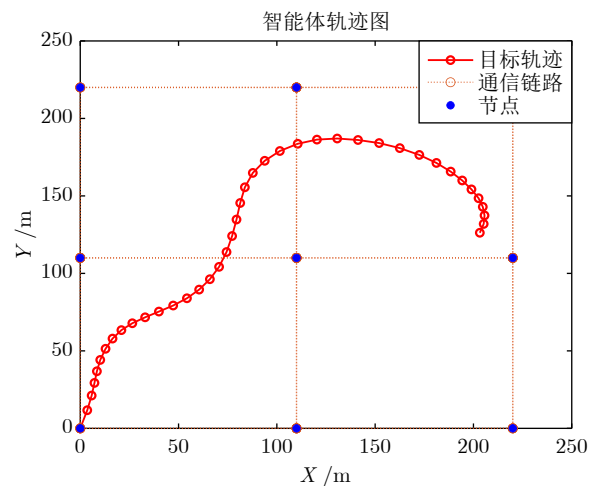


图 4 无线传感器网络、通信链路以及目标轨迹

Fig. 4 Wireless sensor network, communication links, and target trajectory

$$\mathbb{E}[\|x(l) - \bar{x}\|^2] \leq C_1 \cdot (\rho_{gossip})^L \cdot \|x(0) - \bar{x}\|^2 \quad (38)$$

其中, C_1 为常数, $\rho_{gossip} \in (0, 1)$ 是由网络谱隙决定的收敛因子. 该式表明, 误差的对数与迭代次数 L 应呈线性关系. 尽管传输的对象是高维网格密度图而非标量, 但由于网格融合过程是对每个网格单元执行独立的线性加权, 上述标量场收敛性质在此分布式策略下依然适用.

为了验证上述理论推导并确定工程参数, 引入了相邻节点间的平均 KLD (average KLD) 作为衡量全网信息不一致性的量化指标:

$$\bar{D}_{KL}(l) = \frac{1}{|\mathcal{E}|} \sum_{(m,j) \in \mathcal{E}} \sum_g \hat{a}_{[g]}^{m,(l)} \ln \left(\frac{\hat{a}_{[g]}^{m,(l)}}{\hat{a}_{[g]}^{j,(l)}} \right) \quad (39)$$

图 5 展示了不同时间步下全网平均 KLD 随迭代次数变化的收敛轨迹.

观察可知, 在半对数坐标系下, 平均 KLD 曲线呈现显著的线性下降趋势, 这与式 (39) 的理论预测十分吻合, 有力地证明了尽管数据维度扩展至空间网格, 但算法依然保持了良好的指数收敛特性与

鲁棒性. 进一步分析发现, 算法具有较快的收敛速度, 在迭代初期的前 40 ~ 80 次交互中, 平均 KLD 已迅速下降了 2 个数量级 (如图 5 中红色虚线所示). 值得注意的是, 当迭代次数达到 $l = 100$ 时, 平均 KLD 已普遍收敛至 10^{-3} 量级. 此时, 节点间的分布差异已远低于网格离散化带来的量化误差, 继续增加迭代次数对降低状态估计误差的边际贡献极低. 基于上述分析, 为了在物理意义上保证完全共识的同时最小化通信开销, 后续实验中将总迭代次数统一设定为 $L = 100$.

5.3 性能分析

采用后验均值近似方法进行状态估计, 并使用均方根误差 (root-mean-square error, RMSE) 来量化估计精度. 瞬时 RMSE 定义为

$$\text{RMSE}_k = \|\hat{x}_k - x_k\|_2 \quad (40)$$

其中 $\|\cdot\|_2$ 表示欧几里得范数. 为了评估在 T 个时间步上的序列跟踪性能, 计算出平均均方根误差 (average RMSE, ARMSE), 其公式为:

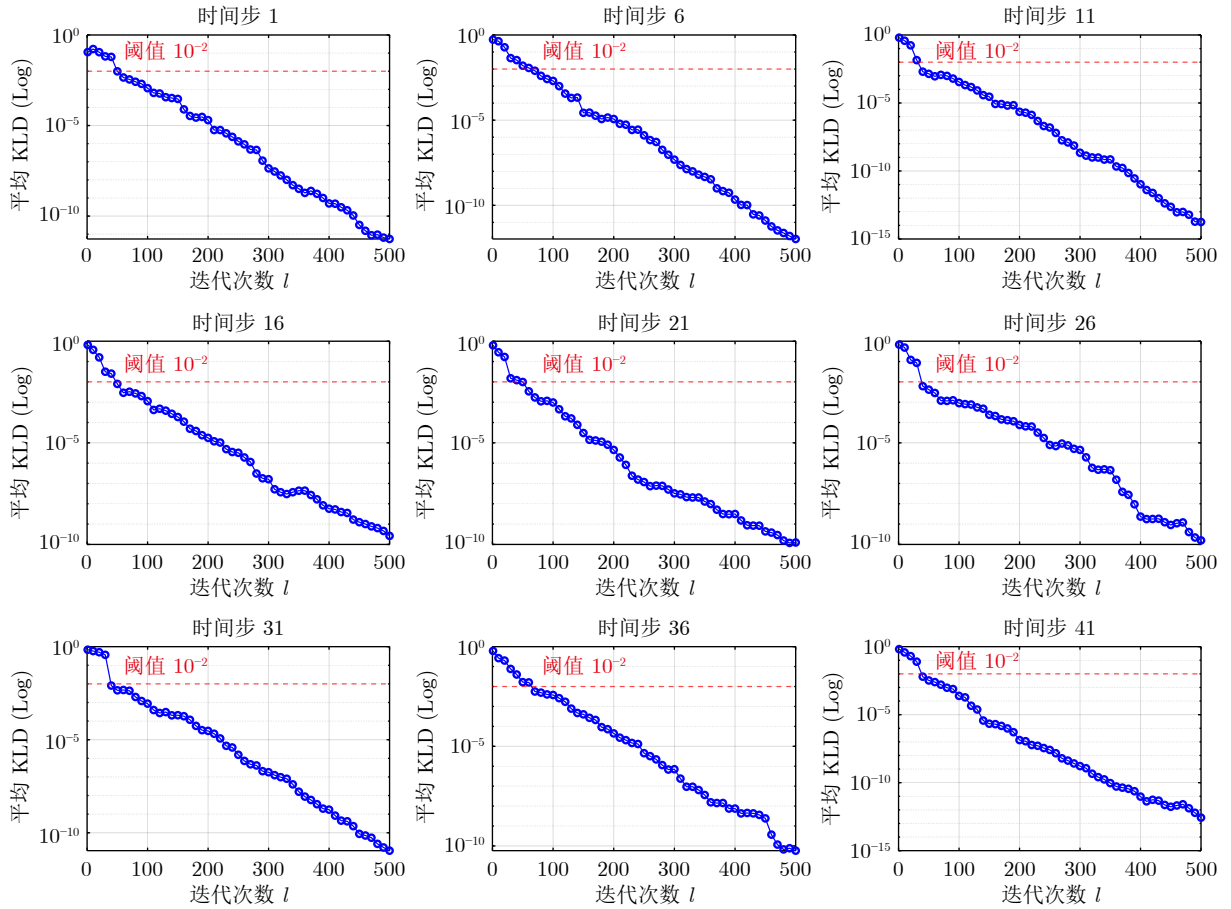


图 5 不同时间步下网格平均 KLD 随 Gossip 迭代次数 l 的收敛曲线

Fig.5 Convergence profiles of the mesh average KLD with respect to Gossip iterations l for various time steps

$$\text{ARMSE} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{k=1}^T \|\hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k\|_2^2} \quad (41)$$

在算法执行过程中, 每个传感器均独立地维持一个全局状态估计. 首先为每个传感器计算其独立的 RMSE 和 ARMSE 值; 然后通过对所有传感器的结果进行平均, 得到整个网络的性能指标. 这种双层评估框架具有以下优势: 1) 能够提供对单个传感器性能的精细化洞察; 2) 为评估网络整体协同效能建立了一个统一的标准. 通过该集成平均方法, 既能全面地评估估计的准确性, 又能保留关于分布式架构中估计一致性的信息.

5.3.1 场景 1: 分布式粒子滤波精度分析

为全面评估所提自适应混合网格粒子滤波算法的跟踪性能, 将其与四种主流或相关的滤波方法进行了对比: 固定网格分布式粒子滤波、基于高斯混合模型融合的 GMM-Fusion 算法^[14]、作为性能上界的集中式粒子滤波 (centralized PF) 以及当前最新的基于网格近似的联合估计网格粒子滤波 (joint estimation mesh particle filter, JE-MPF)^[13]. 本次仿真实验的场景设置如下: 传感器网络拓扑与目标真实轨迹如图 4 所示, 网络由性能相同的节点构成, 各节点的感知半径为 110 m. 为了确保对比的公正性, 所有算法的粒子数量均统一设置为 $N = 5\,000$. 在网格配置上, 固定网格分布式粒子滤波算法分别采用 $20\text{ m} \times 20\text{ m}$ 固定粗网格和 $100\text{ m} \times 100\text{ m}$ 固定细网格的全局密集网格, 而自适应混合网格粒子滤波算法的初始粗网格分辨率为 $20\text{ m} \times 20\text{ m}$. 所有实验数据均为 50 次蒙特卡洛独立仿真实验的平均结果, 以消除单次随机噪声带来的影响. 各算法位置状态的平均均方根误差随时间变化的对比结果展示于图 6, 相应的性能定量评估指标汇总于表 1.

实验结果表明, 自适应混合网格粒子滤波算法的跟踪性能优势显著. 表 1 的量化对比数据表明, 所提算法的 ARMSE 为 0.66 m, 远优于 $20\text{ m} \times 20\text{ m}$ 固定粗网格算法的 1.95 m, JE-MPF 算法的 1.33 m 和 GMM-Fusion 算法的 0.97 m. 同时, 与计算量巨大的 $100\text{ m} \times 100\text{ m}$ 固定细网格相比, 本文所提算法在保持相近精度的同时, 显著提升了计算效率. 这得益于其创新的自适应机制, 该机制通过智能分配计算资源, 有效避免了全局细网格的冗余计算, 从而实现了精度与效率的高度平衡. 此外, 相比其他算法, 本文所提算法的性能最接近集中式粒子滤波算法的基准, 验证了其先进性.

5.3.2 场景 2: 算法网络节点扩展性分析

在实际应用中, 传感器网络的节点数量常因能

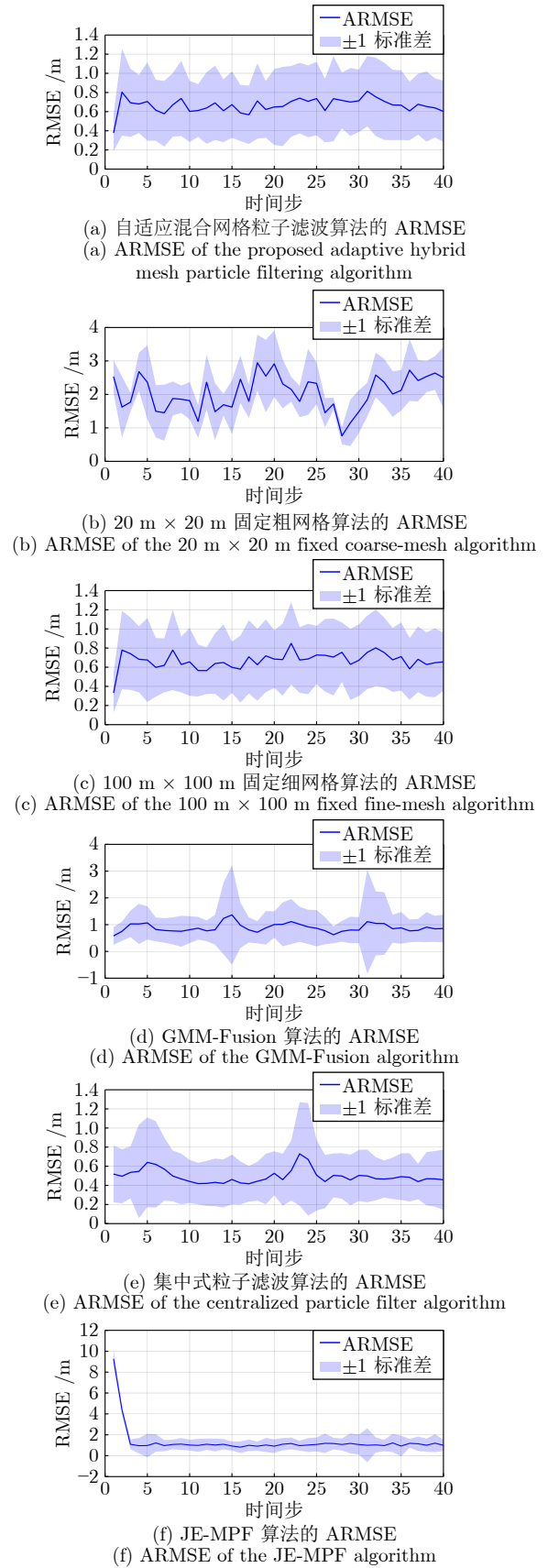


图 6 不同算法的 ARMSE 对比

Fig. 6 ARMSE comparison of different algorithms

量耗尽、节点增补或通信故障而动态变化, 这对跟踪算法的稳定性和精度构成了直接挑战. 为了评估所提算法的鲁棒性与可扩展性, 下面分析其在不同网络规模下的性能表现. 实验场景涵盖了 9 个、16 个、25 个和 36 个四种规模的传感器, 旨在验证算法性能随节点数量增加的演进规律. 图 7 展示了不同传感器网络下经过多次蒙特卡洛仿真后的 RMSE.

从图 7 中可以看出, 随着传感器网络节点数量的增加, 算法的 RMSE 呈现先显著下降、后趋于平稳的边际效应.

在网络规模由 9 个节点扩展至 16 个节点阶段, 目标状态估计精度得到显著提升. 这反映了多传感器融合相对于单点观测的本质优势: 单传感器往往受限于物理视场及局部噪声, 其定位误差常沿视线方向拉伸形成类似香蕉状分布; 而随着节点数量的增加, 所提方法能够有效利用全网的空间分集优势, 通过多视角观测的几何互补消除单一视角的模糊性. 然而, 当节点规模进一步扩大至 25 个节点和 36 个节点时, 精度提升明显放缓. 在此条件下出现

表 1 不同算法的相对性能量化对比
Table 1 Quantitative performance comparison of different algorithms

算法	ARMSE (m)	相对误差 (%) (所提算法为基准)
自适应混合网格粒子滤波	0.66	0.00
20 m × 20 m 固定粗网格	1.95	195.45
100 m × 100 m 固定细网格	0.68	3.03
GMM-Fusion	0.97	46.97
集中式粒子滤波	0.52	-21.21
JE-MPF	1.33	101.52

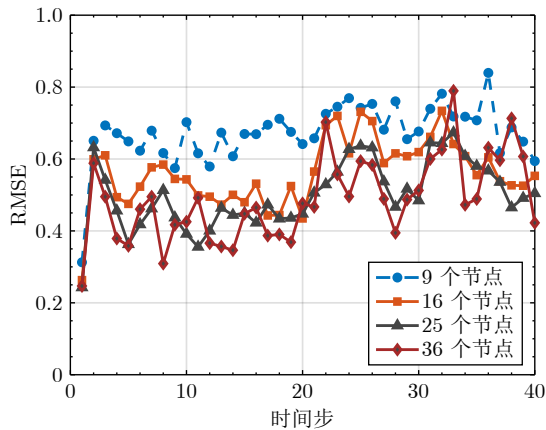


图 7 不同节点网络 RMSE 对比

Fig. 7 Comparison of RMSE among different node networks

的性能平稳现象, 主要归因于信息饱和与算法预设的网格分辨率瓶颈. 当达到一定节点密度时, 冗余的观测信息足以将目标精确锁定在最小网格单元内, 此时制约精度的核心因素不再是传感器数量, 而是由网格物理尺寸决定的量化误差下限, 单纯依靠增加节点数难以突破该量化误差边界.

实验结果表明, 所提方法不仅能在中小规模网络扩展时, 有效发挥多节点协同的优势以显著提升精度, 而且在网络规模持续扩大至密集状态时, 该算法能够稳定触及当前网格分辨率的性能边界, 且未出现由于通信拥堵或迭代误差累积导致的性能退化. 这不仅验证了所提算法对网络规模动态变化的良好适应性, 也体现了其在复杂分布式交互中的鲁棒性.

5.4 全网通信开销分析

通信开销是无线传感器网络的关键约束. 定义全网通信总量 V_{total} 为在单次时间步内, 全网所有节点在 L 次 Gossip 迭代中交换的有效网格单元总数, 其计算公式为:

$$V_{\text{total}} = M \times L \times \bar{M}_{\text{active}} \quad (42)$$

其中, M 为网络节点数, L 为迭代次数, $\bar{M}_{\text{active}}$ 为每次传输中非零权重的有效网格单元平均数.

Gossip 共识协议引入了多次迭代交互, 本文所提算法凭借数据稀疏性与融合线性化两大机制, 实现了通信开销与估计精度的最优平衡. 具体而言, 利用目标状态分布的空间稀疏特性, 算法仅需传输非零权重的有效网格单元, 相比全量固定网格 (10^4 量级) 实现了极大的数据压缩率, 有效抵消了迭代次数 L 累积的传输代价. 此外, 不同于 GMM-Fusion 算法复杂的非线性参数拟合与组件匹配过程, 所提算法在网格结构同步后, 将概率密度融合简化为网格权重的逐元素线性平均. 这种机制使数据包仅需封装紧凑的索引-权重对, 避免了复杂的编-解码开销, 进一步降低了网络负载.

5.5 计算复杂度分析

为深入评估所提算法的计算性能, 现将单节点在单个时间步的总计算复杂度 T_{total} 拆解为本地粒子滤波 T_{PF} 、自适应混合网格构建 T_{mesh} 及分布式融合 T_{fusion} 三部分:

$$T_{\text{total}} \approx \underbrace{O(N)}_{T_{\text{PF}}} + \underbrace{O(N)}_{T_{\text{mesh}}} + \underbrace{O(L \cdot \bar{M}_{\text{active}})}_{T_{\text{fusion}}} \quad (43)$$

其中 N 为粒子数. 前两项为粒子滤波的基础开销, 计算量不大, 本文算法的优势主要体现在第 3 项 T_{fusion} 上.

为了直观展现不同算法在网络协作阶段的算力

负荷, 表 2 汇总了不同分布式滤波算法的融合计算复杂度对比。

表 2 不同分布式滤波算法的融合计算复杂度对比
Table 2 Comparison of fusion computational complexity of different distributed filtering algorithms

算法	融合计算复杂度 T_{fusion}
100 m $\times$ 100 m 固定细网格	$O(L \cdot M_{\text{fix1}})$
20 m $\times$ 20 m 固定粗网格	$O(L \cdot M_{\text{fix2}})$
GMM-Fusion	$O(L \cdot K^2 \cdot d^2)$
JE-MPF (基准算法)	$O(L \cdot (M_{\Omega} + N))$
本文算法	$O(L \cdot \bar{M}_{\text{active}})$

如表 2 所示, 基于固定网格的共识方法面临计算效率与估计精度的权衡难题: 若采用高分辨率的细网格, 算法易受制于维数灾难, 即网格规模随状态维数呈指数级增长, 从而带来巨大的计算负担; 若采用低分辨率的粗网格, 虽然能有效减少计算量, 但较大的网格间距会引入显著的状态量化误差, 进而导致滤波精度大幅下降。

相比之下, 本文算法通过自适应混合网格机制, 将计算资源动态集中于后验概率较高的高价值区域, 有效网格数 $\bar{M}_{\text{active}} \ll M_{\text{fix1}}$. 其中, M_{fix1} 为 100 m $\times$ 100 m 固定细网格的网格数. 该策略有效避免了全空间固定网格划分带来的冗余计算开销, 在保证滤波精度的同时显著降低了算法的整体复杂度, 提升了其在高维场景下的适用性与可扩展性。

此外, 不同于 GMM-Fusion 算法在迭代中需处理繁重的高维协方差矩阵乘法与求逆, 其复杂度受限于高斯组件数 K 与状态向量的维数 d , 包含 $O(d^2)$ 甚至更高次项, 所提算法将后验融合简化为基于少量有效网格权重的线性代数运算, 降低了边缘节点的计算门槛. 与 JE-MPF 算法相比, 所提算法在架构设计上具有优势. JE-MPF 算法未能将粒子处理与网络融合有效隔离, 导致在 L 轮共识循环中, 算法不仅需处理融合运算, 还被强制要求反复生成 N 个粒子并重算权重. 这种机制直接引入了 $O(L \cdot (M_{\Omega} + N))$ 的额外计算开销, 其中 M_{Ω} 为该算法有效保留的网格数. 而本文算法采取了创新的先融合、后重采样策略, 将高耗时的重采样操作彻底剥离至共识循环外部. 这一机制切断了共识迭代次数 L 与粒子数 N 的乘法耦合, 更避免了固定网格算法在共识迭代中因过早、过度的重采样而清除处于低密度区域的探索性粒子, 在计算资源受限的条件下实现了滤波精度与融合效率的平衡。

6 结束语

针对分布式传感器网络中传统固定网格粒子滤

波方法难以兼顾计算效率与估计精度的难题, 提出一种基于 Gossip 共识协议的自适应混合网格分布式粒子滤波算法. 通过设计动态的网格细化与粗化准则, 计算资源得以智能地聚焦于目标高概率区域. 同时, 结合轻量化的 Gossip 共识协议, 所提方法高效地融合各节点的局部估计, 有效达到了分布式跟踪中的精度-效率均衡, 并解决了信息一致性问题. 仿真实验结果表明, 与固定网格和 GMM-Fusion 等算法相比, 所提算法在估计精度上均展现出显著优势, 节点网络扩展性能优越, 其综合性能最接近理论最优的集中式粒子滤波方法。

下一步工作将该自适应混合网格框架扩展至更复杂的多目标跟踪场景, 并探索其在异构传感器网络环境下的适应性与性能表现。

参考文献

- Mahler R. *Statistical Multisource-multitarget Information Fusion*. Norwood: Artech House, 2007.
- Meng Lu, Yang Xu. A survey of object tracking algorithms. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(7): 1244–1260 (孟球, 杨旭. 目标跟踪算法综述. 自动化学报, 2019, **45**(7): 1244–1260)
- Yang B Y, Yang E F, Shi H B, Yu L J, Niu C. Adaptive square-root cubature Kalman filter based low cost UAV positioning in dark and GPS-denied environments. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, 2025, **10**(5): 3587–3599
- Yoo T, Bang H, Youn W. Adaptive DBSCAN-based probabilistic data association filter for maritime object tracking using RADAR. *IEEE Sensors Letters*, 2025, **9**(6): Article No. 6006404
- Yang Feng, Zheng Li-Tao, Wang Jia-Qi, Pan Quan. Double layer unscented Kalman filter. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(7): 1386–1391 (杨峰, 郑丽涛, 王家琦, 潘泉. 双层无迹卡尔曼滤波. 自动化学报, 2019, **45**(7): 1386–1391)
- Gordon N J, Salmond D J, Smith A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation. *IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing)*, 1993, **140**(2): 107–113
- Sheng Li, Liu Yi-Fan, Gao Ming, Zhou Dong-Hua. Intelligent particle filter for real-time measurement of rotary steerable drilling tool system. *Acta Automatica Sinica*, 2025, **51**(10): 2313–2323 (盛立, 刘一凡, 高明, 周东华. 旋转导向钻井工具系统实时测量的智能粒子滤波方法. 自动化学报, 2025, **51**(10): 2313–2323)
- Lu Jin, Ma Ling-Kun, Lv Chun-Ling, Zhang Wei-Chuan, Sun Chang-Ming. A multi-target track-before-detect algorithm based on cost-reference particle filter bank. *Acta Automatica Sinica*, 2024, **50**(4): 851–861 (卢锦, 马令坤, 吕春玲, 章为川, Sun Chang-Ming. 基于代价参考粒子滤波器组的多目标检测前跟踪算法. 自动化学报, 2024, **50**(4): 851–861)
- Xia W, Sun M Q, Wang Q. Direct target tracking by distributed Gaussian particle filtering for heterogeneous networks. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, **68**: 1361–1373
- Jiang C Y, Wu J, Gou R, Fu J F. Research on adaptive particle swarm optimization particle filter target tracking algorithm in wireless sensor networks. *Advanced Control for Applications: Engineering and Industrial Systems*, 2024, **6**(3): Article No. e205
- Liu Y, Coombes M, Liu C J. Mesh-based consensus distributed particle filtering for sensor networks. *IEEE Transactions on Signal and Information Processing Over Networks*, 2023, **9**: 346–356

- 12 Jeon H C, Park W J, Park C G. Grid design for efficient and accurate point mass filter-based terrain referenced navigation. *IEEE Sensors Journal*, 2018, **18**(4): 1731–1738
- 13 Zhou C L, Chen S Y, Wang C Y. Degradation estimation for distributed nonlinear systems: A PDF-consensus particle filtering method. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2025, **12**(2): 1408–1419
- 14 Li J C, Nehorai A. Distributed particle filtering via optimal fusion of Gaussian mixtures. *IEEE Transactions on Signal and Information Processing Over Networks*, 2018, **4**(2): 280–292
- 15 Liu Y, Wang Z D, Liu C J, Coombes M, Chen W H. A novel algorithm for quantized particle filtering with multiple degrading sensors: Degradation estimation and target tracking. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2023, **19**(4): 5830–5838
- 16 Hu J, Fan S T, Chen C, Liu H J, Yi X J. Encoding-decoding-based distributed fusion filtering for multi-rate nonlinear systems with sensor resolutions. *IEEE Transactions on Signal and Information Processing Over Networks*, 2023, **9**: 811–822
- 17 Gu D B, Sun J X, Hu Z, Li H Z. Consensus based distributed particle filter in sensor networks. In: Proceedings of the International Conference on Information and Automation. Changsha, China: IEEE, 2008. 302–307
- 18 Li T C, Corchado J M, Sun S D. Partial consensus and conservative fusion of Gaussian mixtures for distributed PHD fusion. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, **55**(5): 2150–2163
- 19 Battistelli G, Chisci L, Fantacci C, Farina A, Graziano A. Consensus CPHD filter for distributed multitarget tracking. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, **7**(3): 508–520
- 20 Guldogan M B. Consensus Bernoulli filter for distributed detection and tracking using multi-static Doppler shifts. *IEEE Signal Processing Letters*, 2014, **21**(6): 672–676
- 21 Battistelli G, Chisci L. Kullback-Leibler average, consensus on probability densities, and distributed state estimation with guaranteed stability. *Automatica*, 2014, **50**(3): 707–718
- 22 Boyd S, Ghosh A, Prabhakar B, Shah D. Randomized gossip algorithms. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, **52**(6): 2508–2530
- 23 Kayaalp M, Inan Y, Telatar E, Sayed A H. On the arithmetic and geometric fusion of beliefs for distributed inference. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2024, **69**(4): 2265–2280
- 24 Bar-Shalom Y, Willett P K, Tian X. *Tracking and Data Fusion: A Handbook of Algorithms*. Storrs: YBS Publishing, 2011.



马家宁 燕山大学电气工程学院硕士研究生. 主要研究方向为基于分布式粒子滤波的协同状态估计.

E-mail: ysjn@stumail.ysu.edu.cn

(**MA Jia-Ning** Master student at the School of Electrical Engineering, Yanshan University. His main re-

search interest is distributed particle filter-based cooperative state estimation.)



陈迪 北京科技大学人工智能学院副教授. 主要研究方向为水下仿生机器人与智能控制.

E-mail: di.chen@ustb.edu.cn

(**CHEN Di** Associate professor at the School of Artificial Intelligence, University of Science and Technology Beijing. His research interests include bioinspired underwater robots and intelligent control.)



王建格 燕山大学电气工程学院副教授. 主要研究方向为智能网联车辆队列协同控制与优化.

E-mail: jiange@ysu.edu.cn

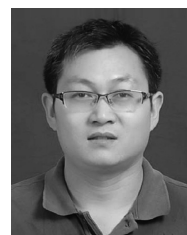
(**WANG Jian-Ge** Associate professor at the School of Electrical Engineering, Yanshan University. Her main research interest is collaborative control and optimization of intelligent connected vehicle platoons.)



李晓磊 燕山大学电气工程学院副教授. 主要研究方向为自主系统安全协同控制及应用. 本文通信作者.

E-mail: xiaolei@ysu.edu.cn

(**LI Xiao-Lei** Associate professor at the School of Electrical Engineering, Yanshan University. His main research interest is secure cooperative control of autonomous system and its application. Corresponding author of this paper.)



罗小元 燕山大学电气工程学院教授. 主要研究方向为船舶新型综合能源系统优化与调控.

E-mail: xyluo@ysu.edu.cn

(**LUO Xiao-Yuan** Professor at the School of Electrical Engineering, Yanshan University. His main research interest is optimization and regulation of the new integrated energy system for ships.)