

# 基于非合作博弈的四轮独立驱动电动汽车轮毂电机群 稳定裕度与能效优化管理

丁月恒<sup>1,2</sup> 王禹棋<sup>1,2</sup> 花为<sup>1,2</sup> 许德智<sup>1,2</sup> 吴中泽<sup>1,2</sup>

**摘要** 针对四轮独立驱动电动汽车轮毂电机转矩矢量控制中稳定性与经济性相冲突的问题, 提出一种基于稳定裕度博弈与分层优化的协同控制策略. 首先建立车辆动力学模型与高保真能耗模型; 进而设计分层控制器: 上层基于线性二次调节器计算广义横摆力矩, 中层通过模型预测控制在相平面稳定裕度约束下以系统损耗最小为目标优化横摆力矩与分配权重, 下层利用二次规划算法求解最优轮端转矩. 基于 dSPACE 平台的硬件在环仿真结果表明, 在双移线工况下, 所提策略在保证稳定性的同时能耗降低 5.7%, 具有优良的综合性能与鲁棒性.

**关键词** 四轮独立驱动电动汽车; 轮毂电机群; 稳定性; 能效优化; 博弈论; 转矩矢量分配; 分层控制

**引用格式** 丁月恒, 王禹棋, 花为, 许德智, 吴中泽. 基于非合作博弈的四轮独立驱动电动汽车轮毂电机群稳定裕度与能效优化管理. 自动化学报, 2026, 52(6): 1173–1188

**DOI** 10.16383/j.aas.c250629 **CSTR** 32138.14.j.aas.c250629

## Non-cooperative Game-based Optimization Management of Stability Margin and Energy Efficiency for an In-wheel Motor Group on Four-wheel Independently Driven Electric Vehicles

DING Yue-Heng<sup>1,2</sup> WANG Yu-Qi<sup>1,2</sup> HUA Wei<sup>1,2</sup> XU De-Zhi<sup>1,2</sup> WU Zhong-Ze<sup>1,2</sup>

**Abstract** Aiming at the conflict between stability and economy in torque vectoring control of in-wheel motors for four-wheel independently driven electric vehicles, a coordinated control strategy based on stability margin game and hierarchical optimization is proposed. First, a vehicle dynamics model and a high-fidelity energy consumption model are established; Then, a hierarchical controller is designed: The upper layer calculates the generalized yaw moment based on a linear quadratic regulator, the middle layer employs model predictive control to optimize the yaw moment and distribution weights with the objective of minimizing system losses, subject to stability margin constraints in the phase plane, and the lower layer solves for the optimal wheel torque using a quadratic programming algorithm. Hardware-in-the-loop simulation results based on dSPACE platform show that under double lane-change maneuver, the proposed strategy reduces energy consumption by 5.7% while ensuring stability, demonstrating excellent comprehensive performance and robustness.

**Keywords** four-wheel independently driven electric vehicles; in-wheel motor group; stability; energy efficiency optimization; game theory; torque vectoring allocation; hierarchical control

**Citation** Ding Yue-Heng, Wang Yu-Qi, Hua Wei, Xu De-Zhi, Wu Zhong-Ze. Non-cooperative game-based optimization management of stability margin and energy efficiency for an in-wheel motor group on four-wheel independently driven electric vehicles. *Acta Automatica Sinica*, 2026, 52(6): 1173–1188

如图 1 所示, 四轮独立驱动电动汽车通过四个

轮毂电机实现驱动转矩的独立精确控制, 彻底摒弃传统机械差速器等复杂传动结构, 不仅为提升驱动系统能效带来先天优势, 更因其可控自由度多而成为实现先进车辆动力学控制的理想平台<sup>[1-2]</sup>.

然而, 这种驱动形式在带来巨大潜力的同时, 也引入新的核心挑战: 如何协同优化车辆的操纵稳定性与驱动系统能效. 稳定性控制要求在车辆失稳时快速产生差异化横摆力矩以进行纠正, 而这往往会迫使部分轮毂电机偏离其高效工作区; 反之, 经济运行模式下的能效优化要求四台轮毂电机始终运行于最佳效率点, 却可能无法满足动态变化下的稳

收稿日期 2025-11-13 录用日期 2026-01-20  
Manuscript received November 13, 2025; accepted January 20, 2026

江苏省前沿技术研发计划 (BF2025021), 国家自然科学基金 (62222307, U24A20146) 资助

Supported by Jiangsu Provincial Frontier Technology Research and Development Program (BF2025021) and National Natural Science Foundation of China (62222307, U24A20146)

本文责任编辑 罗彪

Recommended by Associate Editor LUO Biao

1. 东南大学电气工程学院 南京 210096 2. 电动载运技术教育部工程研究中心 南京 210096

1. School of Electrical Engineering, Southeast University, Nanjing 210096 2. Engineering Research Center of Electrical Transport Technology, Ministry of Education, Nanjing 210096

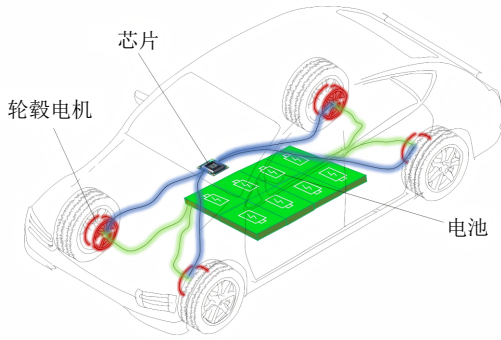


图 1 四轮独立驱动电动汽车拓扑图

Fig.1 Topology diagram of four-wheel independently driven electric vehicles

定性需求. 显然, 操纵稳定性与系统能效之间存在内在矛盾且又强耦合<sup>[3-7]</sup>. 因此, 提出复杂行驶工况下兼顾稳定性与能效的实时协调控制策略, 对于充分挖掘四轮独立驱动电动汽车的性能潜力至关重要.

在稳定性控制方面, 国内外学者已开展广泛而深入的研究<sup>[8-10]</sup>. 其中, 基于直接横摆力矩控制的各类方法, 如滑模控制<sup>[11-14]</sup>、鲁棒控制<sup>[15-16]</sup>等, 被证明能有效抑制车辆侧滑、提升极限工况下的操纵稳定性. 这类方法的核心思想为“履带(坦克)转向”机制: 当车辆出现转向不足/转向过度或侧滑风险时, 控制器并非仅依赖前轮转角来改变行驶方向, 而是通过在左右车轮(或内外侧车轮)之间施加差异化的驱动/制动纵向力, 从而在车身质心处形成可控的附加偏航力矩, 使车辆姿态向安全区域回归. 然而, 上述策略大多将稳定性作为唯一控制目标, 其生成的转矩分配指令往往以牺牲系统能量经济性为代价, 未能充分发挥四轮独立驱动架构在能效优化上的巨大潜力. 此外, 多数策略采用固定的控制参数<sup>[17-21]</sup>, 缺乏对车辆实时稳定裕度的精确感知与动态调整机制, 在稳定性与经济性的动态权衡上表现欠佳. 因此, 亟须一种能够在线评估稳定状态, 并以此为基础动态调整控制目标的智能稳定性控制方法.

在能效优化研究领域, 现有工作主要围绕驱动系统的效率提升展开<sup>[22-25]</sup>. 主流思路是基于轮毂效率云图或瞬时损耗模型, 以系统总损耗最小为目标, 通过优化算法求解各轮毂电机的最佳转矩分配比例<sup>[26-28]</sup>, 即试图让四台电机都尽可能工作在各自的最高效率点附近, 从而实现整车能耗的最小化. 这类研究对于提升车辆经济性贡献显著, 但其通常建立在车辆始终处于稳定行驶的假设之上. 当车辆面临紧急避障、高速过弯等动力学状态急剧变化的工况时, 单纯追求能效最优的分配方案可能无法提供维持稳定所需的横摆力矩, 甚至可能诱发失稳<sup>[29-30]</sup>. 换言之,

现有能效优化研究对于稳定性这一作为车辆行驶基本前提的硬约束考虑不足, 难以直接应用于对安全性要求极高的实际场景.

鉴于此, 本文立足于解决四轮独立电动汽车稳定性与能效之间的协调难题. 首先, 建立融合七自由度车辆动力学、非线性轮胎模型以及轮毂电机高精度损耗模型的耦合系统模型, 为控制器设计提供精确的对象基础. 其次, 提出一种分层博弈优化控制策略, 即上层控制器基于线性二次调节器 (linear quadratic regulator, LQR) 快速生成维持稳定所需的基准横摆力矩; 中层控制器作为智能决策中心, 引入基于相平面法的稳定裕度量化参数, 并利用模型预测控制 (model predictive control, MPC) 框架, 动态协调上层指令与下层能效优化之间的博弈; 下层控制器则采用二次规划 (quadratic programming, QP) 算法, 在满足多种物理约束的前提下, 高效求解出最终的四轮转矩指令. 最后, 通过 dSPACE 半实物仿真平台, 在高附着与低附着路面下对所提协同控制策略进行验证. 结果表明: 该策略能在严格保证车辆稳定性的同时, 显著降低驱动系统能量损耗. 本文的研究为四轮独立驱动电动汽车的多目标协同控制提供一种新颖且有效的解决方案.

## 1 系统模型

### 1.1 车辆稳定模型

如图 2 所示, 大部分四轮车辆 (包括四轮独立驱动) 的稳定性能主要由质心侧偏角  $\beta$  和横摆角速度  $\dot{\gamma}$  这两个重要参数决定, 其动力学表达式如下所示:

$$\dot{\beta} = -\frac{2(C_f + C_r)}{MV_x} \beta + \left( \frac{2C_r L_r - 2C_f L_f}{MV_x} - 1 \right) \gamma + \frac{2C_f}{MV_x} \delta \quad (1)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{2(C_r L_r - C_f L_f)}{I_z V_x} \beta - \frac{2(C_r L_r^2 - C_f L_f^2)}{I_z V_x} \gamma + \frac{2C_f L_f}{I_z} \delta \quad (2)$$

式中,  $M$  是车辆质量;  $C_f$  和  $C_r$  分别是前后轮胎的侧偏刚度;  $L_f$  和  $L_r$  是车辆重心到前后轴的距离;  $V_x$  为车辆重心处的速度在纵向的分量;  $I_z$  为惯性矩;  $\delta$  为前轮转向角 (作为输入).

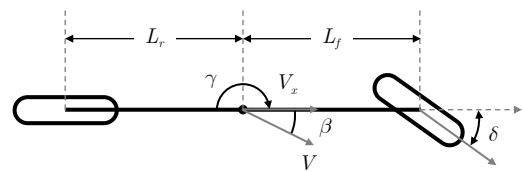


图 2 车辆稳定性状态模型

Fig.2 Vehicle stability state model

对图3受力分析可知, 附加横摆力矩为:

$$\Delta M_z = (F_{xfr} + F_{xfl})L_f \sin \delta + \frac{D_f}{2}(F_{xfr} - F_{xfl}) \cos \delta + \frac{D_r}{2}(F_{xrr} - F_{xrl}) \quad (3)$$

式中,  $F_{xi}$  表示纵向轮胎力, 车轮/电机索引  $i \in \{fl, fr, rl, rr\}$  表示四个轮端 (对应四个轮毂电机);  $D_f$  和  $D_r$  分别为前后轮距。

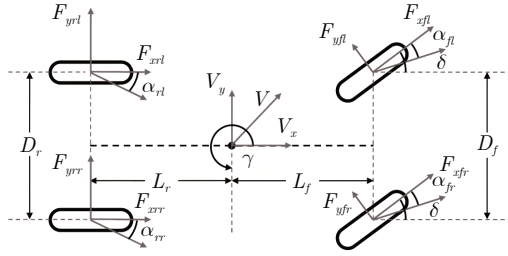


图3 四轮车辆模型结构

Fig.3 Four-wheel vehicle model structure

本文车辆稳定性控制目标就是通过调节式(3)中的附加横摆力矩  $\Delta M_z$ , 使得式(1)~(2)中的质心侧偏角  $\beta$  和横摆角速度  $\gamma$  实时且快速地收敛至车辆所需要的理想值  $\beta_d$  和  $\gamma_d$  (可分别按照文献[31]中方法进行计算)。

**注1.** 质心侧偏角  $\beta$  与车辆的轨迹有关, 它反映了车辆遵循期望轨迹的能力, 可以根据纵向和横向速度计算。横摆角速度  $\gamma$  与车辆的车身稳定性有关, 取决于围绕车辆质心的轮胎力的偏航力矩。

## 1.2 车辆能效模型

### 1.2.1 车轮旋转运动方程

$$I_w \dot{\omega}_i = T_i - F_{xi} r_{tire} - T_{fi}, \quad i \in \{fl, fr, rl, rr\} \quad (4)$$

式中,  $I_w$  为车轮转动惯量;  $\omega_i$  为车轮角速度 (电机转子机械角速度);  $T_i$  为轮毂电机输出转矩;  $r_{tire}$  为车轮有效半径;  $T_{fi}$  为滚动阻力矩。

在稳定性-能效协同控制问题中, 车辆往往经历双移线、高速转向等工况, 此时轮胎侧偏角与纵向滑移可能进入明显非线性区域, 轮胎力不再满足线性侧偏刚度假设。为在较宽工作域内准确描述轮胎力随滑移状态、法向载荷与路面附着变化的非线性特征, 本文在能效模型中采用工程上广泛应用的 Pacejka 魔术公式 (magic formula, MF) 半经验轮胎模型来计算轮胎横向力<sup>[32]</sup>:

$$F_{yi} = D_i \sin\{C_i \arctan[B_i \alpha_i - E_i(B_i \alpha_i - \arctan(B_i \alpha_i))]\} \quad (5)$$

其中,  $\alpha_i$  为轮胎侧偏角;  $B_i$  与初始斜率相关, 体现

小侧偏角区域的等效侧偏刚度特性;  $C_i$  调节曲线形状 (形状因子), 即影响力-滑移曲线的整体饱满程度;  $D_i$  决定峰值水平, 工程上通常与路面附着系数和法向载荷相关, 可反映“最大可用横向力”的物理上限;  $E_i$  控制峰值附近的曲率与过渡特性, 反映从线性段到饱和段的平滑性。

**注2.** 本文控制策略的关键在于稳定裕度约束与能效优化的协调机制, 而非提出新的轮胎建模方法。选用 MF 模型的目的在于在较宽滑移范围内提供可信的轮胎力非线性映射, 并与整车仿真对象保持一致; 后续如替换为其他高保真轮胎模型 (如 LuGre、UniTire 或实测查表模型), 控制框架保持不变, 仅需重新标定轮胎力映射与稳定边界参数。

### 1.2.2 轮毂电机及逆变器损耗模型

为精确优化能效, 需超越静态效率 MAP 图的局限, 建立电机与逆变器的瞬时损耗解析模型。永磁同步电机总损耗  $P_{motor, loss, i}$  主要包括铜耗  $P_{cu, i}$  (绕组损耗) 和铁耗  $P_{fe, i}$ 。

$$P_{cu, i} = 3I_i^2 R_s = 3 \left( \frac{T_i}{K_t} \right)^2 R_s \quad (6)$$

$$P_{fe, i} \approx K_h \omega_i T_i + K_e \omega_i^2 \quad (7)$$

式中,  $I_i$  为相电流 (有效值);  $R_s$  为考虑温度变化的定子相电阻;  $K_t$  为电机转矩常数;  $K_h$  为磁滞损耗系数;  $K_e$  为涡流损耗系数。

两电平三相电压源逆变器的损耗  $P_{inv, loss, i}$  主要包括导通损耗  $P_{cond, i}$  和开关损耗  $P_{sw, i}$ 。

$$P_{cond, i} = V_{ce} I_{inv, i} \quad (8)$$

$$P_{sw, i} = P_{sw(on), i} + P_{sw(off), i} = \frac{1}{2} V_{ce} \times I_{inv, i} (t_{on} + t_{off}) f_{sw} \quad (9)$$

式中,  $V_{ce}$ 、 $I_{inv, i}$  为 IGBT/MOSFET 在导通状态下的集电极-发射极电压和通过电流;  $P_{sw(on), i}$ 、 $P_{sw(off), i}$  分别表示第  $i$  个逆变器单元的开通损耗和关断损耗;  $t_{on}$ 、 $t_{off}$  分别为开通和关断时间;  $f_{sw}$  为开关频率。

因此, 整车驱动系统的总瞬时功率损耗为各单元损耗之和:

$$J_{energy} = \sum_{i=1}^4 (P_{motor, loss, i} + P_{inv, loss, i}) = \sum_{i=1}^4 (P_{cu, i} + P_{fe, i} + P_{cond, i} + P_{sw, i}) \quad (10)$$

控制器的能效优化目标为最小化该功率损耗

$J_{energy}$ .

**注 3.** 电机的铁芯损耗 (铁耗)  $P_{fe, i}$  传统上表示为电源频率  $f_s$  (正比于转速  $\omega_i$ ) 和磁通密度  $B$  的函数:  $P_{fe, i} = K_h f_s B^\beta + K_e f_s^2 B^2$ . 在永磁同步电机中, 铁芯磁通密度  $B$  受到永磁体磁场和电枢反应磁场的共同影响. 而电枢反应磁场与定子电流幅值相关, 定子电流的转矩分量  $I_q$  与输出电磁转矩  $T_i$  近似成正比. 因此, 为建立铁耗与转矩分配优化控制变量之间的直接关系, 本文将铁耗模型简化为如式 (7) 的形式. 此模型捕捉了铁耗随转速升高而增大, 同时随负载转矩 (电流) 增加而增大的趋势, 虽未精确刻画深层次的磁通变化, 但为系统层面的实时能效优化提供关键的函数关系, 确定了目标函数  $J_{energy}$  对控制变量  $T_i$  的依赖性.

**注 4.** 为确保能效优化在控制周期内具备可解释性与可优化性, 本文采用电机-逆变器的瞬时损耗解析模型而非仅使用效率云图 (效率 MAP/查表模型). 效率云图方法实现简单、在线计算开销小, 适用于稳态效率评估或能量管理的快速估算, 但其通常以“转速-转矩-效率”的静态映射为核心, 难以显式区分铜耗、铁耗与逆变器导通/开关损耗等组成项, 也不便于纳入温度、开关频率、母线电压等运行条件的影响, 从而在工况快速变化或需要精细协调 (稳定性约束下的节能修正) 时, 物理可解释性与泛化性受限. 相比之下, 解析损耗模型能够: 1) 同时刻画电机与逆变器损耗来源, 便于将“能效代价”与控制变量 (轮端转矩、转速、电流等) 建立直接关系; 2) 提供连续可微 (或可局部线性化) 的代价结构, 便于在中层/下层优化中构造权重与灵敏度, 实现实时“博弈权衡”的可计算落地; 3) 当硬件参数或运行条件变化时, 可通过少量可辨识参数更新模型, 避免云图在不同工况下需要重新标定整张效率云图的问题. 因此, 本文选用解析损耗模型以支撑后续基于稳定裕度的动态博弈与优化求解.

### 1.3 本文研究的问题

综上所述, 四轮独立驱动电动汽车稳定性与能效协同控制的核心矛盾在于: 维持车身稳定所需的附加横摆力矩与实现系统能效最优的转矩分配方案往往相互冲突. 现有基于静态权重或规则切换的方法难以实现二者的平衡. 因此, 本文待解决的关键问题可表述为:

如何设计一个实时控制策略, 能够在线感知车辆的实时稳定裕度, 并以此作为动态约束, 快速求解出一组四轮最优转矩指令, 在绝对保证车辆稳定性的前提下, 最小化驱动系统的总能量损耗.

该问题本质上是一个稳定裕度约束下的动态能效优化问题. 第 2 节将围绕此问题展开分层控制器的设计.

## 2 分层博弈控制器设计

如图 4 所示, 控制器架构采用上、中、下三层设计. 该架构将复杂的多目标优化问题分解为多个子问题, 层层求解, 既保证控制性能, 又兼顾计算的实时性.

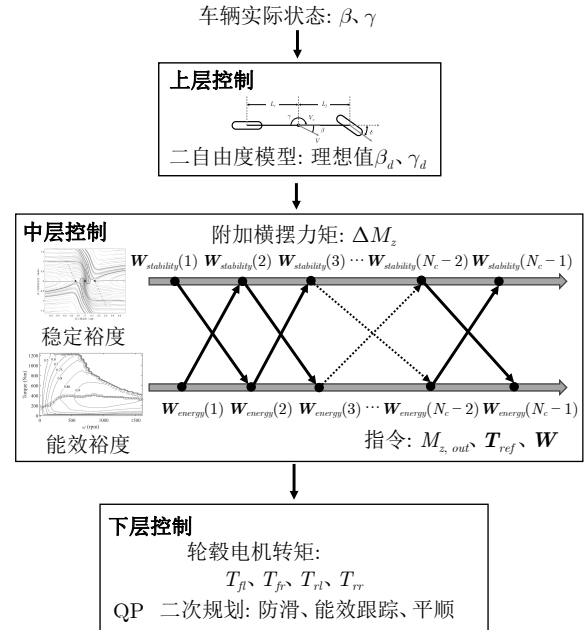


图 4 分层博弈控制器框图

Fig. 4 Block diagram of hierarchical game controller

### 2.1 上层 LQR 稳定性控制器

上层控制器聚焦于稳定性, 其核心职责是输出以稳定性为诉求的基准附加横摆力矩  $\Delta M_z$ , 其设计基于线性二自由度车辆模型. 基准值  $\Delta M_z$  明确提出了维持线性理想模型跟踪所需的力矩需求; 这一输出并非最终指令, 而是作为中层博弈的输入为后续博弈提供明确的稳定性诉求参考. 其设计确保了基准的鲁棒性与快速性, 为中层基于实时稳定裕度进行动态权衡与修正奠定了可靠的基础.

首先由线性二自由度模型推导出理想参考模型<sup>[31]</sup>, 计算车辆在当前工况下的理想横摆角速度  $\dot{\gamma}_d$  和理想质心侧偏角  $\beta_d$  (通常设为零). 定义状态误差向量  $\mathbf{e} = [e_\beta, e_\gamma]^T = [\beta - \beta_d, \gamma - \dot{\gamma}_d]^T$ . 基于线性模型, 可推导出其状态空间方程:

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}_c \mathbf{e} + \mathbf{B}_c \Delta M_z \quad (11)$$

其中,

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} -\frac{2(C_f + C_r)}{MV_x} & -1 + \frac{2(C_r L_r - C_f L_f)}{MV_x^2} \\ \frac{2(C_r L_r - C_f L_f)}{I_z} & -\frac{2(C_f L_f^2 + C_r L_r^2)}{I_z V_x} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ I_z \end{bmatrix}$$

系统矩阵  $\mathbf{A}_c$ 、 $\mathbf{B}_c$  与当前纵向车速  $V_x$ 、轮胎侧偏刚度及载荷分配等参数有关<sup>[33]</sup>. LQR 控制器的目标是寻找最优控制律  $\Delta M_z$ , 以最小化如下性能指标函数:

$$J_{lqr} = \int_0^{\infty} (e^T \mathbf{Q} e + \mathbf{R} \Delta M_z^2) dt \quad (12)$$

式中,  $\mathbf{Q}$  为半正定的状态误差权重矩阵;  $\mathbf{R}$  为正定的控制输入权重系数. 通过求解代数 Riccati 方程

$$\mathbf{A}_c^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_c - \mathbf{P} \mathbf{B}_c \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_c^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (13)$$

可求得唯一的对称正定解矩阵  $\mathbf{P}$ . 进而, 由  $\mathbf{P}$  可计算出最优状态反馈增益矩阵  $\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_c^T \mathbf{P}$ , 最终得到使性能指标 (12) 最小化的最优控制律:

$$\Delta M_z = -\mathbf{K} e \quad (14)$$

式中,  $\Delta M_z$  即为上层计算出的, 为消除当前状态误差与维持稳定性所需的基准附加横摆力矩.

**注 5.** 上层 LQR 控制器采用线性二自由度模型进行设计, 主要出于“稳定基准快速生成”与“在线可实现性”的工程考虑. 对于大多数日常工况及稳定裕度较大的区域, 车辆侧向动力学在小侧偏角、小横摆率附近可近似线性化, 此时线性模型能够较好地表征质心侧偏角与横摆角速度的主要耦合关系, 并可保证参考横摆力矩指令的方向与量级合理.

更重要的是, 本文并未将线性模型作为全工况的精确描述, 而是将其用于生成一个具有鲁棒性的稳定性基准: 在稳定裕度降低、非线性效应增强的情况下, 中层控制器将通过稳定裕度约束与滚动优化对该基准进行动态修正, 并在必要时收紧可行域以优先满足稳定性要求<sup>[34]</sup>. 因此, 上层线性模型的优势在于以极低计算开销提供可靠的稳定性“初始解/保底控制”, 并与中下层的约束优化机制形成互补, 从而兼顾控制性能与实时性.

## 2.2 中层博弈协调器

中层负责接收上层指令  $\Delta M_z$  和车辆实时状态信息, 通过“博弈”机制, 动态协调稳定性与经济性目标, 并输出优化后的指令给下层执行.

### 2.2.1 基于相平面法的稳定裕度在线评估

为量化车辆实时稳定程度, 引入  $\beta$ - $d\beta$  相平面

分析法. 通过不同工况的数据拟合, 确定不同车速和路面附着系数下的稳定边界 (如椭圆边界或分段线性边界). 在线运行时, 计算当前状态点  $(\beta, d\beta)$  到最近不稳定边界的归一化欧氏距离  $\rho$ . 该数值对应的边界为汽车受回正力矩等外力影响而能够自身回正的极限状态<sup>[35]</sup>.

$$\rho = 1 - \min \left( 1, \sqrt{\left( \frac{\beta}{\beta_{lim}} \right)^2 + \left( \frac{\dot{\beta}}{\dot{\beta}_{lim}} \right)^2} \right) \quad (15)$$

其中,  $\rho$  为一个介于 0 到 1 之间的连续稳定裕度量,  $\rho = 1$  表示绝对稳定,  $\rho = 0$  表示已失稳;  $\beta_{lim}$  为质心侧偏角  $\beta$  的稳定极限值.

相平面法的物理核心在于选取质心侧偏角  $\beta$  及其变化率  $d\beta$  作为描述车辆横向动力学状态的关键变量.  $\beta$  表征车辆行驶方向与车头指向的偏离程度, 直接关联轮胎侧偏力与整车轨迹跟随能力;  $d\beta$  则反映该偏离状态的瞬时变化趋势, 能够敏锐捕捉失稳的起始动态. 二者构成的相平面 (见图 5), 其状态轨迹直观揭示了系统稳定性的实时状态与未来趋势. 该方法通过辨识相平面中的稳定区域与不稳定区域的边界, 将复杂的动力学稳定性判断转化为状态点与几何边界相对位置的量化问题. 由于状态点向边界移动的速度和方向本身就蕴含预测信息, 该方法能提前预警失稳趋势, 为控制器实现平滑、渐进的干预提供可能.

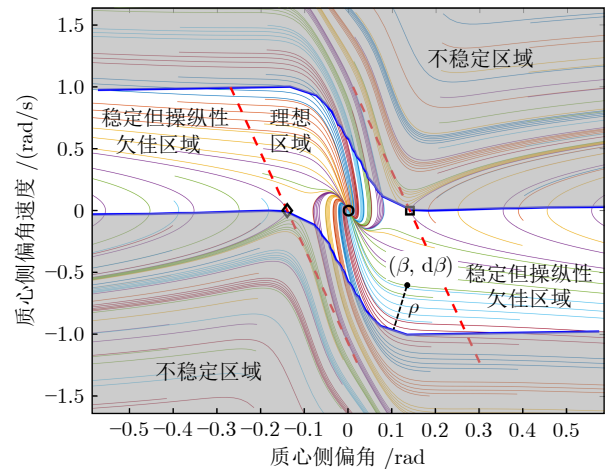


图 5 车辆稳定裕度相平面示意图

Fig. 5 Phase plane diagram of vehicle stability margin

### 2.2.2 稳定性约束下的 MPC 优化再决策

尽管上层给出  $\Delta M_z$ , 但中层需根据稳定裕度  $\rho$  判断是否可对其进行“节能修正”. 为此, 构建 MPC 滚动优化算法.

预测模型采用离散化的线性误差动力学方程:

$$\mathbf{e}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{e}(k) + \mathbf{B}_d M_z(k) \quad (16)$$

式中,  $M_z(k)$  为离散时刻  $k$  的附加横摆力矩控制输入;  $\mathbf{A}_d$ 、 $\mathbf{B}_d$  分别为离散化后的系统状态矩阵与输入矩阵, 其由连续线性化模型 (11) 在采样周期  $T_s$  下离散化得到;  $\mathbf{e}(k) \in \mathbf{R}^2$  为离散时刻  $k$  的误差状态向量, 定义为:

$$\mathbf{e}(k) = \begin{bmatrix} e_\beta(k) \\ e_\gamma(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta(k) - \beta_d(k) \\ \gamma(k) - \gamma_d(k) \end{bmatrix}$$

其中,  $\beta(k)$  与  $\gamma(k)$  分别为质心侧偏角与横摆角速度;  $\beta_d(k)$  与  $\gamma_d(k)$  分别为参考 (期望) 质心侧偏角与参考 (期望) 横摆角速度.

在此基础上构造滚动时域优化数学描述. 设预测步长为  $N_p$ , 控制步长为  $N_c$  (通常  $N_c \leq N_p$ ), 在当前时刻  $t$  求解以下优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{M_z(0|t), \dots, M_z(N_c-1|t)} J_{mpc} &= \sum_{k=0}^{N_p-1} \mathbf{e}^T(k|t) \mathbf{Q}_{mpc} \mathbf{e}(k|t) + \\ &\Delta M_z^T(k|t) \mathbf{R}_{mpc} \Delta M_z(k|t) \\ \text{s.t. } M_{z, \min}(\rho) &\leq M_z(k|t) \leq M_{z, \max}(\rho) \end{aligned} \quad (17)$$

式中,  $k = 0, 1, \dots, N_c - 1$ ; 符号  $(k|t)$  表示在时刻  $t$  对未来第  $k$  步的预测量;  $M_z(k|t)$  为预测控制序列;  $\Delta M_z(k|t)$  为控制增量, 定义为:

$$\Delta M_z(k|t) = M_z(k|t) - M_z(k-1|t)$$

其中,  $M_z(k-1|t)$  表示上一采样时刻已实施的控制量 (即  $M_z(t-1)$ ), 以保证控制序列连续.  $\mathbf{Q}_{mpc} \succcurlyeq 0$  为状态误差权重矩阵, 用于度量稳定性偏差惩罚;  $\mathbf{R}_{mpc} \succ 0$  为控制增量权重矩阵, 用于抑制控制输入剧烈变化并提升平顺性与可实现性. 目标函数第一项体现对侧偏角/横摆角速度误差的抑制, 第二项体现对控制变化率的约束性惩罚;  $M_{z, \min}(\rho)$ 、 $M_{z, \max}(\rho)$  分别为附加横摆力矩的下界与上界, 均为稳定裕度  $\rho \in [0, 1]$  的函数.  $\rho$  越小表示车辆越接近失稳边界, 此时约束收紧以强制控制更接近稳定基准;  $\rho$  越大表示车辆越稳定, 此时约束放宽以释放能效优化自由度. 本文采用如下对称收放形式:

$$M_{z, \min}(\rho) = \Delta M_z - \Delta M_{z, \max} \times (1 - \rho) \quad (18)$$

$$M_{z, \max}(\rho) = \Delta M_z + \Delta M_{z, \max} \times (1 - \rho) \quad (19)$$

式中,  $\Delta M_{z, \max} > 0$  为最大可调节幅值, 用于限定中层相对基准控制的“节能修正空间”. 当车辆稳定裕度  $\rho \rightarrow 0$  (即危险情况时), 有  $M_{z, \min}(\rho) \approx M_{z, \max}(\rho) \approx \Delta M_z$ , 中层决策退化为严格跟随上层稳定控制; 当  $\rho \rightarrow 1$  (即安全情况时), 系统约束范围放宽至

$[\Delta M_z - \Delta M_{z, \max}, \Delta M_z + \Delta M_{z, \max}]$ , 允许在不破坏稳定性的前提下进行更充分的能效优化. 求解上述优化问题后, 取第一步最优解实施, 即

$$M_{z, out} = M_z^*(0|t)$$

其中,  $M_{z, out}$  为中层输出给下层扭矩分配器的优化附加横摆力矩指令;  $M_z^*(0|t)$  表示最优控制序列的首个控制量.

### 2.2.3 能效最优参考生成与博弈权重计算

并行地, 中层基于当前总需求驱动力  $F_{x, req}$  和  $M_{z, out}$  求解能效最优分配问题.

$$\begin{aligned} \min_{T_i} J_{energy} &= \sum_{i=1}^4 P_{loss, i}(T_i, \omega_i) = \\ &\sum_{i=1}^4 (P_{cu, i} + P_{fe, i} + P_{cond, i} + P_{sw, i}) \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^4 T_i &= T_{total} = F_{x, req} \times r_{tire} \\ \sum_{i=1}^4 (T_i \times d_i) &= M_{z, out} \times \kappa \end{aligned} \quad (20)$$

式中,  $P_{loss, i}$  为电机-逆变器在扭矩  $T_i$  与角速度  $\omega_i$  下的瞬时总损耗, 包括铜耗、铁耗以及逆变器导通与开关损耗;  $T_{total}$  为当前整车前进方向驱动力需求对应的总驱动扭矩;  $F_{x, req}$  为总纵向驱动力需求;  $d_i$  为第  $i$  个车轮相对于车辆质心的横摆力矩臂长度;  $\kappa$  为横摆力矩与车轮扭矩之间的等效映射系数, 用于将四轮驱动扭矩分配方程式转换为统一的力矩平衡形式, 通常与车轮半径、纵向力分布以及轮胎模型有关, 是无量纲或近似无量纲常数.

求解此问题可得到一组能效最优的参考转矩  $T_{ref, i}$ . 同时, 通过分析目标函数  $J_{energy}$  对各电机转矩  $T_i$  的二阶导数 (Hessian 矩阵的对角元素), 可得到反映各执行器能效特性的权重系数:

$$J_{energy, i} \propto \frac{\partial^2 P_{loss, i}}{\partial T_i^2} \quad (21)$$

灵敏度高的电机, 其权重应更小, 以保证分配精度. 需要指出的是, 若采用效率云图/查表模型计算损耗, 同样可以在每个控制周期基于查表结果构造等价的能耗代价, 并通过数值差分、局部二次拟合或样条函数拟合获得关于转矩的局部灵敏度 (梯度/曲率) 以生成权重矩阵  $\mathbf{W}$ . 因此, 权重计算并不依赖某一特定损耗模型形式, 关键在于能耗代价在当前工作点附近可获得稳定的局部敏感性刻画.

最终, 中层输出给下层的指令是“博弈”的结果, 包括:

- 1) 优化横摆力矩  $M_{z, out}$ ;
- 2) 总驱动力  $F_{x, req}$ ;
- 3) 参考转矩向量

$$\mathbf{T}_{ref} = [T_{fl}^{ref}, T_{fr}^{ref}, T_{rl}^{ref}, T_{rr}^{ref}]^T$$

4) 权重矩阵  $\mathbf{W} = \text{diag}\{w_1, w_2, w_3, w_4\}$ , 其元素  $w_i$  由式 (22) 的稳定裕度  $\rho$  和电池荷电状态 (state of charge, SOC) 等因素共同调节。

$$w_i = \alpha_1(\rho, \text{SOC})w_{energy, i} + \alpha_2(\rho, \text{SOC})w_{stability, i} \quad (22)$$

其中,  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ ;  $w_{energy, i}$  为第  $i$  个轮毂电机的能效敏感度权重, 通常由损耗函数  $P_{loss, i}$  对扭矩  $T_i$  的二阶偏导 (Hessian 对角元) 得到;  $w_{stability, i}$  为第  $i$  个轮毂电机的稳定性贡献权重, 反映车轮在实现横摆力矩  $M_z$  时对车辆稳定性改善的影响程度 (无量纲)。当  $\rho$  大、SOC 高时,  $\alpha_1 \rightarrow 1$ , 偏向经济性; 当  $\rho$  小、SOC 低时,  $\alpha_2 \rightarrow 1$ , 偏向稳定性。

中层博弈协调器是本策略的核心创新点。它通过稳定裕度  $\rho$  将稳定性这一“软”要求转化为优化问题的“硬”约束, 实现两目标间的平滑过渡与动态权衡。MPC 框架保证优化的前瞻性, 而权重  $w_i$  的引入则将博弈结果传递至下层分配器。控制逻辑从依赖固定规则或静态权重的妥协转变为基于实时状态的自适应决策, 这使得系统在安全域内能最大化能效收益, 在稳定边界附近能平滑过渡, 构建了一个具有“认知-权衡”能力的智能协调层。

#### 2.2.4 与最优控制的统一表述及多目标协同机制

本节给出本文策略的统一优化解释。四轮独立驱动车辆在单一控制周期内的本质目标可抽象为“在稳定性硬约束下的能耗最小化”, 并兼顾平顺性与执行器约束。将系统离散化后, 记预测时域内控制量为:

$$U = \{\Delta M_z(k|t), T_i(k|t)\}_{k=t}^{t+N_p-1}$$

则可将整体多目标协同问题写成如下约束优化 (最优控制) 形式:

$$\begin{aligned} \min_U J_{tot} := & \underbrace{\sum_k \|e(k|t)\|_{Q_s}^2}_{\text{稳定性代价 } J_s} + \underbrace{\sum_k P_{loss}(k|t)}_{\text{能耗代价 } J_e} + \\ & \underbrace{\sum_k \|\Delta T(k|t)\|_{Q_u}^2}_{\text{平顺性代价 } J_u} \\ \text{s.t. } & x(k+1|t) = f(x(k|t), u(k|t)) \\ & \rho(k|t) \geq \rho_{\min}, \quad k = t, \dots, t + N_p - 1 \\ & T_{\min} \leq T_i(k|t) \leq T_{\max} \end{aligned} \quad (23)$$

其中,  $Q_s \succ 0$  为稳定性误差权重矩阵, 用于度量误差向量  $e$  对总性能的影响;  $\Delta T(k|t)$  表示在时刻  $t$  优化得到的第  $k$  个预测步的转矩变化量;  $Q_u \succ 0$  为转矩变化率惩罚权重矩阵, 用于抑制四轮电机扭矩快速变化, 提高平顺性、保护执行器;  $x(k|t)$  表示在当前时刻  $t$  基于系统模型对未来第  $k$  个采样时刻的预测状态向量;  $u(k|t)$  表示在时刻  $t$  优化得到的作用于未来第  $k$  个采样时刻的控制输入;  $f(\cdot)$  为系统离散状态更新函数;  $\rho$  为相平面稳定裕度指标 (15), 约束  $\rho \geq \rho_{\min}$  将“稳定性需求”从软目标提升为硬约束, 从而确保能效优化不会以牺牲安全为代价;  $\rho_{\min}$  为稳定裕度硬约束下界 (安全阈值), 用于避免 MPC 在追求能效优化时跨越车辆稳定边界 (典型取值 0.1 ~ 0.2);  $T_{\min}$ 、 $T_{\max}$  为轮毂电机可连续输出的最小/最大转矩。由于直接求解式 (23) 在工程实现上耦合度高, 本文采用分层分解实现实时可解。

1) 稳定性-能效“非合作博弈”的等价最优控制解释

本文中所谓“博弈”并非脱离最优控制的独立机制, 而是用稳定裕度  $\rho$  在线生成“谈判力/权衡系数”, 将多目标优化转化为时变标量化最优控制。具体地, 定义稳定性优先权重  $\lambda_s(\rho)$  与能效优先权重  $\lambda_e(\rho)$ , 满足  $\lambda_s(\rho) + \lambda_e(\rho) = 1$ , 并取:

$$\lambda_e(\rho) = \alpha(\rho), \quad \lambda_s(\rho) = 1 - \alpha(\rho) \quad (24)$$

其中,  $\alpha(\rho)$  由 Sigmoid 函数 (46) 给出。则中层 MPC 求解可写成:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta M_z(\cdot)} & \sum_{k=t}^{t+N_p-1} \left( \lambda_s(\rho) \|e(k|t)\|_{Q_s}^2 + \lambda_e(\rho) P_{loss}(k|t) \right) + \\ & \|\Delta M_z(k|t) - \Delta M_{z, LQR}(k|t)\|_{Q_R}^2 \\ \text{s.t. } & x(k+1|t) = \mathbf{A}_c e(k|t) + \mathbf{B}_c \Delta M_z(k|t) \\ & \rho(k|t) \geq \rho_{\min}, \quad \Delta M_z \in \mathcal{U}(\rho) \end{aligned} \quad (25)$$

式中,  $Q_R$  为稳定基准一致性惩罚权重矩阵, 用于约束  $\Delta M_z$  不偏离上层 LQR 所提供的基准增量  $\Delta M_{z, LQR}$ ;  $\mathcal{U}(\rho)$  为稳定裕度依赖的允许控制输入集, 通常定义为:

$$\mathcal{U}(\rho) = \left\{ \Delta M_z \left| \begin{array}{l} M_{z, \min}(\rho) \leq \Delta M_z \leq M_{z, \max}(\rho), \\ |\Delta M_z| \leq \Delta M_{z, \max} \end{array} \right. \right\}$$

式 (25) 中  $Q_R$  的加权二次范数项用于保持与上层 LQR “稳定基准”一致 (等价于在稳定安全域内允许节能修正、在危险域内强制回到稳定基准)。因此, 中层决策是一个带稳定裕度约束的最优控制问题: 当  $\rho$  较小 (接近不稳定边界) 时,  $\lambda_s(\rho) \rightarrow 1$  且  $\mathcal{U}(\rho)$  收紧, 使控制趋向稳定最优; 当  $\rho$  较大时,  $\lambda_e(\rho) \rightarrow 1$  且约束放宽, 使控制趋向能效最优。该机

制给出了稳定性与能效矛盾的连续、可解释、可调节的协调途径。

2) 多目标协同优化的 Pareto 有效性说明 (凸情形)

在中层与下层均转化为凸二次规划 QP/凸 MPC 的条件下 (线性预测模型、二次代价、凸约束), 采用  $\lambda_s(\rho)$ 、 $\lambda_e(\rho) > 0$  的加权和标量化求解, 可得到一个 Pareto 有效的解. 即: 若存在另一可行解使  $J_s$  与  $J_e$  同时严格更小, 则加权总代价  $\lambda_s(\rho)J_s + \lambda_e(\rho)J_e$  必然更小, 与式 (25) 最优性矛盾. 由此, 本文“博弈权衡”实质上是沿着稳定-能效的 Pareto 前沿在线移动,  $\rho$  越大, 解越偏向能效端;  $\rho$  越小, 解越偏向稳定端, 从而实现多目标协同优化的数学闭环.

### 2.3 下层 QP 实时转矩分配器

下层的任务是将中层的抽象指令 ( $M_{z, out}$ ,  $T_{ref}$ ,  $\mathbf{W}$ ) 快速、精确地转化为四个轮毂电机可执行的转矩指令 [ $T_{fl}$ ,  $T_{fr}$ ,  $T_{rl}$ ,  $T_{rr}$ ], 同时满足各类物理约束. 该问题自然地表述为一个带约束的二次规划 (QP) 问题:

$$\min_{\Delta T_i} J_{qp} = J_0 + J_1 + J_2 \quad (26)$$

其中,  $J_0$  (防滑目标): 避免轮胎工作点逼近摩擦椭圆边界, 提高稳定裕度.

$$J_0 = \sum_{i \in \{fl, fr, rl, rr\}} \lambda_{s, i} \left( \frac{F_{xi}}{\mu F_{zi}} \right)^2 \quad (27)$$

式中,  $F_{zi}$  为第  $i$  个车轮的垂向载荷;  $\mu$  为路面-轮胎摩擦系数;  $\lambda_{s, i} > 0$  为第  $i$  个车轮的防滑权重, 用于调节对防滑性能的重视程度.

$J_1$  (能效跟踪目标): 驱使最终分配结果跟踪中层给出的能效最优参考值.

$$J_1 = \sum_{i \in \{fl, fr, rl, rr\}} w_i (T_i - T_{ref, i})^2 \quad (28)$$

$J_2$  (平顺性目标): 惩罚转矩的剧烈变化, 提高驾乘舒适性并保护执行机构.

$$J_2 = \sum_{i \in \{fl, fr, rl, rr\}} \lambda_{\Delta, i} (\Delta T_i)^2 \quad (29)$$

满足以下条件:

$$\begin{cases} \text{总驱动力约束: } \sum T_i = T_{total} \\ \text{总横摆力矩约束: } \sum (T_i \times d_i) = M_{z, out} \times \kappa \\ \text{电机转矩能力约束: } T_{i, \min} \leq T_i \leq T_{i, \max} \\ \text{转矩变化约束: } |\Delta T_i| \leq \Delta T_{i, \max} \end{cases} \quad (30)$$

式中,  $\Delta T_i = T_i - T_i^-$  为第  $i$  个电机转矩变化量,  $T_i^-$

为上一控制周期扭矩;  $\lambda_{\Delta, i} > 0$  为扭矩变化率惩罚权重, 通过抑制大幅度扭矩跳变提升平顺性与执行器寿命;  $T_{i, \min}$ 、 $T_{i, \max}$  为第  $i$  个电机的最小与最大扭矩能力;  $\Delta T_{i, \max}$  为对应轮毂电机允许的最大转矩变化幅度. 该凸 QP 问题可使用 Active-Set、Interior-Point 等算法在毫秒级内高效求解, 满足实时控制要求.

此外, 下层 QP 可视为对式 (23) 在当前控制周期的“快速近似求解”. 其中  $J_0$  对应稳定裕度相关的安全代价;  $J_1$  对应能耗最优参考跟踪; 权重矩阵  $\mathbf{W}$  由式 (22) 与式 (24) 给出, 等价于将中层确定的  $\lambda_s$ 、 $\lambda_e$  映射为轮端分配的目标偏好强度. 由于该 QP 为凸问题, 其 KKT 条件为充分必要条件, 保证每个周期的分配解为给定权重下的全局最优解, 从而使中层博弈的结果落实为可执行的最优轮端转矩, 这确保了下层分配器不仅是中层的执行末端, 更是一个具有严格数学保障的“博弈结果解析器”, 将中层输出准确、无歧义地转化为可实现的最优轮端转矩指令.

## 3 稳定性与收敛性分析

### 3.1 闭环系统稳定性分析

为确保控制系统在实际应用中的安全性, 必须证明其在存在优化扰动 (由中层博弈决策引起) 下的鲁棒稳定性.

**定理 1 (一致最终有界性).** 对于采用本文分层控制器的闭环系统, 若参考轨迹  $[\beta_d, \gamma_d]^T$  有界, 且中层优化问题可行, 则存在一个紧集  $\Omega$ , 使得式 (11) 中状态误差  $e$  是一致最终有界的, 并最终收敛至  $\Omega$ .

**证明. 步骤 1 (标称系统稳定性).** 考虑标称系统, 即控制输入完全由上层的 LQR 控制器 (14) 提供. 选取李雅普诺夫函数候选为:  $V(e) = \frac{1}{2} e^T P e$ .

显然,  $V(e)$  是正定的. 计算其沿标称系统轨迹的时间导数:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= \frac{1}{2} \dot{e}^T P e + \frac{1}{2} e^T P \dot{e} = \\ &= \frac{1}{2} [(A_c e + B_c \Delta M_z)^T P e + \\ &+ e^T P (A_c e + B_c \Delta M_z)] = \\ &= \frac{1}{2} e^T (A_c^T P + P A_c) e + \\ &+ \frac{1}{2} \Delta M_z^T B_c^T P e + \frac{1}{2} e^T P B_c \Delta M_z = \\ &= \frac{1}{2} e^T (A_c^T P + P A_c) e + e^T P B_c \Delta M_z \end{aligned} \quad (31)$$

将式 (14) 代入式 (31):

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= \frac{1}{2} e^T (A_c^T P + P A_c) e - \\ & e^T P B_c R^{-1} B_c^T P e = \\ & \frac{1}{2} e^T [A_c^T P + P A_c - 2 P B_c R^{-1} B_c^T P] e \quad (32) \end{aligned}$$

将 Riccati 方程 (13) 代入式 (32):

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= \frac{1}{2} e^T [(-Q + P B_c R^{-1} B_c^T P) - \\ & 2 P B_c R^{-1} B_c^T P] e = \\ & - \frac{1}{2} e^T [Q + P B_c R^{-1} B_c^T P] e = \\ & - \frac{1}{2} e^T \Phi e \quad (33) \end{aligned}$$

其中,  $\Phi = Q + P B_c R^{-1} B_c^T P = Q + K^T R K$  是正定矩阵. 因此, 存在一个常数  $\theta > 0$ , 使得:

$$\dot{V}(e) \leq -\theta \|e\|^2 \quad (34)$$

这表明标称系统是指数稳定的.

**步骤 2 (有界扰动分析).** 现在考虑实际闭环系统, 其中控制输入为中层 MPC 优化后的结果:  $\delta M_z := M_{z, out} - M_{z, LQR}$ . 因此闭环控制输入可写为  $u = M_{z, out} = u_0 + \delta M_z$ , 其中  $u_0 := M_{z, LQR}$  为上层 LQR 生成的基准附加横摆力矩. 于是扰动项自然可定义为  $\Delta u := u - u_0 = \delta M_z$ , 表示中层经济性优化引入的偏移量.

由于 MPC 的可行域  $[M_{z, \min}(\rho), M_{z, \max}(\rho)]$  对任意  $\rho \in [0, 1]$  都是紧集, 且 LQR 基准控制  $u_0$  有界, 因此存在一个常数  $\xi > 0$ , 使得对所有  $t \geq 0$ , 均有  $|\Delta u(t)| \leq \xi$ .

**步骤 3 (实际系统最终有界性).** 实际闭环系统为  $de = A_c e + B_c \Delta M_z$ . 此时, 李雅普诺夫函数的导数为:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= e^T P \dot{e} = \\ & e^T P [(A_c - B_c K) e + B_c \Delta M_z] = \\ & e^T P (A_c - B_c K) e + e^T P B_c \Delta M_z \leq \\ & -\theta \|e\|^2 + \|e\| \times \|P B_c\| \times \xi \quad (35) \end{aligned}$$

上式利用标称系统结论和柯西-施瓦茨不等式<sup>[36]</sup>可得, 且令  $\eta = \|P B_c\| \xi$ , 则有:

$$\dot{V}(e) \leq -\theta \|e\|^2 + \eta \|e\| \quad (36)$$

其中, 正标量  $\theta > 0$  为系统状态误差的指数收敛率系数, 其具体数值由 Riccati 方程的解矩阵  $P$  与状态权重矩阵  $Q$  共同决定, 满足  $\theta \propto \lambda_{\min}(Q)$  (矩阵  $Q$  的最小特征根). 它表征了理想情况下 ( $\eta = 0$ ) 系统

状态  $e$  向平衡点收敛的速率. 当  $\|e\| > \eta/\theta$  时, 有  $dV(e) < 0$ . 根据李雅普诺夫稳定性理论中一致最终有界性的定理<sup>[23]</sup>, 可知状态误差  $e$  将被吸引并最终一致有界于如下紧集内:

$$\Omega = \left\{ e : \|e\| \leq \frac{\eta}{\theta} \right\} \quad (37)$$

系统受到的扰动最终控制在紧集  $\Omega$  内.  $\square$

**注 6.** 定理 1 表明, 在中层控制器优化中, 即使存在控制力矩的扰动  $\Delta u$ , 整个闭环系统的状态误差也将被限制在一个与扰动上界  $\xi$  成正比的小范围内. 这从理论上严格保证车辆的关键状态 (质心侧偏角和横摆角速度) 始终不会偏离理想值太远, 为系统的安全性提供了至关重要的理论依据. 此外, 本文闭环稳定性机理依赖于稳定裕度约束下的控制可行性与扰动有界性; 能耗模型用于优化“代价与权重”的构造, 若将解析损耗模型替换为效率云图或其平滑近似, 只要中层/下层优化问题保持可行且输出修正量有界, 上述一致最终有界性结论与博弈层“稳定优先-节能让渡”的机制不受影响.

### 3.2 优化问题收敛性分析

中层 MPC 优化问题的求解可靠性与收敛性直接影响控制器实时性能. 本节在给出明确代价函数与终端代价选取依据的基础上, 说明滚动优化的递归可行性与代价函数非增性. 其中, 递归可行性用于确保滚动优化可持续进行而不中断; 代价非增性则为系统的渐近稳定性提供直接依据.

为便于表述, 将式 (16) 写为离散预测模型:

$$e(k+1|t) = A_d e(k|t) + B_d u(k|t)$$

其中,  $e(k|t) = [e_\beta, e_\gamma]^T$ ,  $u = \Delta M_z$ . 中层 MPC 在时刻  $t$  求解如下有限时域优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\{u(k|t)\}} J_N(t) &:= \sum_{k=0}^{N-1} (e^T(k|t) Q_{mpc} e(k|t) + \\ & u^T(k|t) R_{mpc} u(k|t)) + \\ & e^T(N|t) P e(N|t) \end{aligned}$$

$$\text{s.t. } e(0|t) = e(t)$$

$$e(k+1|t) = A_d e(k|t) + B_d u(k|t)$$

$$u(k|t) \in \mathcal{U}(\rho), e(k|t) \in \mathcal{X}(\rho)$$

$$e(N|t) \in \mathcal{X}_f \quad (38)$$

其中,  $k = 0, \dots, N-1$ ;  $\mathcal{U}(\rho)$  与  $\mathcal{X}(\rho)$  表示由稳定裕度  $\rho$  自适应收紧/放宽后的输入与状态可行域 (对应第 2.2.2 节的稳定边界约束思想);  $\mathcal{X}_f$  为终端集

合. 式 (38) 中阶段代价记为:

$$\ell(e, u) = e^T Q_{mpc} e + u^T R_{mpc} u \quad (39)$$

终端代价“设置得当”的含义在于: 选取一个稳定的终端控制律  $u = Ke$ , 并令终端代价矩阵  $P$  满足离散代数 Riccati 方程:

$$(A_d + B_d K)^T P (A_d + B_d K) - P \preceq - (Q_{mpc} + K^T R_{mpc} K) \quad (40)$$

同时选取终端集合  $\mathcal{X}_f$  使其在终端控制律  $u = Ke$  下正不变, 且满足约束一致性: 对任意  $e \in \mathcal{X}_f$ , 有  $Ke \in \mathcal{U}(\rho)$ , 且  $(A_d + B_d K)e \in \mathcal{X}_f$ . 上述条件是 MPC 稳定性分析中常用的标准构造, 其物理含义为: 当系统状态进入终端集合后, 可由局部线性反馈律在不违背约束的情况下继续稳定收敛, 而终端代价  $e^T P e$  则作为该局部稳定控制律的李雅普诺夫函数上界.

**定理 2 (中层 MPC 递归可行性与代价非增性).** 对优化问题 (38), 若存在终端控制律  $u = Ke$ 、终端代价矩阵  $P$  满足式 (40), 且终端集合  $\mathcal{X}_f$  在  $u = Ke$  下正不变并满足约束一致性, 则:

- 1) 若时刻  $t$  优化问题 (38) 可行, 则时刻  $t + 1$  亦可行 (递归可行性);
- 2) 最优代价  $J_N^*(t)$  满足

$$J_N^*(t + 1) \leq J_N^*(t) - \ell(e(t), u^*(0|t)) \quad (41)$$

从而  $\{J_N^*(t)\}$  为非增序列.

**证明.** 设时刻  $t$  的最优解为  $\{u^*(0|t), \dots, u^*(N - 1|t)\}$ , 对应预测状态序列为  $\{e^*(0|t), \dots, e^*(N|t)\}$ .

1) 递归可行性: 在时刻  $t + 1$ , 构造候选控制序列 (移位 + 终端控制)

$$\tilde{u}(k|t + 1) = \begin{cases} u^*(k + 1|t), & k = 0, \dots, N - 2 \\ Ke^*(N|t), & k = N - 1 \end{cases} \quad (42)$$

由时刻  $t$  的最优序列可行性可知, 移位部分满足约束; 又因  $e^*(N|t) \in \mathcal{X}_f$  且  $\mathcal{X}_f$  在  $u = Ke$  下正不变并满足约束一致性, 故终端一步亦满足约束, 从而式 (38) 在  $t + 1$  时刻存在可行解, 递归可行性成立.

2) 代价非增性: 记  $t + 1$  时刻该候选序列对应代价为  $\tilde{J}_N(t + 1)$ . 由于最优性,  $J_N^*(t) \leq \tilde{J}_N(t + 1)$ . 将  $\tilde{J}_N(t + 1)$  展开并与  $\tilde{J}_N(t)$  对齐, 可得:

$$\tilde{J}_N(t + 1) = \tilde{J}_N(t) - \ell(e^*(0|t), u^*(0|t)) + \Delta \quad (43)$$

其中,

$$\begin{aligned} \Delta := & e^{*T}(N + 1|t) P e^*(N + 1|t) - \\ & e^{*T}(N|t) P e^*(N|t) + \ell(e^*(N|t), Ke^*(N|t)) \end{aligned} \quad (44)$$

又由式 (40) 可知对任意  $e \in \mathcal{X}_f$ , 有

$$e^T (A_d + B_d K)^T P (A_d + B_d K) e - e^T P e + e^T (Q_{mpc} + K^T R_{mpc} K) e \leq 0 \quad (45)$$

即  $\Delta \leq 0$ . 因此

$J_N^*(t + 1) \leq \tilde{J}_N(t + 1) \leq J_N^*(t) - \ell(e(t), u^*(0|t))$  得到式 (41), 从而最优代价序列非增.  $\square$

**注 7.** 式 (40) 给出了终端代价矩阵  $P$  的标准选取方式, 即取为离散 LQR 对应的 Riccati 方程解, 并采用相应的稳定反馈增益  $K$ . 终端集合  $\mathcal{X}_f$  可选为满足约束的局部不变集合 (例如在约束内的最大正不变椭球集合的近似). 在本文实现中, 若不显式施加终端集合约束, 也可通过采用 Riccati 终端代价并取足够长的预测步长来获得良好的数值收敛与“实用意义下”的代价下降趋势; 为保证理论严谨性, 本文在证明中采用上述标准 MPC 终端构造给出可验证的非增性结论.

### 3.3 博弈权衡机理的数学描述

如图 6 权重函数  $\alpha(\rho)$  是实现稳定性与能效性博弈权衡的核心. 其设计需满足严格的数学特性以确保控制的平滑性与合理性.

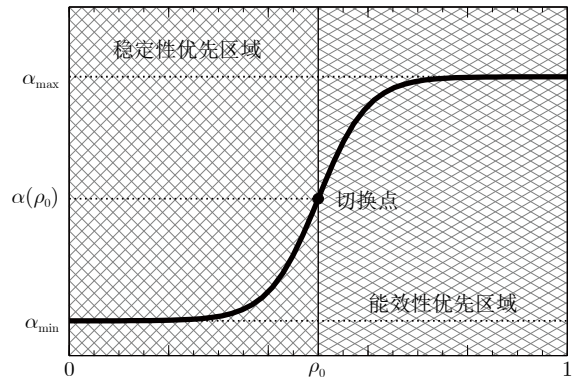


图 6 博弈权衡函数  $\alpha(\rho)$   
Fig.6 Game weight function  $\alpha(\rho)$

我们将其设计为一个光滑且单调的 S 型函数 (Sigmoid 函数), 其数学表达式如下:

$$\alpha(\rho) = \alpha_{\min} + \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}{1 + \exp(-k(\rho - \rho_0))} \quad (46)$$

其中,  $\alpha_{\max} \approx 1; \alpha_{\min} \approx 0; k > 0$  是增益系数, 控制着过渡区的斜率;  $\rho \in (0, 1)$  且  $\rho_0$  为 Sigmoid 函数的

中心点(切换中心)。

该函数的数学特性保证博弈权衡的优良性能, 分别体现在以下三点:

1) 边界行为:

$$\lim_{\rho \rightarrow 1} \alpha(\rho) = \alpha_{\max} \approx 1, \quad \lim_{\rho \rightarrow 0} \alpha(\rho) = \alpha_{\min} \approx 0 \quad (47)$$

这实现了在极度安全时完全倾向能效优化, 在极度危险时完全倾向稳定性控制。

2) 单调性: 由于  $k > 0$ , 函数的一阶导数

$$\alpha'(\rho) = k(\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) \frac{\exp(-k(\rho - \rho_0))}{(1 + \exp(-k(\rho - \rho_0)))^2} > 0 \quad (48)$$

保证权重随稳定裕度增加而平滑增大。

3) 光滑性: 函数无限阶可导, 避免了控制指令的跳变, 从而保证车辆的平顺性。最终的权重矩阵由下式生成:

$$\mathbf{W} = \alpha(\rho) \times \mathbf{W}_{\text{energy}} + (1 - \alpha(\rho)) \times \mathbf{W}_{\text{stability}} \quad (49)$$

其中,  $\mathbf{W}_{\text{energy}} = \text{diag}\{w_{\text{energy}, 1}, \dots, w_{\text{energy}, 4}\}$  由各电机的能效特性决定;  $\mathbf{W}_{\text{stability}} = \text{diag}\{w_{\text{stability}, 1}, \dots, w_{\text{stability}, 4}\}$  由各轮胎的稳定性趋势(如载荷)决定。这个公式从数学上精确地刻画了基于实时稳定裕度的连续博弈过程。

### 3.4 多目标协同优化性质讨论

本文中层(25)与下层(26)均为凸优化问题时, 采用正权重加权和标量化得到的最优解为 Pareto 有效解。随稳定裕度  $\rho$  变化, 权衡系数  $\alpha(\rho)$  连续变化, 从而避免传统“规则切换/固定权重”导致的目标突变与指令跳变, 实现稳定-能效之间的连续过渡。该性质从理论上说明: 本文“博弈层”并非经验规则, 而是以稳定裕度为约束/谈判变量的在线最优控制实现。

## 4 实验验证与分析

为验证本文所提分层博弈控制策略的有效性, 搭建了基于 dSPACE 的半实物仿真平台。该平台硬件结构如图 7 所示, 主要由以下部分组成:

1) dSPACE MicroLabBox 作为主控制器, 用于运行车辆动力学模型与分层控制算法;

2) 四片 Xilinx Kintex-7 FPGA 开发板, 分别模拟四个轮毂电机的动态响应特性, 包括电磁转矩响应、效率特性及损耗计算;

3) 上位机运行 ControlDesk 实验管理软件, 实现参数调整、数据监控与记录。

dSPACE 通过 DS2655 FPGA 基板与四个 FPGA 实现高速数据交换, 采样频率设置为 20 kHz, 确保

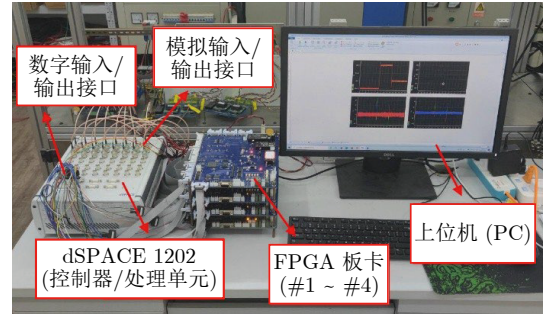


图 7 基于 dSPACE 平台的硬件在环仿真

Fig. 7 Hardware-in-the-loop simulation based on dSPACE platform

电机模型的实时性。车辆模型采用 CarSim 中的 B 级车模型, 其关键参数为: 整备质量 1 270 kg, 轴距 2.91 m, 质心高度 0.54 m, 横摆转动惯量 1 530 kg·m<sup>2</sup>。测试工况选择 ISO3888-2 标准规定的双移线工况(如图 8), 该工况要求车辆在限定区域内快速完成两次车道变换, 能有效激发车辆的横摆与侧向运动, 是对稳定性控制系统极为严峻的考验。

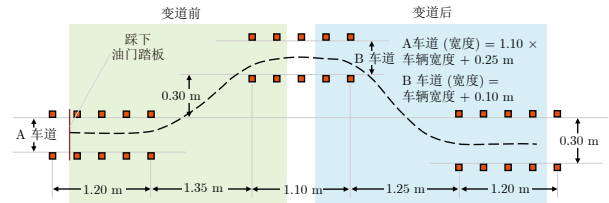


图 8 双移线工况说明

Fig. 8 Double lane-change maneuver description

本文仿真采用 MATLAB/Simulink-dSPACE 联合运行架构。整车动力学模型由 CarSim2020.1 提供, 并通过 CarSim for Simulink 接口与 MATLAB/Simulink R2022a 联合仿真; 分层控制算法部署于 dSPACE MicroLabBox (RTI2022-A) 实时运行, 实验管理、在线参数调整与数据采集由 dSPACE ControlDesk 7.6 完成。上位机运行环境为 Windows10 Pro22H2 (64 位), 处理器 Intel Core i7-12700 (2.10 GHz), 内存 32 GB。控制系统主循环周期设置为 1 ms (对应 1 kHz 更新频率), 用于上层 LQR、中层 MPC 与下层 QP 的在线求解与指令更新; 电机与逆变器损耗计算及电磁转矩动态由 Xilinx Kintex-7 FPGA 以 20 kHz 采样频率实时执行, 并通过 DS2655 FPGA 基板与 MicroLabBox 进行高速数据交换。联合仿真采用固定步长离散求解设置, 以保证控制周期内的实时性与实验可复现性。

### 4.1 实车底盘可扩展性与工程实现讨论

尽管本文的控制策略验证依托于 dSPACE 半

实物仿真平台开展,但所提的“LQR-MPC-QP”分层架构面向实车底盘具备较强的可迁移性,原因在于三层控制器均以车辆的可测/可估状态与执行器约束为输入,并将复杂的多目标权衡分解为实时可解的凸优化问题.为说明其工程落地可行性,现从硬件接口、状态获取、计算复杂度与标定流程四个方面进行补充讨论.

**硬件接口与执行器匹配.**下层QP输出为四轮轮端目标转矩 $[T_{fl}, T_{fr}, T_{rl}, T_{rr}]$ ,该输出形式能够与四轮轮毂电机/电驱控制器的常用扭矩指令接口直接对接;同时,QP约束(30)已显式考虑电机转矩边界、轮胎附着限制等物理约束,便于直接映射至实车电驱与轮胎能力范围.

**状态量可获取性.**上层与中层主要依赖 $V_x$ 、横摆角速度 $\gamma$ 、方向盘转角/前轮转角 $\delta$ 以及质心侧偏角 $\beta$ (或其估计值).其中 $V_x$ 、 $\gamma$ 、 $\delta$ 可由车辆常规传感器(惯性测量单元、转角传感器、轮速)获得; $\beta$ 可通过成熟的车辆状态观测器(如基于单轨模型的观测器或卡尔曼滤波器)在线估计,从而保证稳定裕度指标 $\rho$ 的在线计算具备传感器基础.

**实时计算复杂度.**上层LQR仅为矩阵乘法,计算量可忽略;中层MPC与下层QP均可转化为带约束的凸二次规划问题,其变量维度固定且与车辆速度无关.由于预测步长 $N_p$ 、控制步长 $N_c$ 可按电子控制单元(electronic control unit, ECU)算力进行离线配置,且QP问题维度为4(四个轮端转矩),因此在典型车载控制周期(如5~10ms)内具备实现潜力.实际工程中可采用warm-start、固定迭代上限、显式QP/快速内点法等方式进一步降低求解时间抖动.

**标定与迁移流程建议.**实车落地建议遵循“模型与约束先行、权重逐级标定”的流程:首先基于轮胎/电机台架或道路试验标定轮胎附着边界与电机损耗模型参数;其次在中等工况下标定LQR权重 $Q$ 、 $R$ 获得稳定性基准;再在保证稳定约束可行的前提下标定MPC权重与Sigmoid权衡函数参数(如式(48)的 $k$ 、 $\rho_0$ ),最后通过极限工况逐步收紧稳定裕度边界与约束带宽,实现“先安全、后节能”的渐进式上线.

综上,本文方法在控制接口、传感器条件与在线求解规模方面与实车底盘控制系统具有一致性.后续工作将进一步开展基于真实底盘域控制器(vehicle control unit, VCU)或量产级电子控制单元的实时性评估与道路试验验证,以完善工程应用闭环.

## 4.2 低速双移线工况仿真分析

本节以60 km/h的车速进行双移线工况测试,

旨在验证控制策略在中等车速下的基本性能.仿真结果如下:

图9展示质心侧偏角的跟踪情况.可以看出,在车辆状态处于非危险区域时,该算法控制下实际质心侧偏角响应被严格控制在极小范围内.这表明在低速工况下,车辆具有充足的稳定裕度,避免能效优化与安全性需求的冲突.

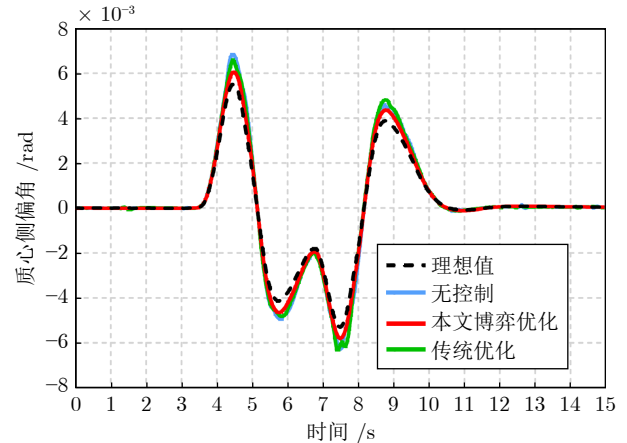


图9 基于质心侧偏角( $\beta$ 和 $\beta_d$ )的车辆稳定性对比(60 km/h)

Fig.9 Comparison of vehicle stability performance based on center of gravity sideslip angle  $\beta$  and  $\beta_d$  (60 km/h)

相平面轨迹(见图10)清晰地显示车辆状态点始终远离稳定边界,本文用于衡量稳定裕度的参数 $\rho$ 维持在0.85以上的高水平.这表明在低速工况下,车辆动力学状态处于线性稳定区域,因此本文方法在稳定性控制层面的表现与传统稳定性控制器较为接近.该参数展示的结果也与图9中控制结果相符合,证明通过参数 $\rho$ 判断的高稳定裕度为能效优化提供充分的决策空间.

与传统平均分配策略<sup>[37]</sup>相比,本文策略的能耗降低5.7%(见图11).其节能机理主要体现在系统总功率损耗的降低,特别是在匀速行驶阶段,通过转矩优化分配,使电机群更多工作于高效区.做到在维持稳定性变化不大的基础上,对附加横摆力矩做出一定修正,使得车辆四电机的总功率降低.

转矩分配序列(见图12)显示,在转向介入阶段( $t=2.5\sim 4.5$ s),内外侧车轮转矩呈现合理的差异化分配.值得注意的是,分配权重根据稳定裕度动态调整,实现稳定性与经济性的平滑协调.

低速工况验证表明,本文策略在保证精确路径跟踪(见图13)与稳定性的前提下,通过智能转矩分配有效提升系统能效,为后续高速工况分析奠定了基础.

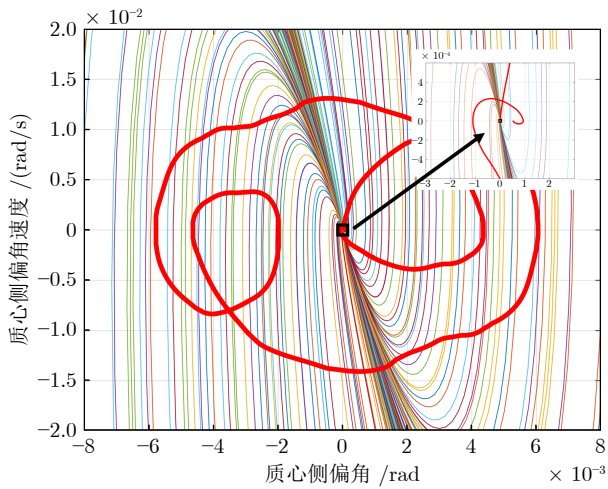


图 10 车辆相平面能效与稳定博弈轨迹 (60 km/h)  
 Fig.10 Vehicle phase-plane trajectory of energy-efficiency and stability game (60 km/h)

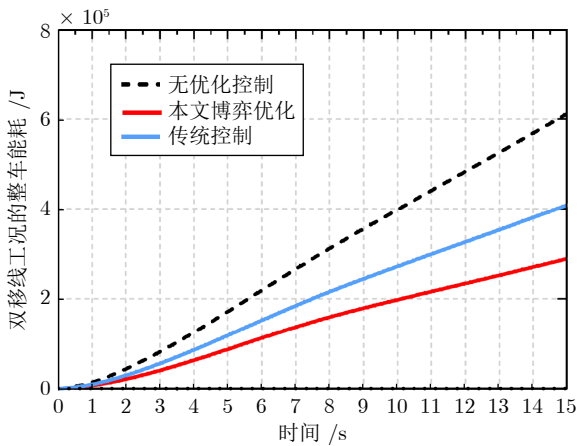


图 11 汽车驱动系统总能耗对比 (60 km/h)  
 Fig.11 Total energy consumption comparison of the vehicle propulsion system (60 km/h)

### 4.3 高速双移线工况仿真分析

将车速提升至 90 km/h 进行高速工况测试, 以验证控制策略在极限条件下的性能。

图 14 显示, 在高速下质心侧偏角幅值增至  $\pm 0.8^\circ$ , 且相平面轨迹 (见图 15) 显示状态点更接近稳定边界, 稳定裕度  $\rho$  在  $t = 3.1$  s 时最低降至 0.45, 触发了控制器的稳定性保护机制。与低速工况相比, 高速相平面轨迹明显更靠近稳定边界, 特别是在急转向阶段。这验证了所提稳定裕度评估机制能够准确捕捉车辆的动态失稳风险。

高速工况下, 本文策略的节能效果与其他策略效果区别不大 (见图 16)。这印证了博弈机制的有效性: 当稳定裕度降低时, 控制器优先保证稳定性, 适

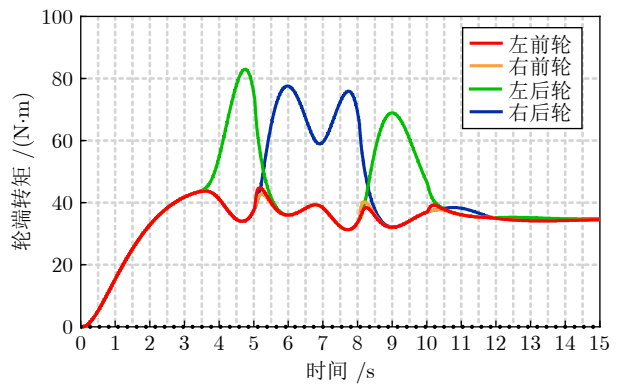


图 12 低速下的四轮转矩分配  
 Fig.12 Torque distribution for four wheels at low speed

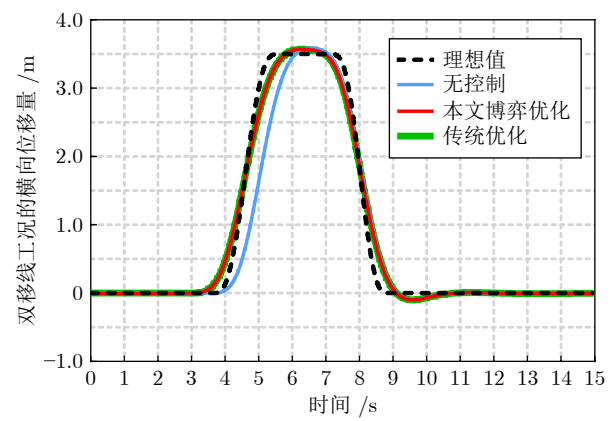


图 13 低速下的车辆路径跟踪性能  
 Fig.13 Vehicle path-tracking performance at low speed

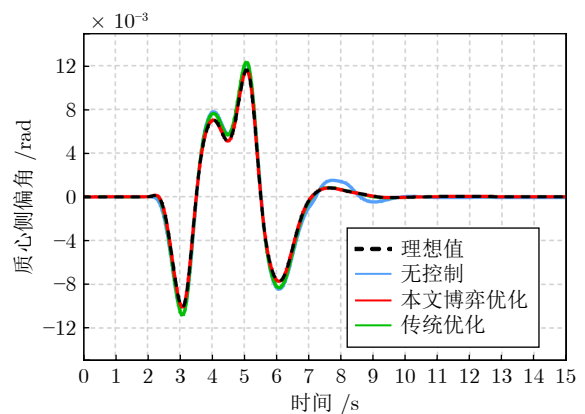


图 14 基于质心侧偏角 ( $\beta$  和  $\beta_d$ ) 的车辆稳定性性能对比 (90 km/h)  
 Fig.14 Comparison of vehicle stability performance based on center of gravity sideslip angle  $\beta$  and  $\beta_d$  (90 km/h)

度牺牲了部分经济性能。

高速下的转矩分配 (见图 17) 表现出更强的干

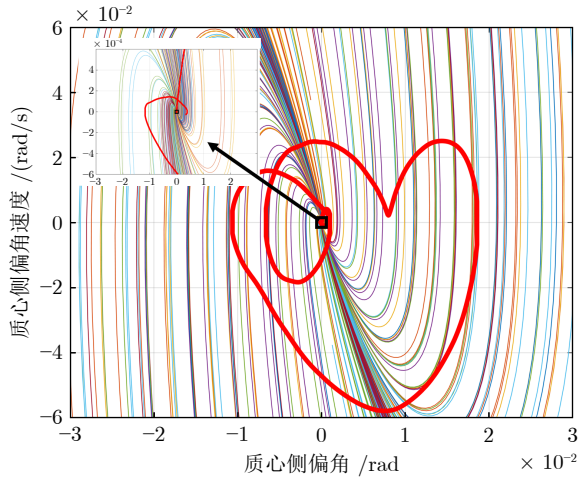


图 15 车辆相平面能效与稳定博弈轨迹 (90 km/h)  
 Fig. 15 Vehicle phase-plane trajectory of energy-efficiency and stability game (90 km/h)

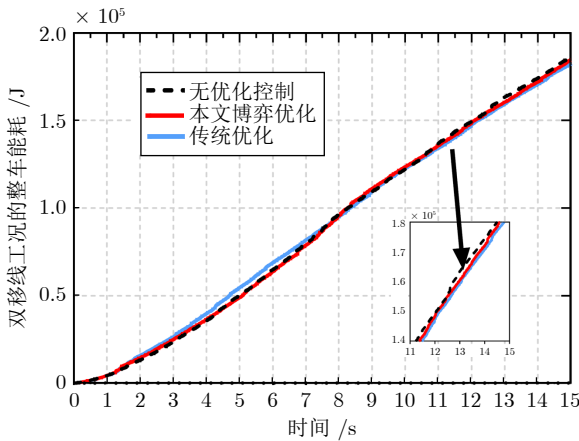


图 16 汽车驱动系统总能耗对比 (90 km/h)  
 Fig. 16 Total energy consumption comparison of the vehicle propulsion system (90 km/h)

预特性. 在稳定裕度较低的阶段 ( $t = 3.0 \sim 3.5$  s), 内外轮转矩差明显增大, 产生必要的直接横摆力矩以稳定车身, 体现了控制器在极限工况下以安全为优先的原则.

同时, 高速下车辆路径跟踪结果如图 18 所示. 可得, 在双移线工况中车辆实际行驶轨迹能够较好地跟随期望路径, 且在急转向与稳定裕度下降的关键阶段, 路径偏差未出现明显发散. 这表明本文策略在保证车辆不发生失稳的前提下, 依然实现了可观的能效提升, 展现出良好的工程应用潜力与鲁棒性.

### 5 结束语

本文围绕四轮独立驱动电动汽车稳定性与经济

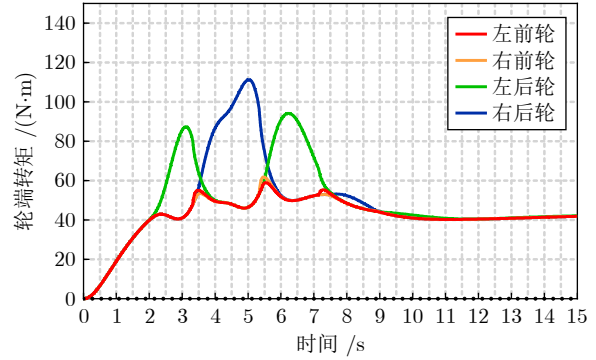


图 17 高速下的四轮转矩分配  
 Fig. 17 Torque distribution for four wheels at high speed

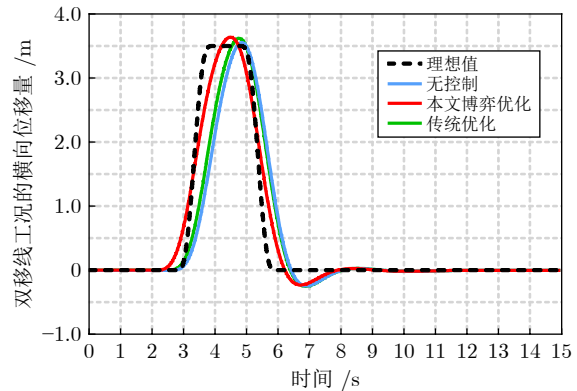


图 18 高速下的车辆路径跟踪性能  
 Fig. 18 Vehicle path-tracking performance at high speed

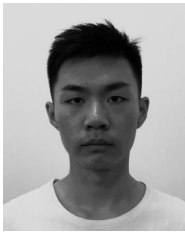
性的协同控制难题, 提出一种基于稳定裕度博弈的分层优化策略. 通过构建车辆-驱动系统的高保真耦合模型, 设计了由 LQR 稳定性控制器、MPC 博弈协调器与 QP 优化分配器组成的分层控制架构. 该策略的核心在于利用相平面法在线量化车辆实时稳定裕度, 并据此动态约束经济性优化边界, 实现了安全性与能效的智能权衡.

理论分析与仿真验证表明, 所提策略能保证闭环系统的一致最终有界性, 并在高、低附着路面的双移线工况下表现出色. 相较于传统方法, 其在严格维持车辆稳定性的同时, 实现了能耗超过 5.7% 的显著降低, 验证了策略的有效性与鲁棒性. 本文的研究为解决多目标协同控制问题提供了具有理论依据的新思路. 未来研究将聚焦于控制策略的硬件在环验证、融合预瞄信息的预测性节能控制以及容错控制功能的开发, 还将面向真实底盘控制器开展车载实时求解性能评估 (计算时延与抖动) 与道路试验, 并给出控制参数的工程标定流程与安全降级策略, 以推动所提方法在实车平台上的可应用性验证.

## 参考文献

- 1 Lai Xin, Chen Xin-Bo, Fang Shu-De, Xie Wan-Jun. Review on dynamics control of 4WID-4WIS electric vehicle. *Journal of Hebei University of Science and Technology*, 2016, **37**(4): 322–328  
(来鑫, 陈辛波, 方淑德, 谢万军. 四轮独立驱动-独立转向电动车辆动力学控制现状. 河北科技大学学报, 2016, **37**(4): 322–328)
- 2 Wen Chuan-Xin, Wang Pei-Xin, Hua Wei. Driving technology of electric vehicles: Current developments and future prospects. *Micromotors*, 2019, **52**(10): 103–109  
(温传新, 王培欣, 花为. 电动汽车驱动系统的研究现状与发展趋势. 微电机, 2019, **52**(10): 103–109)
- 3 Hua X, Xiang K, Cheng X L, Ning X B. An adaptive compound control strategy of electric vehicles for coordinating lateral stability and energy efficiency. *Applied Sciences*, 2025, **15**(6): Article No. 3347
- 4 Techalimsakul P, Keyoonwong W. Integrated vehicle-following control for four-wheel independent drive based on regenerative braking system control mechanism for battery electric vehicle conversion driven by PMSM 30 kW. *Energies*, 2024, **17**(11): Article No. 2576
- 5 Ding Xiao-Lin, Wang Zhen-Po, Zhang Lei. Powertrain sizing for four-wheel-independent-actuated electric vehicles based on multi-objective optimization. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, **57**(8): 195–204  
(丁晓林, 王震坡, 张雷. 四轮轮毂电机驱动电动汽车驱动系统参数多目标优化匹配. 机械工程学报, 2021, **57**(8): 195–204)
- 6 Ghadbane H E, Barkat S, Houari A, Ferahtia S, Djerioui A, Mesbahi T. A new energy management strategy for electric vehicles based on optimal adaptive state machine control. *Smart Grids and Energy*, 2024, **9**: Article No. 28
- 7 Guo X, Li Q, Yao Q J, Tan Z. Robust fixed-time dynamic event-triggered control with disturbance observer for uncertain hybrid energy storage system in pure electric vehicles. *Journal of Energy Storage*, 2025, **126**: Article No. 116909
- 8 Tian Tao-Tao, Hou Zhong-Sheng, Liu Shi-Da, Deng Zhi-Dong. Model-free adaptive control based lateral control of self-driving car. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(11): 1931–1940  
(田涛涛, 侯忠生, 刘世达, 邓志东. 基于无模型自适应控制的无人驾驶汽车横向控制方法. 自动化学报, 2017, **43**(11): 1931–1940)
- 9 Wang Jun-Nian, Yang Bin, Wang Qing-Nian, Ni Jian-Tu. Review on vehicle drive technology of torque vectoring. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, **56**(18): 92–104  
(王军年, 杨斌, 王庆年, 倪健士. 汽车转矩定向分配驱动技术发展现状综述. 机械工程学报, 2020, **56**(18): 92–104)
- 10 Li K W, Li Y M. Fuzzy adaptive optimization prescribed performance control for nonlinear vehicle platoon. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024, **32**(2): 360–372
- 11 Zhang J L, Zhu D B, Jian W, Hu W T, Peng G S, Chen Y F, et al. Fractional order complementary non-singular terminal sliding mode control of PMSM based on neural network. *International Journal of Automotive Technology*, 2024, **25**: 213–224
- 12 Park G, Han K, Nam K, Kim H, Choi S B. Torque vectoring algorithm of electronic-four-wheel drive vehicles for enhancement of cornering performance. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, **69**(4): 3668–3679
- 13 Feng H, Tao Y K, Feng J B, Zhang Y L, Xue H T, Wang T S, et al. Fault-tolerant collaborative control of four-wheel-drive electric vehicle for one or more in-wheel motors' faults. *Sensors*, 2025, **25**(5): Article No. 1540
- 14 Zhang Wen-Tao. Research on Fault-tolerant Control of SBW of Four-wheel Hub Motor Driven Electric Vehicle [Master thesis], Chongqing Jiaotong University, China, 2021.  
(张文韬. 四轮轮毂电机驱动电动汽车 SBW 失效容错控制研究 [硕士学位论文], 重庆交通大学, 中国, 2021.)
- 15 Zhao J, Li R B, Zheng X Y, Li W F, Hu C, Liang Z C, et al. Constrained fractional-order model predictive control for robust path following of FWID-AGVs with asymptotic prescribed performance. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2025, **74**(2): 2692–2705
- 16 Guo J H, Wang J Y, Luo Y G, Li K Q. Robust lateral control of autonomous four-wheel independent drive electric vehicles considering the roll effects and actuator faults. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, **143**: Article No. 106773
- 17 Wang Jun-Nian, Ni Jian-Tu, Yang Bin, Francis Assadian. Modelling and dynamic simulation of torque vectoring differential for EV. *Automotive Engineering*, 2020, **42**(4): 491–497  
(王军年, 倪健士, 杨斌, Francis Assadian. 电动汽车转矩定向分配差速器建模与动态仿真. 汽车工程, 2020, **42**(4): 491–497)
- 18 Liu L, Yin W. Anti-disturbance target tracking control of auxiliary unmanned ground vehicles for physical education. *Electronics*, 2024, **13**(23): Article No. 4620
- 19 Pan Q X, Zhou B, Wu X J, Cui Q J, Zheng K Q. Steering collision avoidance and lateral stability coordinated control based on vehicle lateral stability region. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2025, **239**(5): 1699–1716
- 20 Lian Y B, Chen G D, Liu P. Study of yaw moment control strategy of four wheel independent drive electric vehicle. *Automotive Innovation*, 2025, **8**: 157–168
- 21 Zhao Xiu-Chun, Guo Ge. Survey on energy management strategies for hybrid electric vehicles. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(3): 321–334  
(赵秀春, 郭戈. 混合动力电动汽车能量管理策略研究综述. 自动化学报, 2016, **42**(3): 321–334)
- 22 Shen Yong-Peng, Yuan Xiao-Fang, Zhao Su-Na, Meng Bu-Min, Wang Yao-Nan. Energy-saving optimization control for connected automated electric vehicles: State of the art and perspective. *Acta Automatica Sinica*, 2023, **49**(12): 2437–2456  
(申永鹏, 袁小芳, 赵素娜, 孟步敏, 王耀南. 智能网联电动汽车节能优化控制研究进展与展望. 自动化学报, 2023, **49**(12): 2437–2456)
- 23 Zhang B, Lu S B. Fault-tolerant control for four-wheel independent actuated electric vehicle using feedback linearization and cooperative game theory. *Control Engineering Practice*, 2020, **101**: Article No. 104510
- 24 Ni Jian-Tu. Parameter Matching and Mode Switching Control of a Novel Dual Motors Coupled Electric Driving System [Master thesis], Jilin University, China, 2021.  
(倪健士. 新型双电机耦合驱动系统参数匹配和模式切换控制 [硕士学位论文], 吉林大学, 中国, 2021.)
- 25 Yu Tian-Yu. Research on Powertrain Matching Design and Energy Management Strategy of Dual-motor Four-wheel-drive Electric Vehicle [Master thesis], Jilin University, China, 2021.  
(于田雨. 双电机四驱汽车动力系统匹配设计和能量管理策略研究 [硕士学位论文], 吉林大学, 中国, 2021.)
- 26 Hu X, Chen H, Li Z H, Wang P. An energy-saving torque vectoring control strategy for electric vehicles considering handling stability under extreme conditions. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, **69**(10): 10787–10796
- 27 Wang J N, Wang Z Y, Liu P X, Xu H X, Guo D D, Wei W. Differential drive collaborative steering control of independent-wheel-drive articulated-steering electric vehicles for energy saving. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 2024, **10**(2): 4142–4158
- 28 Liang J H, Feng J W, Fang Z W, Lu Y B, Yin G D, Mao X, et al. An energy-oriented torque-vector control framework for distributed drive electric vehicles. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 2023, **9**(3): 4014–4031
- 29 Zhang H, Zhao W Z, Wang J M. Fault-tolerant control for electric vehicles with independently driven in-wheel motors considering individual driver steering characteristics. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, **68**(5): 4527–4536
- 30 Kuslits M, Bestle D. Multiobjective performance optimisation of a new differential steering concept. *Vehicle System Dynamics*, 2020, **60**(1): 73–95

- 31 Guo N Y, Zhang X D, Zou Y, Lenzo B, Zhang T, Göhlich D. A fast model predictive control allocation of distributed drive electric vehicles for tire slip energy saving with stability constraints. *Control Engineering Practice*, 2020, **102**: Article No. 104554
- 32 Barbaro M, Genovese A, Timpone F, Sakhnevych A. Extension of the multiphysical magic formula tire model for ride comfort applications. *Nonlinear Dynamics*, 2024, **112**: 4183–4208
- 33 Liang J H, Feng J W, Lu Y B, Yin G D, Zhuang W C, Mao X. A direct yaw moment control framework through robust T-S fuzzy approach considering vehicle stability margin. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2024, **29**(1): 166–178
- 34 Xu T, Zhao Y Q, Deng H F, Guo S, Li D Y, Lin F. Integrated optimal control of distributed in-wheel motor drive electric vehicle in consideration of the stability and economy. *Energy*, 2023, **282**: Article No. 12890
- 35 Wang Q, Wang Z Y, Wang H Y, Shang Z M, Xu W. Coordinated control of ARS and DYC for full X-by-Wire distributed drive electric vehicles based on stability domain division in extension phase plane. *Control Engineering Practice*, 2025, **162**: Article No. 106344
- 36 Chen Hui, Deng Dong-Ming, Han Chong-Zhao. Sensor control based on interval box-particle multi-Bernoulli filter. *Acta Automatica Sinica*, 2021, **47**(6): 1428–1443  
(陈辉, 邓东明, 韩崇昭. 基于区间箱粒子多伯努利滤波器的传感器控制策略. *自动化学报*, 2021, **47**(6): 1428–1443)
- 37 Fang Z W, Han D M, Wang J X, Wei W P, Pi D W, Yin G D. A Nash-equilibrium-based AFS-TVA coordinated control system for distributed drive electric vehicles considering safety and energy. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 2025, **11**(1): 1915–1928



丁月恒 东南大学电气工程学院助理研究员. 2024 年获得英国肯特大学博士学位. 主要研究方向为电动汽车轮毂电机系统及其控制, 控制理论与应用.

E-mail: [ingyueheng@seu.edu.cn](mailto:ingyueheng@seu.edu.cn)

(DING Yue-Heng Assistant re-

searcher at the School of Electrical Engineering, Southeast University. He received his Ph.D. degree from University of Kent, United Kingdom in 2024. His research interests include in-wheel motor systems for electric vehicles and their control, control theory and applications.)



王禹棋 东南大学电气工程学院硕士研究生. 2023 年获得苏州大学学士学位. 主要研究方向为四轮独立驱动电动汽车的能效优化策略与稳定性控制. E-mail: [220242995@seu.edu.cn](mailto:220242995@seu.edu.cn)

(WANG Yu-Qi Master student at the School of Electrical Engineering,

Southeast University. He received his bachelor degree from Soochow University in 2023. His research interests include energy efficiency optimization strategies and stability control for four-wheel independently driven electric vehicles.)



花为 东南大学电气工程学院教授. 2007 年获得东南大学博士学位. 主要研究方向为电机驱动系统, 新型永磁电机本体设计与控制.

E-mail: [huawei1978@seu.edu.cn](mailto:huawei1978@seu.edu.cn)

(HUA Wei Professor at the School of Electrical Engineering, Southeast

University. He received his Ph.D. degree from Southeast University in 2007. His research interests include motor drive systems, design and control of novel permanent magnet motors.)



许德智 东南大学电气工程学院教授. 2013 年获得南京航空航天大学博士学位. 主要研究方向为储能系统, 运动系统与电机控制, 故障诊断与容错技术. 本文通信作者.

E-mail: [xudezhi@seu.edu.cn](mailto:xudezhi@seu.edu.cn)

(XU De-Zhi Professor at the

School of Electrical Engineering, Southeast University. He received his Ph.D. degree from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 2013. His research interests include energy storage systems, motion systems and motor control, fault diagnosis and fault tolerance technology. Corresponding author of this paper.)



吴中泽 东南大学电气工程学院教授. 2017 年获得英国谢菲尔德大学博士学位. 主要研究方向为电动汽车驱动电机系统, 高速电机系统与扁线电机. E-mail: [zzwu@seu.edu.cn](mailto:zzwu@seu.edu.cn)

(WU Zhong-Ze Professor at the

School of Electrical Engineering, Southeast University. He received his Ph.D. degree from University of Sheffield, United Kingdom in 2017. His research interests include drive motor system for electric vehicles, high-speed motor systems and hair-pin motors.)