

含齿隙弹载舵机的全局反步模糊自适应控制

田福庆¹ 姜尚¹ 梁伟阁¹

摘要 针对制导弹药电动舵机伺服系统中存在的齿隙、不确定参数及外部干扰,提出一种基于反步法的全局模糊自适应控制方法.首先,综合考虑上述非线性因素,分析描述齿隙的近似死区模型,建立含齿隙弹载舵机的双惯量机电模型,并将其引入采用“三闭环”结构的伺服系统中,构建非线性系统的状态空间;然后,采用模糊逻辑系统对齿隙等非线性因素进行自适应逼近与补偿控制,通过反步递推构造全系统 Lyapunov 函数,并运用 Lyapunov 第二法证明了整个闭环系统最终一致有界.仿真实验表明:较经典 PID 控制,该方法能更有效地削弱齿隙引起的传动力矩抖振与振荡冲击,既保证了系统的跟踪速度与控制精度,对不确定参数与外部干扰也具有更强的鲁棒性.

关键词 自适应控制,制导弹药,电动舵机,齿隙

引用格式 田福庆,姜尚,梁伟阁.含齿隙弹载舵机的全局反步模糊自适应控制.自动化学报,2019,45(6):1177–1185

DOI 10.16383/j.aas.2018.c170651

Global Backstepping Fuzzy Adaptive Control for Ammunition Actuator With Backlash

TIAN Fu-Qing¹ JIANG Shang¹ LIANG Wei-Ge¹

Abstract A global fuzzy adaptive control method based on backstepping is proposed for the electro-mechanical actuator servo system of guided projectile, which contains backlash, unknown parameters and external interference. Firstly, with comprehensively considering the above nonlinear factors and analyzing approximate dead zone model that describes backlash, the double inertia electromechanical model with backlash of ammunition actuator was established. And with introducing the electromechanical model into servo system which adopts “three closed-loop” structure, the state space of nonlinear system is constructed. Then, the fuzzy logic system is adopted to adaptively approach, compensate and control nonlinear factors such as backlash. The whole system Lyapunov function is constructed through backstepping, and ultimately uniformly boundedness of the whole closed-loop system is proved by the Lyapunov second method. Finally, the simulation analysis shows that compared with the classical PID control, this method can weaken chattering and oscillating shock caused by backlash more effective, guarantee tracking speed and control accuracy of system, and possess stronger robustness to unknown parameters and external interference.

Key words Adaptive control, guided projectile, electro-mechanical actuator, backlash

Citation Tian Fu-Qing, Jiang Shang, Liang Wei-Ge. Global backstepping fuzzy adaptive control for ammunition actuator with backlash. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(6): 1177–1185

近 20 年来,国际热点地区的局部战争实践表明:远程精确打击、超机动打击、智能毁伤已成为制导弹药发展的必然趋势^[1].电动舵机作为制导弹药进行姿态控制、弹道变轨的执行机构,在其中起到了至关重要的作用^[2],其性能直接影响着伺服系统的动态品质.齿隙、不确定参数及外部干扰是制约系

统性能的主要非线性因素^[3],若舵翼转角要取得精确的控制效果,势必要对齿隙等非线性因素进行补偿控制,经典 PID 控制方法^[4–5]难以满足非线性系统在跟踪速度、控制精度及稳定性方面更高的要求.因此,研究制导弹药电动舵机的含齿隙机电模型、伺服系统结构及其控制方法,对于保障系统高精度地稳定运行具有重要意义^[5].

齿隙具有非连续、不可微等非线性特性^[6],且参数难以精确测量,给建立齿隙模型与补偿控制带来较大困难^[7],引起了国内外学者的广泛关注与深入研究,并建立了许多描述齿隙非线性特性的模型,主要含括逆模型^[8]、死区模型^[9]、迟滞模型^[10]、近似死区模型^[11]等.然而在制导弹药电动舵机伺服系统中,齿隙难以简单地折算至控制输入端,故逆模型并不适用.死区模型的输入是永磁无刷直流电机驱动

收稿日期 2017-11-16 录用日期 2018-02-26
Manuscript received November 16, 2017; accepted February 26, 2018

国家自然科学基金(61640308),海军工程大学自然科学基金(20161579)资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61640308) and Natural Science Foundation for Naval University of Engineering (20161579)

本文责任编辑 刘艳军

Recommended by Associate Editor LIU Yan-Jun

1. 海军工程大学兵器工程学院 武汉 430033

1. Academy of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033

轴和舵翼从动轴的相对转角, 输出是两者间的传动力矩^[12], 较迟滞模型更符合实际传动工况, 结构也更为简单, 但其不可微的特性易导致控制过程中的抖动. 为此, 文献 [13] 提出一种可微的近似死区模型, 用以高精度地逼近死区模型, 采用了二阶滑模观测器补偿控制齿隙, 文献 [14] 进一步分析论证近似死区模型参数选取与逼近精度的关系, 阐明了采用该模型描述齿隙的合理性与可行性, 但在建模过程中未考虑电机模型与外界干扰.

近年来, 反步控制^[15]、模糊控制^[16]、自适应控制^[17] 等现代控制方法发展迅速, 在齿隙补偿控制方面取得了较好的效果. 在反步控制的研究进程中, Kanellakopoulos 等提出的 Backstepping 方法^[18] 具有里程碑意义, 它使控制器的设计结构化、系统化, 放宽了对非线性增长性条件和匹配性约束的限制. 文献 [15] 应用反步法逐步递推系统的 Lyapunov 函数, 通过基于状态反馈的自适应控制器补偿控制齿隙, 提高了系统的跟踪精度, 但未对不确定参数进行在线估计, 且需推导每个参数的自适应律. 文献 [16] 采用模糊逻辑系统逼近系统中的非线性因素, 以简化控制器, 缺陷是需用拟合函数及微分项作为状态变量, 使控制器结构复杂, 不便应用于实际系统. 文献 [17] 利用微分自适应律得到控制律的导数, 通过双曲函数有效抑制颤振, 不足之处在于将驱动轴与从动轴视为刚性联接, 未考虑等效刚度等不确定参数.

为解决上述问题, 以某型制导弹药电动舵机的“三闭环”伺服系统为研究对象, 视传动装置的扭转变形集中在舵翼从动轴^[19], 建立含齿隙双惯量机电模型, 构建系统的状态空间, 设计全局反步模糊自适应控制器. 采用模糊逻辑系统对齿隙等非线性因素进行自适应逼近与补偿控制, 逐步递推构造全系统 Lyapunov 函数, 保证整个闭环系统是最终一致有界的. 仿真实验表明: 该方法能有效地削弱传动力矩抖动, 使系统具备良好的动态性能与鲁棒性.

1 系统建模

1.1 含齿隙双惯量机电模型

电机是制导弹药电动舵机的驱动部分, 选用永磁无刷直流电机, 假定忽略电机铁芯饱和、涡流、磁滞损耗、齿槽效应以及换相过程和电枢反应等影响, 电枢绕组在电枢内表面均匀连续分布, 气隙磁场分布近似为平顶宽度为 120° 电角度的梯形波, 驱动电路功率开关管和续流二极管具备理想开关特性.

电机通过传动比为 N 、齿隙宽度为 $2j$ 的减速齿轮驱动舵翼跟踪期望转角. 在永磁无刷直流电机的每一相导通时, 对其等效电路进一步化简, 得

解耦后的含齿隙双惯量机电模型 (见图 1): U 为电源电压, I 为电枢电流, R 为电枢回路总电阻, L ($L \approx 0$, 可忽略) 为回路总电感, E 为反电势, K_e 为反电势系数, T_m 为电磁转矩, K_t 为电磁转矩系数, θ_m 、 ω_m 、 J_m 、 B_m 、 θ_l 、 ω_l 、 J_l 、 B_l 分别为电机与舵翼的转角、角速度、转动惯量、摩擦系数, T_d 、 T_f 、 T_h 、 T_k 为等效至驱动轴的外部干扰力矩、摩擦力矩、铰链力矩和传动力矩, k 为从动轴等效刚度.

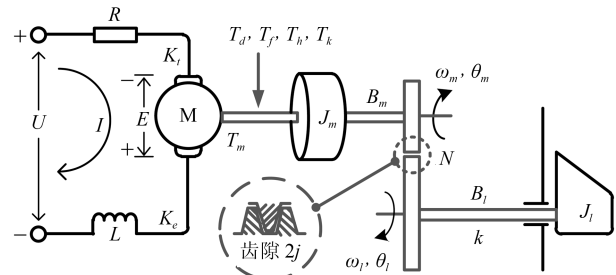


图 1 含齿隙双惯量机电模型

Fig. 1 Double inertia electromechanical backlash model

上述模型可由式 (1)~(4) 描述.

电枢回路电压平衡方程:

$$U = RI + L \frac{dI}{dt} + K_e \omega_m \quad (1)$$

电磁转矩方程:

$$T_m = K_t I \quad (2)$$

驱动轴转矩平衡方程:

$$T_m = J_m \frac{d\omega_m}{dt} + T_d + T_f + T_h + T_k \quad (3)$$

其中, 铰链力矩为 $T_h = h\theta_l$, $h = T_{h\max}/\theta_{l\max}$ 为铰链力矩系数, $T_{h\max}$ 为单片舵翼最大力矩, $\theta_{l\max}$ 为最大舵偏角.

传动力矩方程:

$$T_k = kf(z) \quad (4)$$

其中, $z = \theta_m - N\theta_l$ 为驱动轴、从动轴间的相对转角, 即实际齿隙宽度, 易知其满足 $-2j \leq z \leq 2j$, $f(z)$ 为死区函数,

$$f(z) = \begin{cases} z + j, & z < -j \\ 0, & |z| \leq j \\ z - j, & z > j \end{cases} \quad (5)$$

由于式 (5) 不可微, 为便于设计控制器, 引入可微的近似死区函数:

$$f_\Theta(z) = z - j \left(\frac{2}{1 + e^{-rz}} - 1 \right) \quad (6)$$

两者的逼近误差为,

$$\Delta f(z) = \begin{cases} j \left(\frac{2}{1+e^{-rz}} - 1 \right) + j, & z < -j \\ j \left(\frac{2}{1+e^{-rz}} - 1 \right) - z, & |z| \leq j \\ j \left(\frac{2}{1+e^{-rz}} - 1 \right) - j, & z > j \end{cases} \quad (7)$$

定理 1^[14]. 对由式 (5)~(7) 描述的死区、近似死区函数, 有以下结论成立: 1) $\lim_{z \rightarrow \infty} \Delta f(z) = 0$; 2) $|\Delta f(z)| \leq 2je^{-rj}/(1+e^{-rj})$; 3) 当 $r = 2/j$ 时, 逼近误差最小.

则式 (4) 可表示为:

$$T_k = kf_{\Theta}(z) + k\Delta f(z) \quad (8)$$

1.2 伺服系统结构

采用电流、速度和位置“三闭环”结构, 设计某型制导弹药电动舵机的伺服系统, 并将含齿隙双惯量机电模型引入其中 (如图 2 所示): 电流控制器采用比例控制 K_{ip} , PWM 逆变器可等效为比例环节, ω^* 为所设计的全局反步模糊自适应控制器的输出信号, K_v 为速度环的反馈系数, 速度控制器采用比例控制, K_{vp} , $\theta^*(x_1d)$ 为期望转角信号, x_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 为系统的状态变量, e 为系统的误差变量.

定义系统的状态变量 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T \in \mathbf{R}^4$ 如下:

$$\begin{cases} x_1 = \theta_l \\ x_2 = \omega_l \\ x_3 = z - j \left(\frac{2}{1+e^{-rz}} - 1 \right) \\ x_4 = \dot{z} \left[1 - \frac{2rj e^{-rz}}{(1+e^{-rz})^2} \right] \end{cases} \quad (9)$$

构建系统的状态方程:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= a_1 x_3 + \Gamma_1(\mathbf{x}) + \mathfrak{S}_1 = \\ &\quad \frac{kN}{J_l} x_3 - \frac{B_l}{J_l} x_2 + \frac{kN}{J_l} \Delta f(z) \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= a_2 \omega^* + \Gamma_2(\mathbf{x}) + \mathfrak{S}_2 = \\ &\quad \frac{\rho c_1}{J_m} \omega^* + \mathfrak{S}_2 - \frac{\rho h}{J_m} x_1 + \left(\frac{B_l}{J_l} - \right. \\ &\quad \left. \frac{K_v c_1 + c_2 + B_m}{J_m} \right) x_2 - \left(\frac{1}{J_m} + \right. \\ &\quad \left. \frac{N^2}{J_l} \right) \rho k x_3 - \frac{K_v c_1 + c_2 + B_m}{J_m} x_4 \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $c_1 = K_{vp}K_{ip}K_{pwm}K_t/(R + K_{ip}K_{pwm})$, $c_2 = K_tK_e/(R + K_{ip}K_{pwm})$, $\rho = [1 - 2rje^{-rz}/(1+e^{-rz})^2] > 0$, $\mathfrak{S}_2 = 2r^2j\dot{z}^2\lambda - \frac{\rho}{J_m}T_d - \left(\frac{1}{J_m} + \frac{N^2}{J_l}\right)\rho k\Delta f(z)$, $\lambda = e^{-rz}(1-e^{-rz})/(1+e^{-rz})^3$, $\Gamma_1(\mathbf{x})$ 、 $\Gamma_2(\mathbf{x})$ 为未知的非线性实连续函数.

为便于设计控制器, 做以下合理假设.

假设 1^[14]. 制导弹药在实际工况下, 受压力、温度等环境条件不断变化的影响, R 、 k 、 J_m 、 B_m 、 J_l 、 B_l 发生缓慢连续摄动, 为有界未知参数.

假设 2^[12]. \mathfrak{S}_1 、 \mathfrak{S}_2 为界已知的未知干扰项, 且 $0 < \mathfrak{S}_{i\min} < |\mathfrak{S}_i| < \mathfrak{S}_{i\max}$; a_1 、 a_2 为界已知的未知常量, 且 $0 < a_{i\min} < |a_i| < a_{i\max}$.

2 全局反步模糊自适应控制器设计

控制目标: 制导弹药电动舵机的伺服系统在参数 R 、 k 、 J_m 、 B_m 、 J_l 、 B_l 发生缓慢连续摄动的条件下, 设计全局反步模糊自适应控制器. 首先要保证系统的稳定性, 并且在控制器输出 ω^* 的调控下, 齿隙等非线性因素能得到较好的自适应逼近与补偿控制, 舵翼转角 θ_l 以较高的精度跟踪期望转角 $\theta^*(x_1d)$.

假设 3^[15]. 电机驱动轴与舵翼从动轴的转角、转角速度 θ_m 、 ω_m 、 θ_l 、 ω_l 均可测, 连续且有界.

假设 4^[20]. 期望转角信号 $\theta^*(x_1d)$ 连续, 其一阶导数存在且有界.

2.1 控制器设计

基于反步理论将高阶系统划分为四个子系统, 通过逐步递推构造全系统的 Lyapunov 函数. 在以下推导过程中, $\mu_i > 0$ ($i = 1, 2, 3, 4$), η_i 、 α_i 、 γ_i 、 $\delta_i > 0$ ($i = 1, 2$) 为控制器的设计参数, 定义系统的误差变量 $\mathbf{e} = [e_1, e_2, e_3, e_4]$.

$$\begin{cases} e_1 = x_1d - x_1 = \theta^* - x_1 \\ e_2 = x_2d - x_2 \\ e_3 = x_3d - x_3 \\ e_4 = x_4d - x_4 \end{cases} \quad (11)$$

步骤 1. 对第一个子系统, 选取 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{e_1^2}{2} \quad (12)$$

引入虚拟控制量:

$$x_2d = \dot{x}_1d + \mu_1 e_1 \quad (13)$$

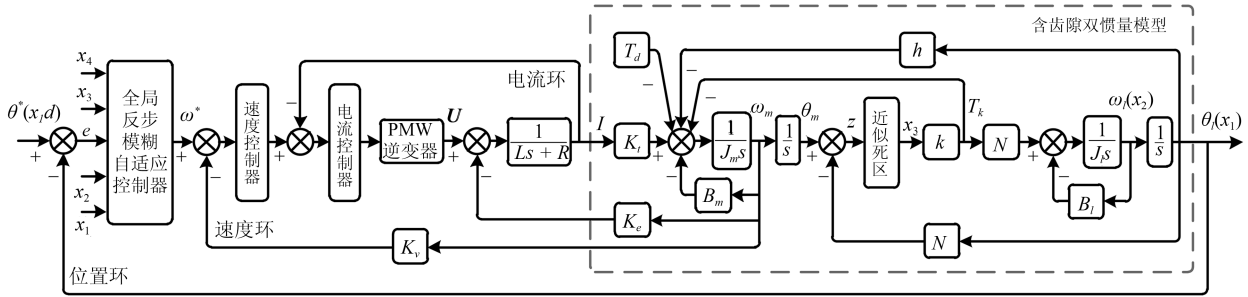


图2 伺服系统结构

Fig.2 Servo system structure

对式 (12) 求导, 并联立式 (11)、(13) 得:

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1(\dot{x}_1 d - x_2) = -\mu_1 e_1^2 + e_1 e_2 \quad (14)$$

步骤 2. 对第二个子系统, 选取 Lyapunov 函数:

$$V_2 = V_1 + \frac{e_2^2}{2a_1} \quad (15)$$

对式 (15) 求导得:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \frac{e_2 \dot{e}_2}{a_1} = \dot{V}_1 + e_2(e_3 - x_3 d + \Gamma_1) - \frac{e_2 \mathfrak{S}_1}{a_1} \quad (16)$$

其中, 非线性实连续函数 $\Gamma_1 = [\dot{x}_2 d - f(x_2)]/a_1$.

引入虚拟控制量:

$$x_3 d = \mu_2 e_2 + e_1 + \Xi_1(\mathbf{x}|\boldsymbol{\kappa}_1) \quad (17)$$

其中, $\Xi_1(\mathbf{x}|\boldsymbol{\kappa}_1)$ 为用于逼近 Γ_1 的模糊逻辑系统, 将式 (17) 代入式 (16) 得:

$$\dot{V}_2 = -\sum_{i=1}^2 \mu_i e_i^2 + e_2 \left[\Gamma_1 - \Xi_1(\mathbf{x}|\boldsymbol{\kappa}_1) + e_3 - \frac{\mathfrak{S}_1}{a_1} \right] \quad (18)$$

步骤 3. 对第三个子系统, 选取 Lyapunov 函数:

$$V_3 = V_2 + \frac{e_3^2}{2} \quad (19)$$

引入虚拟控制量:

$$x_4 d = \mu_3 e_3 + e_2 + \dot{x}_3 d \quad (20)$$

对式 (19) 求导, 并联立式 (11)、(20) 得:

$$\dot{V}_3 = -\sum_{i=1}^3 \mu_i e_i^2 + e_2 \left[\Gamma_1 - \Xi_1(\mathbf{x}|\boldsymbol{\kappa}_1) - \frac{\mathfrak{S}_1}{a_1} \right] + e_3 e_4 \quad (21)$$

步骤 4. 对第四个子系统, 选取 Lyapunov 函数:

$$V_4 = V_3 + \frac{e_4^2}{2a_2} \quad (22)$$

对式 (22) 求导得:

$$\dot{V}_4 = \dot{V}_3 + \frac{e_4 \dot{e}_4}{a_2} = \dot{V}_3 + e_4(-\omega^* + \Gamma_2) - \frac{e_4 \mathfrak{S}_2}{a_2} \quad (23)$$

其中, 非线性实连续函数 $\Gamma_2 = [\dot{x}_4 d - g(\mathbf{x})]/a_2$.

设计控制律为

$$\omega^* = \mu_4 e_4 + e_3 + \Xi_2(\mathbf{x}|\boldsymbol{\kappa}_2) \quad (24)$$

其中, $\Xi_2(\mathbf{x}|\boldsymbol{\kappa}_2)$ 为用于逼近 Γ_2 的模糊逻辑系统, 将式 (24) 代入式 (23) 得

$$\dot{V}_4 = -\sum_{i=1}^4 \mu_i e_i^2 + \sum_{i=1}^2 e_{2i} \left[\Gamma_i - \Xi_i(\mathbf{x}|\boldsymbol{\kappa}_i) - \frac{\mathfrak{S}_i}{a_i} \right] \quad (25)$$

2.2 模糊逻辑系统

模糊逻辑系统 $\Xi_i(\mathbf{x}|\boldsymbol{\kappa}_i)$, $i = 1, 2$ 的设计采用乘积推理机、单值模糊器和中心平均解模糊器, 它本质上是一种从 $\Omega \subseteq \mathbf{R}^4$ 到 $\mathbf{Y} \subseteq \mathbf{R}$ 的映射, 其第 m 条模糊规则为:

$$\text{Rule}^{(m)}: \text{if } x_1 \text{ is } A_1^m \text{ and } \dots \text{ and } x_4 \text{ is } A_4^m \text{ then } \Xi_i(\mathbf{x}|\boldsymbol{\kappa}_i)^m \text{ is } B^m \text{ (} m = 1, 2, \dots, M \text{)} \quad (26)$$

其中, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T \in \Omega$ 为模糊逻辑系统的输入, $\Xi_i(\mathbf{x}|\boldsymbol{\kappa}_i) \in \mathbf{Y}$ 为其输出:

$$\Xi_i(\mathbf{x}|\boldsymbol{\kappa}_i) = \boldsymbol{\kappa}_i^T \boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{m=1}^M \kappa_{im} \prod_{p=1}^4 \phi_{A_p}^m(x_p)}{\sum_{m=1}^M \prod_{p=1}^4 \phi_{A_p}^m(x_p)} \quad (27)$$

其中, $\boldsymbol{\kappa}_i = [\kappa_{i1}, \dots, \kappa_{iM}]^T$ 为 M 维的自适应参数向量, $\phi_{A_p}^m(x_p)$ 为状态变量的模糊隶属度函数, $\boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}) = [\xi_{i1}(\mathbf{x}), \dots, \xi_{iM}(\mathbf{x})]^T$ 为 M 维的模糊基向量, 其第 m 个元素为:

$$\xi_{im}(\mathbf{x}) = \frac{\prod_{p=1}^4 \phi_{A_p}^m(x_p)}{\sum_{m=1}^M \prod_{p=1}^4 \phi_{A_p}^m(x_p)} \quad (28)$$

定理 2^[21]. 函数 Γ 为定义在紧集 $\Omega \subseteq \mathbf{R}^n$ 上的实连续函数, $\forall \varepsilon > 0$, 一定存在由式 (26)~(28) 建立的模糊逻辑系统, 使 $\sup_{\mathbf{x} \in \Omega} |\Gamma - \boldsymbol{\kappa}^T \xi(\mathbf{x})| \leq \varepsilon$ 成立.

定义最优逼近向量为:

$$\boldsymbol{\kappa}_i^* = \arg \min_{\boldsymbol{\kappa}_i \in \Omega} [\sup |\Gamma_i - \boldsymbol{\kappa}_i^T \xi_i(\mathbf{x})|] \quad (29)$$

根据定理 2 可知, 存在最优逼近向量 $\boldsymbol{\kappa}_i^*$, 对于任意小的正常量 ε_i , 有 $|\Gamma_i - \boldsymbol{\kappa}_i^{*T} \xi_i(\mathbf{x})| \leq \varepsilon_i$ 成立.

取 $\tilde{\boldsymbol{\kappa}}_i = \boldsymbol{\kappa}_i^* - \boldsymbol{\kappa}_i$, 并设计自适应律为:

$$\dot{\boldsymbol{\kappa}}_i = \gamma_i e_{2i} \xi_i(\mathbf{x}) - 2\eta_i \boldsymbol{\kappa}_i \quad (30)$$

2.3 稳定性分析

定理 3. 对于式 (10) 描述的系统, 在各项合理假设成立的前提下, 控制律采用式 (24), 模糊逻辑系统逼近向量的自适应律采用式 (30), 则全系统 Lyapunov 函数 V 与误差变量 \mathbf{e} 一致最终有界, 能够收敛至原点的充分小邻域内, 跟踪性能满足式 (43).

证明. 对整个闭环系统, 选取 Lyapunov 函数:

$$V = V_4 + \sum_{i=1}^2 \frac{\tilde{\boldsymbol{\kappa}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\kappa}}_i}{2\gamma_i} \quad (31)$$

对式 (31) 求导得:

$$\begin{aligned} \dot{V} = \dot{V}_4 + \sum_{i=1}^2 \frac{\tilde{\boldsymbol{\kappa}}_i^T \dot{\tilde{\boldsymbol{\kappa}}}_i}{\gamma_i} = & - \sum_{i=1}^4 \mu_i e_i^2 + \sum_{i=1}^2 e_{2i} [\Gamma_i - \boldsymbol{\kappa}_i^{*T} \xi_i(\mathbf{x})] + \\ & \sum_{i=1}^2 \left[e_{2i} \tilde{\boldsymbol{\kappa}}_i^T \xi_i(\mathbf{x}) - \frac{e_{2i} \mathfrak{S}_i}{a_i} - \frac{\tilde{\boldsymbol{\kappa}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\kappa}}_i}{\gamma_i} \right] \leq \quad (32) \\ & - \sum_{i=1}^4 \mu_i e_i^2 + \sum_{i=1}^2 \left\{ |e_{2i} \varepsilon_i| - \frac{e_{2i} \mathfrak{S}_i}{a_i} + \right. \\ & \left. \tilde{\boldsymbol{\kappa}}_i^T \left[e_{2i} \xi_i(\mathbf{x}) - \frac{\dot{\boldsymbol{\kappa}}_i}{\gamma_i} \right] \right\} \end{aligned}$$

引理 1^[22]. 对任意给定的 M 维参数向量 $\boldsymbol{\kappa}_i^* = [\kappa_{i1}^*, \dots, \kappa_{iM}^*]^T$ 与 $\boldsymbol{\kappa}_i = [\kappa_{i1}, \dots, \kappa_{iM}]^T$, 有以下不等式成立:

$$2\boldsymbol{\kappa}_i^{*T} \boldsymbol{\kappa}_i \leq \boldsymbol{\kappa}_i^{*T} \boldsymbol{\kappa}_i^* + \boldsymbol{\kappa}_i^T \boldsymbol{\kappa}_i \quad (33)$$

$$(\boldsymbol{\kappa}_i^* - \boldsymbol{\kappa}_i)^T (\boldsymbol{\kappa}_i^* - \boldsymbol{\kappa}_i) \leq 2\boldsymbol{\kappa}_i^{*T} \boldsymbol{\kappa}_i^* + \boldsymbol{\kappa}_i^T \boldsymbol{\kappa}_i \quad (34)$$

令 $\mu_{2i} = \alpha_i + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\delta_i^2 a_i^2}$ ($\alpha_i > 0, i = 1, 2$), 并

联立自适应律式 (30), 进一步缩放化简式 (32) 为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^2 \tilde{\boldsymbol{\kappa}}_i^T \left\{ e_{2i} \xi_i(\mathbf{x}) - \frac{[\gamma_i e_{2i} \xi_i(\mathbf{x}) - 2\eta_i \boldsymbol{\kappa}_i]}{\gamma_i} \right\} + \\ & \sum_{i=1}^2 \left(|e_{2i} \varepsilon_i| - \frac{e_{2i}^2}{2} - \frac{e_{2i}^2}{2\delta_i^2 a_i^2} - \right. \\ & \left. \frac{e_{2i} \mathfrak{S}_i}{a_i} - \alpha_i e_{2i}^2 - \mu_{2i-1} e_{2i-1}^2 \right) \leq \\ & \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\varepsilon_i^2 + \delta_i^2 \mathfrak{S}_{i\max}^2}{2} + \frac{2\eta_i \boldsymbol{\kappa}_i^{*T} \boldsymbol{\kappa}_i^*}{\gamma_i} \right) - \\ & \sum_{i=1}^2 \left(\frac{2a_{i\min} \alpha_i}{2a_i} e_{2i}^2 + \frac{\eta_i \tilde{\boldsymbol{\kappa}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\kappa}}_i}{2\gamma_i} + \mu_{2i-1} e_{2i-1}^2 \right) \quad (35) \end{aligned}$$

令 $a_0 = \min\{2a_{i\min} \alpha_i, \eta_i, \mu_{2i-1}, i = 1, 2\}$, 则

$$\dot{V} \leq -a_0 \sum_{i=1}^2 \left(e_{2i-1}^2 + \frac{e_{2i}^2}{2a_i} + \frac{\tilde{\boldsymbol{\kappa}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\kappa}}_i}{2\gamma_i} \right) + b = \quad (36)$$

$$b - a_0 V$$

其中, $b = \sum_{i=1}^2 ((\varepsilon_i^2 + \delta_i^2 \mathfrak{S}_{i\max}^2)/2 + 2\eta_i \boldsymbol{\kappa}_i^{*T} \boldsymbol{\kappa}_i^*/\gamma_i)$, 由定理 2 可知 ε_i 为任意小的正常量, 则可通过选择合适的控制器设计参数 δ_i 、 η_i 、 γ_i 以保证 b 充分小.

引理 2^[23]. 对任意给定的一阶线性非齐次微分方程 $dy/dt + P(x)y = Q(x)$, 其通解形式如式 (37), 其中 C 为任意常数.

$$y = Ce^{-\int P(x)dx} + e^{-\int P(x)dx} \int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx \quad (37)$$

当式 (36) 取等号时, 即 $\dot{V} = -a_0 V + b$, 给定初值 $V_0 = V(0)$, 根据引理 2 可得其解析解为:

$$V(t) = V(0)e^{-a_0 t} + \frac{b}{a_0}(1 - e^{-a_0 t}) \quad (38)$$

依据比较原理, 可得:

$$V(t) \leq V(0)e^{-a_0 t} + \frac{b}{a_0}(1 - e^{-a_0 t}) \quad (39)$$

联立式 (31), 可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) \leq \frac{b}{a_0} \quad (40)$$

$$e_1^2(t) \leq 2V(t), \lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) \leq \sqrt{\frac{2b}{a_0}} \quad (41)$$

$$e_2^2(t) \leq 2a_1 V(t), \lim_{t \rightarrow \infty} e_2(t) \leq \sqrt{\frac{2a_1 b}{a_0}} \quad (42)$$

$$e_3^2(t) \leq 2V(t), \lim_{t \rightarrow \infty} e_3(t) \leq \sqrt{\frac{2b}{a_0}} \quad (43)$$

$$e_4^2(t) \leq 2a_2V(t), \lim_{t \rightarrow \infty} e_4(t) \leq \sqrt{\frac{2a_2b}{a_0}} \quad (44)$$

由此可见, V 、 \mathbf{e} 一致最终有界, 且当 a_0 足够大、 b 足够小时, V 、 \mathbf{e} 收敛至原点的充分小邻域内.

令 $c_0 = \min\{\alpha_i, \mu_{2i-1}, i = 1, 2\}$, 由式 (35) 得:

$$\dot{V} \leq -c_0 \sum_{i=1}^4 e_i^2 + b \quad (45)$$

对式 (45) 在 $t \in [0, T]$ 进行积分得:

$$V(T) - V(0) \leq -c_0 \int_0^T \sum_{i=1}^4 e_i^2 dt + Tb \quad (46)$$

易知 $0 \leq V(T)$, 可得:

$$\int_0^T \sum_{i=1}^4 e_i^2 dt \leq \frac{V(0) + Tb}{c_0} \quad (47)$$

□

3 仿真实验

为验证所提出的全局反步模糊自适应控制方法的有效性, 基于 Matlab/Simulink 对某型制导弹药的含齿隙电动舵机伺服系统进行仿真实验, 系统标称参数取定为 $B_m = 0.12 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$ 、 $B_l = 0.23 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$ 、 $k = 320 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ 、 $h = 0.12 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ 、 $K_e = 0.11 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$ 、 $K_t = 0.063 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$ 、 $T_d = 2.6 \sin(2t) \text{ N} \cdot \text{m}$ 、 $J_m = 6.7 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $J_l = 3.3 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $j = 0.02 \text{ rad}$ 、 $R = 0.5 \Omega$ 、 $N = 78$ 、 $K_{pwm} = 8$ 、 $K_{vp} = 5.5$ 、 $K_{ip} = 6.3$ 、 $K_v = 0.95$. 根据定理 1, 且因 $\rho > 0$ 可知 r 需取稍小于 $2/j$ 的值, 为保证近似死区函数取得较好的逼近效果, 令 $r = 1.95/j$.

系统的初始状态为 $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}$, 模糊隶属度函数采用式 (48), 逼近向量元素的初值为 $\kappa_{im}(0) = 0.2, i = 1, 2, m = 1, 2, \dots, 9$, 为更好地验证所设计控制系统的性能, 以经典 PID 控制时系统的仿真数据对作对比分析, PID 控制器采用式 (49). 经反复校调, 取定控制器参数如表 1 所示.

$$\phi_{Ap}^m(x_p) = e^{-\frac{[x_p + 4 - (m-1)]^2}{2}}, \quad m = 1, 2, \dots, 9 \quad (48)$$

$$\omega^* = K_P e + K_I \int e dt + K_D \frac{de}{dt} \quad (49)$$

表 1 控制器参数

Table 1 Parameters of controller

参数	数值	参数	数值	参数	数值
K_P	2350	K_I	25	K_D	5
μ_1	22	μ_2	27	μ_3	15
η_1	0.1	η_2	0.1	δ_1	0.01
δ_2	0.01	γ_1	10	γ_2	10

3.1 大角度调转工况

制导弹药电动舵机在进行大角度调转时存在跃断点, 这对伺服系统来说是十分严峻的工况^[20], 在限定时间内完成指定的大角度调转是评价系统动态性能的重要指标. 已知某型制导弹药的最大舵偏角为 $\theta_{l\max} = 60\pi$ ^[1], 此时令期望转角信号为 $\theta_1^* = 30\pi \text{sgn}[\sin(2\pi t)]$, 经仿真实验得伺服系统的响应曲线如图 3 所示.

在大角度调转工况下, 较经典 PID 控制器, 伺服系统在所设计的全局反步模糊自适应控制器的控制下, 由图 3(a) 可知: 当期望转角信号 θ_1^* 进行大角度调转时, 由于齿隙与传动轴柔性变形导致了舵翼转角的滞后跟踪, 但舵翼转角 θ_l 能够在较短的大角度调转时间内精确地跟踪 θ_1^* , 使系统具备良好的动态特性; 由图 3(b) 可知: 模糊逻辑系统对齿隙取得了较好的自适应补偿控制效果, 加强了系统对非线性齿隙的鲁棒性; 由图 3(c) 可知: 电机驱动轴与舵翼从动轴间的传动力矩得到了有效的削弱, 明显改善了传动换向时的抖振与振荡冲击现象.

3.2 大振幅正弦工况

大振幅正弦工况是对制导弹药电动舵机的变速、变加速运动跟踪性能的全面考核, 用大振幅正弦工况代替间歇运转工作循环, 实际上加严了对伺服系统的要求, 增大了制导弹药的实用性. 此时令期望转角信号为 $\theta_2^* = 30\pi \sin(2\pi t)$, 经仿真实验得伺服系统的响应曲线如图 4 所示.

在大振幅正弦工况下, 较经典 PID 控制器, 伺服系统在所设计的全局反步模糊自适应控制器的控制下, 由图 4(a) 可知: 当期望转角信号 θ_2^* 在零初始状态进行变速、变加速运动时, 由于齿隙与传动轴柔性变形导致了舵翼转角 θ_l 的滞后跟踪, 但舵翼转角 θ_l 能够在短时间内持续精确地跟踪 θ_2^* , 使系统具备良好的变速、变加速运动跟踪性能; 由图 4(b) 可知: 模糊逻辑系统对齿隙取得了较好的自适应补偿控制效果, 更为有效地抑制了齿隙对系统性能的影响; 由图 4(c) 可知: 电机驱动轴与舵翼从动轴间的传动力矩得到了有效的削弱, 明显改善了变速、变加速运动时传动力矩的抖振与振荡冲击现象.

3.3 鲁棒性分析

制导弹药电动舵机在实际工况下因压力、温度、磨损等工作条件的变化, 伺服系统参数易发生摄动. 现假定系统参数 k 、 R 、 J_l 、 T_d 分别摄动变化为原设定值的 50% 与 150%, 控制器及系统其余参数不变.

选择严峻的大角度调转工况对系统的鲁棒性进行分析, 此时令期望转角信号为 $\theta_3^* = 30\pi \text{sgn}[\sin(2\pi t)]$, 仿真实验得参数摄动时伺服系统的响应曲线如图 5 所示.

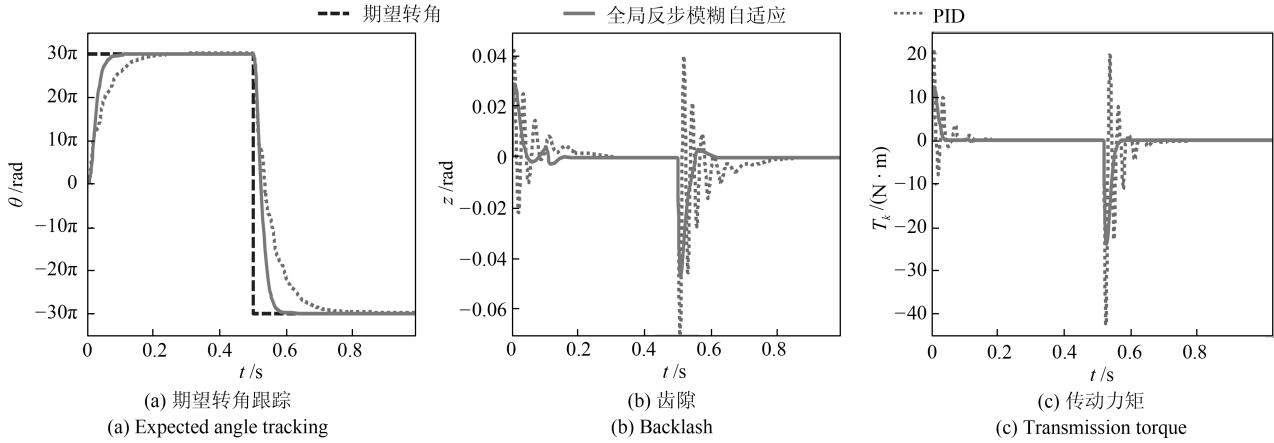


图 3 大角度调转工况下伺服系统的响应曲线

Fig. 3 Response curves of servo system under the operating condition with large angle switching

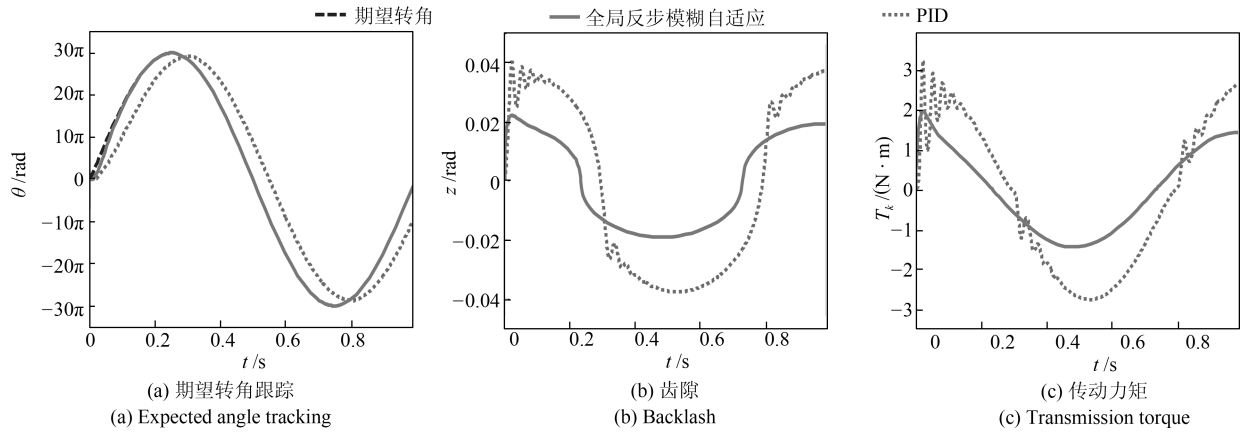


图 4 大振幅正弦工况下伺服系统的响应曲线

Fig. 4 Response curves of servo system under the operating condition with large amplitude sinusoidal

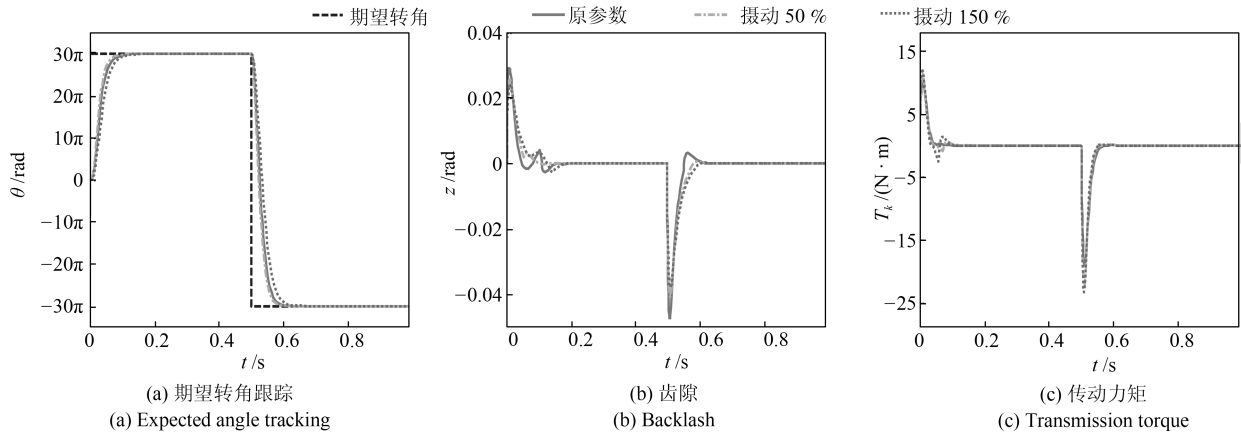


图 5 参数摄动时伺服系统的响应曲线

Fig. 5 Response curves of servo system with parameters alteration

参数发生摄动时, 伺服系统在所设计的全局反步模糊自适应控制器的控制下, 由图 5(a) 可知: 舵翼转角 θ_1 对期望转角信号 θ_3^* 的跟踪性能相近, 系统均能保持良好的动态性能; 由图 5(b) 可知: 齿隙受参数摄动的影响发生了相应变化, 均未出现明显抖振, 得到了模糊逻辑系统较好的自适应补偿控制; 由图 5(c) 可知: 传动力矩始终处于较为连续平滑的状态, 削弱了传动过程中的振荡冲击, 使系统对齿隙、不确定参数及外部干扰具备较强的鲁棒性。

4 结论

基于反步理论将高阶系统划分为四个子系统, 并结合模糊逻辑系统对齿隙、不确定参数及外部干扰等非线性因素进行自适应逼近和补偿控制, 降低了传统反步法的复杂性, 通过逐步递推构造全系统的 Lyapunov 函数, 并运用 Lyapunov 第二法证明了整个闭环系统的误差变量一致最终有界, 能收敛至原点的充分小邻域内. 仿真实验表明: 较经典 PID 控制, 该方法可满足系统在大角度调转、大振幅正弦工况下对稳定性与动态性能的要求, 能够有效地抑制非线性齿隙、削弱传动力矩抖振, 使系统具备良好的动态性能与鲁棒性。

References

- Deng Hong-Bin, Wang Chao, Zhao Na, Xu Yuan-Qing. *Design of Small Ammunition Sheering Gear System*. Beijing: National Defense Industry Press, 2016.
(邓宏彬, 王超, 赵娜, 徐远清. 中小型智能弹药舵机系统设计与应用技术. 北京: 国防工业出版社, 2016.)
- Оболвченский Ю Г, Ермаков С А, Сухоруков Р В [Author], Li Zhi, Li Ming-Hua [Translator]. *Introduction to the Design of Aircraft Rudder System*. Beijing: Aviation Industry Press, 2013.
(奥博连斯基 Ю Г, 叶尔马科夫 С А, 苏霍鲁科夫 Р В [著], 李志, 李明华 [译]. 航空舵机系统设计引论. 北京: 航空工业出版社, 2013.)
- Zhu Sheng, Sun Ming-Xuan, He Xiong-Xiong. Iterative learning control of a class of nonlinear systems with input backlash. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(8): 1014–1017
(朱胜, 孙明轩, 何熊熊. 齿隙非线性输入系统的迭代学习控制. 自动化学报, 2011, **37**(8): 1014–1017)
- Derugo P, Szabat K. Adaptive neuro-fuzzy PID controller for nonlinear drive system. *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 2015, **34**(3): 792–807
- Lv Shuai-Shuai, Lin Hui, Chen Xiao-Lei, Li Bing-Qiang. Backstepping power fast terminal sliding mode control for missile borne electric rudder. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2016, **36**(10): 1037–1042
(吕帅帅, 林辉, 陈晓雷, 李兵强. 弹载电动舵机幂次滑模反演控制. 北京理工大学学报, 2016, **36**(10): 1037–1042)
- Zhao Guo-Feng, Fan Wei-Hua, Chen Qing-Wei, Hu Wei-Li. A survey on backlash nonlinearity. *Acta Armamentarii*, 2006, **27**(6): 1072–1080
(赵国峰, 樊卫华, 陈庆伟, 胡维礼. 齿隙非线性研究进展. 兵工学报, 2006, **27**(6): 1072–1080)
- Wang Yi, He Zhen, Meng Fan-Wei. Modeling and limit cycle analysis for systems with backlash. *Electric Machines and Control*, 2017, **21**(3): 78–82
(王毅, 何朕, 孟范伟. 齿隙系统的建模与自振荡分析. 电机与控制学报, 2017, **21**(3): 78–82)
- Lai G Y, Liu Z, Zhang Y, Philip Chen C L. Adaptive fuzzy tracking control of nonlinear systems with asymmetric actuator backlash based on a new smooth inverse. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, **46**(6): 1250–1262
- Shi Z G, Zuo Z Y. Backstepping control for gear transmission servo systems with backlash nonlinearity. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2015, **12**(2): 752–757
- Tarbouriech S, Queinnec I, Prieur C. Stability analysis and stabilization of systems with input backlash. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, **59**(2): 488–494
- Chang K M. Indirect adaptive control for nonlinear systems with system perturbation. *Asian Journal of Control*, 1999, **1**(2): 106–115
- Li Bing-Qiang, Chen Xiao-Lei, Lin Hui, Lv Shuai-Shuai, Ma Dong-Lin. Terminal sliding mode control for mechatronic servo systems with backlash nonlinearity compensation. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2016, **31**(9): 162–168
(李兵强, 陈晓雷, 林辉, 吕帅帅, 马冬麟. 机电伺服系统齿隙补偿及终端滑模控制. 电工技术学报, 2016, **31**(9): 162–168)
- Merzouki R, Davila J A, Fridman L, Cadiou J C. Backlash phenomenon observation and identification in electromechanical system. *Control Engineering Practice*, 2007, **15**(4): 447–457
- Du Ren-Hui, Wu Yi-Fei, Chen Wei, Chen Qing-Wei. Adaptive backstepping fuzzy control for servo systems with backlash. *Control Theory and Applications*, 2013, **30**(2): 254–260
(杜仁慧, 吴益飞, 陈威, 陈庆伟. 考虑齿隙伺服系统的反步自适应模糊控制. 控制理论与应用, 2013, **30**(2): 254–260)
- Ma Yan-Ling, Huang Jin, Zhang Dan. Backlash compensation in servo systems based on adaptive backstepping control. *Control Theory and Applications*, 2008, **25**(6): 1090–1094
(马艳玲, 黄进, 张丹. 基于反步自适应控制的伺服系统齿隙补偿. 控制理论与应用, 2008, **25**(6): 1090–1094)
- Wu J, Li J, Chen W S. Practical adaptive fuzzy tracking control for a class of perturbed nonlinear systems with backlash nonlinearity. *Information Sciences*, 2017, **420**: 517–531
- Guo Jian, Yao Bin, Wu Yi-Fei, Chen Qing-Wei. Adaptive robust control for a class of nonlinear uncertain system with input backlash. *Control and Decision*, 2010, **25**(10): 1580–1584
(郭健, 姚斌, 吴益飞, 陈庆伟. 具有输入齿隙的一类非线性不确定系统自适应鲁棒控制. 控制与决策, 2010, **25**(10): 1580–1584)
- Kanellakopoulos I, Kokotovic P V, Morse A S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, **36**(11): 1241–1253

- 19 Chen Ming-Jun, Li Chang-Hong, Yang Yan. *Weapons Servo System Engineering Practice*. Beijing: National Defense Industry Press, 2013.
(陈明俊, 李长红, 杨燕. 武器伺服系统工程实践. 北京: 国防工业出版社, 2013.)
- 20 Yu Fei-Xiong, Wang Yong-Chao, Zhang Sheng-Xiu, Cao Li-Jia, Hu Xiao-Xiang. Fuzzy backstepping control for output error constrained nonlinear systems. *Electronics Optics and Control*, 2016, **23**(9): 11–18
(虞斐雄, 王永超, 张胜修, 曹立佳, 扈晓翔. 输出误差受限的非线性系统模糊反步控制. 电光与控制, 2016, **23**(9): 11–18)
- 21 Zhang Ji-Lie, Zhang Hua-Guang, Luo Yan-Hong, Liang Hong-Jing. Nearly optimal control scheme using adaptive dynamic programming based on generalized fuzzy hyperbolic model. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(2): 142–149
(张吉烈, 张化光, 罗艳红, 梁洪晶. 基于广义模糊双曲模型的自适应动态规划最优控制设计. 自动化学报, 2013, **39**(2): 142–149)
- 22 Wang Yong-Chao, Zhang Sheng-Xiu, Cao Li-Jia, Hu Xiao-Xiang. Adaptive fuzzy backstepping control for nonlinear system with unknown control direction and input saturation. *Systems Engineering and Electronics*, 2016, **38**(9): 2149–2155
(王永超, 张胜修, 曹立佳, 扈晓翔. 控制方向未知的输入受限非线性系统自适应模糊反步控制. 系统工程与电子技术, 2016, **38**(9): 2149–2155)
- 23 Department of Mathematics of Tongji University. *Higher Mathematics* (Seventh edition). Beijing: Higher Education Press, 2014.
(同济大学数学系. 高等数学. 第 7 版. 北京: 高等教育出版社, 2014.)



田福庆 海军工程大学兵器工程学院教授. 主要研究方向为舰炮武器系统.

E-mail: tianfq001@126.com

(TIAN Fu-Qing Professor at the Academy of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering. His main research interest is naval gun weapon system.)



姜尚 海军工程大学兵器工程学院博士研究生. 主要研究方向为舰炮弹药控制系统. 本文通信作者.

E-mail: jiangshang1992@126.com

(JIANG Shang Ph. D. candidate at the Academy of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering. His main research interest is naval gun

ammunition control system. Corresponding author of this paper.)



梁伟阁 海军工程大学兵器工程学院讲师. 主要研究方向为舰炮武器系统.

E-mail: lwinger@outlook.com

(LIANG Wei-Ge Lecturer at the Academy of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering. His main research interest is naval gun weapon system.)