

垂直/短距起降飞机的轨迹跟踪控制器设计

朱 斌¹ 陈庆伟¹

摘 要 针对垂直/短距起降飞行器在悬停状态下滚转力矩与横侧向推力存在强耦合、系统具有非最小相位特性的问题, 本文设计了轨迹跟踪控制器. 首先利用坐标变换和输入输出线性化将系统分解成最小相位子系统和非最小相位子系统. 对非最小相位子系统, 采用稳态系统中心的方法求解理想内部动态, 并跟踪系统理想内模设计了 LQR 控制器, 使得内部动态有界; 对最小相位子系统设计了高增益控制器使得外部动态渐进稳定. 仿真结果表明本文设计的控制器对给定轨迹和飞行器机动轨迹都有较好的跟踪效果, 验证了控制器的有效性.

关键词 非最小相位系统, 理想内模, 轨迹跟踪, 垂直/短距起降飞行器

引用格式 朱斌, 陈庆伟. 垂直/短距起降飞机的轨迹跟踪控制器设计. 自动化学报, 2019, 45(6): 1166–1176

DOI 10.16383/j.aas.2017.c170467

Trajectory Tracking Controller Design of Vertical or Short Takeoff and Landing Aircraft

ZHU Bin¹ CHEN Qing-Wei¹

Abstract In this paper, a trajectory tracking controller is developed for the problem of non-minimum phase characteristic and strong coupling between the rolling torque and the lateral thrust for vertical take-off and landing vehicle in the hovering state. Firstly, the system is decomposed into the minimum phase subsystem and the non-minimum phase subsystem by the coordinate transformation and input-output linearization. Next, for the non-minimum phase subsystem, an LQR controller is proposed to track the ideal internal dynamic that is solved by the method of stable system center, so that the internal dynamic is bounded. Then, for the minimum phase subsystem, a high gain controller is designed to make the external dynamic asymptotic stability. Finally, the simulation results show that the controller designed in this paper has a good tracking effect on the given trajectory and the maneuvering trajectory of the aircraft, which verifies the effectiveness of the controller.

Key words Non-minimum phase system, ideal internal dynamics, trajectory tracking, V/STOL aircraft

Citation Zhu Bin, Chen Qing-Wei. Trajectory tracking controller design of vertical or short takeoff and landing aircraft. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(6): 1166–1176

垂直/短距起降 (Vertical or short takeoff and landing, V/STOL) 飞机具有不同于常规飞机的动力系统配置和飞行模式, 既可以像固定翼飞机一样高速、高效飞行, 又能依靠其特有的升力装置实现垂直或短距起降. V/STOL 飞行器是多输入多输出非线性非最小相位系统的典型代表.

目前, 国内外对于非最小相位系统控制研究主要分两大类: 镇定控制和跟踪控制. 由于输出跟踪问题可以转化为状态跟踪误差的镇定问题, 所以镇定控制是输出跟踪控制的基础. 镇定控制考虑的是闭环系统整体的稳定性, 不局限于外部状态或者内部状态, 因此不受限于非最小相位特性. 处理的方法一

般采用反馈控制器将系统状态镇定到零或者某个平衡点. 文献 [1] 利用扩展的高增益观测器与滑模控制器实现了一类积分链型不确定的非最小相位系统的镇定控制. 文献 [2] 基于扩展的卡尔曼滤波器及高增益观测器, 实现了一类内部动态与外部动态均为积分链型的非线性非最小相位系统的半全局输出反馈镇定.

跟踪控制可以分为轨迹跟踪控制和路径跟踪控制. 两者的区别在于: 对于非最小相位系统轨迹跟踪而言, 跟踪误差的 L_2 范数不能任意小, 存在跟踪性能的极限问题. 文献 [3–4] 利用增加的路径参数作为辅助控制输入来镇定不稳定的内部动态, 同时用原来的控制变量来保证系统输出跟踪期望路径, 克服了非最小相位的跟踪性能极限问题.

轨迹跟踪控制是本文研究的重点, 目前也有许多控制方法. 针对垂直/短距起降飞机的轨迹跟踪控制问题, 文献 [5] 通过忽略飞行器的滚转力矩与

收稿日期 2017-08-28 录用日期 2017-12-06
Manuscript received August 28, 2017; accepted December 6, 2017

本文责任编辑 倪茂林
Recommended by Associate Editor NI Mao-Lin

1. 南京理工大学自动化学院 南京 210014
1. Institute of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210014

侧向推力之间的耦合, 使用线性代数理论求解方程设计跟踪控制器, 将轨迹跟踪的误差收敛到零. 然而正是由于存在耦合才导致了非最小相位现象的产生, 因此上述方法存在很大的局限性. 文献 [6] 将非线性系统进行了输入输出线性化处理, 并在内部动态中把线性部分从非线性部分中分解出来, 然后基于 Lyapunov 方法和最小范数控制策略, 引入一个非线性辅助控制输入来镇定整个闭环系统. 然而, 代表飞机实际滚转姿态的内部动态被期望成稳定为零, 而不是跟踪其理想内部动态. 实际上这种期望是不可行的, 因为当其执行轨迹操纵时, 其滚转姿态不可能保持不变. 上述两种方法要么将非最小相位的内部动态忽略或者弱化, 要么将其镇定到零状态, 因此这两种方法不适用于强非最小相位系统或期望输出信号变化较快的情况. 为了实现任何情况下的非最小相位系统控制, 有学者提出了内部动态跟踪其理想内模的方法. 理想内模称为理想内部动态 (Ideal internal dynamic, IID), 是指不稳定内部动态对应的、受期望输出信号驱动的有界值^[7]. 文献 [8] 应用稳态逆方法求解垂直起降飞机的理想内模, 并将其应用到 V/STOL 飞行器的输出跟踪控制和机动控制中, 但是该方法本质上讲是一种非因果方法, 且需要通过迭代算法求解, 计算量大而且计算过程是反向离线进行的. 因此在应用上具有较大的局限性. 为了克服稳态逆方法的缺点, 文献 [9] 提出了稳态系统中心 (Stable system center, SSC) 的方法获得系统的理想内模, 该方法获得的解是因果解且不需要复杂的迭代计算, 避免了稳态逆方法不能在线计算的缺点. 文献 [10–11] 基于稳态系统中心的方法求解出 V/STOL 飞行器的理想内模, 并且在文献 [6] 的基础上针对最小范数控制器存在的控制奇异问题额外设计了一个切换控制器, 保证了控制律的连续性并解决了控制器的奇异问题, 得到较好的轨迹跟踪控制效果.

本文针对 V/STOL 飞机横侧向运动产生的非最小相位特性设计轨迹跟踪控制器. 采取系统分解的方法将原系统分解成最小相位子系统和非最小相位子系统, 降低了设计控制器的难度. 对最小相位子系统设计了高增益控制器, 保证外部动态收敛; 对非最小相位子系统, 基于稳态系统中心^[9] 求解非最小相位系统的理想内模, 设计了 LQR 控制器. 不同于文献 [10–11] 提出的最小范数控制器, 该控制器不存在控制奇异的问题, 同时也能使内部动态追踪理想内模, 保证内部动态有界. 满足了输出跟踪控制的两个要求: 1) 输出跟踪误差收敛; 2) 保证内部动态的有界性^[12].

文章内容安排如下: 第 1 节描述垂直/短距起降飞机产生非最小相位特性的原因, 建立飞行器横向

动力学模型并分析系统零动态的稳定性, 提出本文研究的主要问题. 第 2 节为设计飞行器的轨迹跟踪控制器, 利用稳态系统中心的方法求解飞行器的理想内模, 使得飞行器的内部动态跟踪所求得的边界值. 通过该方法将原系统分解成两个子系统并分别设计控制器. 第 3 节为仿真验证及结果分析. 第 4 节为结论.

1 问题描述

图 1 为 V/STOL 飞行器滚转状态下的横向模型, T 为飞行器主发动机产生的升力, G 为重力, 飞行器的滚转力矩 L 由飞行器两侧机翼翼尖下方的引射喷口的推力 F_1 和 F_2 协调控制产生. F_1 和 F_2 垂直于机翼并且与作用点处的机体轴 Z 轴存在偏移角 δ . 当 V/STOL 飞行器需要向右 (机头方向) 进行滚转时, 推力 F_2 增大产生滚转力矩, 同时会带来一个改变飞行器横侧向位移的推力 εL . 由于 F_2 方向垂直于机翼向外, 在图 1 的状态下该推力使得飞行器产生向左的加速度, 在初始阶段飞行器会先向左运动. 这种力和力矩的耦合导致了 V/STOL 飞行器的非最小相位特性.

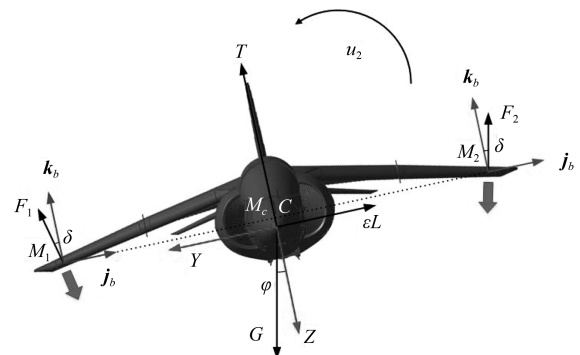


图 1 滚转状态下的 V/STOL 飞机模型

Fig. 1 V/STOL aircraft model in rolling state

为了更好地分析飞行器滚转状态下的动力学模型, 由飞机的对称性, 图 2 给出了在图 1 状态下 F_1 一侧的力与力臂模型. C 表示飞机的重心. (j_b, k_b) 为原点在 M_C 处的机体轴坐标系的一组基底, M_1, M_2 为对称的机翼两侧推力作用点, M_C 为 M_1, M_2 连线的中点且与 C 在同一平面内. δ 为引射喷口产生的推力与 k_b 之间的夹角, Y, Z 表示水平方向与垂直方向的位移, l_1 表示 M_1 到 M_C 之间的距离, l_2 表示 M_C 到 C 之间的距离.

根据图 2 的分析, 可以写出 F_1 和 F_2 的矢量方程:

$$\begin{cases} \mathbf{F}_1 = F_1(\cos \delta \mathbf{k}_b - \sin \delta \mathbf{j}_b) \\ \mathbf{F}_2 = F_2(\cos \delta \mathbf{k}_b + \sin \delta \mathbf{j}_b) \end{cases} \quad (1)$$

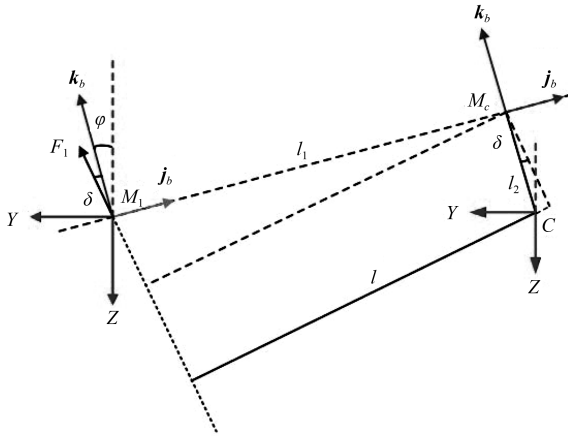


图2 引射喷口推力 F_1 产生的力与力臂
Fig.2 Moment arm of jettube force F_1

以及 $F_1(F_2)$ 的力臂与向量 $\mathbf{CM}_1, \mathbf{CM}_2$ 的表达式:

$$\begin{cases} l = l_1 \cos \delta - l_2 \sin \delta \\ \mathbf{CM}_1 = l_2 \mathbf{k}_b - l_1 \mathbf{j}_b \\ \mathbf{CM}_2 = l_2 \mathbf{k}_b - l_1 \mathbf{j}_b \end{cases} \quad (2)$$

将飞行器考虑成一个刚性系统. 在悬停状态下飞行器速度较低, 因此可以忽略气动力对模型的影响. $\mathbf{V}_C, \boldsymbol{\sigma}_C$ 表示速度与角动量, 可以得到飞行器关于 C 的力与力矩方程:

$$\begin{cases} m \frac{d\mathbf{V}_C}{dt} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{T} + \mathbf{G} \\ \frac{d\boldsymbol{\sigma}_C}{dt} = \mathbf{CM}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{CM}_2 \times \mathbf{F}_2 \end{cases} \quad (3)$$

结合式 (1)~(3) 可以得到 V/STOL 的动力学模型表达式:

$$\begin{cases} -m\ddot{Y} = -((F_1 + F_2) \cos \delta + T) \sin \phi + ((F_2 - F_1) \sin \delta) \cos \phi \\ -m\ddot{Z} = ((F_1 + F_2) \cos \delta + T) \cos \phi + ((F_2 - F_1) \sin \delta) \sin \phi - mg \\ J\ddot{\phi} = (F_2 - F_1)(l_1 \cos \delta - l_2 \sin \delta) \end{cases} \quad (4)$$

对式 (4) 中的 mg 与 J 归一化处理, 令

$$\begin{cases} y = -\frac{Y}{g}, z = -\frac{Z}{g} \\ u_1 = \frac{(F_1 + F_2) \cos \delta + T}{mg}, u_2 = \frac{L}{J} \\ L = (F_2 - F_1)(l_1 \cos \delta - l_2 \sin \delta) \\ \varepsilon = \frac{J \sin \delta}{mg(l_1 \cos \delta - l_2 \sin \delta)} \end{cases}$$

式 (4) 可以化简成:

$$\begin{cases} \ddot{y} = -u_1 \sin \phi + \varepsilon u_2 \cos \phi \\ \ddot{z} = u_1 \cos \phi + \varepsilon u_2 \sin \phi - 1 \\ \ddot{\phi} = u_2 \end{cases} \quad (5)$$

其中, 飞机质心的水平位移 Y 和垂直位移 Z 为系统的输出量, 滚转角 ϕ 为系统的内部动态, 控制输入为推力 u_1 , 以及滚转力矩 u_2 . 从 ε 的表达式可以看到, 该系数表征横滚力矩与侧力之间的耦合.

为了分析该系统的内部状态 ϕ , 一般通过零动态来分析系统的内部稳定性. 给定控制输入使得输出恒为零, 令式 (5) 中 $y = 0, z = 0$ 可以得到:

$$\begin{cases} u_1 = \cos \phi \\ u_2 = \frac{\sin \phi}{\varepsilon} \end{cases} \quad (6)$$

因此, V/STOL 飞行器的零动态系统为:

$$\ddot{\phi} = \frac{\sin \phi}{\varepsilon} \quad (7)$$

可以解得该系统的平衡点 $\dot{\phi} = 0, \phi = k\pi, k$ 为常数. 令 $\Delta\phi$ 为平衡点附近的点. 当

$$\phi = \begin{cases} 2k\pi \\ (2k + 1)\pi \end{cases} \quad (8)$$

在平衡点附近的点 $\sin \phi$ 可以表示为:

$$\begin{cases} \sin(2k\pi + \Delta\phi) = \sin(\Delta\phi) \approx \Delta\phi \\ \sin((2k + 1)\pi + \Delta\phi) = -\sin(\Delta\phi) \approx -\Delta\phi \end{cases} \quad (9)$$

线性化处理, 式 (7) 在不同的平衡点附近简化成:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \Delta\phi}{dt^2} - \frac{\Delta\phi}{\varepsilon} = 0 \\ \frac{d^2 \Delta\phi}{dt^2} + \frac{\Delta\phi}{\varepsilon} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

通过式 (10) 可以知道当 $\varepsilon > 0$, 平衡点在 $\phi = 2k\pi$ 时零动态系统 (7) 的特征值 $\lambda = \pm\sqrt{1/\varepsilon}$. 平衡点在 $\phi = (2k + 1)\pi$ 时的特征值为 $\lambda = \pm\sqrt{1/\varepsilon}j$. 由此可知该系统具有两类平衡点, 第一类为鞍点, 另一类为中心点, 其相平面图与无阻尼钟摆模型的相平面图类似. 飞行器在平衡点附近要么做周期性左右摆动, 要么沿同一方向连续翻滚^[13]. 综上所述, V/STOL 飞行器是含有不稳定零动态的非最小相位系统.

2 V/STOL 轨迹跟踪控制器设计

设计 V/STOL 轨迹跟踪控制器时, 由于不能忽略耦合项 ε , 对于内部动态稳定性问题的解决思路就

是求解系统的理想内模。利用得到的理想内部动态作为边界值, 对内部动态设计控制器来跟踪理想内模, 从而将系统的输出跟踪问题转化为状态跟踪误差的镇定问题。为了分离系统的内部动态, 就需要把原系统分解成两个子系统: 将与内部动态线性无关的部分构成最小相位系统; 内部动态和一部分与之线性相关的外部动态构成非最小相位系统。然后对两个子系统设计控制器, 实现系统的闭环稳定, 系统闭环稳定性的证明参见文献 [10]。总体轨迹跟踪控制器结构框图如图 3 所示。

2.1 V/STOL 飞机内部动态

首先进行坐标变换, 定义给定参考轨迹为 y_d, z_d 表示 Y, Z 两个方向的运动轨迹。定义状态量 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T$, 其中 x_1, x_3 分别表示飞行器 Y, Z 方向的位移, x_5 表示滚转角 ϕ 。 x_2, x_4, x_6 表示对应的速度 $\dot{Y}, \dot{Z}, \dot{\phi}$ 。定义输入 $\mathbf{u} = [u_1, u_2]^T$, 其中 u_1 为飞机推力, u_2 为飞机的滚转力矩。输出 $y_1 = x_1, y_2 = x_3$ 。对状态量求导可以将式 (5) 表示成状态方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ 0 \\ x_4 \\ -1 \\ x_6 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\sin x_5 & \varepsilon \cos x_5 \\ 0 & 0 \\ \cos x_5 & \varepsilon \sin x_5 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

定义 $\mathbf{e} = [e_1, e_2, e_3, e_4]^T$ 表示系统外部动态的误差量, 定义 $\boldsymbol{\eta} = [\eta_1, \eta_2]^T$ 表示系统内部动态。式 (11)

进行坐标转换:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - y_d \\ x_2 - \dot{y}_d \\ x_3 - z_d \\ x_4 - \dot{z}_d \\ x_5 \\ \varepsilon x_6 - e_2 \cos x_5 - e_4 \sin x_5 \end{bmatrix} \quad (12)$$

输入输出线性化处理得到伪控制:

$$\begin{cases} v_1 = u_2 \varepsilon \cos x_5 - u_1 \sin x_5 - \ddot{y}_d \\ v_2 = u_1 \cos x_5 + u_2 \varepsilon \sin x_5 - 1 - \ddot{z}_d \end{cases} \quad (13)$$

对方程 (12) 求导可得新的关于误差的状态方程

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = v_1 \\ \dot{e}_3 = e_4 \\ \dot{e}_4 = v_2 \\ \dot{\eta}_1 = \frac{1}{\varepsilon}(\eta_2 + e_2 \cos \eta_1 + e_4 \sin \eta_1) \\ \dot{\eta}_2 = \frac{1}{\varepsilon}(\eta_2 + e_2 \cos \eta_1 + e_4 \sin \eta_1)(e_2 \sin \eta_1 - e_4 \cos \eta_1) + \ddot{y}_d \cos \eta_1 + (1 + \ddot{z}_d) \sin \eta_1 \end{cases} \quad (14)$$

将内部动态的线性部分与非线性部分分离, 重写其内部动态为:

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 = \frac{1}{\varepsilon} \eta_2 + \frac{1}{\varepsilon} e_2 + \frac{1}{\varepsilon} (e_2 \cos \eta_1 + e_4 \sin \eta_1 - e_2) \\ \dot{\eta}_2 = \eta_1 + \frac{1}{\varepsilon} (\eta_2 + e_2 \cos \eta_1 + e_4 \sin \eta_1) \times (e_2 \sin \eta_1 - e_4 \cos \eta_1) + \ddot{y}_d \cos \eta_1 + (1 + \ddot{z}_d) \sin \eta_1 - \eta_1 \end{cases} \quad (15)$$

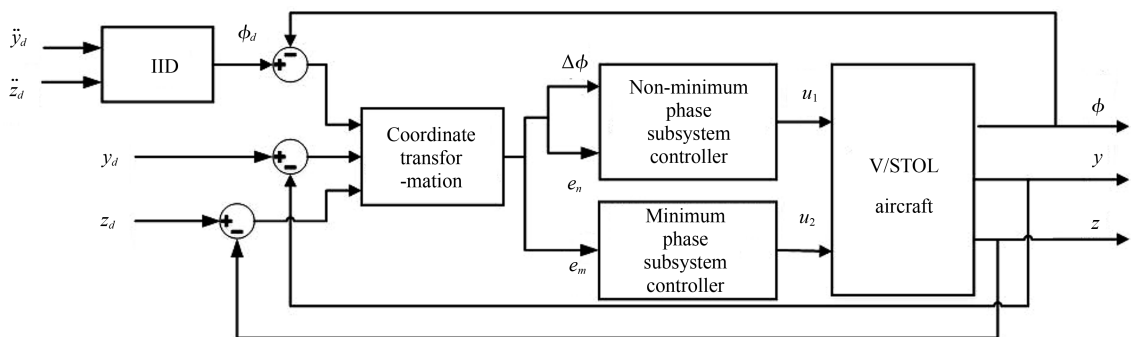


图 3 轨迹跟踪控制器结构框图

Fig. 3 Trajectory tracking controller structure diagram

写成矩阵的形式, 得到

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\varepsilon} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中参数

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{1}{\varepsilon}(e_2 \cos \eta_1 + e_4 \sin \eta_1 - e_2) \\ \alpha_2 = \frac{1}{\varepsilon}(\eta_2 + e_2 \cos \eta_1 + e_4 \sin \eta_1)(e_2 \sin \eta_1 - e_4 \cos \eta_1) + \ddot{y}_d \cos \eta_1 + (1 + \ddot{z}_d) \sin \eta_1 - \eta_1 \end{cases} \quad (17)$$

2.2 V/STOL 的理想内部动态

定义 $\boldsymbol{\eta}_d = (\eta_{1d}, \eta_{2d})$ 表示系统的理想内部动态. 设 $e_i = 0, i = 1, 2, 3, 4$ 代入式 (15) 可以得到理想内模表达式:

$$\begin{cases} \dot{\eta}_{1d} = \frac{1}{\varepsilon} \eta_{2d} \\ \dot{\eta}_{2d} = \eta_{1d} + \frac{1}{\varepsilon} \eta_{2d} + \ddot{y}_d \cos \eta_{1d} + (1 + \ddot{z}_d) \sin \eta_{1d} - \eta_{1d} \end{cases} \quad (18)$$

写成矩阵形式, 可得

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_{1d} \\ \dot{\eta}_{2d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\varepsilon} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{1d} \\ \eta_{2d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \beta \quad (19)$$

其中 $\beta = \ddot{y}_d \cos \eta_{1d} + (1 + \ddot{z}_d) \sin \eta_{1d} - \eta_{1d}$. 应用文献 [4] 提出的稳态系统中心的方法, 内部动态的理想内模可以通过以下方程求得:

$$\dot{\eta}_d + c_1 \dot{\eta}_d + c_0 \eta_d = -(p_1 \dot{\theta}_d + p_0 \theta_d) \quad (20)$$

$$\begin{cases} p_0 = c_0 Q_1^{-1} - (p_1 + I) p_0 Q_1^{-1} \\ p_1 = (I + 2Q_1^{-1} + Q_1^{-2})(I + \omega^2 Q_1^{-2})^{-1} - I \end{cases} \quad (21)$$

$$Q_1 = A_\phi = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\varepsilon} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (22)$$

p_0, p_1 满足外部系统:

$$\begin{cases} \dot{\omega} = S\omega \\ S = \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (23)$$

求解其特征多项式 $P(\lambda) = \det(\lambda I - S) = \lambda^2 + \omega^2$. 进而可以求得 $k = 2, p_1 = 0, p_0 = \omega^2$, 给定期望的输出轨迹为 $y_d = R \cos(\omega t), z_d = R \sin(\omega t)$. 设期望的特征值 $S_{1,2} = -1$, 可以求得系数 $c_0 = 1, c_1 = 2$. 取 $R = 1, \omega = 0.1, \varepsilon = 0.5$. 将所求系数代入方程 (20), 通过 MATLAB 进行仿真得到结果如图 4 和 5 所示.

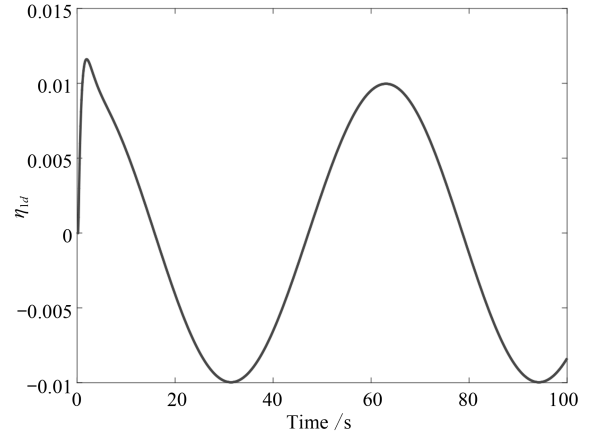


图 4 理想内模 η_{1d}

Fig. 4 Ideal internal dynamic η_{1d}

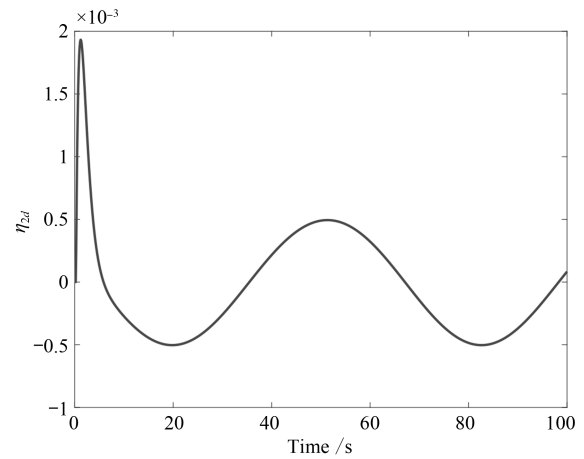


图 5 理想内模 η_{2d}

Fig. 5 Ideal internal dynamic η_{2d}

2.3 控制律设计

利用求解得到的理想内部动态作为内部动态有界值, 首先对系统 (14) 定义内部动态误差 $\Delta\eta_1 = \eta_1 - \eta_{1d}, \Delta\eta_2 = \eta_2 - \eta_{2d}$, 可以得到 $(\Delta\dot{\eta}_1, \Delta\dot{\eta}_2) = (\dot{\eta}_1 - \dot{\eta}_{1d}, \dot{\eta}_2 - \dot{\eta}_{2d})$. 代入方程 (16) 中, 可得系统内部动态误差方程:

$$\begin{cases} \Delta\dot{\eta}_1 = \frac{1}{\varepsilon} e_2 + \frac{1}{\varepsilon} \Delta\eta_2 + \alpha_1 \\ \Delta\dot{\eta}_2 = \Delta\eta_1 + \alpha_2 - \beta \end{cases} \quad (24)$$

将方程 (24) 代入系统 (14) 中代替最后两式, 原系统可以分解成两个部分:

最小相位部分:

$$\begin{cases} \dot{e}_3 = e_4 \\ \dot{e}_4 = v_2 \end{cases} \quad (25)$$

非最小相位部分

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = v_1 \\ \Delta\dot{\eta}_1 = \frac{1}{\varepsilon}e_2 + \frac{1}{\varepsilon}\Delta\eta_2 + \alpha_1 \\ \Delta\dot{\eta}_2 = \Delta\eta_1 + \alpha_2 - \beta \end{cases} \quad (26)$$

1) 最小相位子系统控制律

针对系统分解后的最小相位部分 (25), 设计高增益控制器:

$$v_2 = -k_1 e_4 - k_2 e_3 \quad (27)$$

k_n 满足多项式: $p^n + k_n p^{n-1} + \dots + k_1 = 0$ 的根严格落在复平面左半平面.

2) 非最小相位子系统控制律

对于非最小相位部分, 系统 (26) 可以写成 $z = (e_1 \ e_2 \ \Delta\eta_1 \ \Delta\eta_2)$ 的形式:

$$\dot{z} = Az + bv_1 + \Omega \quad (28)$$

设计常数 LQR 反馈控制器:

$$v_1 = -\hat{k}_1 e_1 - \hat{k}_2 e_2 - \hat{k}_3 \Delta\eta_1 - \hat{k}_4 \Delta\eta_2 \quad (29)$$

其中, $\hat{k}_i = R^{-1}B^T P$, P 是 Riccati 方程的对称正定解 $A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0$, R, Q 为对称正定矩阵.

将内部误差 $\Delta\eta_1 = \eta_1 - \eta_{1d}$, $\Delta\eta_2 = \eta_2 - \eta_{2d}$ 代入式 (29) 可得非最小相位部分控制器为:

$$v_1 = -\hat{k}_1 e_1 - \hat{k}_2 e_2 - \hat{k}_3 (\eta_1 - \eta_{1d}) - \hat{k}_4 (\eta_2 - \eta_{2d}) \quad (30)$$

将 v_1, v_2 代入方程 (13), 得到最终输入为:

$$\begin{cases} u_1 = (\ddot{z}_d + 1 + v_2) \cos x_5 - (v_1 + \ddot{y}_d) \sin x_5 \\ u_2 = \frac{1}{\varepsilon} [(v_2 + \ddot{z}_d + 1) \sin x_5 + (v_1 + \ddot{y}_d) \cos x_5] \end{cases} \quad (31)$$

3 仿真分析

通过 MATLAB 建立系统模型进行仿真, 给定期望跟踪轨迹 $y_d = R \cos(\omega t)$, $z_d = R \sin(\omega t)$. 取 $R = 1$, $\omega = 0.1$, $\varepsilon = 0.5$. 不考虑外部扰动, 初始状态为 $\mathbf{x}(0) = (1.5, 0, -0.5, 0.2, 0.28, 0)^T$. 可以求得 $k_1 = 1.5$, $k_2 = 4$, $[\hat{k}_1, \hat{k}_2, \hat{k}_3, \hat{k}_4] = [-3.1623, 5.3487, 8.7283, 12.3428]$. 为了验证控制器的有效性, 考虑了以下三种情况进行仿真.

仿真 1, 对比内部动态在两种条件下的轨迹跟踪效果. 第一种是将飞行器的内部动态稳定成零, 即令 $\eta_d = 0$. 第二种则是跟踪第 3.2 节求得的飞行器理想内部动态 η_d . 仿真结果如图 6~13.

图 6~9 为当 $\eta_d = 0$ 时的仿真结果, 图 6 为 Y, Z 两个方向的跟踪误差. 图 7 和 8 分别为两个方向的轨迹跟踪曲线. 图 9 为完整运动轨迹跟踪曲线. 图 10~13 为当跟踪所求内部动态边界解 η_d 时对应的仿真结果. 对比图 6 和 10 可以看到, 当 $\eta_d = 0$ 时跟踪性能较差, Y 方向的轨迹误差无法镇定到零, 而当控制器跟踪边界解 η_d 时跟踪性能较好, 误差可以完全镇定到零. Z 方向由于所受影响较小, 所以两者的误差基本一致.

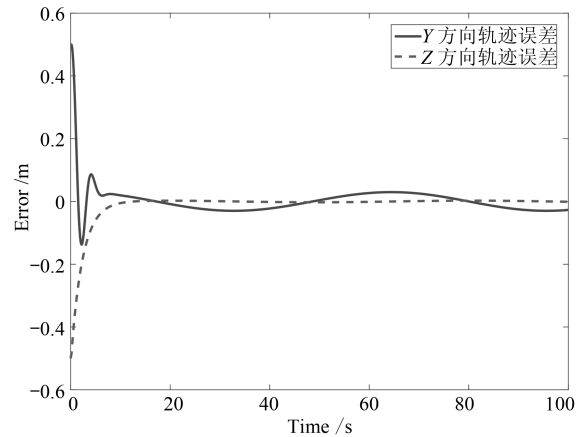


图 6 $\eta_d = 0$ 的轨迹跟踪误差

Fig. 6 Trajectory tracking error for $\eta_d = 0$

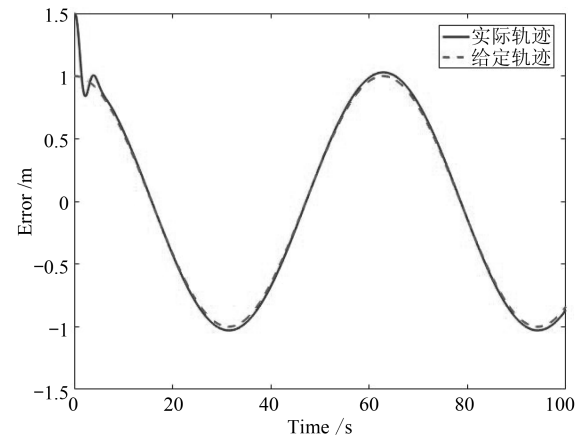


图 7 $\eta_d = 0$ 时 Y 方向输出跟踪轨迹

Fig. 7 Y direction output tracking trajectory for $\eta_d = 0$

对比图 7 和 11, 图 9 和 13, 其中实线为实际跟踪轨迹, 虚线为给定的运动轨迹. 两两对比可以看出当 η_d 在两种不同的条件下, Y 方向输出跟踪曲线与完整的运动轨迹跟踪曲线都存在明显的差别. 当 $\eta_d = 0$ 时, 实际跟踪曲线与给定曲线存在一定的误差, 并不能完全跟踪给定轨迹. 当控制器跟踪给定边界解 η_d 时, 实际跟踪曲线基本与给定曲线重合, 可见系统控制的效果较好.

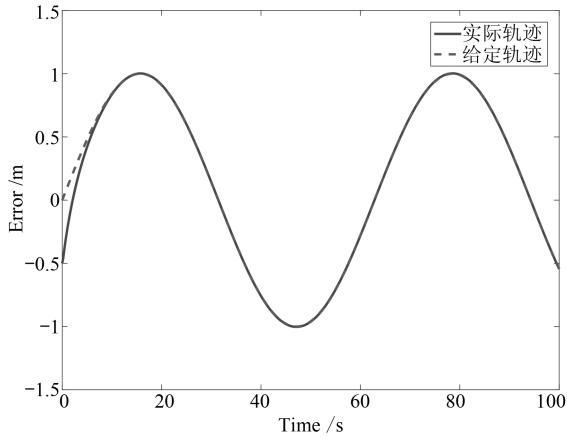


图 8 $\eta_d = 0$ 时 Z 方向输出跟踪轨迹

Fig. 8 Z direction output tracking trajectory for $\eta_d = 0$

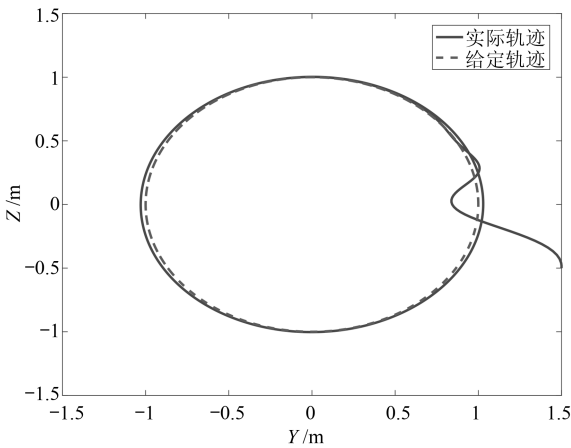


图 9 $\eta_d = 0$ 时实际跟踪轨迹

Fig. 9 Actual tracking trajectory for $\eta_d = 0$

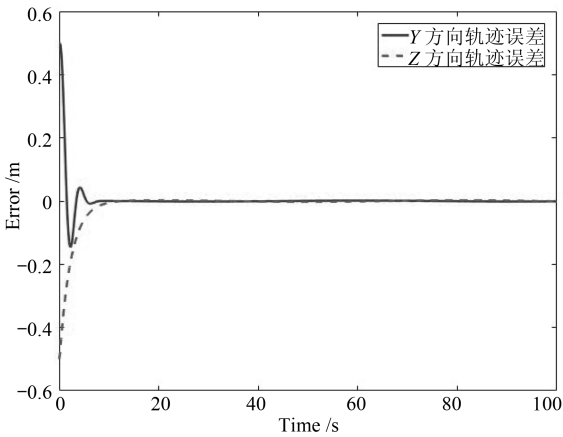


图 10 跟踪所求 η_d 的轨迹跟踪误差

Fig. 10 Tracking trajectory error for tracking required η_d

仿真 1 的结果可以知道, 对于给定的没有变化的轨迹, 本文设计的轨迹跟踪控制器在跟踪理想内部动态的情况下获得了较好的控制效果. 实际上, 飞行器在运动过程中有可能会产生一定的机动. 因此,

考虑仿真 2, 跟踪 $y_d = R \cos(\omega t)$, $z_d = R \sin(\omega t)$. 其中 $R = 1$, $\omega = 0.1$, 当 $t = 60\text{s}$ 时 $R = 1.2$, $\omega = 0.2$, 即飞行器在 $t = 60\text{s}$ 时做了一个较强的机动, 改变了运动轨迹. 仿真 2 同样对比当理想内部动态 η_d 在两种状态下的情况, 以此来检验采用跟踪理想内部动态控制器的控制效果. 仿真结果如图 14~17 所示.

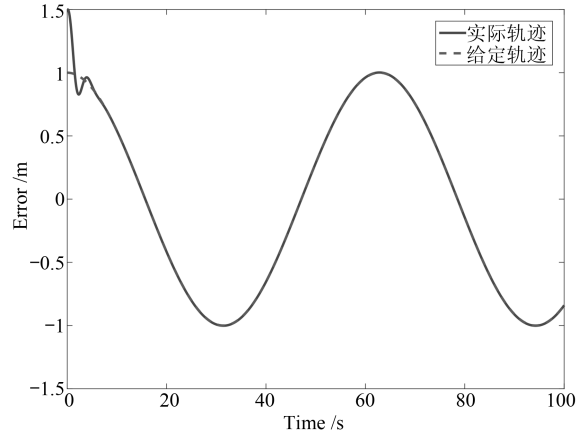


图 11 跟踪所求 η_d 的 Y 方向输出跟踪轨迹

Fig. 11 Y direction output trajectory for tracking required η_d

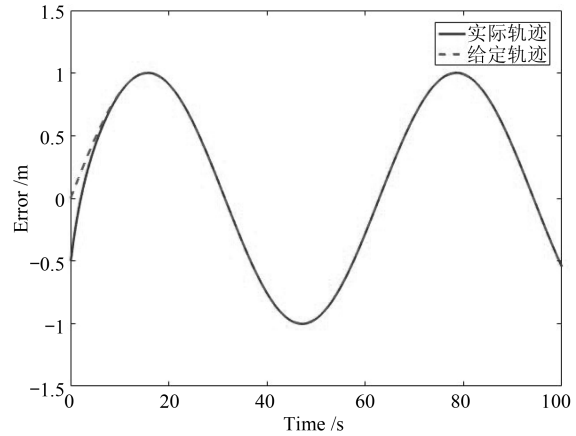


图 12 跟踪所求 η_d 的 Z 方向输出跟踪轨迹

Fig. 12 Z direction output trajectory for tracking required η_d

从图 14 的两种情况误差对比曲线可以很明显看出, 当 $\eta_d = 0$ 时, 控制器始终无法将输出误差镇定到零. 当 $t > 60\text{s}$ 后, 误差的幅度也变得更大. 再从图 16 和 17 的实际跟踪曲线可以直观的看到, 飞机在进行机动后系统对目标轨迹产生了明显更差的跟踪效果. 由此说明当目标轨迹发生较强的变化时, 仿真 1 中当 $\eta_d = 0$ 时的控制器在这样的情况下是失效的, 系统的跟踪控制效果只会变得更差.

反观当控制器跟踪理想内部动态 η_d 的情况, 系统的跟踪效果得到明显的改善. 前半段误差可以完

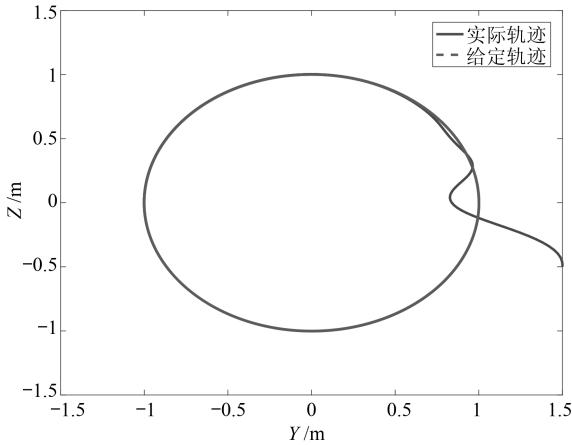


图 13 跟踪所求 η_d 时的实际跟踪轨迹

Fig. 13 Actual trajectory for tracking required η_d

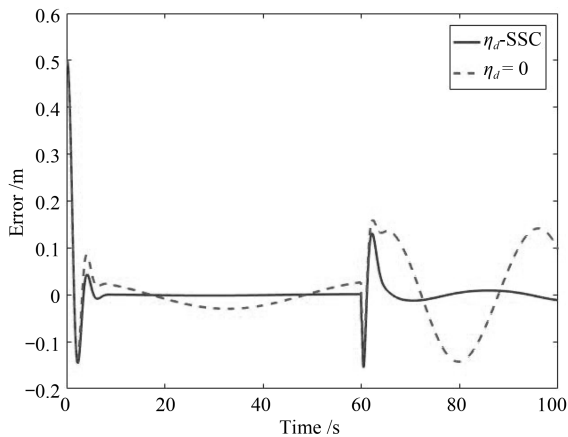


图 14 Y 方向轨迹跟踪误差

Fig. 14 Y direction trajectory tracking error

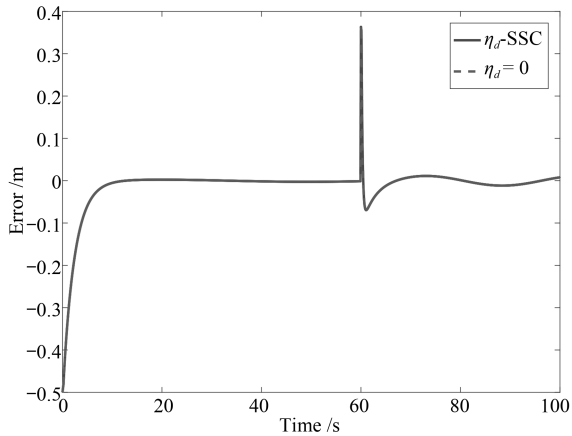


图 15 Z 方向轨迹跟踪误差

Fig. 15 Z direction trajectory tracking error

美镇定到零, 即使当飞机做较强机动时也能将误差控制在很小的范围内, 对实际轨迹的跟踪也取得了比较满意的结果, 由此可见控制器起到了较好的控制作用. 由于飞机在 Z 方向所受的影响较小, 所以

图 15 中 Z 方向的误差几乎保持一致, 而中间在 60s 时的突变是由于 η_d 对垂直位置造成了一点影响.

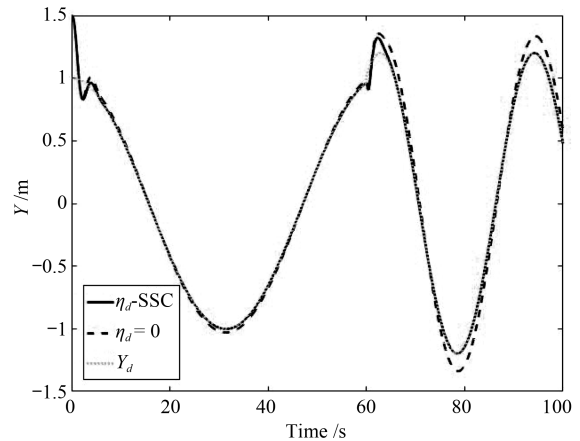


图 16 Y 方向两种情况跟踪曲线

Fig. 16 Y output tracking for two conditions

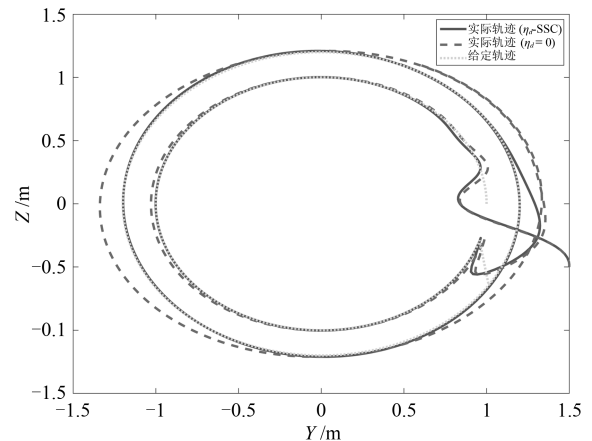


图 17 两种情况下实际轨迹跟踪曲线

Fig. 17 Actual trajectory tracking for two conditions

图 18 和 19 给出了两种仿真条件下滚转角 ϕ 的响应曲线, 主要分析飞行器的内部动态. 图 18 在 0~10s 阶段飞行器具有初始滚转角, 随着飞行器从初始位置开始朝着给定的轨迹运动, 滚转角也相应变化. 当飞行器完全跟踪给定轨迹时, $t > 10s$ 阶段, 飞行器依然以一定的滚转角周期性地左右摆动. 图 19 在 $t = 60s$ 时改变了跟踪轨迹, 飞行器也相应进行机动, 在 $t > 60s$ 阶段飞行器也会以一个滚转角周期性地摆动. 因为滚转角 ϕ 代表了系统的内部动态, 从仿真的结果来看, 滚转角的状态反映了飞行器的非最小相位特性.

为了进一步验证控制器的性能, 仿真 3 将本文设计的控制器与文献 [5] 中的最小范数控制器在相同条件下进行对比. 跟踪目标依然与仿真 2 相同, 当 $t = 60s$ 时飞行器做一个较强的机动. 两种控制器均跟踪求得的内部动态边界

解 η_d , 并且都不考虑扰动情况, 初始状态均为 $\mathbf{x}(0) = (1.5, 0, -0.5, 0.2, 0.28, 0)^T$. 仿真结果如图 20~23 所示.

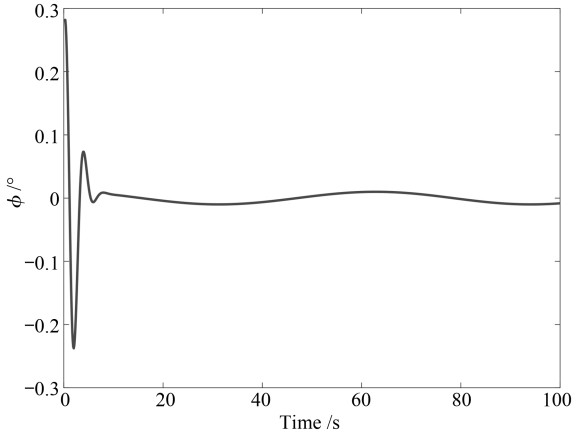


图 18 仿真 1 中的 ϕ
Fig. 18 ϕ in simulation 1

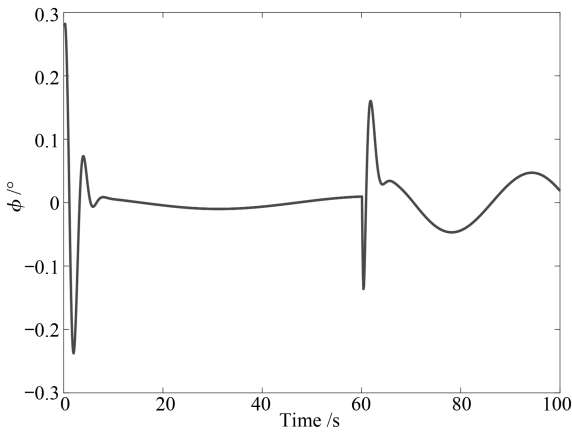


图 19 仿真 2 中的 ϕ
Fig. 19 ϕ in simulation 2

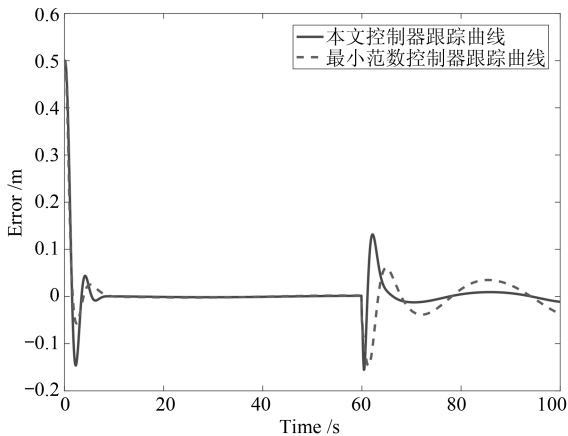


图 20 Y 方向误差镇定曲线
Fig. 20 Y direction error stabilization

从图 20 的误差镇定曲线可以看出, 在 0~10s 的初始阶段, 两者都产生了较大的误差, 这是由于

系统的初始位置与目标轨迹的初始位置并不一致. 10~60s 之间, 本文设计的控制器与最小范数控制器都取得了较好的跟踪效果, 两系统在 Y 方向的目标跟踪误差基本上都可以镇定到零. 当 $t > 60$ s 时, 两者虽然都存在一定的误差, 但都控制在较小的范围内, 而本文设计的控制器体现出了更好的性能, 跟踪误差明显要比最小范数控制器的跟踪误差更小. 图 21 中 Z 方向依然受影响较小, 两者误差相差不多. 图 22 和 23 的实际轨迹跟踪曲线可以看出, 总体上两个控制器都能使系统获得较好的跟踪效果, 差别主要体现在两个方面: 1) 在 $t > 60$ s 之后, 本文控制器的系统对实际轨迹的跟踪效果要优于最小范数控制器系统, 对给定的目标曲线有更好的跟踪表现. 2) 在目标轨迹发生变化的过程中, 最小范数控制系统的跟踪曲线变化较为缓和, 而本文控制器系统的跟踪曲线变化比前者略大, 但是两系统都能在短时间内恢复到正常位置. 因此说明控制器全程都起到了较好的作用.

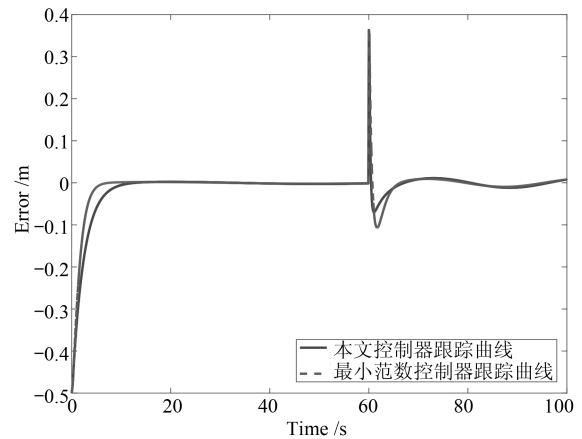


图 21 Z 方向误差镇定曲线
Fig. 21 Z direction error stabilization

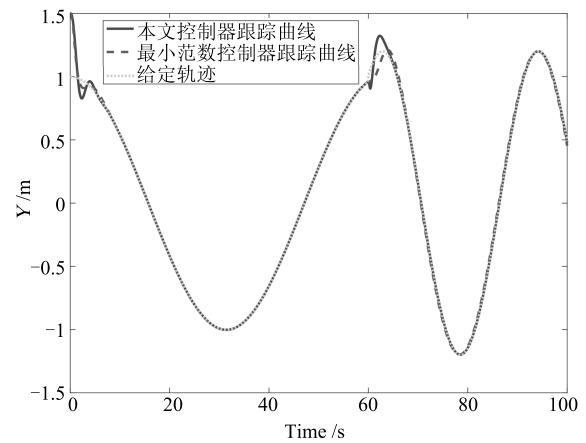


图 22 Y 方向轨迹跟踪曲线
Fig. 22 Y direction trajectory tracking

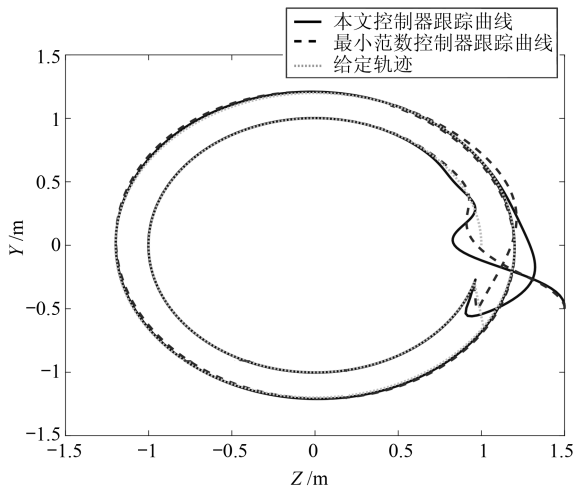


图 23 实际轨迹跟踪曲线

Fig. 23 Actual trajectory tracking

以上仿真都是在 $\varepsilon = 0.5$ 的条件下进行. 然而, 对于飞机实际系统而言, 系统本身就存在较多的不确定性, 例如机翼翼尖下方的引射喷口的推力与作用点处机体轴之间的偏移角 δ 并不能精确获得. 由式 (4) 中对 ε 的定义可以认为 δ 的不确定性会造成该耦合系数在一定的范围内变化. 因此, 本文设计的控制器在不同 ε 取值条件下对于系统的控制性能是一个值得探讨的问题, 同时也能进一步验证该控制器是否具有一定的鲁棒性. 为此, 本文在仿真 2 的基础条件下, 分别对 ε 在 $(0, 1)$ 范围内取不同值进行仿真, 得到 Y 方向的跟踪轨迹和滚转角响应曲线, 结果如图 24 和 25 所示.

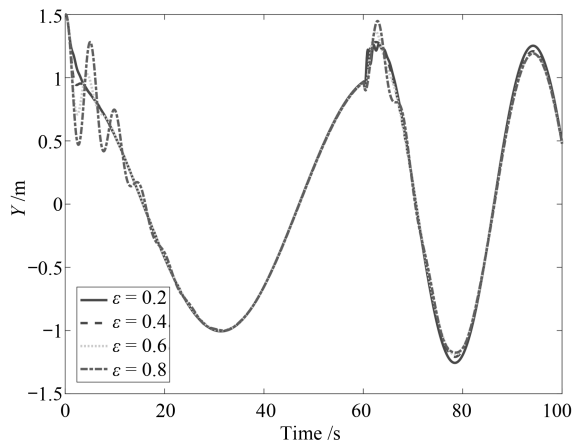
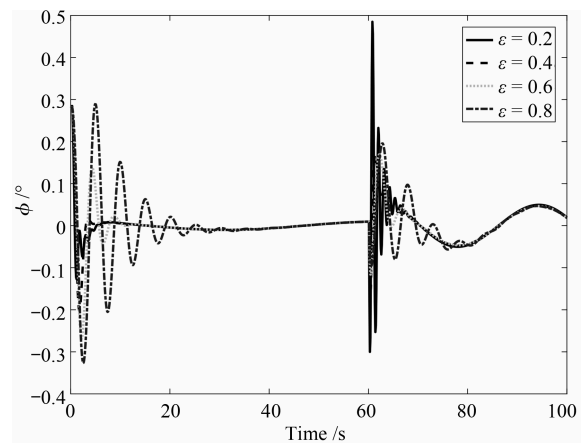
图 24 ε 不同取值下 Y 方向跟踪轨迹Fig. 24 Y direction trajectory tracking under different ε

图 24 和 25 分别是 ε 在 $(0.2, 0.4, 0.6, 0.8)$ 取值时的 Y 方向跟踪轨迹和滚转角 ϕ 的响应曲线. 当 ε 在较小的取值条件下, 控制器对系统有较好的控制性能. 随着 ε 取值不断变大 (如 $\varepsilon = 0.8$), 虽然系统的响应轨迹在初始阶段的一定时间内出现较为明显

的振荡现象, 但是控制器依然能够使系统稳定. 而实际上飞机在悬停状态下不大可能出现这么大的耦合系数, 一般认为 $\varepsilon = 0.5$ 的系统就已经是一个非常强的非最小相位系统了. 当 $\varepsilon = 0.9$ 时发现系统不稳定, 滚转角以及跟踪曲线都出现了非常严重的振荡. 因此通过该仿真可以确定使得系统稳定的取值范围为 $0 < \varepsilon < 0.9$. 总结以上分析, 对于飞机实际系统的参数不确定性造成的非最小相位系统中耦合系数变化的问题, 本文的控制器可以在一定的参数范围内 ($\varepsilon \leq 0.6$) 具有较好的控制性能, 而对于较大的耦合系数 ($0.6 < \varepsilon < 0.9$) 虽然性能下降, 但是依然可以使得系统稳定. 通过该仿真, 同时也验证了控制器具有一定的鲁棒性.

图 25 ε 不同取值下滚转角响应曲线Fig. 25 Roll response curve under different ε

4 结论

本文针对 V/STOL 飞机悬停状态时滚转力矩与横侧向推力的强耦合产生的非线性非最小相位特性, 设计了一种轨迹跟踪控制器. 本文所设计控制器的创新之处在于, 对于具有不稳定内部动态的非最小相位子系统设计了跟踪理想内模的 LQR 控制器保证了内部动态有界. 该方法有两个好处: 1) 跟踪理想内部动态的设计思路可以使得控制器做到对非最小相位系统的完全跟踪; 2) LQR 控制器虽然设计简单, 但是与其他学者提出的最小范数控制器相比依然获得了较好的控制效果与控制性能, 同时可以避免出现控制器奇异的问题, 大大降低了控制器的设计难度.

本文通过三组不同情况下的仿真验证控制器的跟踪效果, 从仿真结果来看: 对于固定以及较大机动的目标轨迹, 本文控制器取得了非常好的轨迹跟踪效果并且表示系统内动态的滚转角也控制在了非常小的摆动范围; 与其他控制器的对比结果也表明本文设计的控制器在飞行器机动之后的控制能力上具

有一定的性能优势. 其次, 对于实际飞行器系统内部存在参数不确定性造成耦合系数变化的问题, 通过对不同耦合系数的取值进行仿真的结果可以清楚地看到: 控制器对于一定范围内的参数变化都能使得系统稳定, 在参数较小的情况下具有较好的控制性能. 因此, 该仿真结果也验证了本文的控制器具有一定的鲁棒性.

由于本文并没有考虑扰动对内部动态的影响, 如果系统的理想内模存在扰动, 那么跟踪理想内模的方法会存在新的问题, 因此对于该挑战还需要以后进一步进行研究.

References

- 1 Nazrulla S, Khalil H K. Robust stabilization of non-minimum phase nonlinear systems using extended high-gain observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(4): 802–813
- 2 Boker A M M A, Khalil H K. Semi-global output feedback stabilization of a class of non-minimum phase nonlinear systems. In: Proceedings of the 2013 American Control Conference (ACC). Washington, DC, USA: IEEE, 2013. 5270–5275
- 3 Dačić D B, Nešić D, Kokotovic P V. Path-following for nonlinear systems with unstable zero dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, **52**(3): 481–487
- 4 Dačić D B, Nešić D, Teel A R, Wang W. Path following for nonlinear systems with unstable zero dynamics: an averaging solution. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(4): 880–886
- 5 Gandolfo D, Rosales C, Patiño D, Scaglia G, Jordan M. Trajectory tracking control of a PVTOL aircraft based on linear algebra theory. *Asian Journal of Control*, 2014, **16**(6): 1849–1858
- 6 Huang C S, Yuan K. Output tracking of a non-linear non-minimum phase PVTOL aircraft based on non-linear state feedback control. *International Journal of Control*, 2002, **75**(6): 466–473
- 7 Gopalswamy S, Hedrick J K. Tracking nonlinear non-minimum phase systems using sliding control. *International Journal of Control*, 1993, **57**(5): 1141–1158
- 8 Al-Hiddabi S A, McClamroch N H. Tracking and maneuver regulation control for nonlinear nonminimum phase systems: application to flight control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, **10**(6): 780–792
- 9 Shkolnikov I A, Shtessel Y B. Tracking in a class of nonminimum-phase systems with nonlinear internal dynamics via sliding mode control using method of system center. *Automatica*, 2002, **38**(5): 837–842
- 10 Su S W, Lin Y. Robust output tracking control of a class of non-minimum phase systems and application to VTOL aircraft. *International Journal of Control*, 2011, **84**(11): 1858–1872
- 11 Su S W, Lin Y. Robust output tracking control for a velocity-sensorless vertical take-off and landing aircraft with input disturbances and unmatched uncertainties. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2013, **23**(11): 1198–1213
- 12 Su Shan-Wei, Zhu Bo, Xiang Jin-Wu, Lin Yan. A survey on the control of nonlinear non-minimum phase systems. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(1): 9–21
(苏善伟, 朱波, 向锦武, 林岩. 非线性非最小相位系统的控制研究综述. *自动化学报*, 2015, **41**(1): 9–21)
- 13 Cui Jian-Wei, Li Dong-Hai, Lao Da-Zhong. Active disturbance rejection control of a hovering PVTOL aircraft. In: Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference. Xi'an, China: Technical Committee on Control Theory, Chinese Association of Automation, 2013. 5449–5454
(崔建伟, 李东海, 老大中. 垂直起降飞行器悬停状态的自抗扰控制. 见: 第三十二届中国控制会议论文集. 西安, 中国: 中国自动化学会控制理论专业委员会, 2013. 5449–5454)



朱 斌 南京理工大学自动化学院博士研究生. 主要研究方向为飞行控制技术与非最小相位控制.

E-mail: carezyc@163.com

(**ZHU Bin** Ph.D. candidate at the Institute of Automation, Nanjing University of Science and Technology. His research interest covers flight control and non-minimum phase system control.)



陈庆伟 南京理工大学自动化学院教授. 主要研究方向为智能控制与网络化控制系统, 运动体高精度跟踪控制系统. 本文通信作者. E-mail: cqw1002@sina.com

(**CHEN Qing-Wei** Professor at the Institute of Automation, Nanjing University of Science and Technology. His research interest covers intelligent control and networked control system, motion body high precision tracking control system. Corresponding author of this paper.)