

# 核电站蒸汽发生器水位的软约束预测控制

姜 颀<sup>1</sup> 刘向杰<sup>1</sup> 孔小兵<sup>1</sup>

**摘 要** 核电站的蒸汽发生器 (U-tube steam generator, UTSG) 水位控制对核反应堆安全运行至关重要. 模型预测控制 (Model predictive control, MPC) 具有内在的约束处理能力, 是 UTSG 水位控制的有效方法. 然而在大范围变功率情况下, 水位硬约束会降低水位的控制性能, 甚至导致系统不稳定. 本文基于 UTSG 的分段线性输入输出模型, 设计了水位软约束 MPC. 离线计算终端约束集, 减少在线计算量, 保证稳定性; 引入两种松弛变量来放宽水位约束和终端约束集; 在蒸汽流量扰动和功率变化情况下的仿真结果表明了算法的有效性.

**关键词** 模型预测控制, 软约束, 蒸汽发生器, 非最小相位系统

**引用格式** 姜颀, 刘向杰, 孔小兵. 核电站蒸汽发生器水位的软约束预测控制. 自动化学报, 2019, 45(6): 1111–1121

**DOI** 10.16383/j.aas.2018.c170647

## Soft Constrained MPC on Water Level Control in Steam Generator of a Nuclear Power Plant

JIANG Di<sup>1</sup> LIU Xiang-Jie<sup>1</sup> KONG Xiao-Bing<sup>1</sup>

**Abstract** In the nuclear power plant, the water level control of the U-tube steam generator (UTSG) plays a vital role on the safety of the nuclear reactor operation. Model predictive control (MPC) has been a quite effective way of controlling the water level of UTSG, due to its water level constraint handling ability. However, when the nuclear power plant is working under wide load changing condition, the water level hard constraint may deteriorate the closed-loop control performance and even cause instability. This paper presents a soft constrained MPC on the UTSG water level control based on the linear parameter varying (LPV) model. A terminal constraint set is computed off-line to reduce the online computation burden and ensure stability. Slack variables are introduced in the MPC formulation to relax the water level and terminal constraint in a straightforward way. Simulations under both the steam disturbance and the power-level changing show the effectiveness of the proposed controllers.

**Key words** Model predictive control, soft constraint, steam generator, non-minimum phase system

**Citation** Jiang Di, Liu Xiang-Jie, Kong Xiao-Bing. Soft constrained MPC on water level control in steam generator of a nuclear power plant. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(6): 1111–1121

在当今我国处于能源结构调整的大背景下, 核电作为一种清洁、安全且高效的能源, 为我国能源结构的改善提供了强有力的保障. 随着我国核电装机比例逐渐提高, 核电机组采取了“堆跟机”模式<sup>[1]</sup>. 反应堆功率大范围的变化使蒸汽发生器 (U-tube steam generator, UTSG) 水位控制面临新的

挑战.

UTSG 的主要作用是把一回路冷却剂从反应堆堆芯带出的热量传递给二回路. 为保证核电站运行的安全性和经济性, 水位需要维持在安全范围内. 水位控制不好将导致核电机组故障甚至停机<sup>[2]</sup>. 尤其在低功率情况下, UTSG 系统具有明显的非最小相位特性, 产生“虚假水位”现象, 常规 PID 难以有效控制. 为此, 许多学者构造了先进控制策略, 如输出反馈耗散法<sup>[3]</sup>、自适应反步法<sup>[4]</sup>、自抗扰控制<sup>[5]</sup>等.

模型预测控制 (Model predictive control, MPC) 基于模型对系统未来动态行为进行预测, 通过把约束加到未来的输入、输出或状态变量上, 把优化问题显式表示成一个在线求解的二次规划或非线性规划问题<sup>[6–7]</sup>. MPC 反映了约束控制的研究从反馈镇定向系统优化的发展, 已受到了工业过程控制领域的广泛认同<sup>[8–13]</sup>. MPC 显式处理约束的能力对 UTSG 水位控制的可靠性和安全性起到关键作用.

收稿日期 2017-11-16 录用日期 2018-03-16

Manuscript received November 16, 2017; accepted March 16, 2018

国家自然科学基金 (61673171, 61603134, U1709211, 61533013), 中央高校基本科研业务费专项基金 (2017MS033, 2017ZZD004) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (61673171, 61603134, U1709211, 61533013) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (2017MS033, 2017ZZD004)

本文的部分内容发表于第二十八届中国过程控制会议 (CPCC), 2017 年 7 月 30 日至 8 月 1 日, 中国重庆

本文责任编辑 梅生伟

Recommended by Associate Editor MEI Sheng-Wei

1. 华北电力大学控制与计算机工程学院 北京 102206

1. School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206

Kothare 最早针对 UTSG 水位控制构造了约束 MPC 算法, 并通过在线求解二次规划问题得到给水流量<sup>[14]</sup>. 文献 [15] 基于多模型建模提出了水位预测控制的在线综合方法. 水位和给水约束表征为线性矩阵不等式, 在线求解半正定编程问题. 文献 [16] 采用模糊建模方法, 构造了 UTSG 水位预测控制的准最小最大策略. 文献 [17] 使用支持向量回归模型, 采用最速下降法来优化性能指标.

尽管 MPC 为约束优化控制提供了系统的解决方案, 但核电站是异常复杂的控制系统, 功率大范围变化时, 系统的非最小相位特性大大限制了 MPC 的可行域范围, 系统的硬约束难以满足. 为保证系统稳定需选择较大的控制时域, 这无疑增加了计算量<sup>[18]</sup>. 如果系统状态超出可行域, 常规做法是再次在线求解二次规划得到给水流量或者采用上一时刻的给水流量. 然而, 这两种方法均无法保证系统稳定性, 直接影响到核电站安全经济运行. 因而可以在系统极端工况下允许约束在一定程度超出范围.

软约束 MPC 是解决由状态硬约束导致的 MPC 不可行问题的有效方法. 软约束 MPC 将水位超出限制的大小作为惩罚项加入到性能指标中以放松约束条件, 文献 [19] 对软约束 MPC 开环和闭环状态轨迹的差别进行分析, 并从多目标优化角度将惩罚项加入到每一步的预测开环轨迹中. 文献 [20] 引入两种松弛变量和终端约束来保证软约束 MPC 的稳定性, 提高了系统的闭环控制性能.

在实际核电站的运行中, 核电机组要参与负荷调节和频率调节等来提高电网的稳定性及供电质量. 功率大范围的调度会使得水位频繁超过约束限制, 导致 MPC 无可行解, 因此需要系统地设计软约束 MPC 来实现 UTSG 的水位控制. 控制器设计的难点在于如何在非最小相位特性、稳定性以及给水阀门和水位约束的处理之间取得最优配置. 针对 UTSG 水位控制的复杂特性, 本文引入两种松弛变量来放松水位约束, 并离线计算终端约束集, 设计了具有稳定性保证的软约束 MPC. 在每个采样时刻, 软约束 MPC 在线求解一个具有线性约束、二次约束和二次锥约束的凸优化问题. 在蒸汽流量扰动和功率变化情况下的仿真结果表明了算法的有效性.

## 1 蒸汽发生器

### 1.1 系统简介

压水堆核电站 UTSG 如图 1, 从反应堆流出的冷却剂由 UTSG 的下封头的进口进入水室, 然后在倒 U 型管束内流动, 倒 U 型管的外表面与给水接触, 传热并汽化给水来完成热交换. 冷却剂在完成热量传递过程后温度降低, 经过下封头的出口水室和

出口接管再流向反应堆. 给水通过 UTSG 的给水接管进入给水环管, 通过环管上的一组倒 J 形管进入下筒体与管束套筒之间的环状空间, 与汽水分离器分离出的水混合后向下流动, 直至底部管板, 再转向沿着倒 U 型管束的管外向上流动, 此过程会再次被传热管内流动的冷却剂加热, 一部分水再次蒸发成蒸汽. 汽水混合物离开倒 U 型管束顶部继续上升, 依次进入旋叶式汽水分离器和干燥器, 经汽水分离后, 蒸汽从 UTSG 的顶部出口流向汽轮机做功. 由此, UTSG 的水位必须维持在安全范围内, 高水位将会导致汽轮机叶片损坏, 低水位将会导致 U 形管损坏或者反应堆散热出现故障.

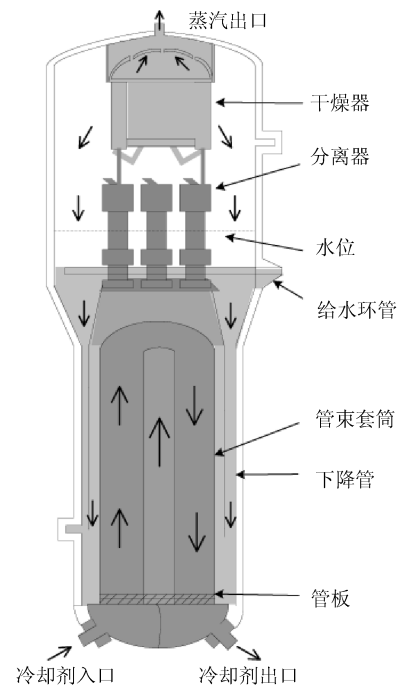


图 1 UTSG 结构示意图

Fig. 1 Schematic of a U-tube steam generator

### 1.2 输入输出模型

UTSG 水位系统可由四阶传递函数模型表示<sup>[21]</sup>:

$$Y(s) = \frac{G_1}{s}(Q_w(s) - Q_v(s)) - \frac{G_2}{1 + \tau_2 s}(Q_w(s) - Q_v(s)) + \frac{G_3 s}{\tau_1^{-2} + 4\pi^2 T_m^{-2} + 2\tau_1^{-1} s + s^2} Q_w(s) \quad (1)$$

其中,  $Y$ 、 $Q_w$  和  $Q_v$  分别为水位、给水流量和蒸汽流量.  $\tau_1$ 、 $\tau_2$  和  $T_m$  是阻尼时间常数和振荡周期. 该模型可表示为图 2 所示的模拟结构图形式. 令

$u = Q_w$ 、 $d = Q_v$  和  $y = Y$ , 选择状态变量:

$$\begin{cases} \dot{x}_{c1}(t) = G_1(Q_w(t) - Q_v(t)) \\ \dot{x}_{c2}(t) = -\tau_2^{-1}x_{c2}(t) - (Q_w(t) - Q_v(t)) \frac{G_2}{\tau_2} \\ \dot{x}_{c3}(t) = -2\tau_1^{-1}x_{c3}(t) + x_{c4}(t) + G_3Q_w(t) \\ \dot{x}_{c4}(t) = -(\tau_1^{-2} + 4\pi^2T^{-2})x_{c3}(t) \end{cases}$$

水位系统可写成如下的状态空间方程<sup>[16]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{x}_c(t) = A_c(\theta)x_c(t) + B_c(\theta)u(t) + W_c(\theta)d(t) \\ y(t) = C_cx_c(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\theta$  表示功率. UTSG 的水位控制任务是通过调节给水流量大小来稳定蒸汽扰动和功率调度引起的水位变化过程.

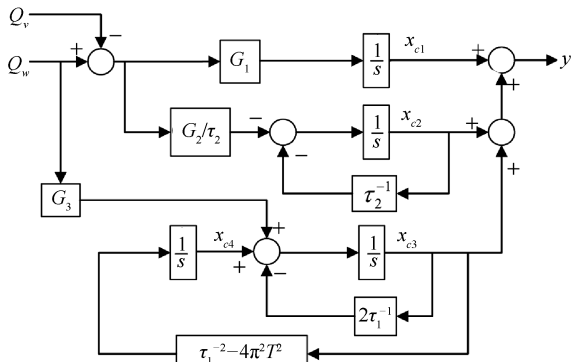


图2 UTSG 模拟结构图

Fig.2 Block diagram of the UTSG model

## 2 问题描述

### 2.1 硬约束 MPC

模型 (2) 的局部离散线性模型为<sup>[14]</sup>:

$$x_d(k+1) = A_d x_d(k) + B_d u(k) + W_d d(k) \quad (3)$$

为了处理给水阀门开度的幅值和增量约束, 式 (3) 的增广模型表示为:

$$x(k+1) = Ax(k) + B\Delta u(k) + Wd(k) \quad (4)$$

其中,  $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ ,  $C = [C_c \ 0]$ ,  $x(k) = [x_d(k) \ u(k-1)]$ ,

$$A = \begin{bmatrix} A_d & B_d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_d \\ 1 \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} W_d \\ 0 \end{bmatrix}$$

硬约束 MPC 在线求解优化问题:

$$J_N(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{u}, x_r) = \sum_{i=0}^{N-1} \ell(x_i - x_r, \Delta u_i) \quad (5)$$

$$V_N^H := \min_{\Delta \mathbf{u}} J_N(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{u}, x_r) \quad (6a)$$

$$\text{s.t. } x_{i+1} = Ax_i + B\Delta u_i + Wd \quad (6b)$$

$$G_u x_i \leq f_u \quad (6c)$$

$$G_{\Delta u} \Delta u_i \leq f_{\Delta u} \quad (6d)$$

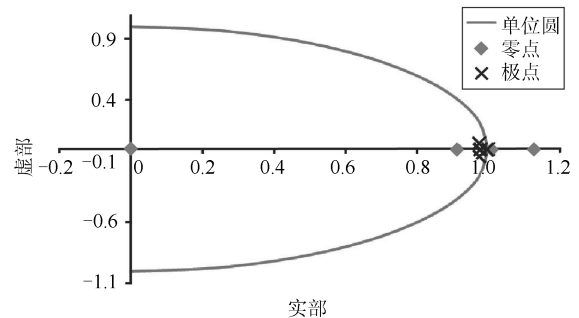
$$G_y x_{i+1} \leq f_y \quad (6e)$$

其中,  $G_{\Delta u} = [1 \ -1]$ ,  $f_{\Delta u} = [\Delta u_{\max} \ \Delta u_{\min}]$ ,  $C_u = [0 \ 1]$ ,  $G_u = [C_u \ -C_u]$ ,  $f_y = [y_{\max} \ -y_{\min}]$ ,  $G_y = [C \ -C]$ ,  $f_u = [u_{\max} \ 0]$ ,  $x_r$  是设定点,  $x_i$ 、 $\Delta u_i$  分别表示  $x(k+i|k)$ 、 $\Delta u(k+i|k)$ ,  $i = 0, \dots, N$ . 阶段性能指标  $\ell(x, u) := \|x\|_2^2 + \|u\|_R^2$ ,  $R > 0$ .  $N$  为控制时域,  $\Delta \mathbf{u} = [\Delta u_{0|k}, \dots, \Delta u_{N-1|k}]$ ,  $\mathbf{x} = [x_{0|k}, \dots, x_{N|k}]$ .

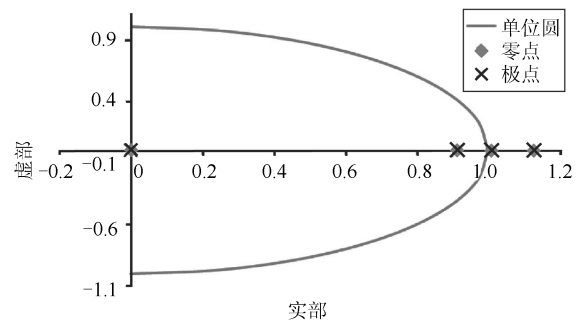
### 2.2 非最小相位逆转的不稳定零点

UTSG 所固有的非最小相位特性限制了水位的动态响应速度<sup>[18]</sup>, 在大范围变工况情况下, 采用水位硬约束条件, 会使水位长时间处于限值上, 令  $\bar{x} = x - x_r$ , 水位设定值为 0. 那么,

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1) = A\bar{x}(k) + B\Delta u(k) \\ y = C\bar{x}(k) \end{cases} \quad (7)$$



(a) 系统 (7) 的开环零极点  
(a) Open loop zero pole of system (7)



(b) 系统 (9) 的开环零极点  
(b) Open loop zero pole of system (9)

图3 硬约束对 UTSG 零极点的影响

Fig.3 The influence of hard constraint on the zero pole of UTSG

假设  $k$  时刻水位超过限定值, 即  $C\bar{x}(k) > y_{\max}$ , 为使水位维持在约束范围内, 在  $k+1$  时刻, MPC 在线计算给水流量, 使得  $C\bar{x}(k+1) \leq y_{\max}$ . 那么  $k$  时刻的给水流量必须满足:

$$\Delta u(k) = -(CB)^{-1}CA\bar{x}(k) + \varphi(k) \quad (8)$$

其中,  $\varphi(k) \leq (CB)^{-1}y_{\max}$ . 将式 (8) 代入式 (7), 得到状态方程,

$$\bar{x}(k+1) = \bar{A}\bar{x}(k) + B\varphi(k) \quad (9)$$

其中,  $\bar{A} = (I - B(CB)^{-1}C)A$ . 系统 (7) 和 (9) 的开环零极点见图 3.

在 5% 功率情况下, 选择不同的控制时域求解硬约束 MPC, 可得到蒸汽扰动和可行解之间的关系, 见图 4.  $d_u$  是优化问题 (6) 有可行解的最大蒸汽扰动,  $d_l$  是使水位达到限值的最小的蒸汽扰动. 随着控制时域增大,  $d_u - d_l$  的值逐渐增加. 当控制时域充分大时, 可保证硬约束下被控系统的稳定性. 虽然 MPC 优化性能指标 (6a) 得到给水流量, 使得水位回到约束范围内, 但非最小相位特性使得水位有继续增大的趋势, 水位约束会长时间地处于限值上<sup>[18]</sup>. 由此需构造水位软约束预测控制.

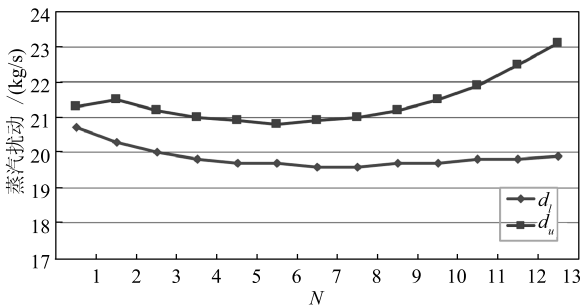


图 4 硬约束 MPC 有可行解的蒸汽范围

Fig. 4 The feasible steam range of activated hard constraint MPC

### 3 水位软约束预测控制

水位软约束 MPC 的核心由三个部分组成, 1) 放宽终端约束. 终端约束可保证 MPC 的稳定性<sup>[11, 22]</sup>. 在线计算平衡点  $x_s$ , 放宽的终端约束以  $x_s$  为中心, 同时在终端约束区域内部, 只考虑给水流量的硬约束. 2) 松弛变量. 松弛变量  $\varepsilon_i$  和  $\varepsilon_s$  分别放宽状态轨迹和终端约束集. 3) 惩罚项. 软约束 MPC 中加入的三种惩罚项分别为: 开环预测水位轨迹超出水位限值大小的 1 范数、平衡点  $x_s$  与设定值之间的 2 范数以及终端约束内系统状态和  $x_s$  之间

的二次范数. 软约束 MPC 描述为如下优化问题,

$$J_N^S(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{u}, x_r, x_s) = \sum_{i=0}^{N-1} \ell(x_i - x_s, \Delta u_i) + l_\varepsilon(\varepsilon_s) + \rho_x \|x_s - x_r\|_2 + V_f(x_N - x_s) + \sum_{i=0}^{N-1} l_\varepsilon(\varepsilon_i + \varepsilon_s) \quad (10)$$

$$V_N^S := \min_{\mathbf{x}, \Delta \mathbf{u}, x_s, \varepsilon} J_N^S(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{u}, \varepsilon, x_r, x_s) \quad (11a)$$

s. t. (6b) ~ (6d)

$$G_y x_i \leq f_y + \varepsilon_s + \varepsilon_i \quad (11b)$$

$$x_N \in \Omega^S(x_s) \quad (11c)$$

$$G_y x_s \leq f_y + \varepsilon_s \quad (11d)$$

$$\varepsilon_s \geq 0, \varepsilon_i \geq 0 \quad (11e)$$

$$c \|x_N - x_s\|_T \leq f_x + \varepsilon_s - G_y x_s \quad (11f)$$

$$m \|x_N - x_s\|_T \leq f_u - G_u x_s \quad (11g)$$

$$(I - A)x_s = Wd \quad (11h)$$

其中,  $i = [0, \dots, N-1]$ ,  $\varepsilon := [\varepsilon_0, \dots, \varepsilon_{N-1}, \varepsilon_s]$ .  $c$  和  $m$  是常数向量.  $l_\varepsilon(\varepsilon) = \rho_\varepsilon \|\varepsilon\|_1 + \rho_x \|x_s - x_r\|$  以及  $V_f(x) = \|x\|_P^2$  是惩罚项,  $\rho_y, \rho_\varepsilon$  是常数,  $P$  是正定矩阵.  $\Omega^S(x_s)$  是以  $x_s$  为中心的软终端约束区域.

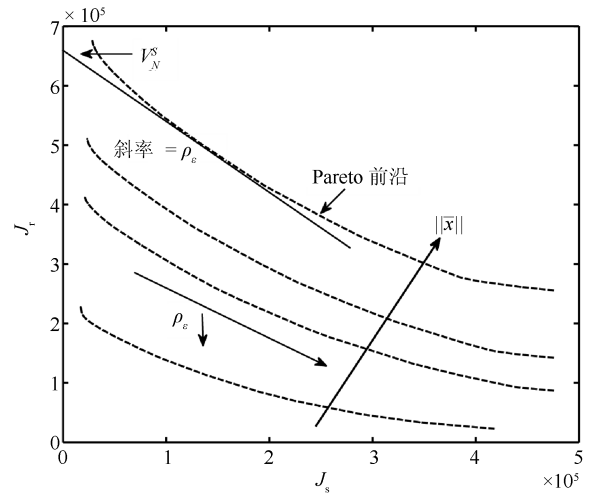


图 5 Pareto 最优曲线

Fig. 5 Pareto optimal front

硬约束 MPC 与软约束 MPC 间主要的区别之一是水位惩罚约束项, 惩罚系数  $\rho_\varepsilon$  直接影响软约束 MPC 的性能. 性能指标 (10) 等价于:

$$J_N^S = \rho_\varepsilon J_s + J_r \quad (12)$$

其中,  $J_s = [l_\varepsilon(\varepsilon_s) + \sum_{i=0}^{N-1} l_\varepsilon(\varepsilon_i + \varepsilon_s)] / \rho_\varepsilon$ ,  $J_r = \sum_{i=0}^{N-1} \ell(x_i - x_s, \Delta u_i) + \rho_x \|x_s - x_r\|_2^2 +$

$V_f(x_N - x_s)$ .

惩罚系数  $\rho_\varepsilon$  对软约束 MPC 的性能的影响可以看作加权和多目标优化问题. 多目标优化问题的一个有效解称为 Pareto 解, 通过改变  $\rho_\varepsilon$  并求解软约束 MPC 可以得到以  $J_s$  为横坐标以  $J_r$  为纵坐标的 Pareto 曲线, 如图 5. 软约束 MPC 的最优值函数  $V_N^S$  等于以  $-\rho_\varepsilon$  为斜率并与 Pareto 前沿相切的直线与纵坐标的交点. 选取不同的惩罚系数  $\rho_\varepsilon$ , 软约束 MPC 的最优解构成了加权和多目标优化问题的 Pareto 前沿. 当  $\rho_\varepsilon$  的值趋向于 0 时, 对应的最优解位于 Pareto 前沿右端, 此时  $J_s$  最大,  $J_r$  最小; 当  $\rho_\varepsilon$  的值趋向于  $\infty$  时, 对应的最优解位于 Pareto 前沿左端, 此时  $J_s$  最小,  $J_r$  最大. 所以通过选取不同的惩罚系数  $\rho_\varepsilon$ , 软约束 MPC 可以取得  $J_s$  和  $J_r$  控制性能的折衷.

### 3.1 离线计算终端约束

终端约束集是 UTSG 水位系统平衡点的邻域集合, 当系统的状态进入该集合内部时, 采用局部线性反馈控制律  $\Delta u = K(x - x_s)$  控制系统的状态轨迹保持在终端区域中. 其中,  $K$  为二次调节器的反馈矩阵. 终端约束区域的大小受到约束 (6c)~(6e) 的限制. 水位硬约束和软约束下的椭球型终端区域分别为:  $\Omega(x_r) := \{x \mid \|x - x_r\|_{T_1}^2 \leq 1\}$ ,  $\Omega^S(x_s) := \{x \mid \|x - x_s\|_T^2 \leq 1\}$ , 其中,  $T_1$ 、 $T$  是正定矩阵, 可通过离线计算线性矩阵不等式得到<sup>[20]</sup>:

$$Q_1 := \arg \min_{Q_1} \left\{ -\log \det Q_1 \mid \begin{bmatrix} Q_1 & Q_1 A_K^T \\ * & Q_1 \end{bmatrix} > 0, \right. \\ \left. \left\| Q_1^{\frac{1}{2}} K^T G_{\Delta u, j}^T \right\|_2 \leq f_{\Delta u, j}^2, \forall j = 1, 2 \right\} \quad (13)$$

其中,  $A_K = A + BK$  是 Hurwitz 矩阵,  $T = Q_1^{-1}$ .

比较终端约束  $\Omega$  和  $\Omega^S$  可知, 一方面系统的开环预测状态  $x_N$  处在以  $x_s$  (而非以  $x_r$ ) 为中心的椭球中; 另一方面在放宽的终端约束中只考虑给水约束. 所以  $\Omega(x_r)$  是扩大后的终端约束区域  $\Omega_C(x_r)$  的一个特例, 即  $\Omega(x_r) \subset \Omega_C(x_r)$ , 其中,  $\Omega_C(x_r) := \{x \mid \exists x_s, \|x - x_s\|_T^2 \leq 1\}$ .

### 3.2 约束处理

1) 在前  $N$  步预测时域内, 式 (6c)、(6d) 和 (11b) 保证给水阀门约束和水位软约束. 2) 在  $N$  到  $\infty$  预测时域内, 离线设计的终端约束 (11c) 和式 (13) 保证给水增量约束. 3) 在  $N$  到  $\infty$  预测时域内, 式 (11f) 和 (11g) 保证水位软约束和给水幅值约束, 其中式 (11f) 推导如下.

根据离线计算的  $T$  矩阵, 软约束 MPC 在线计算椭球  $\Omega_T^S$  使得  $x_N$  在其边界上. 由式 (11c) 可知,  $\Omega_T^S(x_N, x_s) \subset \Omega^S(x_s)$ , 即

$$\Omega_T^S := \left\{ x \mid \|x - x_s\|_T^2 \leq \|x_N - x_s\|_T^2 \right\} \quad (14)$$

在软约束 MPC 中, 式 (11f) 引入了松弛变量  $\varepsilon_s$ , 度量了区域  $\Omega_T^S(x_N, x_s)$  内水位超出限值的上界. 假设  $k$  时刻的软约束 MPC 松弛变量的最优解为:

$$\varepsilon^*(k) := [\varepsilon_{0|k}^*, \dots, \varepsilon_{N-1|k}^*, \varepsilon_{s|k}^*] \quad (15)$$

其中,  $*$  表示优化问题的最优解. 在下一个时刻, 采用局部线性控制律可以使得状态继续保持在上一时刻计算得到的终端区域  $\Omega_T^S(x_N, x_s)$  中, 那么,

$$\tilde{\varepsilon}(k+1) := [\varepsilon_{1|k}^*, \dots, \varepsilon_{N-1|k}^*, 0, \varepsilon_{s|k}^*(k)] \quad (16)$$

是  $k+1$  时刻优化问题 (11a) 的可行解. 式 (14) 等价于  $\max_x \left\{ G_{y,j} x \mid \|x - x_s\|_T^2 \leq \|x_N - x_s\|_T^2 \right\} \leq f_{y,j} + \varepsilon_{s,j}$ , 这是一个二次锥约束, 可表示为:

$$c_j \left\| T^{\frac{1}{2}} (x_N - x_s) \right\|_2 \leq f_{y,j} + \varepsilon_{s,j} - G_{y,j} x_s \quad (17)$$

其中,  $c_j := \|T^{-\frac{1}{2}} G_{y,j}^T\|_2, \forall j = 1, 2$ .

## 4 控制性能分析

根据 MPC 对水位约束的不同处理方式, 分别对无约束 MPC、硬约束 MPC 及软约束 MPC 的控制性能进行分析. 硬约束 MPC 必须满足输出量水位约束. 蒸汽发生器是典型的非最小相位系统, 在大范围变工况情况下, 采用水位硬约束, 会导致优化问题的不可行. 由第 2.2 节的分析可知, 当发生蒸汽大扰动时, 硬约束 MPC 得到的给水流量处于式 (8) 的边界值, 闭环系统为  $\bar{x}(k+1) = \bar{A}\bar{x}(k) + B(CB)^{-1}y_{\max}$ . 由图 3(b) 可知非最小相位特性逆转了系统的不稳定零点, 系统不稳定. 为了定量分析无约束 MPC 和软约束 MPC 的控制性能, 引入无穷时域无约束 MPC, 定义无约束 MPC:  $V_N^U(x(k)) := \min_{\Delta u} J_N(x, \Delta u, x_r)$  并满足约束 (6b)~(6d). 无穷时域无约束 MPC:  $V_\infty(x(k)) := V_N^U(x(k))$ , 其中无穷时域无约束 MPC 假定控制时域足够长并且不考虑水位约束, 理论上具有最好的控制性能. 为从理论层面对三者控制性能进行深入比较并定义标量:

$$\alpha := \frac{V(x(k)) - V(x(k+1))}{\ell(x_0 - x_r, \Delta u_0)} \quad (18)$$

其中,  $\alpha$  的大小代表了相邻时刻  $V$  的变化趋势. 当  $\alpha > 0$  时,  $V$  逐渐减小, 系统状态逐渐收敛到设定

值; 当  $\alpha < 0$  时,  $V$  逐渐增大, 系统状态逐渐发散. 下面通过分析  $\alpha$  的变化趋势, 分析不同控制策略的控制性能.

无穷时域无约束 MPC 在  $k$  时刻得到的最优控制序列为  $\Delta \mathbf{u}_\infty^*(k) = [\Delta u_{0|k}^*, \Delta u_{1|k}^*, \dots]$ , 根据动态规划原理, 在  $k+1$  时刻的最优解为  $k$  时刻的最优解移位, 即  $\Delta \mathbf{u}_\infty^*(k+1) = [\Delta u_{1|k}^*, \dots]$ . 由  $V_\infty$  的定义可知  $\alpha = 1$ . 无约束 MPC 的控制时域为  $N$ ,  $\alpha$  的大小与  $N$  的长度相关, 无法保证  $\alpha$  在闭环轨迹上恒大于 0. 为了比较软约束 MPC 与无穷时域无约束 MPC 的控制性能, 假设  $k$  时刻软约束 MPC 的最优解为  $\mathbf{x}^*(k)$ ,  $\Delta \mathbf{u}^*(k)$ ,  $x_s^*(k)$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}^*(k)$ . 那么由  $k$  时刻的最优解移位, 可以构造出  $k+1$  时刻的一个可行解式 (16) 以及  $\tilde{x}_s(k+1) = x_s^*(k)$ ,  $\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = [x_{1|k}^*, \dots, x_{N|k}^*, \tilde{x}_{N|k+1}]$ ,  $\Delta \tilde{\mathbf{u}}(k+1) = [\Delta u_{1|k}^*, \dots, \Delta u_{N-1|k}^*, \Delta \tilde{u}_{N-1|k+1}]$ , 其中,  $\tilde{x}_{N|k+1} = x_s^*(k) + A_K [x_{N|k}^* - x_s^*(k)]$ ,  $\Delta \tilde{u}_{N-1|k+1} = K [x_{N|k}^* - x_s^*(k)]$ .

记可行解对应的性能指标为  $\tilde{J}_N^S(k+1)$ , 那么

$$V_N^S(k) - \tilde{J}_N^S(k+1) = \ell(x_{0|k}^* - x_{s|k}^*, \Delta u_{0|k}^*) + l_\varepsilon(\varepsilon_{0|k}^* + \varepsilon_{s|k}^*) - l_\varepsilon(\varepsilon_{s|k}^*) \quad (19)$$

由于  $\tilde{J}_N^S(k+1)$  和  $V_N^S(k+1)$  分别是  $k+1$  时刻可行解和最优解的性能指标, 所以  $V_N^S(k+1) \leq \tilde{J}_N^S(k+1)$ , 那么

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{V_N^S(k) - V_N^S(k+1)}{\ell(x_0 - x_r, \Delta u_0)} \geq \\ &= \frac{V_N^S(k) - \tilde{J}_N^S(k+1)}{\ell(x_0 - x_r, \Delta u_0)} = \\ &= \frac{\ell(x_{0|k}^* - x_{s|k}^*, \Delta u_{0|k}^*) + l_\varepsilon(\varepsilon_{0|k}^* + \varepsilon_{s|k}^*) - l_\varepsilon(\varepsilon_{s|k}^*)}{\ell(x_0 - x_r, \Delta u_0)} \\ &\geq 0 \end{aligned} \quad (20)$$

由式 (20) 可知,  $\alpha$  恒大于等于 0 且只有当状态收敛到  $x_{s|k}^*$  时取等. 由参考文献 [20] Lemma IV.2 可知在状态逐渐收敛到  $x_{s|k}^*$  的过程中,  $x_{s|k}^*$  逐渐收敛到  $x_r$ ,  $\alpha$  在收敛到  $x_r$  的过程中恒大于 0. 假设  $\alpha$  的下界为  $\bar{\alpha}$ , 那么

$$V_N^S(x(k)) - V_N^S(x(k+1)) = \bar{\alpha} \ell(x_0 - x_r, \Delta u_0) \geq \bar{\alpha} \ell(x_0 - x_r, \Delta u_0) \quad (21)$$

将式 (21) 不等式左右两边同时由  $i = k$  叠加到  $i = \infty$  并由  $V_N^S(x(\infty)) = 0$  可知

$$V_N^S(x(k)) \geq \bar{\alpha} \sum_{i=k}^{\infty} \ell(x_i - x_r, \Delta u_i) = \bar{\alpha} J_\infty(x(k)) \geq \bar{\alpha} V_\infty(x(k)) \quad (22)$$

所以软约束 MPC 采用有限控制时域, 在保证稳定性的前提下, 可以看作对无穷时域无约束 MPC 控制性能的较好逼近.

图 6 描述了水位软约束 MPC 的结构图, 其中,  $\varepsilon_i$  和  $\varepsilon_s$  放宽了开环预测轨迹和终端约束区域的水位约束. 实线阴影椭圆部分是离线计算的放宽后的终端约束  $\Omega^S(x_s)$ , 虚线阴影椭圆为在线计算的终端约束  $\Omega_r^S(x_N, x_s)$ . 点线表示不同水位设定值对应的稳定状态参考轨迹. 求解软约束 MPC, 一方面控制器计算给水, 使得水位开环预测序列超出限值的范数和最小, 防止下一时刻超出水位约束过大; 另一方面, 当系统状态足够接近平衡点  $x_s$  时,  $J_N^S$  中惩罚项  $\rho_x \|x_s - x_r\|$  占据主导位置, 最小化  $J_N^S$  将使得控制器在线寻找新的  $x_s$  并逐渐趋向于  $x_r$  [20, 23]. 由以上分析可知, 水位软约束 MPC 的终端约束区域显著扩大.

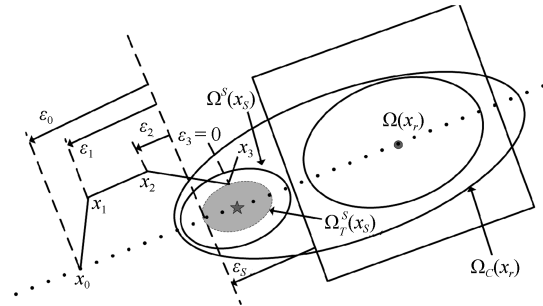


图 6 软约束 MPC 示意图

Fig. 6 Soft constrained MPC schematic diagram

## 5 仿真研究

仿真研究蒸汽流量扰动以及功率跟踪下本文所构造的软约束 MPC 对 UTSG 水位的控制效果, 并与常规的硬约束 MPC 和无约束 MPC 进行比较. 给水增量约束为  $\pm 10$  kg/s, 水位约束为  $\pm 40$  mm,  $\rho_\varepsilon = 100$ ,  $\rho_x = 10$ , UTSG 水位模型参数见文献 [22], 水位设定值为 0, 采样时间为 1 s.

### 5.1 蒸汽扰动硬约束预测控制

假设系统初始时刻分别处在 5%、15% 和 30% 功率的稳定状态, 在  $t = 0$  s 时施加  $-20.9$  kg/s 的蒸汽流量阶跃扰动. 由图 4 的分析可知, 此时硬约束 MPC 有可行解. 当水位达到约束限值时, 非最小相

位特性使得水位向相反的趋势变化, 使得水位长时间处在约束限值上. 增加控制时域, 控制效果得到改善, 仿真结果如图 7 所示.

### 5.2 蒸汽扰动软约束预测控制

上述仿真中,  $-20.9 \text{ kg/s}$  的蒸汽流量阶跃扰动下硬约束 MPC 仍有可行解. 而在实际核电站低功率情况下, 更大范围的蒸汽扰动可使硬约束 MPC 无可行解. 考虑  $t = 0 \text{ s}$  时, 蒸汽扰动为  $-30 \text{ kg/s}$ , 图 8 显示三种控制算法下的水位和给水变化过程. 无约束 MPC 没有考虑水位约束, 水位超过约束限值的量最大. 硬约束 MPC 无可行解, 水位处于限值时, 控制器寻找满足式 (8) 的给水流量, 使得水位长

时间处于约束限值上, 此时给水流量和系统的状态是同时递增的序列<sup>[18]</sup>. 当给水流量超出给水阀门硬约束的范围后, 硬约束 MPC 无可行解, 水位发散.

由于软约束 MPC 采用了比硬约束 MPC 更加复杂的性能指标和约束, 因此需要仔细分析在线求解软约束 MPC 的计算量. 仿真使用 MOSEK<sup>[24]</sup> 对软约束 MPC 进行求解, 并将软约束 MPC 的决策变量个数、等式约束个数、不等式约束个数、最大计算时间、最小计算时间、平均计算时间数据列于表 1. 软约束 MPC 平均计算时间在毫秒范围, 适合于 UTSG 水位的实时控制.

图 9 显示三种控制算法在控制时域为 10 时性能指标的变化过程. 系统的初始值

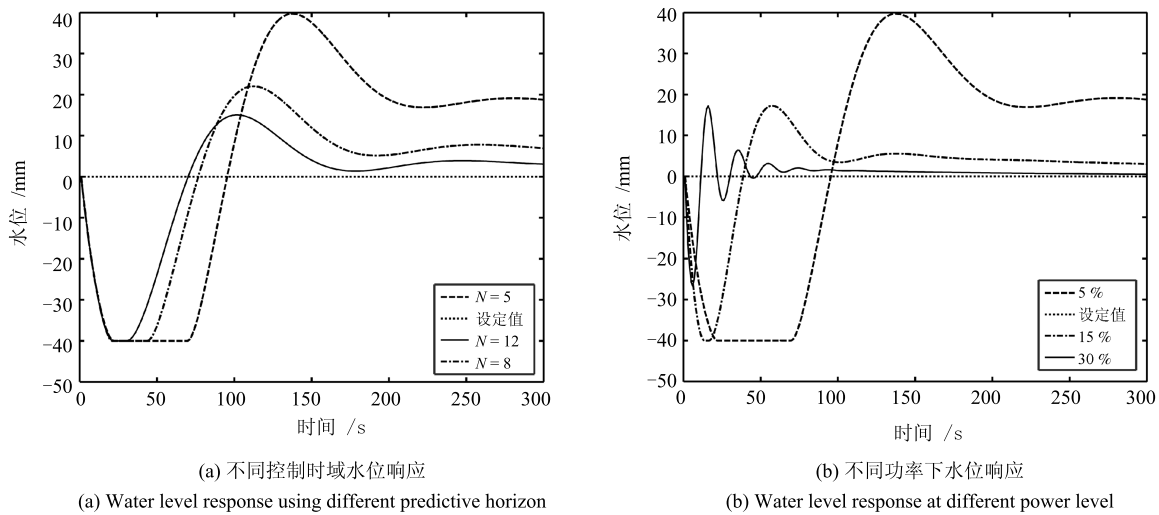


图 7 硬约束 MPC 水位响应  
Fig. 7 Hard constrained MPC water level response

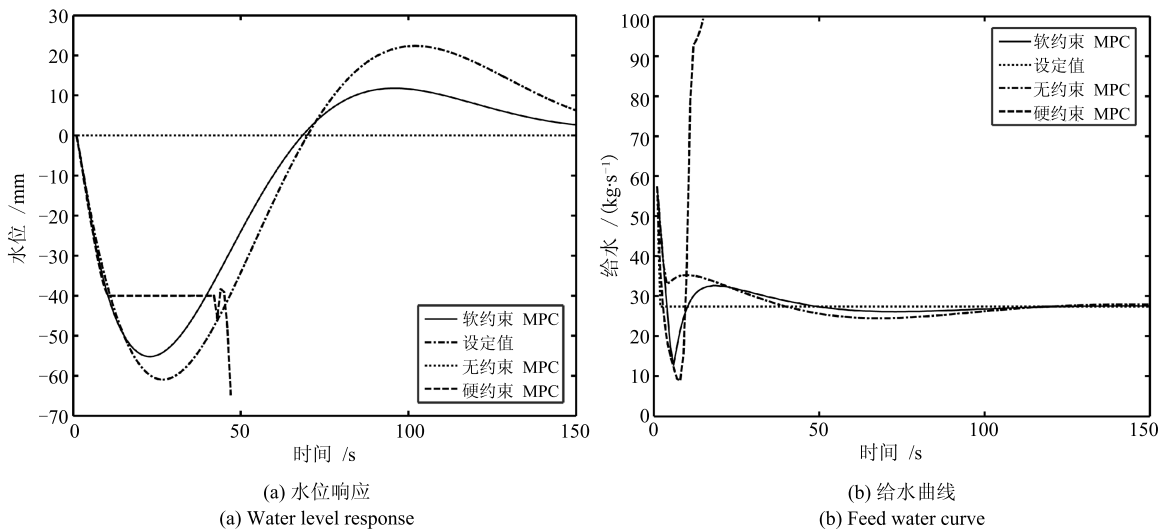


图 8 不同约束处理对水位的影响  
Fig. 8 The effect of different constraint handling on water level

表 1 软约束 MPC 计算量  
Table 1 The computation of soft constrained MPC

状态个数	控制量个数	控制时域	决策变量个数	等式约束个数	不等式约束个数	最小时间	最大时间	平均时间
5	1	10	32	50	86	90 ms	302 ms	147 ms

$x(0) = [0, 0, 0, -10.4, 57.4]$ , 设定值为  $x_r = [0, 0, 0, -4.96, 27.4]$ . 软约束 MPC 的性能指标有界并单调递减. 系统的非最小相位特性使得硬约束下水位长时间处于水位限值上, 即优化问题 (6) 的可行域必须满足式 (8), 这限制了控制量的可行解范围, 硬约束 MPC 性能指标出现振荡. 无约束 MPC 没有考虑水位的硬约束, 通过优化性能指标得到控制量. 在仿真开始的 25 s 内, 无约束 MPC 的性能指标逐渐增大, 随着仿真时间的推进逐渐减小.

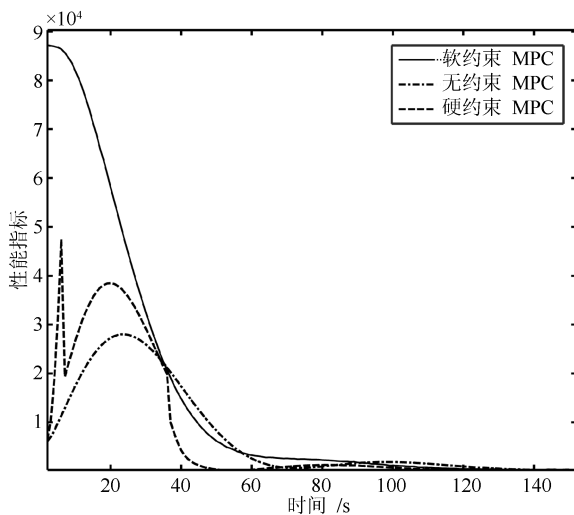


图 9 不同 MPC 的性能指标

Fig. 9 The cost functions for different MPCs

图 10 显示 5% 功率下, 软约束 MPC 松弛变量  $\|\varepsilon_s + \varepsilon_0\|_1$  和水位之间的关系. 在仿真开始时刻,  $-30 \text{ kg/s}$  的蒸汽扰动施加到 UTSG 系统, 在系统非最小相位特性作用下, 水位下降. 随着水位逐渐接近约束的下限, 求解软约束 MPC 得到的松弛变量逐渐增大. 当水位偏差达到最大时, 松弛变量达到最大值, 之后随着水位偏差的减小, 松弛变量  $\|\varepsilon_s + \varepsilon_0\|_1$  迅速减小. 当水位进入到约束范围内时, 松弛变量始终保持为 0. 尽管水位在初始时刻的测量值处于约束范围内, 即  $\|\varepsilon_0\|_1 \approx 0$ , 由于人工平衡点不满足水位约束, 即  $|Cx_s| > y_{\max}$  使得  $\|\varepsilon_s + \varepsilon_0\|_1 > 0$ . 软约束 MPC 可根据预测得到的平衡点  $x_s$  位置来提前调节给水阀门大小, 防止出现较大的水位偏差, 同时选取合适的  $\rho_\varepsilon$  能得到精确罚函数<sup>[14]</sup>.

### 5.3 功率阶跃斜坡变化

在核电站的实时控制中, 大范围功率变化可能

会导致更大的蒸汽扰动出现. 考虑 1) 在  $t = 0 \text{ s}$  和  $t = 150 \text{ s}$  时, 功率分别阶跃上升 5%; 在  $t = 300 \text{ s}$  时, 功率在 60 s 内斜坡下降到 5%. 2) 功率从 100% 阶跃下降到 90%.

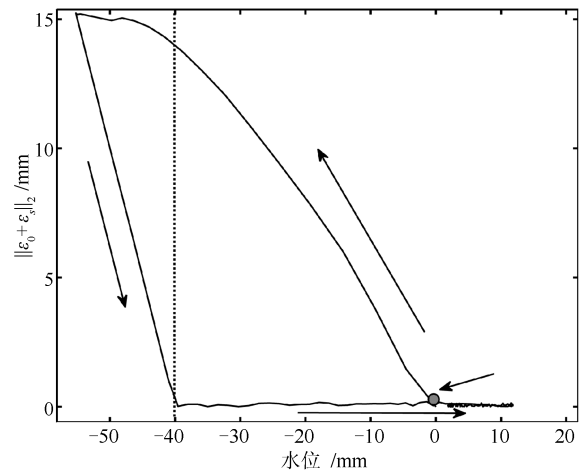


图 10 水位偏差和松弛变量的关系

Fig. 10 The relationship between water level deviation and slack variables

图 11 为本文提出的软约束 MPC 控制下水位的变化过程. 当水位处于约束范围内, 松弛变量的大小为 0; 当水位或  $\Omega_T^S(x_N, x_s)$  超过约束范围时, 求解优化问题 (11), 施加松弛变量. 在软约束预测控制策略下, 系统状态轨迹趋向于  $x_s$ , 每个采样时刻计算  $x_s$  趋向于  $x_r$ . 定义闭环性能指标:

$$J_\infty^{cl}(\mathbf{x}^{cl}, \Delta \mathbf{u}^{cl}, x_r) = \sum_{k=k_0}^{\infty} \ell(x(k) - x_r, \Delta u(k))$$

其中,  $k_0$  为采样时刻,  $[\Delta \mathbf{u}^{cl} = [\Delta u(k_0), \Delta u(k_0+1), \dots, \Delta u(\infty)], \mathbf{x}^{cl} = [x(k_0), x(k_0+1), \dots, x(\infty)]$ .

图 12 显示功率 5%~10% 阶跃上升时, 软约束 MPC 和无约束 MPC 的闭环控制性能. 在控制时域  $N$  足够大并且不考虑未来时刻扰动时, 无约束 MPC 的最优解同时优化闭环性能指标, 即

$$\Delta \mathbf{u}^* = \arg \min \{ J_\infty^{cl}(\mathbf{x}^{cl}, \Delta \mathbf{u}^{cl}, x_r) \mid (6b) \sim (6d) \}$$

图 12(a) 为分别选取  $N$  为 1、10 和 60 时, 无约束 MPC 控制下的  $\alpha$  变化过程, 只有当控制时域足够大时,  $\alpha$  才能够在仿真时间内保持大于 0. 图 12(b) 为无约束 MPC 和软约束 MPC 在不同控制



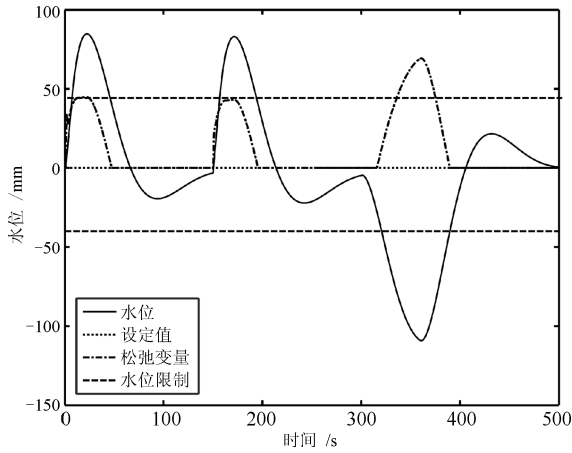
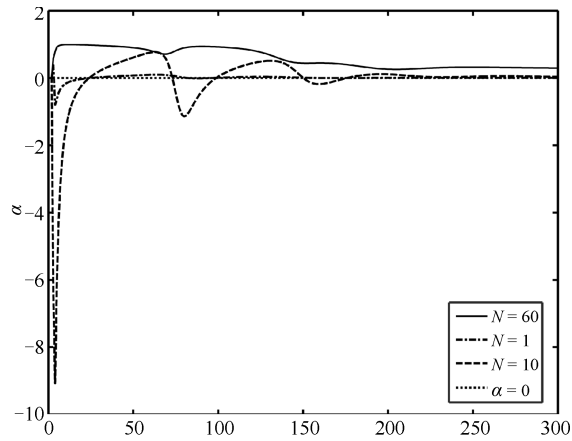


图 11 软约束 MPC 水位响应

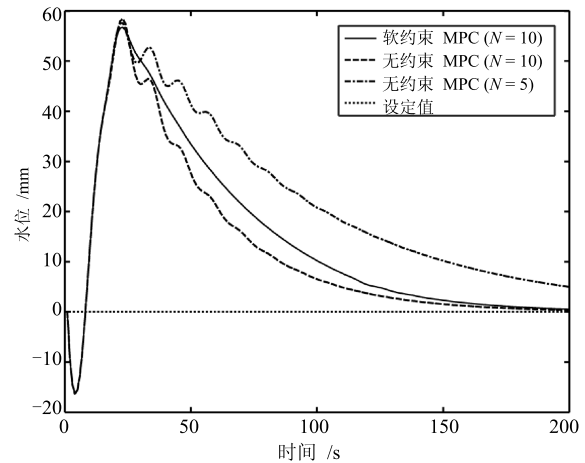
Fig. 11 Water level response of soft constrained MPC

时域下的性能指标变化过程, 无约束 MPC 的性能指标随着控制时域的增大先增大后逐渐减小, 这与图 12 (a) 显示的  $\alpha$  的变化过程是一致的, 软约束 MPC 控制时域为 10 的闭环性能指标与无约束 MPC 控制时域为 60 的闭环性能指标相近, 可看出本文提出的软约束 MPC 用较小的控制时域可取得理想的控制效果, 达到系统的稳定性、约束处理以及控制性能的折衷.

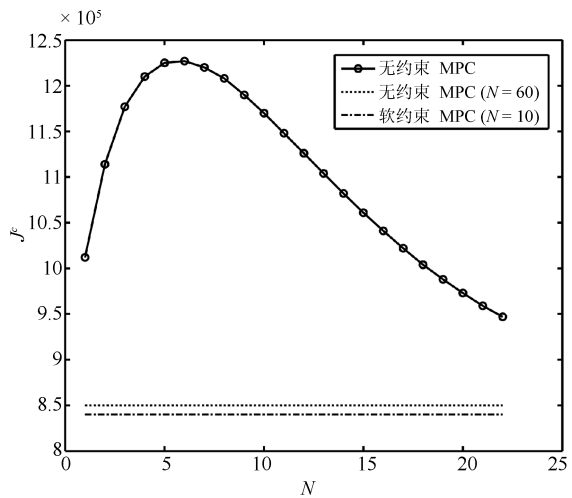
硬约束 MPC 在 100%~90% 降功率条件下无可行解. 图 13 显示了在高功率情况下软约束 MPC 和无约束 MPC 的水位控制效果. UTSG 系统随着功率的提升, 非最小相位特性逐渐降低. 在高功率下, 系统的非最小相位特性不明显, 无约束 MPC 和软约束 MPC 均能够取得较好的控制效果.



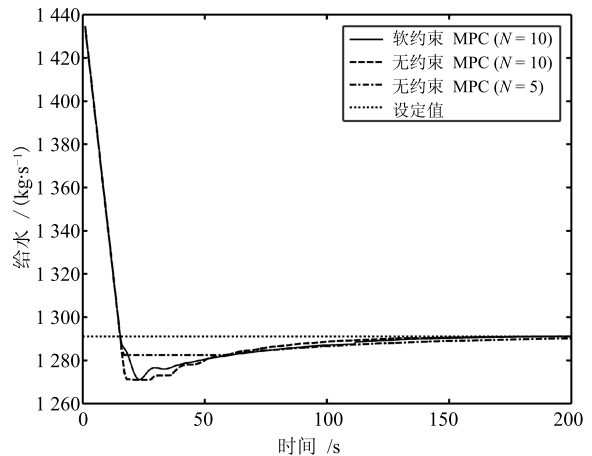
(a)  $\alpha$  曲线  
(a)  $\alpha$  curve



(a) 水位响应  
(a) Water level response



(b) 闭环性能指标  
(b) The closed loop cost functions



(b) 给水曲线  
(b) Feed water curve

图 12 不同约束处理方式闭环控制性能

Fig. 12 The closed loop cost functions of different constraint handling

图 13 高负荷下无约束和软约束 MPC 控制比较

Fig. 13 Comparison of unconstrained and soft constrained MPC control under high power

## 6 结论

本文针对 UTSG 非最小相位特性在水位硬约束下引起的系统不稳定问题, 设计了软约束 MPC. 该方法基于 MPC 开环预测闭环控制的特点, 在保证闭环稳定性的前提下, 引入两种松弛变量得到了扩大的终端约束区域, 保证了优化的可行性, 在损失少量闭环性能指标的同时大大改善了水位的控制性能. 仿真结果表明, 本文所提出的控制器在蒸汽扰动以及机组大范围变功率的过程中, 可将水位维持在限制的范围内以达到稳定性, 约束处理以及控制性能优化配置, 因而是现代核电站水位控制的有效方法.

## References

- Zhang Xiao-Dong, Liu Lin. Analysis of AP 1000 reactor power control system. *Nuclear Power Engineering*, 2011, **32**(4): 62–65  
(张小冬, 刘琳. AP 1000 反应堆控制系统特点分析. 核动力工程, 2011, **32**(4): 62–65)
- Parlos A G, Rais O T. Nonlinear control of U-tube steam generators via  $H_\infty$  control. *Control Engineering Practice*, 2000, **8**(8): 921–936
- Dong Z, Huang X J, Feng J T. Water-level control for the U-tube steam generator of nuclear power plants based on output feedback dissipation. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2009, **56**(3): 1600–1612
- Wei L, Fang F, Shi Y. Adaptive backstepping-based composite nonlinear feedback water level control for the nuclear U-tube steam generator. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, **22**(1): 369–377
- Chen Hong, Zeng Jian, Wang Guang-Jun. Steam generator water level control based on active disturbances rejection control. *Proceedings of the CSEE*, 2010, **30**(32): 103–107  
(陈红, 曾建, 王广军. 蒸汽发生器水位的自抗扰控制. 中国电机工程学报, 2010, **30**(32): 103–107)
- Xi Yu-Geng, Li De-Wei, Lin Shu. Model predictive control — status and challenges. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(3): 222–236  
(席裕庚, 李德伟, 林姝. 模型预测控制——现状与挑战. 自动化学报, 2013, **39**(3): 222–236)
- Chai Tian-You, Li Shao-Yuan, Wang Hong. Modeling and control for complex industrial processes in networked information. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(5): 469–470  
(柴天佑, 李少远, 王宏. 网络信息模式下复杂工业过程建模与控制. 自动化学报, 2013, **39**(5): 469–470)
- Qi S J, Badgwell T A. A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice*, 2003, **11**(7): 733–764
- Liu Xiang-Jie, Kong Xiao-Bing. Present situation and prospect of model predictive control application in complex power industrial process. *Proceedings of the CSEE*, 2013, **33**(5): 79–85  
(刘向杰, 孔小兵. 电力工业复杂系统模型预测控制——现状与发展. 中国电机工程学报, 2013, **33**(5): 79–85)
- Kong Xiao-Bing, Liu Xiang-Jie. Efficient nonlinear model predictive control for permanent magnet synchronous motor. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(9): 1958–1966  
(孔小兵, 刘向杰. 永磁同步电机高效非线性模型预测控制. 自动化学报, 2014, **40**(9): 1958–1966)
- Zheng Yi, Li Shao-Yuan. Networked cooperative distributed model predictive control for dynamic coupling systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(11): 1778–1786  
(郑毅, 李少远. 网络信息模式下分布式系统协调预测控制. 自动化学报, 2013, **39**(11): 1778–1786)
- Zhu Yu-Xuan, Li Shao-Yuan. Analysis and system design of multi-convex hull stabilization domain for double-layered model predictive control system. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(2): 262–269  
(朱宇轩, 李少远. 双层模型预测控制系统的多包镇定域分析与系统设计. 自动化学报, 2018, **44**(2): 262–269)
- Yang Ya-Ru, Li Shao-Yuan. Economic model predictive control for global optimal operation of nonlinear switching systems. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(6): 1017–1027  
(杨亚茹, 李少远. 切换非线性系统全局优化运行的经济预测控制. 自动化学报, 2017, **43**(6): 1017–1027)
- Kothare M V, Mettler B, Morari M, Bendotti P, Falinower C M. Level control in the steam generator of a nuclear power plant. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2000, **8**(1): 55–69
- Hu K, Yuan J Q. Multi-model predictive control method for nuclear steam generator water level. *Energy Conversion and Management*, 2008, **49**(5): 1167–1174
- Jiang Di, Liu Xiang-Jie. Fuzzy-model predictive control on water level of U-tube steam generator. *Control Theory & Applications*, 2015, **32**(12): 1705–1712  
(姜颀, 刘向杰. 核电站蒸汽发生器水位模糊预测控制. 控制理论与应用, 2015, **32**(12): 1705–1712)
- Kavaklioglu K. Support vector regression model based predictive control of water level of U-tube steam generators. *Nuclear Engineering and Design*, 2014, **278**: 651–660
- Rawlings J B, Muske K R. The stability of constrained receding horizon control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, **38**(10): 1512–1516
- Scokaert P O M, Rawlings J B. Feasibility issues in linear model predictive control. *AIChE Journal*, 1999, **45**(8): 1649–1659
- Zeilinger M N, Morari M, Jones C N. Soft constrained model predictive control with robust stability guarantees. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, **59**(5): 1190–1202
- Irving E, Miossec C, Tassart J. Towards efficient full automatic operation of the pwr steam generator with water level adaptive control. In: *Proceedings of the 2nd International*

*Conference Boiler Dynamics and Control in Nuclear Power Stations*. London, UK: British Nuclear Energy Society, 1980. 309–329

- 22 Mayne D Q, Rawlings J B, Rao C V, Sokaert P O M. Constrained model predictive control: stability and optimality. *Automatica*, 2000, **36**(6): 789–814
- 23 Limon D, Alvarado I, Alamo T, Camacho E F. MPC for tracking piecewise constant references for constrained linear systems. *Automatica*, 2008, **44**(9): 2382–2387
- 24 Andersen E D, Roos C, Terlaky T. On implementing a primal-dual interior-point method for conic quadratic optimization. *Mathematical Programming*, 2003, **95**(2): 249–277



**姜 嶝** 华北电力大学控制与计算机工程学院博士研究生. 2012 年获得上海电力学院自动化工程学院学士学位. 主要研究方向为核反应堆蒸汽供应系统的优化控制.

E-mail: fyjiangdi@ncepu.edu.cn

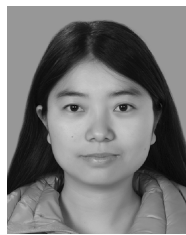
(**JIANG Di** Ph. D. candidate at the School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University. He received his bachelor degree from Shanghai University of Electric Power in 2012. His main research interest is optimal control of nuclear steam supply system.)



**刘向杰** 华北电力大学控制与计算机工程学院教授. 1989 年获得东北大学自控系工业电气自动化专业学士学位. 1997 年获得东北大学自动化研究中心博士学位. 主要研究方向为先进控制策略在电力过程控制中的应用. 本文通信作者.

E-mail: liuxj@ncepu.edu.cn

(**LIU Xiang-Jie** Professor at the School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University. He received his bachelor degree from Northeastern University in 1989, and the Ph. D. degree from the Research Center of Automation, Northeastern University in 1997. His main research interest is application of advanced control strategy in power process control. Corresponding author of this paper.)



**孔小兵** 华北电力大学控制与计算机工程学院讲师. 2008 年获华北电力大学自动化系学士学位. 主要研究方向为模型预测控制理论及其在能源电力系统控制中的应用.

E-mail: kongxiaobing@ncepu.edu.cn

(**KONG Xiao-Bing** Lecturer at the School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University. She received her bachelor degree from North China Electric Power University in 2008. Her research interest covers model predictive control and its application in power industry.)