空间冗余机械臂路径规划方法研究

齐志刚^{1,2} 黄攀峰^{1,2} 刘正雄^{1,2} 韩冬^{1,2,3}

摘 要 针对空间站遥操作 7DOF 冗余机械臂路径规划的安全性、可靠性问题,提出了基于臂型角逆运动学的优化 A* 路径规划算法.本文根据臂型角参数化完善了逆运动学方法,得到了 32 组完备逆解集,增加了路径规划时逆解选择的灵活性;通过 臂型角搜索和最小奇异值优化 A* 路径规划算法,提高机械臂避障、避奇异能力,机械臂操作的灵活性和路径的安全可靠性; 同时根据路径优化策略,有效平滑了路径,减少了机械臂的磨损.仿真结果说明了该方法的有效性.

关键词 冗余机械臂, 臂型角, 逆运动学, A* 路径规划算法

引用格式 齐志刚, 黄攀峰, 刘正雄, 韩冬. 空间冗余机械臂路径规划方法研究. 自动化学报, 2019, **45**(6): 1103–1110 **DOI** 10.16383/j.aas.c180191

Research on Path Planning Method of Spatial Redundant Manipulator

QI Zhi-Gang^{1, 2} HUANG Pan-Feng^{1, 2} LIU Zheng-Xiong^{1, 2} HAN Dong^{1, 2, 3}

Abstract Aiming at safety and reliability of the space station remote manipulator (SSRMS) type 7DOF redundant manipulator's path planning, an optimized A^* path planning algorithm is proposed based on the inverse kinematics of arm angle. This paper improves the method of inverse solution based parameterized arm angle, and obtains 32 sets of complete inverse solutions, which increases flexibility of inverse solution selection in path planning, optimizes the method of A^* path planning based on arm angle search and minimum singular value, which increases ability to avoid obstacle and singularity, flexibility of manipulator operation, safety and reliability. At the same time, according to the path optimization strategy, the path is effectively smoothed to reduce the wear of the manipulator. The simulation shows the effectiveness of the method.

Key words Redundant manipulator, arm angle, inverse kinematics, A* path planning algorithm

Citation Qi Zhi-Gang, Huang Pan-Feng, Liu Zheng-Xiong, Han Dong. Research on path planning method of spatial redundant manipulator. Acta Automatica Sinica, 2019, 45(6): 1103–1110

随着我国航天事业的不断发展,空间在轨服务 和维护技术已经成为空间技术重要的研究方向.空 间机械臂代替宇航员完成复杂的任务,不仅可以减 少宇航员在舱外执行任务的风险,而且可以完成宇 航员无法完成的大跨度操作任务,如货物搬运,目 标捕获和大型设备更换等;因此对长期在轨服务 空间机械臂的操作灵活性、自主性、安全性和可靠 性的要求不断提高^[1-3].在此背景下许多学者针对 冗余机械臂的运动学和路径规划问题进行相关研 究,其中大量学者对非偏置 (Spherical-revolutionspherical, SRS)^[4-5] 机械臂进行研究, 对偏置机械 臂 (Space station remote manipulator, SSRMS) 的 研究学者相对较少,其中 Singh 等^[6] 对仅肘部有偏 置的 7DOF 机械臂逆运动学进行相关研究, Yu 等^[7] 对仅腕部有偏置的机械臂进行了研究.对于肩部、肘 部、腕部都有偏置的 7DOF 机械臂的逆运动学更加 复杂,目前对该方向研究的大概分为两大分支,一种 以 Crane 等^[8] 为代表的基于空间多边形几何投影 的逆运动学求解方法,该方法涉及复杂的空间几何 投影理论,几何意义不明显;另一种是以徐文福等^[9] 为代表的基于臂型角的 7DOF 机械臂逆运动学求解 方法^[10-12],此方法几何意义明显,适合臂型控制任 务. 在逆运动学的基础上, 笛卡尔空间的路径规划也 显的尤其重要,路径规划不仅需要找到一条从起始 点到终止点的最优路径,同时也需要满足机械臂与 障碍物不发生碰撞的要求.常用的路径规划算法为 A* 算法、蚁群算法^[13]、遗传因子算法^[14]、随机树 法和人工势场法等,由于 A* 算法具有很强的自主 性和避障能力,受到许多学者的青睐,汪首坤等^[15]

收稿日期 2018-04-04 录用日期 2018-06-10

Manuscript received April 4, 2018; accepted June 10, 2018

国家杰出青年科学基金 (61725303), 国家自然科学基金 (61773317) 资助

Supported by National Science Fund for Distinguished Young Scholar of China (61725303) and National Natural Science Foundation of China (61773317)

本文责任编委 倪茂林

Recommended by Associate Editor NI Mao-Lin

^{1.} 西北工业大学航天学院智能机器人研究中心 西安 710072 2. 西 北工业大学航天飞行动力学技术国家重点实验室 西安 710072 3. 山 西师范大学物理与信息工程学院 临汾 041000

^{1.} Research Center for Intelligent Robotics, School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072 2. National Key Laboratory of Aerospace Flight Dynamics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072 3. College of Physics and Information Engineering, Shanxi Normal University, Linfen 041000

和 Yao 等^[16] 通过改变搜索步长和优化 A* 算法来 减少路径搜索时间,避免使算法进入死循环;贾庆 轩等^[17] 在关节空间内运用 A* 算法, 该方法可以避 免机械臂求逆解的问题,但由于维度过大,在搜索路 径过程中将消耗大量的时间; Ge 等^[18] 提出了基于 NEWTON-RAPHSON 逆运动学方法的 RRT 路径 规划方法,由于 RRT 在笛卡尔空间随机采样,同时 NEWTON-RAPHSON 逆运动学方法需要进行数 值迭代计算,降低了路径规划速度,且该方法没有考 虑逆解不存在的可能性及机械臂操作的灵活性. 王 瞾等^[19]提出了基于深度Q学习的机械臂路径规划 方法,该方法存在收敛速度慢以及存储空间等问题, 并且无法对机械臂的臂型进行控制. 宗成星等^[20] 利 用 A* 算法针对 6 自由度机械臂在笛卡尔空间进行 路径规划,但是没有考虑机械臂操作的灵活性以及 臂型控制. 徐文福^[21] 针对 PUMA 机器人提出了一 种奇异分离加阻尼倒数方法,较好地解决了机器人 奇异回避问题,张浩杰等^[22]利用变维度状态空间的 增量启发式路径规划方法,通过以前的规划结果,可 以保证算法的增量性及实时性.

本文在徐文福等^[9]、闫磊^[12]、王翠等^[19]和宗成 星等^[20]的基础上,对空间站肩、轴和腕部均有偏置 的 7DOF 机械臂进行逆运动学改善, 根据臂型角^[9] 的方法得到机械臂 32 组完备逆解集,从而得到了 逆运动学的解析解,该方法比 Ge 等^[18]提出的基于 NEWTON-RAPHSON 逆运动学方法计算速度快, 且通过臂型角实现对机械臂的臂型控制,几何意义 明显.结合逆运动学方法,通过把机械臂的雅克比 矩阵最小奇异值作为代价项加入到 A* 算法代价函 数中,在臂型角参数空间和笛卡尔空间进行搜索,寻 找一组合适的空间路径和机械臂逆解来实现对机械 臂的避障,以及避奇异路径规划,解决了王曌等^[19] 中 Q-learning 收敛速度慢以及所需存储空间大的问 题;与宗成星等^[20]的方法相比,本文方法在逆运动 学求解时,若机械臂与障碍物发生碰撞,可以通过在 臂型角空间搜索合适的臂型角来规避与障碍物的碰 撞, 增加路径规划的可靠性与安全性. 并通过计算仿 真, 证明逆运动学求解的正确性, 路径规划的安全可 靠性.

1 机械臂逆解方法

1.1 **7DOF** 机械臂建模

下面表 1 为某机械臂的 D-H 参数, 参考霍伟^[23] 和 Craig^[24] 书中模型建立方法, 图 1 为表 1 参数下 的机械臂的 D-H 坐标系图, 其中每个关节为旋转关 节, 由此可得如式 (1) 所示的坐标旋转矩阵, 式中, $i^{-1}T_i$ 代表第 i 坐标系相对于第 i - 1 坐标系的齐次 变换矩阵.

由此可得式 (2) 机械臂的正运动学方程.

 $^{i-1}T_i =$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_i - \sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(1)

$${}^{0}T_{7} = \prod_{i=1}^{7} {}^{i-1}T_{i}$$
 (2)

表 1 机械臂 D-H 参数 Table 1 The D-H parameters of manipulator

杆 i	$ heta_{i}\left(^{\circ} ight)$	$\alpha_i (^\circ)$	a_i (m)	d_{i} (m)
1	0	90	0	d_1
2	0	90	0	d_2
3	0	0	a_3	d_3
4	0	0	a_4	d_4
5	0	90	0	d_5
6	0	90	0	d_6
7	0	90	0	d_7



图 1 表 1 的机械臂几何模型

Fig. 1 Manipulator's geometry model of Table 1

当 d_2 与 d_6 都为零时得到 SRS 机械臂模型,当 d_2 与 d_6 都不为零时其模型为 SSRMS 模型.首先求 解 SRS 机械臂模型的 ${}^{0}R_{3}^{\psi=0}$ (3 号坐标系在臂型角 为 0 时,相对于基座的旋转矩阵),再根据臂型角求 解各个关节,然后利用机械臂模型 SRS 与 SSRMS 的逆解关系求解 SSRMS 模型的逆解.

1.2 SRS 机械臂初始臂型 ${}^{0}R_{3}^{\psi=0}$ 分析

本文选取关节1和关节2旋转轴线的交点作为

S 点, 3 号坐标系的原点为 E 点, 关节 6 和关节 7 旋转轴线的交点为 W 点, 点 S_⊥ 为点 S 沿关节 3 (z_2) 轴线延长 d_3 长度的点, 与 EW 直线构成一个 平面. 根据该机械臂的臂型特征可知, 直线 $SS_⊥$ 与 面 $S \bot EW$ 垂直, 本文用符号 |SW| 表示线段 SW 的长度, 如图 2 所示. 根据图 2 得肘部关节为



图 2 SRS 机械臂几何模型



图 3 为图 2 的简化示意图, 图中的 ψ 为臂型角, 臂型角的具体定义, 请参考徐文福等^[9] 文章. 本文规 定 3 号坐标系的原点在参考平面上时 (设为初始状态), 各量的右上标取为 0 加以区分, 参考系标识在 左上角, 机械臂处于初始状态关系图如图 4 所示. 在 图 4 中, 经计算分析可知, 当 α 取负值时对应的臂 型与 α 为正值时旋转 180° 对应得臂型是不同的两 种情况, 所以把 α 取负值时的臂型也算初始臂型的 一种情况. 下面将对 ${}^{0}R_{3}^{\phi=0}$ 进行求解.



图 3 臂型角示意图

Fig. 3 The diagram of arm angle

由图 2 及 DH 坐标系建系规则可知:

$$d_3{}^0 \boldsymbol{z}_3^0 + a_3{}^0 \boldsymbol{x}_3^0 = {}^0 \boldsymbol{e}^0 \tag{4}$$

式 (4) 中的 ${}^{0}e^{0}$ 为已知量, 证明如下:

由图 4 可知, 向量 *e* 可以看作是由向量 *w* 绕向 量 *l* 旋转 α 角度所得. 此时则有

$${}^{0}\boldsymbol{e}^{0} = {}^{0}\boldsymbol{e} = R\left(\boldsymbol{l},\alpha\right) \cdot \boldsymbol{w}$$

$$(5)$$

其中:

$$\boldsymbol{l} = \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w} \tag{6}$$



图 4 初始状态下各向量关系图

Fig. 4 The relationship among vectors in initial state

 $[u_l \times]$ 表示向量 l 单位化后的叉乘因子,式(5)中只 有 α 是未知的,其他均已知, α 的求解过程如下,结 合图 2 与图 4,在 Δ SE⁰W 中可得:

$$c_{\alpha} = \frac{a_3^2 + d_3^2 + |SW|^2 - a_4^2}{2|SW|\sqrt{a_3^2 + d_3^2}}$$
(8)

在 (8) 中, 由于 $\sqrt{a_3^2 + d_3^2} > a_4$, 所以 $|\alpha| \le 90^\circ$, 故有:

$$\alpha = \pm \arccos(\frac{a_3^2 + d_3^2 + |SW|^2 - a_4^2}{2|SW|\sqrt{a_3^2 + d_3^2}}) \qquad (9)$$

至此, α 求解完毕, 即 ${}^{0}e^{0}$ 为已知量证明完毕. 由图 2 及 DH 坐标系建系规则可知:

$$\boldsymbol{w} - \boldsymbol{e} = a_4 \boldsymbol{x}_4 \tag{10}$$

由方向余弦表示的姿态变换关系可知:

$${}^{3}\boldsymbol{x}_{4} = \begin{bmatrix} c_{4} & s_{4} & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(11)

$${}^{0}\boldsymbol{x}_{4} = {}^{0}\boldsymbol{R}_{3} \cdot {}^{3}\boldsymbol{x}_{4} = \begin{bmatrix} {}^{0}\boldsymbol{x}_{3} & {}^{0}\boldsymbol{y}_{3} & {}^{0}\boldsymbol{z}_{3} \end{bmatrix} {}^{3}\boldsymbol{x}_{4} \qquad (12)$$

由式 (10)~(12) 可得:

$$c_4{}^0\boldsymbol{x}_3^0 + s_4{}^0\boldsymbol{y}_3^0 = {}^0\boldsymbol{x}_4^0 \tag{13}$$

$${}^{0}\boldsymbol{x}_{4}^{0} = \frac{\boldsymbol{w} - {}^{0}\boldsymbol{e}^{0}}{a_{4}}$$
 (14)

由于 w、 a_4 和 ${}^{0}e^{0}$ 都是已知量,故 ${}^{0}x_4^{0}$ 也是已知量. 式 (4) 和式 (13) 左右两边分别叉乘且结合三轴单位 正交矢量的关系可得:

$${}^{0}\boldsymbol{x}_{4}^{0} \times {}^{0}\boldsymbol{e}^{0} = \left(c_{4}^{0}\boldsymbol{x}_{3}^{0} + s_{4}^{0}\boldsymbol{y}_{3}^{0}\right) \times \left(d_{3}^{0}\boldsymbol{z}_{3}^{0} + a_{3}^{0}\boldsymbol{x}_{3}^{0}\right) = d_{3}c_{4}^{0}\boldsymbol{x}_{3}^{0} \times {}^{0}\boldsymbol{z}_{3}^{0} + a_{3}c_{4}^{0}\boldsymbol{x}_{3}^{0} \times {}^{0}\boldsymbol{x}_{3}^{0} + d_{3}s_{4}^{0}\boldsymbol{y}_{3}^{0} \times {}^{0}\boldsymbol{z}_{3}^{0} + a_{3}s_{4}^{0}\boldsymbol{y}_{3}^{0} \times {}^{0}\boldsymbol{x}_{3}^{0} = - d_{3}c_{4}^{0}\boldsymbol{y}_{3}^{0} + d_{3}s_{4}^{0}\boldsymbol{x}_{3}^{0} - a_{3}s_{4}^{0}\boldsymbol{z}_{3}^{0}$$

$$(15)$$

解由式 (4)、式 (13) 和式 (15) 组成的方程组:

$$\begin{cases} c_4{}^0 \boldsymbol{x}_3^0 + s_4{}^0 \boldsymbol{y}_3^0 = {}^0 \boldsymbol{x}_4^0 \\ d_3{}^0 \boldsymbol{z}_3^0 + a_3{}^0 \boldsymbol{x}_3^0 = {}^0 \boldsymbol{e}^0 \\ - d_3 c_4{}^0 \boldsymbol{y}_3^0 + d_3 s_4{}^0 \boldsymbol{x}_3^0 - a_3 s_4{}^0 \boldsymbol{z}_3^0 = {}^0 \boldsymbol{x}_4^0 \times {}^0 \boldsymbol{e}^0 \end{cases}$$
(16)

由式 (16) 可得:

$$\begin{cases} {}^{0}\boldsymbol{x}_{3}^{0} = \frac{({}^{0}\boldsymbol{x}_{4}^{0} \times {}^{0}\boldsymbol{e}^{0})d_{3}s_{4} + d_{3}^{2}c_{4}{}^{0}\boldsymbol{x}_{4}^{0} + a_{3}s_{4}^{20}\boldsymbol{e}^{0}}{d_{3}} \\ {}^{0}\boldsymbol{x}_{3}^{0} = \frac{{}^{0}\boldsymbol{e}^{0} - a_{3}{}^{0}\boldsymbol{x}_{3}^{0}}{d_{3}} \\ {}^{0}\boldsymbol{y}_{3}^{0} = {}^{0}\boldsymbol{z}_{3}^{0} \times {}^{0}\boldsymbol{x}_{3}^{0} \end{cases}$$

$$(17)$$

故:

$${}^{0}R_{3}^{\psi=0} = \begin{bmatrix} {}^{0}\boldsymbol{x}_{3}^{0} & {}^{0}\boldsymbol{y}_{3}^{0} & {}^{0}\boldsymbol{z}_{3}^{0} \end{bmatrix}$$
(18)

因为 θ'_4 和 α 可取两种情况, 即 ${}^{0}R_3^{\psi=0}$ 有四种情况.

1.3 SSRMS 机械臂的逆运动学求解

由于 SRS 机械臂的逆解不是本文重点,不做详 细描述,具体方法请参考徐文福等^[9] 文章,下面将直 接给出臂型角为时 SRS 机械臂逆解的结论.

当末端位姿与臂型角确定后可得到 SRS 机械臂 的关节角为 $\theta'_1, \theta'_2, \theta'_3, \theta'_4 + \theta'_5, \theta'_6, \theta'_7$, 因为 $\theta'_4, \alpha, \theta'_2, \theta'_6$ 都有两种情况, 固 $\theta'_1, \theta'_2, \theta'_3, \theta'_4 + \theta'_5, \theta'_6, \theta'_7$ 共有 16 种 情况.

本文 θ'_i 代表 SRS 机械臂的逆解关节角, θ_i 代表 SSRMS 机械臂的逆解关节角, 由 SSRMS 与 SRS 关 系得 $\theta_1 = \theta'_1, \theta_2 = \theta'_2, \theta_6 = \theta'_6, \theta_7 = \theta'_7, \theta_{345} = \theta'_{345},$ 根据式 (2) 得到:

$${}^{2}T_{5} = ({}^{0}T_{1}{}^{1}T_{2})^{-1} ({}^{0}T_{7}) ({}^{5}T_{6}{}^{6}T_{7})^{-1}$$
(19)

$${}^{2}T_{5} = {}^{2}T_{3}{}^{3}T_{4}{}^{4}T_{5} \tag{20}$$

由于 SSRMS 机械臂的 $\theta_1, \theta_2, \theta_6, \theta_7$ 已知, 设矩 阵 ${}^{2}T_5$ 中 (1, 4) 和 (2, 4) 元素分别为 A、B, 令式 (20) 两边第 (1, 4) 和 (2, 4) 元素相等, 则有

$$\begin{cases} a_3 s_3 + a_4 s_4 = A\\ a_3 c_3 + a_4 c_{34} = B \end{cases}$$
(21)

可得 θ_4 、 θ_3 的值

$$\theta_4 = \pm \arccos \frac{A^2 + B^2 - a_3^2 - a_4^2}{2a_3 a_4} \qquad (22)$$

$$\theta_3 = \arctan(A(a_3 + a_4c_4) - Ba_4s_4, B(a_3 + a_4c_4) + Aa_4s_4)$$
(23)

由 $\theta_5 = \theta'_3 + \theta'_4 + \theta'_5 - \theta_3 - \theta_4$ 得关节角5的值. 综上偏置 7DOF 机械臂 (SSRMS) θ_4 有两种情况, 固偏置 7DOF 机械臂 (SSRMS) 逆解有 32 种情况.

2 路径规划

2.1 空间栅格化处理

为实现 A* 算法的路径规划, 需要对机械臂工 作空间进行栅格化处理并建模.为了使机械臂有效 避开奇异空间和障碍物, 本文优化的 A* 路径规划 算法分为两步; 第一步为: 先把最小奇异值作为代价 项加入到代价函数中实现在笛卡尔空间避奇异搜索, 然后在臂型角空间搜索合适的臂型, 从而实现对机 械臂避障控制.由于第一步搜索的路径缺乏光滑性, 因此通过第二步优化策略进行光滑处理, 使路径更 加平滑, 减少机械臂的磨损.

当机械臂末端位姿确定时,根据本文提到的 逆运动学求解方法,可求得关节角序列为 q_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 32$),根据式 (24) 和 (25)可得到最小奇 异值,为了安全考虑,由式 (26)可得 s(n),若对应的 位置无逆解存在,则令 s(n) 为一个较小值 ζ .

$$J(q_i) = U \sum V^{\mathrm{T}} = U \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_k \end{bmatrix} V^{\mathrm{T}} \quad (24)$$

$$\sigma_{\min_i} = \{\min\{\sigma_j | \sigma_j = \sqrt{\lambda_j}\}\}, \ j = 1, 2, \cdots, k$$
(25)

$$s(n) = \min\{\sigma_{\min i}\}, \ i = 1, 2, \cdots, 32$$
 (26)

2.2 基于优化的 A* 路径规划算法

传统的 A* 算法为启发式路径规划算法, 其算 法代价函数如式 (27) 所示

$$f(n) = g(n) + h(n) \tag{27}$$

其中, *f*(*n*) 为实际代价, *g*(*n*) 为起始位置到当前位 置的代价, *h*(*n*) 为当前位置到目标位置代价. 当路 径距离奇异位置较近时有可能导致任务失败, 为避 免此情况发生, 本文将代价函数改为式 (28) 所示, 可以有效避免因奇异原因导致机械臂路径规划失败.

$$f(n) = g(n) + h(n) + \frac{\rho}{s(n)}$$
 (28)

上式中 *ρ* 为比例因子, 有调节路径距离奇异空 间远近的作用.

在图 5 算法流程图中:

1) F = G + H + S, 其中 $F \, G \, H \, \pi S \, \beta$ 别 代表当前点 $f(n), g(n), h(n) \, \pi \, \rho/s(n)$ 的值. 2) 图中 close 列表中的节点为 P_i 集合, 即为规 划路径, 集合 I 为集合 P_i 中对应节点的逆解序列集 合, 临域节点为周围 26 临域可到达点.

 3) 当臂型角增加到 360° 时, 臂型角重新复位到 0°.

4) 第一步算法在笛卡尔空间进行搜索可以有效 避开空间奇异位置,同时在臂型角空间进行搜索,可 以选择合适的臂型使机械臂避免与障碍物发生碰撞.







图 6 算法流程图中:

1) μ 值为集合 P_i 中节点最小奇异值的均值.

2) 通过减少路径中不必要的节点,进行路径光 滑处理,得到集合 P_o和 I_o.本文算法得到的 P_i集 合与 P_o集合如式 (29)所示, I_o为 P_o中节点对应 的逆解序列.

$$\begin{cases}
P_i\{x_1^i, x_2^i, x_3^i, \cdots, x_j^i, \cdots, x_a^i\} \\
P_o\{x_1^o, x_2^o, x_3^o, \cdots, x_k^o, \cdots, x_b^o\}
\end{cases} (29)$$



图 6 优化 A* 算法第二步流程图 Fig. 6 The second step flow chart of optimization A* algorithm

3 仿真验证

3.1 计算仿真

本文以表 2 所示的机械臂参数为模型进行仿真 验证,为了证明逆解的正确性,当机械臂末端位姿 为 [1.5 m, 2.5 m, -1.0 m, 0°, 0°, 0°],臂型角分别为 30°、120°时,进行 32 组逆解求解,然后在 Unity3D 平台模型中验证了逆解的正确性,由于逆解数目过 多,本文只展示臂型角分别为 30°、120°时 32 组逆 解中的两种臂型情况,如图 7 所示.图中 a、b 为臂

表 2 仿真机械臂 D-H 参数

nulation parameter of manipulato	r's DH
nulation parameter of manipulato	r's Dł

杆 <i>i</i>	$ heta_i$ (°)	$lpha_i$ (°)	a_i (m)	d_i (m)	
1	90	90	0	0.25	
2	90	90	0	0.25	
3	90	0	2.0	0.6	
4	180	0	2.0	0	
5	90	90	0	0	
6	0	90	0	0.25	
7	0	90	0	0.35	

型角 30°时两种逆解臂型, c、d 为臂型角为 120°时 两种逆解臂型. 当臂型角为 30°时, 有 16 种逆解与 障碍物发生碰撞, 16 种逆解与障碍物未发生碰撞; 当臂型角为 120°时, 32 种逆解都未与障碍物发生 碰撞.





(b) The inverse solution of arm's

angle at 30 degree with collision

(a) 臂型角为 30 度无碰撞的逆解
(a) The inverse solution of arm's angle at 30 degree without collision





(c) 第一种臂型角为 120 度 无碰撞的逆解
(c) The first inverse solution of arm's angle at 120 degree without collision



图 7 逆解的臂型

Fig. 7 The arm type of the inverse solution

图 8 为按机械臂末端姿态固定 (姿态按照路径 规划要求选取,本文按照固定值仿真),位置进行均 匀采样得到散点云图,其中越亮的位置对应的最小 奇异值越小,越临近奇异空间;并在工作空间 [3.5 m, 0.5 m, 0.5 m],[2.5 m, 1.5 m, 0.5 m] 和 [1.5 m, 1.5 m, 1.5 m] 处有 1 m × 1 m × 1 m 大小的立方体障碍 物;在散点云空间进行从位置 [1.0 m, 1.0 m, 0.0 m] 到位置 [1.5 m, 1.5 m, 3.0 m] 的路径规划来进行仿真 验证.其中的虚线路径为传统的 A* 算法搜索到的 路径,点划线路径为优化 A* 算法第一步搜索到的 路径,黑色实线为优化算法第二步得到的路径,即为 本文所求路径.



Fig. 8 The scatter gram of s(n) in reachable space

图 9 为图 8 中规划的三条路径最小奇异值变化 曲线, 点划线路径的最小奇异值均值为 0.735; 黑色 实线路径最小奇异值均值为 0.6747, 虽然最小奇异 值稍有降低, 但路径更加平缓; 虚线路径最小奇异值 均值为 0.223, 路径经过奇异值为 0 的位置, 这将导 致路径规划的失败.本次路径仿真参数 ρ、ζ 分别取 10.0、0.0001.



图 9 路径中最小奇异值曲线



3.2 仿真分析

由图 7 分析可知, 当臂型角为 30°时, 有一半逆 解与障碍物发生碰撞, 另一半逆解与障碍物未发生 碰撞; 当臂型角为 120°时, 32 种逆解都未与障碍物 发生碰撞, 因此在臂型角空间进行搜索规划路径可 以有效实现机械臂避障功能; 同时也证明逆运动学 算法的正确性.

机械臂的雅克比矩阵最小奇异值越大代表机械 臂在该状态下离奇异空间越远,路径越安全,因此路 径中节点的最小奇异值的平均值可以代表路径规划 的质量.从图 8 可知,算法第一步规划的路径为点 画线,该路径避开较亮的奇异位置,路径中最小奇异 值的平均值为 0.735, 并未出现最小奇异值为 0 的位置, 从而保证了规划任务的安全可靠性; 通过算法第 二步, 可以得到图 8 中黑色实线平滑路径, 路径中最 小奇异值的平均值为 0.6747, 也未出现最小奇异值 为 0 的位置, 虽然最小奇异值的均值稍有下降, 但路 径变得更加平滑, 有效降低机械臂的磨损; 图 8 中 虚线路径为传统 A* 路径规划算法, 该路径中最小 奇异值的平均值为 0.223, 并且有部分节点经过奇异 位置, 这将降低路径的安全可靠性, 导致规划任务失 败. 综上所述, 仿真结果证明本文的算法有效性.

4 结论

本文改善了基于臂型角的逆运动学方法,可以 得到 32 组逆解的完备集,该方法不仅可以增加逆解 选择的灵活性,而且可以通过臂型角实现对臂型的 控制,为机械臂的避障规划提供了一种方法.在基于 逆运动学的基础上,本文提到的优化 A* 路径规划 算法,通过引入最小奇异值作为代价项和搜索合适 的臂型角方法,使机械臂实现了避障、避奇异功能, 保证路径规划任务的安全可靠性;并通过优化策略 有效的平滑了路径,减小了机械臂的磨损.本文提到 的算法也适用地面机械臂路径规划任务.

References

- Liang Bin, Xu Wen-Fu, Li Cheng. The status and prospect of orbital servicing in the Geostationary orbit. Journal of Astronautics, 2010, **31**(1): 1-13 (梁斌, 徐文福, 李成. 地球静止轨道在轨服务技术研究现状与发展 趋势. 宇航学报, 2010, **31**(1): 1-13)
- 2 Coleshill E, Oshinowo L, Rembala R, Bina B, Rey D, Sindelar S. Dextre: improving maintenance operations on the International Space Station. Acta Astronautica, 2009, 64(9-10): 869-874
- 3 Boumans R, Heemskerk C. The European robotic arm for the International Space Station. Robotics and Autonomous Systems, 1998, 23(1-2): 17-27
- 4 Shimizu M, Kakuya H, Yoon W K, Kitagaki K, Kosuge K. Analytical inverse kinematic computation for 7-DOF redundant manipulators with joint limits and its application to redundancy resolution. *IEEE Transactions on Robotics*, 2008, 24(5): 1131–1142
- 5 Fang Cheng, Ding Xi-Lun. Anthropomorphic arm kinematics oriented to movement primitive of human arm triangle. *Robot*, 2012, **34**(3): 257-264 (方承, 丁希仑. 面向人臂三角形动作基元的拟人臂运动学. 机器人, 2012, **34**(3): 257-264)
- 6 Singh G K, Claassens J. An analytical solution for the inverse kinematics of a redundant 7DOF manipulator with

link offsets. In: Proceedings of the 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Taipei, Taiwan, China: IEEE, 2010. 2976-2986

- 7 Yu C, Jin M H, Liu H. An analytical solution for inverse kinematic of 7-DOF redundant manipulators with offsetwrist. In: Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Chengdu, China: IEEE, 2012. 92–97
- 8 Crane C D III, Duffy J, Carnahan T. A kinematic analysis of the Space Station Remote Manipulator system (SSRMS). *Journal of Robotic Systems*, 1991, 8(5): 637–658
- 9 Xu Wen-Fu, Zhang Jin-Tiao, Yan Lei, Wang Zhi-Ying. Parameterized inverse kinematics resolution method for a redundant space manipulator with link offset. Journal of Astronautics, 2015, 36(1): 33-39 (徐文福,张金涛, 闫磊, 王志英. 偏置式冗余空间机械臂逆运动学求 解的参数化方法. 宇航学报, 2015, 36(1): 33-39)
- 10 Kreutz-Delgado K, Long M, Seraji H. Kinematic analysis of 7-DOF manipulators. The International Journal of Robotics Research, 1992, 11(5): 469-481
- 11 Tevatia G, Schaal S. Inverse kinematics for humanoid robots. In: Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation. San Francisco, CA, USA: IEEE, 2000. 294–299
- 12 Yan Lei. Parameterized Inverse Kinematics and Coordinated Planning of Anthropomorphic Robotic Arm for Onorbit Assembly [Master thesis], Harbin Institute of Technology, China, 2015 (闫磊. 拟人机器人参数化逆运动学及在轨装配的协调规划研究 [硕 士学位论文],哈尔滨工业大学,中国, 2015)
- 13 Baghli F Z, El Bakkali L, Lakhal Y. Optimization of arm manipulator trajectory planning in the presence of obstacles by ant colony algorithm. *Proceedia Engineering*, 2017, 181: 560-567
- 14 Guo Yong-Qiang. Research on Joint Control System and Trajectory Planning for Large Manipulator [Ph. D. dissertation], Harbin Institute of Technology, China, 2012 (郭勇强. 空间大型机械臂关节控制系统及轨迹规划研究 [博士学位 论文], 哈尔滨工业大学, 中国, 2012)
- 15 Wang Shou-Kun, Di Zhi, Wang Jun-Zheng, Guo Jun-Jie. Path planning method for manipulator to avoid obstacle based on advanced A* algorithm. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2011, **31**(11): 1302-1306 (汪首坤, 邸智, 王军政, 郭俊杰. 基于 A* 改进算法的机械臂避障路 径规划. 北京理工大学学报, 2011, **31**(11): 1302-1306)
- 16 Yao J F, Lin C, Xie X B, Wang A J, Hung C C. Path planning for virtual human motion using improved A* star algorithm. In: Proceedings of the Seventh International Conference on Information Technology: New Generations. Las Vegas, NV, USA: IEEE, 2010. 1154–1158

- 17 Jia Qing-Xuan, Chen Gang, Sun Han-Xu, Zheng Shuang-Qi. Path planning for space manipulator to avoid obstacle based on A* algorithm. *Journal of Mechanical Engineering*, 2010, **46**(13): 109-115 (贾庆轩, 陈钢, 孙汉旭, 郑双奇. 基于 A* 算法的空间机械臂避障路 径规划. 机械工程学报, 2010, **46**(13): 109-115)
- 18 Ge J X, Sun F C, Liu C F. PRT-GD: an efficient rapidlyexploring random tree approach with goal directionality for redundant manipulator path planning. In: Proceedings of the 2016 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Qingdao, China: IEEE, 2016. 1983-1988
- 19 Wang Zhao, Hu Li-Sheng. Industrial manipulator path planning based on deep Q-learning. Control and Instruments in Chemical Industry, 2018, 45(2): 141-145, 171 (王曌, 胡立生. 基于深度 Q 学习的工业机械臂路径规划方法. 化工 自动化及仪表, 2018, 45(2): 141-145, 171)
- 20 Zong Cheng-Xing, Lu Liang, Lei Xin-Yu, Zhao Ping. A path planning approach for multi-DOF spatial manipulator via A* algorithm. Journal of Hefei University of Technology, 2017, 40(2): 164–168 (宗成星, 陆亮, 雷新宇, 赵萍. 一种基于 A* 算法的空间多自由度 机械臂路径规划方法. 合肥工业学报 (自然科学版), 2017, 40(2): 164–168)
- 21 Xu Wen-Fu, Liang Bin, Liu Yu, Li Cheng, Qiang Wen-Yi. A novel approach to avoid singularities of PUMA-type manipulators. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(6): 670-675 (徐文福, 梁斌, 刘宇, 李成, 强文义. 一种新的 PUMA 类型机器人 奇异回避算法. 自动化学报, 2008, 34(6): 670-675)
- 22 Zhang Hao-Jie, Gong Jian-Wei, Jiang Yan, Xiong Guang-Ming, Chen Hui-Yan. Research on incremental heuristic path planner with variable dimensional state space. Acta Automatica Sinica, 2013, **39**(10): 1602–1610 (张浩杰, 龚建伟, 姜岩, 熊光明, 陈慧岩. 基于变维度状态空间 的增量启发式路径规划方法研究. 自动化学报, 2013, **39**(10): 1602–1610)
- 23 Huo Wei. Robot Dynamics and Control (Second edition). Beijing: Higher Education Press, 2005. 5-46 (霍伟. 机器人动力学与控制. 第2版. 北京:高等教育出版社, 2005. 5-46)
- 24 Craig J J. Introduction to Robotics: Mechanics and Control (Third edition). America, 2005



齐志刚 西北工业大学航天学院硕士研 究生.主要研究方向为空间机械臂路径 规划,机器视觉.

E-mail: zhigangqi@mail.nwpu.edu.cn (QI Zhi-Gang Master student at the School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University. His research interest covers path planning of

space manipulator and machine vision.)



黄攀峰 西北工业大学航天学院教授. 主要研究方向为空间机器人,绳系空间 机器人,智能控制,机器视觉,空间遥操 作.本文通信作者.

E-mail: pfhuang@nwpu.edu.cn

(HUANG Pan-Feng Professor at the School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University. His re-

search interest covers space robotics, tethered space robotics, intelligent control, machine vision and space teleoperation. Corresponding author of this paper.)



刘正雄 西北工业大学航天学院副教授. 主要研究方向为空间机器人,空间遥操 作.

E-mail: liuzhengxiong@nwpu.edu.cn (**LIU Zheng-Xiong** Associate professor at the School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University. His research interest covers space

robotics and space teleoperation.)



韩 冬 西北工业大学博士研究生.主要 研究方向为空间遥操作.

E-mail: alexcn@mail.nwpu.edu.cn

(HAN Dong Ph.D. candidate at the Northwestern Polytechnical University. His main research interest is dynamic modeling for space teleoperation.)