第 45 卷 第 6 期 自 动 化 学 报 Vol. 45, No. 6
2019 年 6 月 ACTA AUTOMATICA SINICA June, 2019

针对输入时滞的桥式起重机鲁棒控制

何 博 [1] 方勇纯 [1] 卢 彪 [1]

摘 要 针对工业桥式起重机输入信号存在时滞的问题, 本文设计了一种鲁棒跟踪控制器. 具体而言, 本文通过分析欠驱动桥式起重机的特性, 引入辅助系统, 将时滞模型等效为不存在时滞的模型. 在此基础上, 考虑系统参数的不确定性, 设计了一种鲁棒跟踪控制器. 本文使用基于 Lyapunov 理论的稳定性分析及证明方法, 通过建立 Lyapunov-Krasovskii (LK) 方程证明了位置跟踪误差以及摆角可以在有限时间内收敛到一个界内, 且界的大小与控制增益负相关. 完成控制器设计后, 将其与工业上常用的比例 – 积分 – 微分 (Proportion-integration-differentiation, PID) 控制方法进行比较. 仿真及实验结果表明, 本文所设计的控制器优于 PID 控制器, 具有良好的控制性能.

关键词 桥式起重机, 输入时滞, 鲁棒控制, Lyapunov 方法

引用格式 何博, 方勇纯, 卢彪. 针对输入时滞的桥式起重机鲁棒控制. 自动化学报, 2019, **45**(6): 1065−1073

DOI 10.16383/j.aas.2018.c170506

Robust Control for an Overhead Crane With Input Delay

HE Bo[1] FANG Yong-Chun[1] LU Biao[1]

Abstract To solve the problem of input delay of an industrial overhead crane, this paper designs a robust controller. Specifically, based on the analysis of the system model, an auxiliary system is introduced to convert the model of the crane system with input delay to a non-delay system. Based on the new system, considering the parameter uncertainties, a robust tracking controller is constructed. The Lyapunov-Krasovskii (LK) function is applied to complete the stability analysis when using the Lyapunov theory to prove that the trolley tracking error and the swing angle converge to a domain in a finite time. The relationship between the radius of the domain and the control gain is negative correlation. After designing the robust controller, we compare it with the proportion-integration-differentiation (PID) control algorithm, both the simulation results and experiment results show the efficiency of the proposed tracking controller.

Key words Overhead crane, input delay, robust control, Lyapunov method

Citation He Bo, Fang Yong-Chun, Lu Biao. Robust control for an overhead crane with input delay. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(6): 1065−1073

桥式起重机是一种应用广泛的起重运输设备, 在港口、工厂等工作场景的运输过程中起到了至关重要的作用. 时滞是一种在工程实际中经常出现的现象, 网络传输的延时、执行机构较慢的反应速度、传感器较长的采样时间等均会造成数据传输的延迟. 若在设计控制器过程中未考虑时滞问题, 会造成控制性能变差, 系统不稳定甚至混沌现象. 工业桥式起重机的信号传输距离远, 大型电机响应速度慢, 时滞现象更为明显. 因此, 研究时滞存在下的桥式起重机控制问题, 具有很重要的工程实际意义.

针对时滞现象, 文献 [1 − 2] 详细叙述了时滞系统在时域以及频域内的稳定性分析证明. 很多研究人员对于线性系统[3−6] 以及非线性系统[7−14] 的输入时滞问题做了相关研究. 文献 [7] 针对时变的输入延时, 通过引入一个正定的稀疏矩阵, 并设计了一种新颖的 Lyapunov-Krasovskii 方程, 证明了系统的稳定性, 但该方法需精确的系统模型, 未考虑模型的不确定性. 在文献 [9] 中, 通过设计自适应反馈控制器, 实现了闭环系统平衡点的全局收敛. 文献 [11] 采用基于预测的控制器, 提出了一种跟踪控制策略, 并利用 Lyapunov-Krasovskii 方程证明了系统半全局一致有界. 针对输入时滞以及控制器饱和问题, 文献 [12] 设计了一种带有输入饱和的鲁棒控制器, 并证明了系统能在有限时间内收敛到一个界内. 除此之外, 一些智能算法也被用于处理输入时滞问题[13−14]. 但是上述工作均针对全驱动控制系统, 截至目前, 针对欠驱动系统的输入时滞问题研究依然较少.

桥式起重机是一类典型的欠驱动控制系统. 很多国内外研究机构对桥式起重机系统做了大量的研

收稿日期 2017-09-10 录用日期 2018-01-01
Manuscript received September 10, 2017; accepted January 1, 2018
智能机器人国家重点研发计划 (2018YFB1309000) 资助
Supported by National Key R&D Program of China (2018YFB1309000)
本文责任编委 李鸿一
Recommended by Associate Editor LI Hong-Yi
1. 南开大学机器人与信息自动化研究所 天津 300350
1. Institute of Robotics and Automatic Information System, Nankai University, Tianjin 300350

究[15−19]. 工业桥式起重机出现时滞现象的主要原因是输入信号以及反馈信息在传输环节的滞后, 以及驱动机构或传动机构反应时间较慢. 一些课题组对起重机时滞问题展开了相关研究. 例如, 在文献 [20] 中, 针对港口起重机, 对摆角信息的滞后做了相关研究, 通过基于数学模型的观测器以及摄像机观测到的带有滞后的摆角信息进行融合, 实现了对摆角信息的测量及修正. 文献 [21] 考虑到起重机系统状态信息的滞后, 将系统模型线性化, 并将滞后环节加入模型, 设计控制器实现了对滞后环节的补偿. Nayfeh 等对双摆模型进行分析, 并设计了针对状态反馈信息时滞的控制策略[22]. 文献 [23] 针对输入信号的时滞以及饱和问题, 对起重机系统建立了 Takagi-Sugeno (T-S) 模糊模型, 并设计控制器保证了系统的稳定. 实际的桥式起重机往往存在较为严重的输入时滞问题[24], 目前大部分运送过程依然采用人工操作或简单的 PID 控制, 针对桥式起重机的输入时滞问题的研究依然较少.

为了解决上述问题, 本文根据欠驱动非线性系统的特性, 设计了一种跟踪控制器, 并利用 Lyapunov-Krasovskii 方程证明了系统的稳定性. 使系统在存在输入时滞的情况下, 位置跟踪误差在有限时间内收敛到一个界内, 同时证明了摆角的一致有界性. 完成控制器设计后, 通过仿真与实验, 将本文设计方法与工业起重机中常用的 PID 控制算法进行对比, 验证了本文所设计方法的有效性.

1 系统模型

带有输入时滞的二维桥式起重机模型可以表示为如下形式:

$$M(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}+V_m(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{u}(t-\tau)+\boldsymbol{d}(t) \quad (1)$$

其中 $\boldsymbol{q}(t)=[x\quad\theta]^{\mathrm{T}}$ 表示系统状态, $\boldsymbol{u}(t-\tau)=[f(t-\tau)\quad 0]^{\mathrm{T}}$ 为系统的控制量, $\tau\in\mathbf{R}^{+}$ 是恒定的延迟时间, 且对于任意 $y\in[0,\tau]$, $\boldsymbol{u}(t-y)$ 是可测的, $M(\boldsymbol{q})\in\mathbf{R}^{2\times 2}$ 为惯量矩阵, $\boldsymbol{d}(t)=[d\quad 0]^{\mathrm{T}}$ 为外部扰动, 且满足:

$$\|\boldsymbol{d}(t)\|,\left\|\dot{\boldsymbol{d}}(t)\right\|\in L_{\infty}$$

$V_m(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\in\mathbf{R}^{2\times 2}$ 表示向心−柯氏力矩阵, $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q})\in\mathbf{R}^{2\times 1}$ 为重力矩阵, 矩阵的具体定义为:

$$M(\boldsymbol{q})=\left[\begin{array}{cc} m_x+m & ml\cos\theta \\ ml\cos\theta & ml^2 \end{array}\right]$$

$$V_m(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})=\left[\begin{array}{cc} 0 & -ml\sin\theta\dot{\theta} \\ 0 & 0 \end{array}\right]$$

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q})=\left[\begin{array}{cc} 0 & mgl\sin\theta \end{array}\right]^{\mathrm{T}}$$

其中, m_x 以及 m 分别代表小车的质量以及负载的质量, l 为绳长.

2 控制器设计

为了完成跟踪控制器的设计, 定义系统实际状态与期望状态之间的偏差 $\boldsymbol{e}(t)\in\mathbf{R}^{2\times 1}$ 为:

$$\boldsymbol{e}(t)=\boldsymbol{q_d}(t)-\boldsymbol{q}(t) \quad (2)$$

其中, $\boldsymbol{q_d}(t)=[x_d\quad 0]^{\mathrm{T}}$, 且 $\dot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{d}}$, $\ddot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{d}}$ 可以表示为:

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{d}}=[\dot{x}_d\quad 0]^{\mathrm{T}},\ddot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{d}}=[\ddot{x}_d\quad 0]^{\mathrm{T}} \quad (3)$$

为了便于控制器设计, 定义辅助系统:

$$\boldsymbol{r}(t)=\dot{\boldsymbol{e}}+\delta\tanh(\boldsymbol{e})-M^{-1}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{u_p} \quad (4)$$

其中,

$$\boldsymbol{u_p}=\left[\begin{array}{cc} \int_{t-\tau}^{t}f(y)\mathrm{d}y & 0 \end{array}\right]$$

其中, $\boldsymbol{r}(t)=[r_x\quad r_\theta]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{2\times 1}$ 为辅助信号, 对式 (4) 进行整理, 得到:

$$\begin{aligned} r_x&=\dot{e}_x+\delta\tanh(e_x)-M_{invx}\int_{t-\tau}^{t}f(y)\mathrm{d}y \\ r_\theta&=\dot{e}_\theta+\delta\tanh(e_\theta)+M_{inv\theta}\int_{t-\tau}^{t}f(y)\mathrm{d}y \end{aligned} \quad (5)$$

其中,

$$\begin{aligned} M_{invx}&=\frac{1}{m_x+m\sin^2\theta} \\ M_{inv\theta}&=\frac{\cos\theta}{m_xl+ml\sin^2\theta} \end{aligned}$$

式 (4) 两边同乘以 $M(\boldsymbol{q})$ 并关于时间求导, 得到:

$$\begin{aligned} M\dot{\boldsymbol{r}}=&-\dot{M}\boldsymbol{r}+M\ddot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{d}}-M\ddot{\boldsymbol{q}}+\delta\dot{M}\tanh(\boldsymbol{e})+\dot{M}\dot{\boldsymbol{e}}+ \\ &\delta\boldsymbol{M}\cosh^{-2}(\boldsymbol{e})\dot{\boldsymbol{e}}-(\boldsymbol{u}(t)-\boldsymbol{u}(t-\tau)) \end{aligned} \quad (6)$$

将式 (1) 代入式 (6), 得到:

$$\begin{aligned} M\dot{\boldsymbol{r}}=&-\dot{M}\boldsymbol{r}+M\ddot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{d}}+V_m\dot{\boldsymbol{q}}+\dot{M}\dot{\boldsymbol{e}}-\boldsymbol{d}(t)+\boldsymbol{G}+ \\ &\delta\dot{M}\tanh(\boldsymbol{e})+\delta M\cosh^{-2}(\boldsymbol{e})\dot{\boldsymbol{e}}-\boldsymbol{u}(t) \end{aligned} \quad (7)$$

将式 (2) 和 (3) 代入式 (7), 得到:

$$M\dot{\boldsymbol{r}}=-\frac{1}{2}\dot{M}\boldsymbol{r}+\boldsymbol{N}+\Gamma\boldsymbol{r}-\boldsymbol{d}(t)-\boldsymbol{u}(t) \quad (8)$$

其中,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{N}=&-\frac{1}{2}\dot{M}\boldsymbol{r}+M\ddot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{d}}+V_m\dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{G}-\Gamma\boldsymbol{r}+ \\ &\dot{M}\dot{\boldsymbol{e}}+\delta\dot{M}\tanh(\boldsymbol{e})+\delta M\cosh^{-2}(\boldsymbol{e})\dot{\boldsymbol{e}} \end{aligned}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix}$$

Γ_{11}、Γ_{12}、Γ_{21}、Γ_{22} 可以表示为:

$$\Gamma_{11} = -\frac{(m_x+m+m\cos^2\theta)ml\sin\theta\dot{\theta}-2m^3\cos\theta}{2(m_x+m\sin^2\theta)}$$

$$\Gamma_{12} = -\frac{(m_x+m+m\cos^2\theta)ml^2\sin\theta\dot{\theta}+2m^2\cos\theta}{2l(m_x+m\sin^2\theta)}$$

$$\Gamma_{21} = -\frac{(m_x+m)ml\sin\theta\cos^2\theta\dot{\theta}-m^2\cos\theta}{l\cos\theta(m_x+m\sin^2\theta)}$$

$$\Gamma_{22} = -\frac{m^2l^2\sin\theta\cos\theta\dot{\theta}+m}{m_x+m\sin^2\theta}$$

在实际工作场景, 起重机带载质量有最大值, 且不带载时, 吊钩质量不可忽略, 故 m 具有上界及下界. 绳长最长不超过卷筒到地面的距离, 最短不小于限位装置所在的位置, 故 l 具有上界以及下界, 小车质量 m_x 为恒定值, 摆角 θ 的变化范围在 $-90°$ 到 $90°$ 之间, 设 m、l、θ 都有界:

$$\underline{m} < m < \overline{m}, \underline{l} < l < \bar{l}, -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$$

则 $M(\boldsymbol{q})$、$\dot{M}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$、$V_m(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$、$\Gamma(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$ 均满足条件:

$$\frac{\partial M}{\partial \boldsymbol{q}}, \frac{\partial M}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}}, \frac{\partial \dot{M}}{\partial \boldsymbol{q}}, \frac{\partial \dot{M}}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}} \in L_\infty, \quad 若\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}} \in L_\infty$$
$$\frac{\partial V_m}{\partial \boldsymbol{q}}, \frac{\partial V_m}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}}, \frac{\partial \Gamma}{\partial \boldsymbol{q}}, \frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}} \in L_\infty, \quad 若\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}} \in L_\infty$$

定义如下辅助信号:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{N_d} =& M(\boldsymbol{q_d})\ddot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{d}} + \dot{M}(\boldsymbol{q_d})\dot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{d}} + V_m(\boldsymbol{q_d},\dot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{d}})\dot{\boldsymbol{q}} + \\ & \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q_d}) + \Gamma(\boldsymbol{q_d},\dot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{d}})\boldsymbol{r}\end{aligned}$$

若有:

$$\boldsymbol{q_d}(t), \boldsymbol{q}_{\boldsymbol{d}}^{(i)}(t) \in L_\infty, \ \ i=1,2,3$$

则:

$$\|\boldsymbol{N_d}\| \in L_\infty$$

定义:

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{N_d} - \boldsymbol{d}$$

由于外部扰动 $\|\boldsymbol{d}(t)\| \in L_\infty$, 故有:

$$\|\boldsymbol{S}\| \le s$$

定义:

$$\widetilde{\boldsymbol{N}} = \boldsymbol{N} - \boldsymbol{N_d}$$

根据文献 [25] 中的附录 A, 可得到:

$$\left\|\widetilde{\boldsymbol{N}}\right\| \le \rho\,\|\boldsymbol{z}\|$$

其中,

$$\boldsymbol{z} = [\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}} \quad \tanh^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{e}) \quad \sqrt{P}]^{\mathrm{T}}$$

$P(t) \in \mathbf{R}$ 是 Lyapunov-Krasovskii (LK) 方程的解, 定义为:

$$P = \frac{1}{\tau}\int_{t-\tau}^{t}(\int_{s}^{t}\|f(y)\|^2\mathrm{d}y)\mathrm{d}s$$

对 P 关于时间求导, 可以得到:

$$\dot{P} = \|f(y)\|^2 - \frac{1}{\tau}\int_{t-\tau}^{t}\|f(y)\|^2\mathrm{d}y \tag{9}$$

式 (8) 经过数学处理, 可拆分为:

$$\begin{cases} M_{rx}\dot{r}_x = \Psi_{rx} + \Xi_x(\widetilde{\boldsymbol{N}} + \boldsymbol{S}) - lf(t) \\ M_{r\theta}\dot{r}_\theta = \Psi_{r\theta} + \Xi_\theta(\widetilde{\boldsymbol{N}} + \boldsymbol{S}) - ml\cos\theta f(t) \end{cases} \tag{10}$$

其中,

$$\begin{aligned} M_{rx} &= (m_x+m)l - ml\cos^2\theta \\ M_{r\theta} &= (m_x+m)ml^2 - m^2l^2\cos^2\theta \\ \Psi_{rx} &= -ml\sin\theta\cos\theta\dot{\theta}r_x - m^2r_x \\ \Psi_{r\theta} &= -m^2l^2\sin\theta\cos\theta\dot{\theta}r_\theta - m^2r_\theta \\ \boldsymbol{\Xi}_x &= [l \quad -\cos\theta] \\ \boldsymbol{\Xi}_\theta &= [-ml\cos\theta \quad m_x+m] \end{aligned}$$

为了使系统的跟踪误差以及负载摆角在有限时间内收敛到一个界内, 设计控制器:

$$\begin{aligned} f = & \frac{1}{l}(k_1\tanh(e_x) + k_2\tanh(e_\theta) - \\ & k_3r_x + k_3m\cos\theta r_\theta) \end{aligned} \tag{11}$$

其中, k_1、k_2、k_3 为控制增益, 且满足 k_1、k_2、$k_3 \in \mathbf{R}^+$.

3 稳定性证明

为了完成稳定性证明, 定义非负李雅普诺夫方程:

$$\begin{aligned} V = & \ln(\cosh(e_x)) + \ln(\cosh(e_\theta)) + \\ & \frac{1}{2}M_{rx}r_x^2 + \frac{1}{2}M_{r\theta}r_\theta^2 + P \end{aligned} \tag{12}$$

式 (12) 对时间进行求导, 得到:

$$\dot{V}=\tanh(e_x)\dot{e}_x+\tanh(e_\theta)\dot{e}_\theta+\frac{1}{2}\dot{M}_{rx}{r_x}^2+ M_{rx}r_x\dot{r}_x+\frac{1}{2}\dot{M}_{r\theta}{r_\theta}^2+M_{r\theta}r_\theta\dot{r}_\theta+\dot{P} \tag{13}$$

将式 (5)、(9)、(10) 和 (11) 代入式 (13), 得到:

$$\begin{aligned}\dot{V}=&\boldsymbol{r}^{\rm T}\Lambda_2\boldsymbol{r}+\boldsymbol{M_{inv}}\tanh(\boldsymbol{e})\int_{t-\tau}^{t}f(y){\rm d}y-\\&\sigma\tanh^{\rm T}(\boldsymbol{e})\tanh(\boldsymbol{e})-\tanh^{\rm T}(\boldsymbol{e})\Lambda_1\boldsymbol{r}+\\&\widetilde{\boldsymbol{N}}\Xi\boldsymbol{r}+\frac{1}{l^2}\left\|\boldsymbol{\Lambda}_3\tanh(\boldsymbol{e})+\boldsymbol{\Lambda}_4\boldsymbol{r}\right\|^2+\\&\boldsymbol{S}^{\rm T}\Xi\boldsymbol{r}-\frac{1}{\tau}\int_{t-\tau}^{t}\|f(y)\|^2{\rm d}y\end{aligned}$$

其中,

$$\Lambda_1=\left[\begin{array}{cc}k_1-1 & k_2\\ k_1m\cos\theta & k_2m\cos\theta-1\end{array}\right]$$

$$\Lambda_2=\left[\begin{array}{cc}k_3+m^2 & k_3m\cos\theta\\ k_3m\cos\theta & k_3m^2\cos^2\theta+m^2\end{array}\right]$$

$$\boldsymbol{M_{inv}}=\left[\begin{array}{cc}M_{invx} & M_{inv\theta}\end{array}\right]$$

$$\Xi=\left[\begin{array}{cc}l & -ml\cos\theta\\ -\cos\theta & m_x+m\end{array}\right]$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_3=\left[\begin{array}{cc}k_1 & k_2\end{array}\right]$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_4=\left[\begin{array}{cc}k_3 & k_3m\cos\theta\end{array}\right]$$

将 $-\boldsymbol{r}^{\rm T}\Lambda_2\boldsymbol{r}$ 展开, 并进行数学处理, 得到:

$$\begin{aligned}-\boldsymbol{r}^{\rm T}\Lambda_2\boldsymbol{r}=&-k_3(m\cos\theta r_\theta+r_x)^2-\\&m^2r_x^2-m^2r_\theta^2\end{aligned}$$

故有:

$$-\boldsymbol{r}^{\rm T}\Lambda_2\boldsymbol{r}\le\boldsymbol{r}^{\rm T}\Lambda_5\boldsymbol{r}$$

其中,

$$\Lambda_5=\left[\begin{array}{cc}m^2 & 0\\ 0 & m^2\end{array}\right]$$

根据矩阵 Λ_1、$\boldsymbol{\Lambda}_3$、$\boldsymbol{\Lambda}_4$、$\boldsymbol{M_{inv}}$、Ξ 的定义可知:

$$\begin{aligned}&\|\Lambda_1\|\le B_1,\|\boldsymbol{\Lambda}_3\|\le B_3,\|\boldsymbol{\Lambda}_4\|\le B_4\\&\|\boldsymbol{M_{inv}}\|\le B_5,\|\Xi\|\le B_6\end{aligned}$$

定义:

$$\sqrt{2}m^2=b_1+b_2+b_3$$

其中, b_1、b_2、b_3 的取值范围将在式 (20) 中给出, 故 $\dot{V}(t)$ 具有上界:

$$\begin{aligned}\dot{V}\le&-\sigma\left\|\tanh(\boldsymbol{e})\right\|^2-\sqrt{2}m^2\left\|\boldsymbol{r}\right\|+B_6s\left\|\boldsymbol{r}\right\|+\\&\frac{1}{l^2}B_3^2\left\|\tanh(\boldsymbol{e})\right\|^2+B_1\left\|\boldsymbol{r}\right\|\left\|\tanh(\boldsymbol{e})\right\|+\\&\frac{2}{l^2}B_3B_4\left\|\boldsymbol{r}\right\|\left\|\tanh(\boldsymbol{e})\right\|+\frac{1}{l^2}B_4^2\left\|\boldsymbol{r}\right\|^2-\\&\frac{1}{\tau}\int_{t-\tau}^{t}\left\|f(y)\right\|^2{\rm d}y+B_6\rho\left\|\boldsymbol{z}\right\|\left\|\boldsymbol{r}\right\|+\\&B_5\left\|\tanh(\boldsymbol{e})\right\|\left\|\boldsymbol{M_{inv}}\int_{t-\tau}^{t}f(y){\rm d}y\right\|\end{aligned} \tag{14}$$

利用杨氏不等式 (Young′s inequality), 可得关系式:

$$\begin{aligned}&B_5\left\|\tanh(\boldsymbol{e})\right\|\left\|\boldsymbol{M_{inv}}\int_{t-\tau}^{t}f(y){\rm d}y\right\|\le\\&\frac{B_5^2\tau^2}{4}\left\|\tanh(\boldsymbol{e})\right\|^2+\frac{1}{\tau^2}\left\|\int_{t-\tau}^{t}f(y){\rm d}y\right\|^2\end{aligned} \tag{15}$$

使用柯西−施瓦茨不等式 (Cauchy-Schwarz inequality), 得到下面的关系式:

$$\frac{1}{\tau^2}\left\|\int_{t-\tau}^{t}f(y){\rm d}y\right\|^2\le\frac{1}{\tau}\int_{t-\tau}^{t}\left\|f(y)\right\|^2{\rm d}y \tag{16}$$

将式 (15) 和 (16) 代入式 (14), 并进一步化简, 得到:

$$\begin{aligned}\dot{V}\le&-\Big(\sigma-B_1^2-\frac{B_5^2\tau^2}{4}-\frac{B_3^2}{l^2}-\\&\frac{k_3^2B_3^2B_4^2}{l^4}\Big)\left\|\tanh(\boldsymbol{e})\right\|^2+\frac{\rho^2B_6^2}{4b_2}\left\|\boldsymbol{z}\right\|^2-\\&\left(b_1-\frac{5}{4}-\frac{B_4^2}{l^2}\right)\left\|\boldsymbol{r}\right\|^2+\frac{s^2B_6^2}{4b_3}\end{aligned}$$

则 $\dot{V}(t)$ 的上界可写成:

$$\dot{V}\le-\varepsilon\left\|\boldsymbol{z}\right\|^2+\frac{\rho^2B_6^2}{4b_2}\left\|\boldsymbol{z}\right\|^2+\frac{s^2B_6^2}{4b_3} \tag{17}$$

其中, $\varepsilon\in\mathbf{R}$ 定义为:

$$\begin{aligned}\varepsilon=\min\Big\{&\sigma-B_1^2-\frac{B_5^2\tau^2}{4}-\frac{B_3^2}{l^2}-\frac{k_3^2B_3^2B_4^2}{l^4},\\&b_1-\frac{5}{4}-\frac{B_4^2}{l^2}\Big\}\end{aligned}$$

为了证明系统可以在有限时间内收敛于一个界内, 定义:

$$\phi\left(\|\boldsymbol{z}\|\right)=\left(\varepsilon-\frac{\rho^2B_6^2}{4b_2}\right)\tanh\|\boldsymbol{z}\|^2 \tag{18}$$

定义 $\tanh(\boldsymbol{\xi}),\cosh(\boldsymbol{\xi})$:

$$\begin{aligned}&\tanh(\boldsymbol{\xi})=[\tanh(\xi_1),\tanh(\xi_2),\cdots,\tanh(\xi_n)]^{\mathrm{T}}\\&\cosh(\boldsymbol{\xi})=\mathrm{diag}\{\cosh(\xi_1),\cosh(\xi_2),\cdots,\cosh(\xi_n)\}^{\mathrm{T}}\end{aligned}$$

根据文献 [26], 可得到结论:

$$\|\boldsymbol{\xi}\|^2\geq\sum_{i=1}^{n}\ln(\cosh(\xi_i))\geq\frac{1}{2}\tanh^2(\|\boldsymbol{z}\|)$$

$$\|\boldsymbol{\xi}\|\geq\|\tanh(\boldsymbol{\xi})\|,\|\tanh(\boldsymbol{\xi})\|^2\geq\tanh^2(\|\boldsymbol{z}\|) \tag{19}$$

综合式 (17) ~ (19), 可得:

$$\dot V\leq-\phi(\|\boldsymbol{z}\|)^2+\frac{s^2B_6^2}{4b_3}$$

根据式 (12), 可以得到:

$$n_1(\|\boldsymbol{z}\|)\leq V\leq n_2(\|\boldsymbol{z}\|)$$

其中,

$$\begin{aligned}n_1(\|\boldsymbol{z}\|)&=\varepsilon_1\ln(\cosh(\|\boldsymbol{z}\|))\\n_2(\|\boldsymbol{z}\|)&=\varepsilon_2\|\boldsymbol{z}\|^2\end{aligned}$$

且 $n_1(\|\boldsymbol{z}\|)$, $n_2(\|\boldsymbol{z}\|)$, $\phi(\|\boldsymbol{z}\|)$ 满足条件:

$$\begin{aligned}&n_1(0)=0,n_2(0)=0,\phi(0)=0\\&\lim_{\|\boldsymbol{z}\|\to\infty}n_1(\|\boldsymbol{z}\|)=\infty\\&\lim_{\|\boldsymbol{z}\|\to\infty}n_2(\|\boldsymbol{z}\|)=\infty\\&\lim_{\|\boldsymbol{z}\|\to\infty}\phi(\|\boldsymbol{z}\|)=a<\infty\end{aligned}$$

其中, $a>0$ 且为常数.

经验证, 选取合适控制增益 δ、k_1、k_2、k_3, 可满足条件:

$$\begin{cases}\sigma\geq B_1^2+\dfrac{B_5^2\tau^2}{4}+\dfrac{B_3^2}{l^2}+\dfrac{k_3^2B_3^2B_4^2}{l^4}\\b_1\geq\dfrac{5}{4}+\dfrac{B_4^2}{l^2}\end{cases} \tag{20}$$

若在选取控制增益时满足式 (20) 中的条件, 由文献 [27] 可得结论:

$$\|\boldsymbol{e}(t)\|\leq\|\boldsymbol{z}(t)\|\leq\lambda,t\geq T(\lambda,\|\boldsymbol{z}(0)\|)$$

其中, λ 代表收敛域的半径:

$$\lambda>(n_1^{-1}\circ n_2)\phi^{-1}\left(\frac{s^2B_6^2}{4b_3}\right)$$

T 则代表有限的时间, 定义为:

$$T=\begin{cases}0, & \|\boldsymbol{z}(0)\|\leq\lambda_1\\ \dfrac{n_2(\|\boldsymbol{z}(0)\|)-n_1((n_2^{-1}\circ n_1)\lambda)}{\phi(n_2^{-1}\circ n_1)(\lambda)-\frac{s^2B_6^2}{4b_3}}, & \|\boldsymbol{z}(0)\|>\lambda_1\end{cases}$$

其中,

$$\lambda_1=(n_2^{-1}\circ n_1)(\lambda)$$

4 仿真与实验结果

在验证本文所设计的控制算法之前, 我们首先考查输入时滞对工业现场常用的 PID 控制算法的影响. 考虑实际工业场景, 仿真过程中选取小车质量, 负载质量, 绳长如下:

$$m_x=500\,\mathrm{kg},m=100\,\mathrm{kg},l=5\,\mathrm{m}$$

设定跟踪轨迹:

$$\dot x_d=0.15\Big[\tanh\left(\frac{2}{3}t-2.5\right)-\tanh\left(\frac{2}{3}t-29.2\right)\Big]$$

若系统输入信号没有延时, PID 控制算法的控制效果如图 1 (a) 所示. 当控制输入存在延时 $\tau=500\,\mathrm{ms}$ 时, 重新调节控制增益, 其控制效果如图 1 (b) 所示, 可见输入时滞对系统的控制性能存在较大影响.

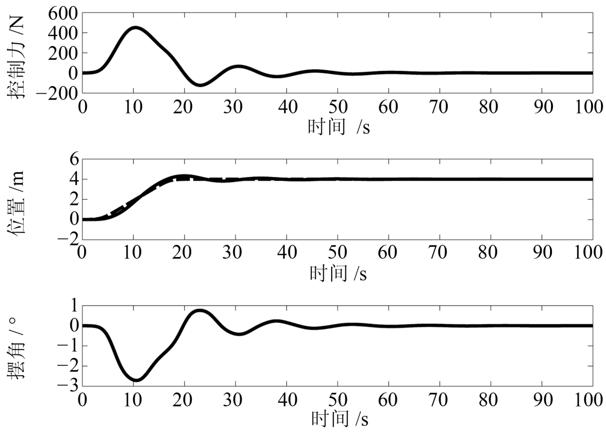
在系统参数以及信号延迟时间不变的情况下, 采用本文所设计的控制器, 设定控制增益为:

$$k_1=110,k_2=50,k_3=200,\sigma=400$$

仿真结果如图 2 所示, 可见与 PID 控制相比, 本文所设计的鲁棒控制器尽管收敛速度较慢, 但跟踪给定轨迹的能力较强, 且摆角比 PID 控制算法能更快收敛到较小的界内. 调整 PID 控制器的增益, 使其快速跟踪给定轨迹, 其控制效果如图 3 所示. 若继续增大 PID 控制增益, 虽能更好地跟踪给定轨迹, 但会出现发散的现象.

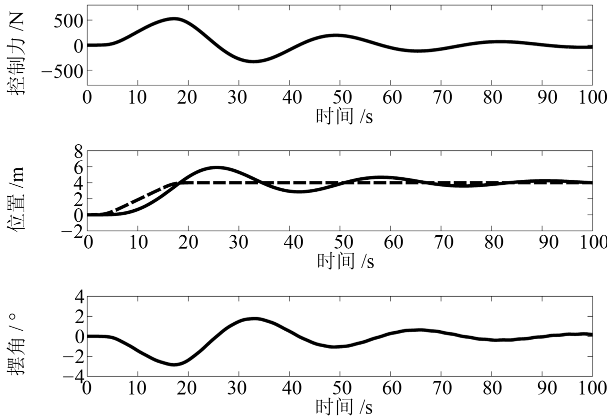
工业现场运送货物过程中, 货物质量以及绳长通常有较大的变化, 在不改变 PID 增益的情况下, 仅改变货物的质量, 经仿真得到的结果如图 4 所示.

图 4 (a) 为 PID 算法跟踪给定的参考轨迹 x_d 的效果, 图 4 (b) 为对应的负载摆动情况. 由仿真结果可知, PID 算法尽管可使台车位置收敛于目标



(a) 无输入时滞时的 PID 控制

(a) PID controll without input-delay



(b) 存在输入时滞时的 PID 控制

(b) PID control with input-delay

图 1 输入时滞对 PID 控制的影响

Fig. 1 The influences of the input-delay to a PID controller

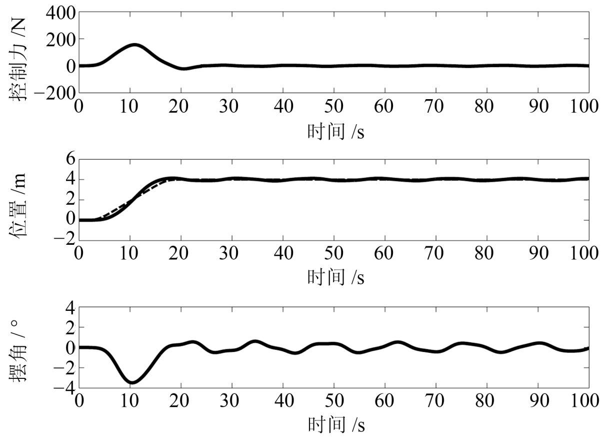


图 2 存在输入时滞的鲁棒控制

Fig. 2 Robust control with input-delay

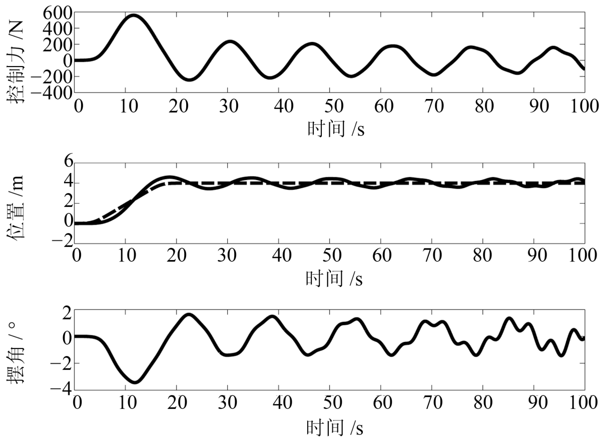
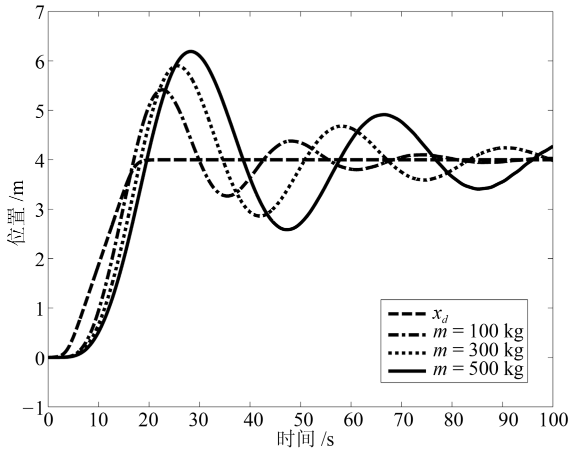


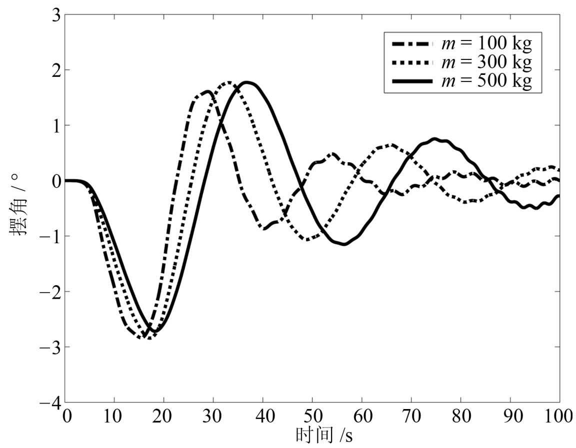
图 3 快速跟踪给定轨迹的 PID 控制

Fig. 3 PID control with fast tracking speed



(a) PID 控制跟踪效果

(a) Tracking performance of PID control



(b) PID 控制摆角变化情况

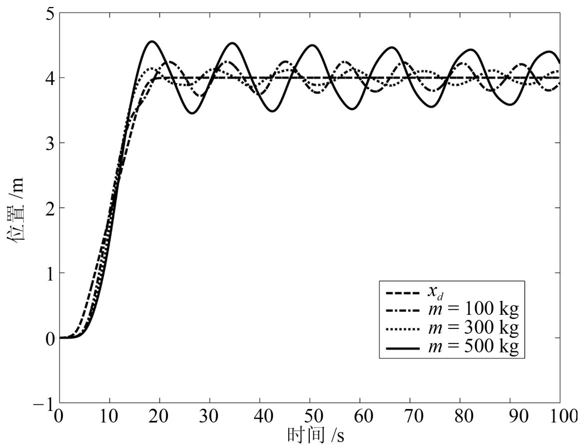
(b) Variation of the swing angle with PID control

图 4 不同负载质量下 PID 控制器控制效果

Fig. 4 The performance of PID controller with different payload mass

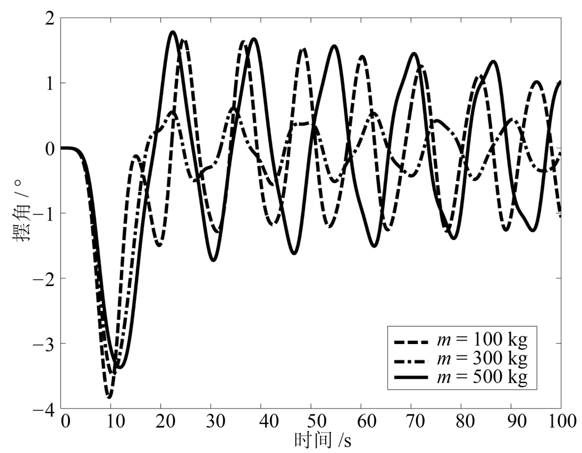
位置附近, 但跟踪效果较差. 我们采用本文所设计的控制算法, 控制增益保持为 $k_1 = 110$, $k_2 = 50$, $k_3 = 200$, $\sigma = 400$, 分别测试负载质量为 500 kg, 300 kg 以及 100 kg 时的控制效果.

不同负载质量下的鲁棒控制仿真结果如图 5 所示, 其中, 图 5 (a) 表示跟踪给定轨迹的位置随时间的变化情况, 图 5 (b) 表示摆角随时间的变化趋势. 仿真结果表明, 针对模型参数的变化, 控制器具有较好的鲁棒性, 与 PID 算法相比, 在摆角变化幅度近似时, 跟踪性能具有较大的提升.



(a) PID 控制跟踪效果

(a) Tracking performance of PID control



(b) PID 控制摆角变化情况

(b) Variation of the swing angle with PID control

图 5　不同负载质量下鲁棒控制器控制效果

Fig. 5　The performance of robust controller with different payload mass

接下来我们通过实验验证本文设计的控制算法的控制效果, 实验室小型模拟平台具体参数为:

$$m = 1\,\mathrm{kg}, m_x = 5\,\mathrm{kg}, l = 0.75\,\mathrm{m}$$

设定 $\tau = 500\,\mathrm{ms}$, 在进行实验之前, 我们将系统参数代入仿真环境, 并调整控制增益, 其控制效果如图 6 所示, 由仿真结果可见, 其控制效果优于负载及小车质量较重的情况.

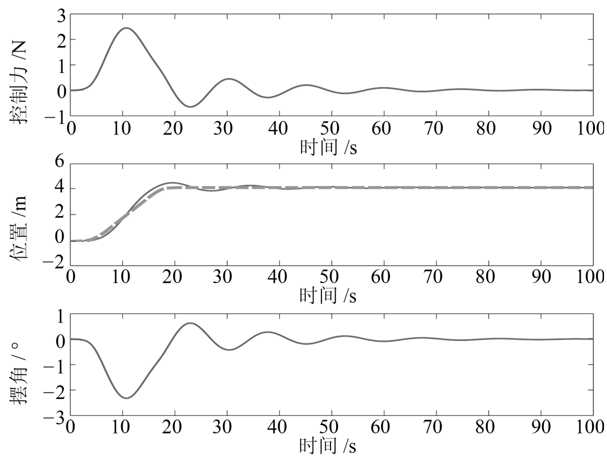


图 6　依据实验平台参数的仿真结果

Fig. 6　Simulation results of the controller with the platform parameters

将本文所设计算法应用于实验室小型模拟平台, 由于实验平台可运行长度有限, 我们将参考轨迹更改为:

$$\dot{x}_{dplat} = 0.1\,[\tanh(t-1) - \tanh(t-3)]$$

调整控制增益, 令:

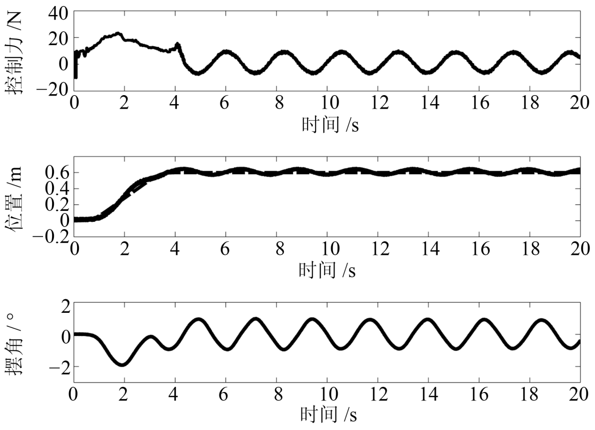
$$k_1 = 0.8, k_2 = 1.2, k_3 = 5, \sigma = 3$$

由于模拟实验平台不存在时滞问题, 我们通过控制程序令输入信号滞后 500 ms, 经实验测试, 本文设计的鲁棒控制器的跟踪效果如图 7 (a) 所示, PID 控制器的跟踪效果如图 7 (b) 所示. 由图可看出, 本文设计的控制算法可以使跟踪误差以及摆角误差收敛到一个比较小的界内, 相比而言, PID 算法的跟踪误差达到了 0.12 m, 本文所设计的控制算法的跟踪误差仅为 0.03 m, PID 算法只能将摆角抑制在 4° 之内, 本文所设计的算法可将摆角抑制在 2° 之内.

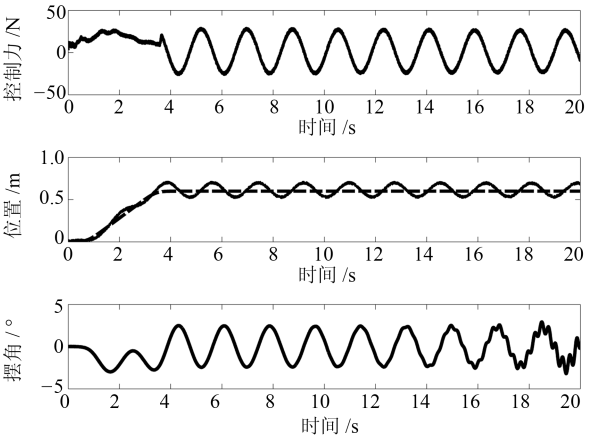
我们将负载质量增加到 $m = 2\,\mathrm{kg}$, 其他参数不变, 将跟踪效果以及抑制摆动的效果与 PID 控制算法进行比较, 对比结果如图 8 所示, 可见在系统参数出现变化的情况下, 尽管鲁棒控制器的跟踪效果变差, 但其到达目标位置后的稳定性以及对摆角的抑制效果依然优于 PID 控制方法.

5　结论

本文考虑工业桥式起重机输入信号存在时滞的情况, 通过引入辅助信号, 将输入时滞模型等效为无时滞的系统, 并基于鲁棒控制的思想设计了



(a) 鲁棒控制器的控制效果
(a) Performance of the robust controller



(b) PID 控制器的控制效果
(b) Performance of the PID controller

图 7 PID 控制器与鲁棒控制器的实验效果对比

Fig. 7 Comparison of the experiment results between the PID controller and the robust controller

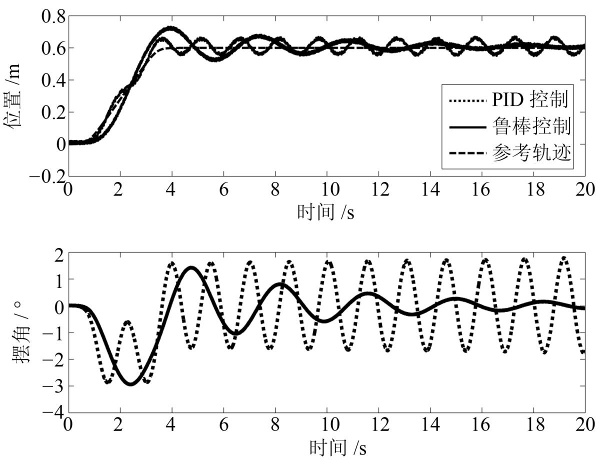


图 8 改变负载质量时的控制效果

Fig. 8 The performance of the controller when changing the payload mass

一种跟踪控制器. 在稳定性证明过程中本文引入 Lyapunov-Krasovskii 方程, 最终证明了系统状态的一致有界性. 控制器使系统在存在输入时滞的情况下, 令位置跟踪误差在有限时间内收敛到一个界内, 同时证明了摆角误差的一致有界性, 且界的大小与控制增益成反相关关系. 完成控制器设计后, 与工业起重机中常用的 PID 控制算法进行对比, 仿真及实验结果验证了本文所设计方法良好的控制性能.

References

1 Richard J P. Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems. *Automatica*, 2003, **39**(10): 1667−1694

2 Wu M, He Y, She J H. *Stability Analysis and Robust Control of Time-Delay Systems*. Beijing, China: Science Press, 2010.

3 Bresch-Pietri D, Kristic M. Adaptive trajectory tracking despite unknown input delay and plant parameters. *Automatica*, 2009, **45**(9): 2074−2081

4 Huang C, Yu C B. Global adaptive controller for linear systems with unknown input delay. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, **62**(12): 6589−6594

5 Cai X S, Bekiaris-Liberis N, Kristic M. Input-to-state stability and inverse optimality of linear time-varying-delay predictor feedbacks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, **63**(1): 233−240

6 Du Xin, Ding Da-Wei. Model order reduction of linear delay systems over low-frequency ranges via balanced truncation based approach. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(10): 1825−1830
(杜鑫, 丁大伟. 基于平衡截断法的离散时间线性时滞系统的低频域模型降阶. 自动化学报, 2015, **41**(10): 1825−1830)

7 Wang Y E, Sun M X, Wu B W. Lyapunov-Krasovskii functionals for input-to-state stability of switched non-linear systems with time-varying input delay. *IET Control Theory & Applications*, 2015, **9**(11): 1717−1722

8 Hu X X, Wu L G, Si X S, Xu B. Adaptive sliding mode control of non-linear non-minimum phase system with input delay. *IET Control Theory & Applications*, 2017, **11**(8): 1153−1161

9 Huang Ya-Xin, Zhang Xing-Hui, Jiang Meng-Meng. Adaptive control for high-order nonlinear feedforward systems with input and state delays control. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(7): 1273−1279
(黄亚欣, 张星慧, 蒋蒙蒙. 带有输入和状态时滞的高阶非线性前馈系统的自适应控制. 自动化学报, 2017, **43**(7): 1273−1279)

10 Wen Xin-Yu. Disturbance observer based control for a class of nonlinear systems with input time-delay. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(9): 1882−1888
(文新宇. 一类含输入时滞非线性系统的干扰观测器控制. 自动化学报, 2014, **40**(9): 1882−1888)

11 Sharma N, Bhasin Q, Wang Q, Dixon W E. Predictor-based control for an uncertain Euler-Lagrange system with input delay. In: Proceedings of the 2010 American Control Conference (ACC). Baltimore, USA: IEEE, 2010. 1422−1427

12 Fischer N, Dani A, Sharma N, Dixon W E. Saturated control of an uncertain nonlinear system with input delay. *Automatica*, 2013, **49**(6): 1741−1747

13 Liu L, Cao J D, Qian C. pth moment exponential input-to-state stability of delayed recurrent neural networks with Markovian switching via vector Lyapunov function. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, **29**(7): 3152−3163

14 Chen B, Liu X P, Tong S C, Chong L. Observer-based stabilization of T-S fuzzy systems with input delay. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2008, **16**(3): 652−663

15 Zavari K, Pipeleers G, Swevers J. Gain-scheduled controller design: illustration on an overhead crane. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, **61**(7): 3713−3718

16 Boschetti G, Caracciolo R, Richiedei D, Trevisani A. Moving the suspended load of an overhead crane along a pre-specified path: a non-time based approach. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2014, **30**(3): 256−264

17 Sun N, Fang Y C, Chen H, Lu B. Amplitude-saturated nonlinear output feedback antiswing control for underactuated cranes with double-pendulum cargo dynamics. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, **64**(3): 2135−2146

18 Sun N, Fang Y C, Zhang X B, Yuan Y. Transportation task-oriented trajectory planning for underactuated overhead cranes using geometric analysis. *IET Control Theory & Applications*, 2012, **6**(10): 1410−1423

19 Hu Zhou, Wang Zhi-Sheng, Zhen Zi-Yang. Nonlinear information fusion control for underactuated cranes with input saturation. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(7): 1522−1527
(胡洲, 王志胜, 甄子洋. 带输入饱和的欠驱动吊车非线性信息融合控制. 自动化学报, 2014, **40**(7): 1522−1527)

20 Sano H, Ohishi K, Kaneko T, Mine H. Anti-sway crane control based on dual state observer with sensor-delay correction. In: Proceedings of the 11th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control. Nagaoka, Niigata, Japan: IEEE, 2010. 679−684

21 Dey R, Sinha N, Chaubey P, Ghosh S, Ray G. Active sway control of a single pendulum gantry crane system using output-delayed feedback control technique. In: Proceedings of the 11th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision. Singapore: IEEE, 2010. 532−536

22 Nayfeh N A, Baumann W T. Nonlinear analysis of time-delay position feedback control of container cranes. *Nonlinear Dynamics*, 2008, **53**(1−2): 75−88

23 Zhao Y, Gao H J. Fuzzy-model-based control of an overhead crane with input delay and actuator saturation. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2012, **20**(1): 181−186

24 He Bo, Fang Yong-Chun, Liu Hai-Liang, Sun Ning. Precise positioning online trajectory planner design and application for overhead cranes. *Control Theory & Applications*, 2016, **33**(10): 1352−1358
(何博, 方勇纯, 刘海亮, 孙宁. 桥式起重机精准定位在线轨迹规划方法设计及应用. 控制理论与应用, 2016, **33**(10): 1352−1358)

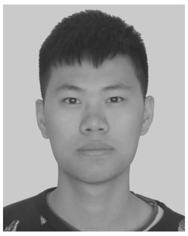
25 De Queiroz M, Hu J, Dawson D M, Burg T, Donepudi S R. Adaptive position/force control of robot manipulators without velocity measurements: theory and experimentation. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 1997, **27**(5): 796−809

26 Dixon W E, De Queiroz M S, Zhang F, Dawson D M. Tracking control of robot manipulators with bounded torque inputs. *Robotica*, 1999, **17**(2): 121−129

27 Corless M, Leitmann G. Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1981, **26**(5): 1139−1144

何　博　南开大学机器人与信息自动化研究所博士研究生. 2012 年获天津大学电气工程及自动化学院学士学位. 主要研究方向为桥式起重机的控制算法研究. E-mail: hebowf1990@126.com
(**HE Bo**　Ph. D. candidate at the Institute of Robotics and Automatic Information System, Nankai University. He received his bachelor degree from College of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University in 2012. His research interest covers the control strategies for overhead cranes.)

方勇纯　南开大学机器人与信息自动化研究所教授. 2002 年获得美国克莱姆森大学博士学位. 主要研究方向为显智能机器人与非线性系统控制. 本文通信作者. E-mail: fangyc@nankai.edu.cn
(**FANG Yong-Chun**　Professor at Institute of Robotics and Automatic Information System, Nankai University. He received his Ph. D. degree in electrical engineering from Clemson University, Clemson, SC, in 2002. His research interest covers intelligent robot and nonlinear system control. Corresponding author of this paper.)



卢　彪　南开大学机器人与信息自动化研究所博士研究生. 主要研究方向为各类吊车的控制算法研究.
E-mail: lub@nankai.edu.cn
(**LU Biao**　Ph. D. candidate at the Institute of Robotics and Automatic Information System, Nankai University. His main research interest covers the control strategies for different kinds of cranes.)