

针对执行器非光滑反向间隙 – 饱和的柔性立管边界控制

赵志甲¹ 任志刚^{2,3}

摘 要 研究了针对执行器非光滑反向间隙 – 饱和约束特性的深海柔性立管系统振动控制和全局稳定问题. 为了实现控制效果和品质, 引入辅助系统和函数设计边界控制策略, 以抑制立管系统振动并消除混合的反向间隙 – 饱和输入非线性影响. 采用严格的分析且无需求助于模型降阶, 所研发的控制器的确保持闭环系统在 Lyapunov 意义下的一致有界稳定性. 通过选取恰当的设计参数, 仿真结果验证了所设计控制器的控制性能.

关键词 柔性立管, 振动控制, 边界控制, 输入反向间隙, 输入饱和

引用格式 赵志甲, 任志刚. 针对执行器非光滑反向间隙 – 饱和的柔性立管边界控制. 自动化学报, 2019, 45(11): 2050–2057

DOI 10.16383/j.aas.c190126

Boundary Control of a Flexible Marine Riser Subject to Nonsmooth Actuator Backlash-Saturation Constraints

ZHAO Zhi-Jia¹ REN Zhi-Gang^{2,3}

Abstract This paper investigates the vibration control and global stabilization of a flexible riser system with non-smooth actuator input backlash-saturation constraints. The auxiliary system and the auxiliary function are introduced to develop a boundary control to suppress the vibration and eliminate the input nonlinearities effects for the riser system, further to improve the control performance. The uniformly bounded stability of the controlled riser system is ensured through a rigorous Lyapunov analysis without any model reduction. By choosing the proper control parameters, the obtained simulation results verify the control performance of the derived control.

Key words Flexible risers, vibration control, boundary control, input backlash, input saturation

Citation Zhao Zhi-Jia, Ren Zhi-Gang. Boundary control of a flexible marine riser subject to nonsmooth actuator backlash-saturation constraints. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(11): 2050–2057

在深海勘探开发生产中, 海洋柔性立管作为连接海面作业平台与海床井口的关键构件^[1]. 在风、浪、洋流等外部载荷作用下, 海洋立管会产生振动现象, 而长期的振动则是造成柔性立管疲劳破损的主因^[2–4]. 因此, 开展先进的海洋柔性立管振动主动

控制系统研究, 对延长立管使用寿命、提高生产效率和保证海洋油气生产安全具有重要的理论和实际意义.

从数学的观点看, 具有振动的海洋柔性立管系统可认为是典型的无限维分布参数系统^[5–11]. 其动力学往往建模为耦合的偏微分–常微分方程, 这使得现有许多对传统刚性系统成熟的方法不能直接应用. 对海洋柔性立管振动控制的研究主要包括模态控制和边界控制. 模态控制是基于提取的有限维受控子系统进行控制设计, 而忽略掉的高频模态可能导致系统产生控制溢出效应. 边界控制能克服上述方法的缺点, 且容易由系统机械能相关的 Lyapunov 函数得出, 因此边界控制与其他控制技术如 PID 控制、鲁棒控制、自适应控制、反步控制、输出反馈控制等相结合的方法广泛应用于柔性立管系统的振动控制领域^[12–16]. 上述研究仅仅局限于柔性立管系统的振动控制, 而这些方法将不适用于具有输入非线性特性的柔性立管系统.

在实际的海洋油气生产环境中, 柔性立管系统除了受到风浪扰动和海洋洋流分布式扰动影响外,

收稿日期 2019-03-04 录用日期 2019-08-08

Manuscript received March 4, 2019; accepted August 8, 2019

国家自然科学基金 (61803109, 61703114), 广东省教育厅创新强校项目 (2017KQNCX153, 2018KQNCX192, 2017KZDXM060), 广州市科技计划项目 (201904010494, 201904010475) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61803109, 61703114), Innovative School Project of Education Department of Guangdong (2017KQNCX153, 2018KQNCX192, 2017KZDXM060), and Science and Technology Planning Project of Guangzhou City (201904010494, 201904010475)

本文责任编辑 姚鹏飞

Recommended by Associate Editor YAO Peng-Fei

1. 广州大学机械与电气工程学院 广州 510006 2. 广东工业大学自动化学院 广州 510006 3. 广东省离散制造知识自动化工程技术研究中心 广州 510006

1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006 2. School of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006 3. Guangdong Discrete Manufacturing Knowledge Automation Engineering Technology Research Center, Guangzhou 510006

其面临的情况可能会比之前研究的问题更加复杂. 如系统固有的物理约束和执行器的约束将使得系统产生死区、饱和、磁滞、反向间隙等不光滑的非线性特性^[17-20]. 而这些不光滑的非线性特性将会限制系统的瞬态性能, 更为甚者, 将会致使系统不稳定. 因此, 需要将这些不光滑的非线性约束特性考虑在控制设计中. 为了解决海洋柔性立管系统的输入非线性约束问题, 一些学者基于立管原始无限维模型探索了不同的边界控制方法^[13, 21-24]. 文献 [13] 面向具有系统不确定性、输出约束和输入饱和的海洋立管系统, 基于反推技术研发了障碍边界控制策略以抑制振动、补偿系统不确定性以及处理系统的输入输出限制. 文献 [21] 针对具有执行器输入饱和和非线性约束和外部海洋扰动的海洋柔性立管系统, 在顶端构建边界控制器以稳定其在平衡位置的小邻域并利用辅助系统补偿执行器饱和的影响. 文献 [22] 设计了鲁棒自适应控制器用以稳定具有参数不确定性和输入受限的海洋柔性立管系统. 文献 [23] 采用光滑的双曲正切函数、Nussbaum 函数和辅助系统设计边界控制器以抑制立管振动并限制控制输入在给定范围内, 该方法解决了文献 [21-22] 中应用符号函数限制控制输入所带来的震颤问题. 文献 [24] 引入辅助函数和变量设计边界控制器来实现立管的振动减弱并消除混合的死区 - 饱和和非线性约束影响. 然而, 这些成果仅仅解决了柔性立管系统执行器输入饱和或输入饱和 - 死区非线性约束问题, 而对于具有输入反向间隙 - 饱和和非线性约束的柔性立管系统, 上述方法将不能适用.

本文针对执行器非光滑反向间隙 - 饱和约束特性的深海柔性立管系统 (如图 1 所示), 首先将反向间隙 - 饱和约束转换成虚拟的输入饱和约束, 其后引入辅助系统并采用 Lyapunov 理论, 构建边界控制以抑制柔性立管的振动并消除饱和和非线性约束的影响. 随后, 证明了闭环系统在 Lyapunov 意义下的一致有界稳定性. 最后, 通过数值仿真, 验证了本文所提出控制能处理非光滑反向间隙 - 饱和约束非线性影响, 也能有效抑制立管系统振动.

1 问题描述和预备知识

注 1. 本文作如下简写: $(\cdot)(x, t) = (\cdot)$, $(\cdot)' = \frac{\partial(\cdot)}{\partial x}$, $(\dot{\cdot}) = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t}$.

1.1 立管动力学模型

深海柔性立管系统如图 1 所示, 其中 l 为立管

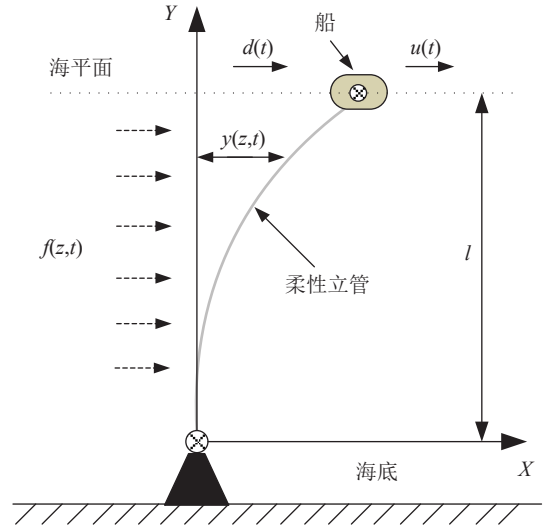


图 1 柔性立管系统

Fig. 1 Flexible riser system

的长度, $y(z, t)$ 为立管在位置 z 时刻 t 的偏移量, $f(z, t)$ 为海洋洋流分布式扰动, $d(t)$ 为外部环境扰动, $u(t)$ 为边界控制输入.

本研究所考虑立管系统动力学描述如下^[1]:

$$\begin{aligned} & \rho \ddot{y}(z, t) - \{T[z, y'(z, t)] + \\ & 3\psi(z)y'^2(z, t)\} y''(z, t) - \\ & T'[z, y'(z, t), y''(z, t)] y'(z, t) + c \dot{y}(z, t) - \\ & \psi'(z)y'^3(z, t) + EI y''''(z, t) - \\ & f(z, t) = 0, \quad 0 < z < l \end{aligned} \quad (1)$$

$$y(0, t) = y'(0, t) = y''(l, t) = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & m \ddot{y}(l, t) + T[l, y'(l, t)] y'(l, t) + \psi(l) y'^3(l, t) - u(t) + \\ & d_a \dot{y}(l, t) = EI y''''(l, t) + d(t) \end{aligned} \quad (3)$$

其中, ρ , c 和 EI 分别为立管的单位长度质量、阻尼系数和弯曲刚度, d_a 和 m 为船的质量和阻尼系数, $T[z, y'(z, t)]$ 为立管的时空变化张力, 表示为

$$T[z, y'(z, t)] = T_0(z) + \psi(z)y'^2(z, t) \quad (4)$$

其中, $T_0(z) > 0$ 为初始张力, $\psi(z) \geq 0$ 为非线性弹性模量.

执行器输入饱和和非线性描述为^[25]

$$\varphi(t) = \text{sat}(\varrho(t)) = \begin{cases} a, & \varrho(t) \geq a \\ \varrho(t), & -a < \varrho(t) < a \\ -a, & \varrho(t) \leq -a \end{cases} \quad (5)$$

其中, $a > 0$ 为饱和界限.

执行器输入反向间隙非线性描述为^[24]

$$u(t) = D(\varphi(t)) = \begin{cases} \varphi(t) - b, & \dot{\varphi} > 0 \text{ 且 } u(t) = \varphi(t) - b \\ \varphi(t) + b, & \dot{\varphi} < 0 \text{ 且 } u(t) = \varphi(t) + b \\ u(t_-), & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

其中, $b > 0$ 为反向间隙参数.

由输入饱和与反向间隙的表达式 (5) 和式 (6) 可知, 系统的非线性特征是相当复杂的, 因此很难直接对其处理. 根据文献 [25], 可知输入饱和与反向间隙可转换并表示为一个虚拟的输入饱和. 因此, 为解决虚拟的输入非线性问题, 我们引入 D 的右逆 D^+ 为

$$\varrho(t) = D^+(\tau(t)) = \begin{cases} \tau(t) + b, & \dot{\tau}(t) > 0 \\ \tau(t) - b, & \dot{\tau}(t) < 0 \\ \varrho(t_-), & \dot{\tau}(t) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

根据上面的分析和文献 [25], 我们可得混合的输入饱和 - 反向间隙非线性特性可描述为

$$u(t) = D(\text{sat}(D^+(\tau(t)))) = \begin{cases} a - b, & \tau(t) \geq a - b \\ \tau(t), & |\tau(t)| < a - b \\ -a + b, & \tau(t) \leq -a + b \end{cases} \quad (8)$$

由式 (8) 可知, 我们可将系统的输入饱和 - 反向间隙非线性视为一个输入饱和来处理.

1.2 预备知识

引理 1^[26]. 设 $\chi_1(z, t), \chi_2(z, t) \in \mathbf{R}$, $\varphi > 0$, 其中 $(z, t) \in [0, l] \times [0, +\infty)$, 则

$$\chi_1(z, t)\chi_2(z, t) \leq \frac{1}{\varphi}\chi_1^2(z, t) + \varphi\chi_2^2(z, t) \quad (9)$$

引理 2^[26]. 设 $\chi(z, t) \in \mathbf{R}$ 为定义在 $(z, t) \in [0, l] \times [0, +\infty)$ 的函数, 且满足 $\chi(0, t) = 0, \forall t \in [0, +\infty)$, 则

$$\chi^2(z, t) \leq l \int_0^l \chi'^2(z, t) dz \quad (10)$$

假设 1. 假定存在常数 $F, D \in \mathbf{R}^+$, 使得 $|f(z, t)| \leq F, \forall (z, t) \in [0, l] \times [0, +\infty), |d(t)| \leq D, \forall t \in [0, +\infty)$. 这个假设是合理的, 由于 $f(z, t)$ 和 $d(t)$ 是有限能量的, 因此是有界的^[21-24].

假设 2. 假定存在正常数 $\underline{T}_0, \bar{T}_0, \underline{\psi}_0, \bar{\psi}_0$, 使得 $\underline{T}_0 \leq T_0(z) \leq \bar{T}_0, \underline{\psi}_0 \leq \psi(z) \leq \bar{\psi}_0$.

假设 3. 对于新的输入饱和表达式 (8), 假定存在一个正常数 ϖ 使得 $|\Delta u| \leq \varpi$, 其中, $\Delta u = u(t) -$

$\tau(t)$.

2 控制器设计

本节将引入辅助函数和辅助系统用于构建边界控制器以抑制立管振动并消除输入非线性影响.

2.1 边界控制器

首先, 设计辅助系统为

$$\begin{aligned} \dot{\nu}(t) = & \frac{1}{m}(-k_1\nu(t) - \Delta u + T[l, y'(l, t)]y'(l, t) + \\ & \psi(l)y'^3(l, t) + d_a\dot{y}(l, t) - EIy'''(l, t)) \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $\nu(t)$ 为辅助系统的状态变量, k_1 为正常数.

为便于分析闭环立管系统的稳定性, 定义如下辅助变量

$$\begin{aligned} \mu(t) = & \dot{y}(l, t) - k_2y'''(l, t) + y'(l, t) + \\ & k_3y'^3(l, t) + \nu(t) \end{aligned} \quad (12)$$

其中, k_2, k_3 为正常数.

对式 (12) 求导, 代入式 (3) 和式 (11), 可得

$$\begin{aligned} \dot{\mu}(t) = & \frac{1}{m}(\tau(t) + d(t) - mk_2\dot{y}'''(l, t) + m\dot{y}'(l, t) + \\ & 3mk_3y'^2(l, t)\dot{y}'(l, t) - k_1\nu(t)) \end{aligned} \quad (13)$$

根据上述分析, 提出控制律 $\tau(t)$ 为

$$\begin{aligned} \tau(t) = & -k_4\mu(t) + k_1\nu(t) + mk_2\dot{y}'''(l, t) - m\dot{y}'(l, t) - \\ & 3mk_3y'^2(l, t)\dot{y}'(l, t) - \text{sgn}(\mu(t))D \end{aligned} \quad (14)$$

其中, k_4 为正常数.

注 2. 所设计的控制器 (14) 是由可获得的边界信号组成的, 其中 $y'''(l, t)$ 、 $y'(l, t)$ 和 $y(l, t)$ 分别可由剪切力传感器、倾角计和位移传感器获得. 此外, 控制器中这些信号的一阶时间微分信号 $\dot{y}'''(l, t)$ 、 $\dot{y}'(l, t)$ 和 $\dot{y}(l, t)$ 分别可对已获得信号进行后向差分算法得到^[21-24].

选取如下 Lyapunov 函数为

$$Y(t) = Y_e(t) + Y_f(t) + Y_g(t) \quad (15)$$

其中,

$$\begin{aligned} Y_e(t) = & \frac{\varsigma}{2}\rho \int_0^l \dot{y}^2(z, t) dz + \frac{\varsigma}{2} \int_0^l T_0(z)y'^2(z, t) dz + \\ & \frac{\varsigma}{2} \int_0^l \psi(z)y'^4(z, t) dz + \frac{\varsigma}{2} EI \int_0^l y''^2(z, t) dz \end{aligned} \quad (16)$$

$$Y_g(t) = \frac{\varsigma m}{2} \nu^2(t) + \frac{\varsigma m}{2} \mu^2(t) \quad (17)$$

$$Y_f(t) = \lambda \rho \int_0^l z \phi(z) \dot{y}(z, t) y'(z, t) dz \quad (18)$$

其中, $\varsigma, \lambda > 0$.

引理 3. 选取的 Lyapunov 函数 (16) 是一个正定的函数:

$$0 \leq \delta_1 [Y_e(t) + Y_f(t)] \leq Y(t) \leq \delta_2 [Y_e(t) + Y_f(t)] \quad (19)$$

其中, $\delta_1 > 0, \delta_2 > 1$.

证明. 根据引理 1, 式 (18) 可放缩为

$$|Y_g(t)| \leq \frac{\lambda \rho \bar{\phi} l}{2} \int_0^l [\dot{y}^2(z, t) + y'^2(z, t)] dz \leq \delta_0 Y_e(t) \quad (20)$$

其中

$$\delta_0 = \frac{\lambda \rho \bar{\phi} l}{\min(\varsigma \rho, \varsigma T_0)} \quad (21)$$

通过恰当地选取 ς 和 β 得出

$$\delta_1 = 1 - \delta_0 > 0, \delta_2 = 1 + \beta_0 > 1 \quad (22)$$

式 (22) 表明 $0 < \delta < 1$, 应用式 (21) 可得

$$\varsigma > \frac{\lambda \rho \bar{\phi} l}{\min(\rho, T_0)} \quad (23)$$

重排式 (20), 有

$$-\delta Y_e(t) \leq Y_g(t) \leq \delta Y_e(t) \quad (24)$$

将式 (22) 代入式 (24) 得出

$$0 \leq \delta_1 Y_e(t) \leq Y_e(t) + Y_g(t) \leq \delta_2 Y_e(t) \quad (25)$$

结合式 (15), 有

$$0 \leq \delta_1 [Y_e(t) + Y_f(t)] \leq Y(t) \leq \delta_2 [Y_e(t) + Y_f(t)] \quad (26)$$

其中, $\delta_1 > 0, \delta_2 > 1$. $\square$

引理 4. 选取 Lyapunov 函数 (16) 的导数是有上界的:

$$\dot{Y}(t) \leq -\delta Y(t) + \alpha \quad (27)$$

其中, $\delta, \alpha > 0$.

证明. 对式 (16) 求导, 可得:

$$\dot{Y}(t) = \dot{Y}_e(t) + \dot{Y}_f(t) + \dot{Y}_g(t) \quad (28)$$

将式 (16) 求导, 代入式 (1) 并应用引理 1, 可得

$$\begin{aligned} \dot{Y}_e(t) \leq & \frac{\varsigma T_0(l)}{2} \mu^2(t) - \frac{\varsigma T_0(l)}{2} \nu^2(t) - \frac{\varsigma T_0(l)}{2} \dot{y}^2(l, t) - \\ & \frac{\varsigma T_0(l) k_2^2}{2} y'''^2(l, t) - \frac{\varsigma T_0(l)}{2} y'^2(l, t) - \\ & \frac{\varsigma T_0(l) k_3^2}{2} y'^6(l, t) + \varsigma T_0(l) k_2 \nu(t) y'''(l, t) - \\ & (\varsigma EI - \varsigma T_0(l) k_2) y'''(l, t) \dot{y}(l, t) - \\ & \varsigma k_3 T_0(l) y'^4(l, t) - \varsigma(c - \sigma_1) \int_0^l \dot{y}^2(z, t) dz + \\ & (2\varsigma \psi(l) - \varsigma k_3 T_0(l)) y'^3(l, t) \dot{y}(l, t) + \\ & \varsigma k_2 k_3 T_0(l) y'''(l, t) y'^3(l, t) - \varsigma T_0(l) \nu(t) \dot{y}(l, t) + \\ & \varsigma k_2 T_0(l) y'''(l, t) y'(l, t) - \varsigma k_3 T_0(l) y'^3(l, t) \nu(t) - \\ & \varsigma T_0(l) \nu(t) y'(l, t) + \frac{\varsigma}{\sigma_1} \int_0^l f^2(z, t) dz \end{aligned} \quad (29)$$

其中, $\delta_1 > 0$.

对 $Y_f(t)$ 求导, 代入式 (11) 和式 (14), 应用引理 1, 可得

$$\begin{aligned} \dot{Y}_g(t) \leq & -\varsigma k_4 \mu^2(t) - \varsigma \nu(t) \Delta u - \varsigma k_1 \nu^2(t) + \\ & \varsigma T_0(l) \nu(t) y'(l, t) - \varsigma EI \nu(t) y'''(l, t) + \\ & 2\varsigma \psi(l) \nu(t) y'^3(l, t) + \varsigma d_a \nu(t) \dot{y}(l, t) \end{aligned} \quad (30)$$

对 $Y_g(t)$ 求微分, 代入式 (4) 并利用引理 1, 有

$$\begin{aligned} \dot{Y}_f(t) \leq & -l \lambda EI \phi(l) y'''(l, t) y'(l, t) + \frac{\lambda \rho l \phi(l)}{2} \dot{y}^2(l, t) - \\ & \frac{3 \lambda EI}{2} \int_0^l (\phi(z) + z \phi'(z)) y''^2(z, t) dz - \\ & \left[\frac{\lambda \rho}{2} (\phi(z) + z \phi'(z)) - \frac{l \lambda c}{\sigma_2} \right] \int_0^l \dot{y}^2(z, t) dz - \\ & \left[\frac{\lambda}{2} (\phi(z) T_0(z) + z \phi'(z) T_0(z) - z \phi(z) T_0'(z)) - \right. \\ & \left. \lambda \sigma_2 c l \phi^2(z) - \lambda \sigma_3 l \phi^2(z) \right] \int_0^l y'^2(z, t) dz - \\ & \frac{\lambda}{2} \int_0^l [3 \phi(z) \psi'(z) + 3 z \phi'(z) \psi(z) - \\ & z \phi(z) \psi'(z)] y'^4(z, t) dz + \frac{3 \lambda \phi(l) \psi(l) l}{2} y'^4(l, t) + \\ & \frac{l \lambda}{\sigma_3} \int_0^l f^2(x, t) dx + \frac{\lambda \phi(l) T_0(l) l}{2} y'^2(l, t) \end{aligned} \quad (31)$$

其中, $\sigma_2, \sigma_3 > 0$.

将式 (29) 和式 (30) 代入式 (28), 应用引理 1, 可得

$$\begin{aligned} \dot{Y}(t) \leq & -\varsigma \left(k_1 + \frac{T_0(l)}{2} - \frac{1}{\sigma_4} - \frac{|T_0(l)k_2 - EI|}{2\sigma_5} - \right. \\ & \left. \frac{|T_0(l) - d_a|}{2\sigma_6} - \frac{|k_3T_0(l) - 2\psi(l)|\sigma_9}{2} \right) \nu^2(t) - \\ & \frac{3\lambda EI}{2} \int_0^l (\phi(z) + z\phi'(z)) y''^2(z, t) dz + \\ & \varsigma \sigma_4 \Delta u^2 - \varsigma \left(k_4 - \frac{T_0(l)}{2} \right) \mu^2(t) - \left(\frac{\varsigma T_0(l)}{2} - \right. \\ & \left. \frac{|\varsigma T_0(l)k_2 - l\lambda EI\phi(l)|\sigma_8}{2} - \frac{\lambda\phi(l)T_0(l)l}{2} \right) \times \\ & y'^2(l, t) - \left(\varsigma k_3T_0(l) - \frac{3\lambda\phi(l)\psi(l)l}{2} \right) y'^4(l, t) - \\ & \left(\frac{\varsigma T_0(l)}{2} - \frac{\varsigma|T_0(l) - d_a|\sigma_6}{2} - \right. \\ & \left. \frac{\varsigma|T_0(l)k_2 - EI|\sigma_7}{2} - \frac{\varsigma|k_3T_0(l) - 2\psi(l)|\sigma_{10}}{2} - \right. \\ & \left. \frac{\lambda\rho l\phi(l)}{2} \right) \dot{y}^2(l, t) - \varsigma \left(\frac{T_0(l)k_3^2}{2} - \right. \\ & \left. \frac{|k_3T_0(l) - 2\psi(l)|}{2\sigma_9} - \frac{k_2k_3T_0(l)}{2\sigma_{11}} - \right. \\ & \left. \frac{|k_3T_0(l) - 2\psi(l)|}{2\sigma_{10}} \right) y'^6(l, t) - \left(\frac{\varsigma T_0(l)}{2} - \right. \\ & \left. \frac{\varsigma|T_0(l)k_2 - EI|\sigma_5}{2} - \frac{\varsigma|T_0(l)k_2 - EI|}{2\sigma_7} - \right. \\ & \left. \frac{|\varsigma T_0(l)k_2 - l\lambda EI\phi(l)|}{2\sigma_8} - \frac{\varsigma k_2k_3T_0(l)\sigma_{11}}{2} \right) \times \\ & y'''^2(l, t) - \left[\frac{\lambda}{2} (\phi(z)T_0(z) + z\phi'(z)T_0(z) - \right. \\ & \left. z\phi(z)T_0'(z)) - \lambda\sigma_2 cl\phi^2(z) - \lambda\sigma_3 l\phi^2(z) \right] \\ & \int_0^l y'^2(z, t) dz + \left(\frac{\varsigma}{\sigma_1} + \frac{l\lambda}{\sigma_3} \right) \int_0^l f^2(z, t) dz - \\ & \left(\varsigma c - \varsigma\sigma_1 + \frac{\lambda\rho}{2} (\phi(z) + z\phi'(z)) - \frac{l\lambda c}{\sigma_2} \right) \times \\ & \int_0^l \dot{y}^2(z, t) dz - \frac{\lambda}{2} \int_0^l [3\phi(z)\psi'(z) + \\ & 3z\phi'(z)\psi(z) - z\phi(z)\psi'(z)] y'^4(z, t) dz \end{aligned} \quad (32)$$

其中, $\sigma_4 \sim \sigma_{11} > 0$, 选择恰当的参数值 $\varsigma, \lambda, k_i, i = 1,$

$\dots, 4, \delta_j, j = 1, \dots, 11$, 满足下列条件:

$$\frac{\varsigma T_0(l)}{2} - \frac{|\varsigma T_0(l)k_2 - l\lambda EI\phi(l)|\sigma_8}{2} - \frac{\lambda\phi(l)T_0(l)l}{2} \geq 0 \quad (33)$$

$$\frac{\varsigma T_0(l)}{2} - \frac{\varsigma|T_0(l) - d_a|\sigma_6}{2} - \frac{\varsigma|T_0(l)k_2 - EI|\sigma_7}{2} - \frac{\varsigma|k_3T_0(l) - 2\psi(l)|\sigma_{10}}{2} - \frac{\lambda\rho l\phi(l)}{2} \geq 0 \quad (34)$$

$$\frac{\varsigma T_0(l)}{2} - \frac{\varsigma|T_0(l)k_2 - EI|\sigma_5}{2} - \frac{\varsigma|T_0(l)k_2 - EI|}{2\sigma_7} - \frac{|\varsigma T_0(l)k_2 - l\lambda EI\phi(l)|}{2\sigma_8} - \frac{\varsigma k_2k_3T_0(l)\sigma_{11}}{2} \geq 0 \quad (35)$$

$$\frac{T_0(l)k_3^2}{2} - \frac{|k_3T_0(l) - 2\psi(l)|}{2\sigma_9} - \frac{|k_3T_0(l) - 2\psi(l)|}{2\sigma_{10}} - \frac{k_2k_3T_0(l)}{2\sigma_{11}} \geq 0 \quad (36)$$

$$\varsigma k_3T_0(l) - \frac{3\lambda\phi(l)\psi(l)l}{2} \geq 0 \quad (37)$$

$$\omega_1 = \min\left\{\varsigma c - \varsigma\sigma_1 - \frac{l\lambda c}{\sigma_2} + \frac{\lambda\rho}{2} (\phi(z) + z\phi'(z))\right\} > 0 \quad (38)$$

$$\omega_2 = \min\left\{\frac{\lambda}{2} (\phi(z)T_0(z) + z\phi'(z)T_0(z) - z\phi(z)T_0'(z)) - \lambda\sigma_2 cl\phi^2(z) - \lambda\sigma_3 l\phi^2(z)\right\} > 0 \quad (39)$$

$$\omega_3 = \min\{3\phi(z)\psi'(z) + 3z\phi'(z)\psi(z) - z\phi(z)\psi'(z)\} > 0 \quad (40)$$

$$\omega_4 = \min\{\phi(z) + z\phi'(z)\} > 0 \quad (41)$$

$$\omega_5 = k_1 + \frac{T_0(l)}{2} - \frac{1}{\sigma_4} - \frac{|k_3T_0(l) - 2\psi(l)|\sigma_9}{2} - \frac{|T_0(l)k_2 - EI|}{2\sigma_5} - \frac{|T_0(l) - d_a|}{2\sigma_6} > 0 \quad (42)$$

$$\omega_6 = k_4 - \frac{T_0(l)}{2} > 0 \quad (43)$$

$$\alpha = \left(\frac{\varsigma}{\sigma_1} + \frac{l\lambda}{\sigma_3} \right) lF^2 + \varsigma\sigma_4\omega^2 < +\infty \quad (44)$$

结合式 (33)~(44), 可得

$$\begin{aligned} \dot{Y}(t) \leq & \alpha - \omega_1 \int_0^l \dot{y}^2(z, t) dz - \omega_2 \int_0^l y'^2(z, t) dz - \\ & \frac{\lambda}{2} \omega_3 \int_0^l y'^4(z, t) dz - \frac{3\lambda EI}{2} \omega_4 \int_0^l y''^2(z, t) dz - \\ & \varsigma \omega_5 \nu^2(t) - \varsigma \omega_6 \mu^2(t) \leq \\ & \delta_3 [Y_e(t) + Y_f(t)] + \alpha \end{aligned} \quad (45)$$

$$\text{其中, } \delta_3 = \min \left(\frac{2\omega_1}{\varsigma\rho}, \frac{2\omega_2}{\varsigma T_0}, \frac{\lambda\omega_3}{\varsigma\psi}, \frac{3\lambda\pi_4}{\varsigma}, \frac{2\pi_5}{m}, \frac{2\pi_6}{m} \right).$$

根据式 (26) 和式 (45), 有

$$\dot{Y}(t) \leq -\delta Y(t) + \alpha \quad (46)$$

其中, $\delta = \delta_3/\delta_2$. $\square$

定理 1. 针对执行器非光滑反向间隙-饱和约束特性的深海柔性立管系统, 如果系统初始条件是有界的且所选取参数满足约束条件式 (33)~(44), 在设计控制器 (14)、假设 1 和假设 2 作用下, 闭环系统是一致有界稳定的.

证明. 将式 (27) 乘以 $e^{\delta t}$, 得出:

$$\frac{\partial}{\partial t} (Y(t)e^{\delta t}) \leq \alpha e^{\delta t} \quad (47)$$

积分上式并变换, 有:

$$Y(t) \leq Y(0)e^{-\delta t} + \frac{\alpha}{\delta} (1 - e^{-\delta t}) \leq Y(0)e^{-\delta t} + \frac{\alpha}{\delta} \quad (48)$$

求助于 $Y_e(t)$, 式 (19) 和引理 2, 可得

$$\begin{aligned} \frac{\varsigma T_0}{2l} y^2(z, t) & \leq \frac{\varsigma}{2} \int_0^l T_0(z) y'^2(z, t) dz \leq \\ Y_e(t) & \leq \frac{1}{\delta_1} Y(t) \end{aligned} \quad (49)$$

将式 (48) 代入式 (49), 产生

$$\begin{aligned} |y(z, t)| & \leq \sqrt{\frac{2l}{\varsigma\delta_1 T_0} \left[Y(0)e^{-\delta t} + \frac{\alpha}{\delta} \right]}, \\ \forall (z, t) & \in [0, l] \times [0, +\infty) \end{aligned} \quad (50)$$

进一步得出

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y(z, t)| \leq \sqrt{\frac{2l\alpha}{\varsigma T_0 \delta_1 \delta}}, \quad \forall z \in [0, l] \quad (51)$$

$\square$

3 数值仿真

为验证所设计控制器的性能, 本节在 MATLAB 软件中采用有限差分法^[27-30]来近似闭环系统的数值解. 柔性立管系统的参数为 $l = 1\,000\text{ m}$, $\rho = 500\text{ kg/m}$,

$c = 1.0\text{ Ns/m}^2$, $T_0(z) = 4.5 \times 10^5 \times (1\,000 + z)\text{ N}$, $\psi(z) = 1 \times 10^3(1\,000 + z)$, $EI = 1.5 \times 10^7\text{ Nm}^2$, $m = 9.6 \times 10^6\text{ kg}$, $d_a = 1\,000\text{ Ns/m}$. 系统的初始条件描述为: $y(z, 0) = \frac{12z}{l}$, $\dot{y}(z, 0) = 0$.

外部环境扰动 $d(t)$ 为

$$d(t) = [3 + 0.8 \sin(0.7t) + 0.8 \sin(0.5t) + 0.8 \sin(0.9t)] \times 10^5 \quad (52)$$

柔性立管系统在自由振动时, 即 $u(t) = 0$, 图 2 给出了其时空的表示. 在所设计控制器 (14) 作用下, 选取控制设计参数 $k_1 = 1 \times 10^7$, $k_2 = 1/60$, $k_3 = 1/225$, $k_4 = 5 \times 10^8$, $a = 1 \times 10^6$, $b = 5 \times 10^6$, 立管三维响应显示在图 3 中. 图 4 则给出了立管中部顶端 ($x = 1\,000\text{ m}$) 的二维偏移图, 图 5 和图 6 分别描绘了所设计的控制命令和反向间隙-饱和控制输入.

仿真图 2 和图 3 表明, 在外部扰动和执行器非光滑反向间隙-饱和约束条件下, 所设计控制器 (14) 能有效抑制立管振动; 由仿真图 4 可得, 立管端点

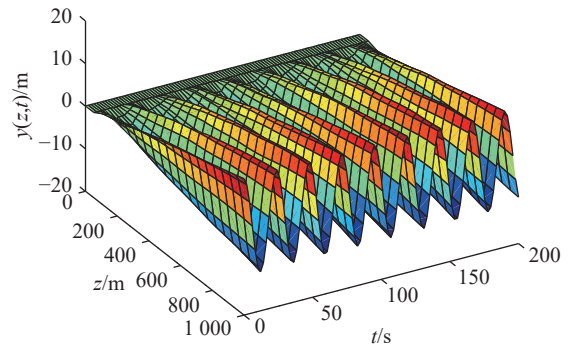


图 2 未受控的立管偏移量

Fig. 2 Displacement of the uncontrolled riser

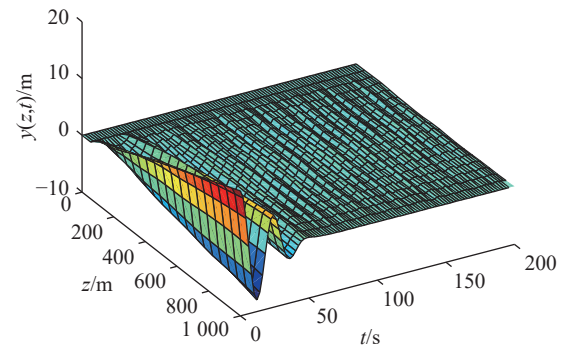


图 3 受控的立管偏移量

Fig. 3 Displacement of the controlled riser

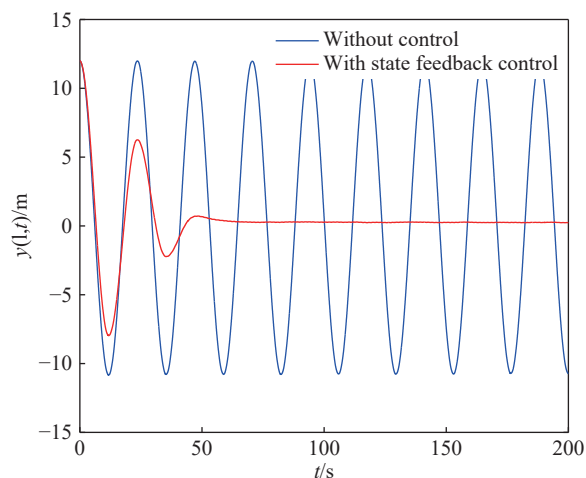


图 4 立管的端点偏移量

Fig. 4 Endpoint displacement of the riser

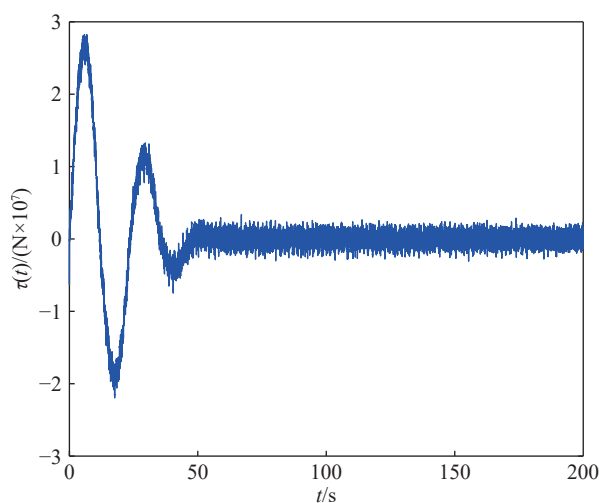


图 5 设计的控制命令

Fig. 5 Designed control command

的偏移量稳定在平衡位置附近的小邻域; 仿真图 5 和图 6 得出, 控制器的输入是非线性的, 执行器非光滑反向间隙 - 饱和约束特性也相当明显. 根据上述分析, 可得如下结论: 由于混合的输入非线性影响, 立管的振动偏移量需要相对长的收敛时间; 本文所构建的控制策略能较好地处理执行器非光滑反向间隙 - 饱和约束并能有效地抑制立管振动.

4 结论

本文解决了具有执行器非光滑反向间隙 - 饱和和约束特性的深海柔性立管边界控制问题. 首先, 基于 Lyapunov 理论和边界控制技术, 采用辅助系

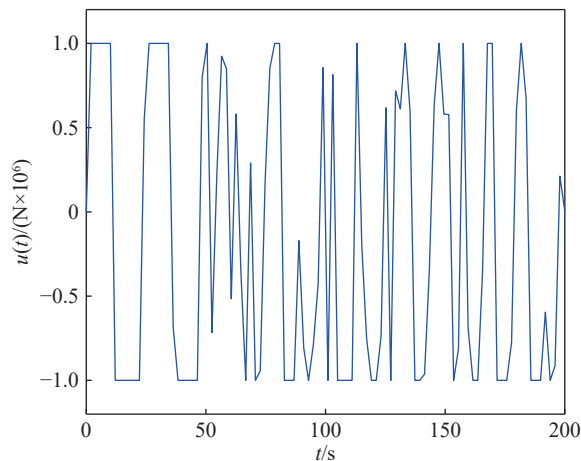


图 6 非线性的控制输入

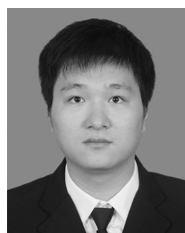
Fig. 6 Control input with nonlinearities

统和函数在立管顶端构建了边界控制器以实现立管系统的振动抑制和输入非线性的补偿. 其后, 应用严格的分析且没有离散化或简化系统的偏微分方程动力学, 证明了受控系统的一致有界性. 最后所呈现的仿真结果验证了提出控制能较好地稳定立管系统并有效消除执行器非光滑反向间隙 - 饱和约束影响. 下一步值得探索的研究方向可以为海洋柔性立管系统的有限时间稳定^[31] 以及基于不确定性和干扰估计^[32]的控制设计.

References

- 1 He W, Sun C, Ge S S. Top tension control of a flexible marine riser by using integral-barrier Lyapunov function. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, **20**(2): 497-505
- 2 He W, Nie S X, Meng T T, Liu Y J. Modeling and vibration control for a moving beam with application in a drilling riser. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2017, **25**(3): 1036-1043
- 3 Do K D. Stochastic boundary control design for extensible marine risers in three dimensional space. *Automatica*, 2017, **77**: 184-197
- 4 Zhao Z J, Liu Y, Guo F. Robust output feedback stabilization for a flexible marine riser system. *ISA Transactions*, 2018, **78**: 130-140
- 5 Wei Ping, Ding Mao, Zuo Xin, Luo Xiong-Lin. Steady-state control for distributed parameter systems by symmetry of differential equations. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(10): 2163-2170
(魏萍, 丁卯, 左信, 罗雄麟. 基于微分方程对称的分布参数系统稳态控制. 自动化学报, 2014, **40**(10): 2163-2170)
- 6 Li Jian, Liu Yun-Gang. Adaptive boundary control for a class of uncertain heat equations. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(3): 469-473
(李健, 刘允刚. 一类不确定热方程自适应边界控制. 自动化学报, 2012, **38**(3): 469-473)

- 7 Li S, Yao P F. Stabilization of the Euler-Bernoulli plate with variable coefficients by nonlinear internal feedback. *Automatica*, 2014, **50**(9): 2225–2233
- 8 Guo W, Guo B Z. Performance output tracking for a wave equation subject to unmatched general boundary harmonic disturbance. *Automatica*, 2016, **68**: 194–202
- 9 Wang J M, Liu J J, Ren B B. Sliding mode control to stabilization of cascaded heat PDEODE systems subject to boundary control matched disturbance. *Automatica*, 2015, **52**: 23–34
- 10 Wu H N, Wang J W. Static output feedback control via PDE boundary and ODE measurements in linear cascaded ODE-beam systems. *Automatica*, 2014, **50**(11): 2787–2798
- 11 Cai X S, Krstic M. Nonlinear stabilization through wave PDE dynamics with a moving uncontrolled boundary. *Automatica*, 2016, **68**: 27–38
- 12 Ge S S, He W, How B V. Boundary control of a coupled nonlinear flexible marine riser. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, **18**(5): 1080–1091
- 13 Guo F, Liu Y, Luo F. Adaptive stabilisation of a flexible riser by using the Lyapunov-based barrier backstepping technique. *IET Control Theory and Applications*, 2017, **11**(14): 2252–2260
- 14 Zhao Zhi-jia, Liu Yu, Guo Fang, Wu Xin-Sheng, Wu Yi-Lin. Robust boundary control for flexible fluid-transporting marine riser based on internal fluid dynamics. *Control Theory and Applications*, 2017, **34**(2): 205–214
(赵志甲, 刘屿, 郭芳, 吴忻生, 邬依林. 海洋柔性立管输出反馈边界控制. 控制理论与应用, 2017, **34**(2): 205–214)
- 15 Guo F, Liu Y, Wu Y L, Luo F. Observer-based backstepping boundary control for a flexible riser system. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, **111**: 314–330
- 16 He W, Ge S S, How B V, Choo Y S, Hong K S. Robust adaptive boundary control of a flexible marine riser with vessel dynamics. *Automatica*, 2011, **47**(4): 722–732
- 17 Chen M, Ren Y, Liu J Y. Anti-disturbance control for a suspension cable system of helicopter subject to input nonlinearities. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, **48**(12): 2292–2304
- 18 Liu Z J, Liu J K, He W. Modeling and vibration control of a flexible aerial refueling hose with variable lengths and input constraint. *Automatica*, 2017, **77**: 302–310
- 19 Li H Y, Zhao S Y, He W, Lu R Q. Adaptive finite-time tracking control of full states constrained nonlinear systems with dead-zone. *Automatica*, 2019, **100**: 99–107
- 20 Zhou J, Wen C Y. *Adaptive Backstepping Control of Uncertain Systems: Nonsmooth Nonlinearities, Interactions or Time-Variations*. Boston: Birkhauser, 2008. 83–96
- 21 He W, He X Y, Ge S S. Vibration control of flexible marine riser systems with input saturation. *IEEE/ASME Transaction on Mechatronics*, 2016, **21**(1): 254–265
- 22 Zhao Z J, He X Y, Wen G L. Boundary robust adaptive anti-saturation control of vibrating flexible riser systems. *Ocean Engineering*, 2019, **179**: 298–306
- 23 Zhao Z J, Liu Z J, Li Z F, Wang N, Yang J F. Control design for a vibrating flexible marine riser system. *Journal of the Franklin Institute*, 2017, **354**(18): 8117–8133
- 24 Zhao Z J, He X Y, Ren Z G, Wen G L. Boundary adaptive robust control of a flexible riser system with input nonlinearities. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, in press, DOI: 10.1109/TSMC.2018.2882734
- 25 Rodriguez Linan, M C, Heath W. P. Controller structure for plants with combined saturation and deadzone/backlash. In: *Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Control Applications (CCA)*. Dubrovnik, Croatia, 2012. 1394–1399
- 26 Queiroz M S, Dawson D M, Nagarkatti S P, Zhang F M. *Lyapunov Based Control of Mechanical Systems*. Boston: Birkhauser, 2000. 279–280
- 27 Zhao Z J, Shi J, Lan X J, Wang X W. Adaptive neural network control of a flexible string system with non-symmetric dead-zone and output constraint. *Neurocomputing*, 2018, **283**: 1–8
- 28 He X Y, He W, Jing S, Sun C Y. Boundary vibration control of variable length crane systems in two dimensional space with output constraints. *IEEE/ASME Transaction on Mechatronics*, 2017, **22**(5): 1952–1962
- 29 Liu Z J, Liu J K, He W. Robust adaptive fault tolerant control for a linear cascaded ode-beam systems. *Automatica*, 2018, **98**: 42–50
- 30 Zhao Z J, He X Y, Ren Z G, Wen G L. Output feedback stabilization for an axially moving system. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, in press, DOI: 10.1109/TSMC.2018.2882822
- 31 Fu J, Ma R C, Chai T Y. Adaptive finite-time stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via logic-based switchings. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, **62**(11): 5998–6003
- 32 Dai J G, Ren B B. UDE-based robust boundary control for an unstable parabolic PDE with unknown input disturbance. *Automatica*, 2018, **93**: 363–368



赵志甲 广州大学机械与电气工程学院讲师。主要研究方向为柔性机械系统, 海洋控制论, 机器人学。
E-mail: zhjzhaoscut@163.com
(**ZHAO Zhi-Jia** Lecturer at the School of Mechanical and Electrical Engineering, Guangzhou University. His research interest covers flexible mechanical systems, ocean cybernetics, and robotics.)



任志刚 广东工业大学自动化学院讲师。主要研究方向为分布参数系统控制, 自适应学习与控制。本文通信作者。
E-mail: renzhigang@gdut.edu.cn
(**REN Zhi-Gang** Lecturer at the School of Automation, Guangdong University of Technology. His research interest covers distributed parameter system control and adaptive learning and control. Corresponding author of this paper.)