

考虑执行器饱和的改进无模型自适应控制

程志强¹ 朱纪洪¹ 袁夏明¹

摘要 无模型自适应控制 (Model free adaptive control, MFAC) 是一种数据驱动的控制方法, 具有计算简单、鲁棒性强、无需建模等优点. 目前无模型自适应控制方法普遍未考虑可能出现的执行器饱和问题. 本文针对这一问题, 对执行器执行能力存在上限的情况设计了改进算法. 该算法通过对控制输入准则函数引入约束条件, 使用 Hildreth 方法进行数值求解, 具有编程简单、计算量小的优点. 在此基础上分析并证明了闭环稳定性. 最后以蒸馏塔模型为控制对象, 通过对比仿真实验验证了算法的有效性.

关键词 无模型自适应控制, 执行器饱和, 鲁棒性, 数据驱动

引用格式 程志强, 朱纪洪, 袁夏明. 考虑执行器饱和的改进无模型自适应控制. 自动化学报, 2016, 42(8): 1158–1165

DOI 10.16383/j.aas.2016.c150583

An Novel Improved Model Free Control Against Actuator Saturation

CHENG Zhi-Qiang¹ ZHU Ji-Hong¹ YUAN Xia-Ming¹

Abstract Model free adaptive control (MFAC) is a data-driven based control approach. The advantages of this method lie in low computational complexity, strong robustness and no-need of modeling during its design progress. However, actuator saturation is a problem which is not yet considered in all of the existing MFAC methods. In this paper, a novel improved MFAC method is proposed to deal with the constrains of actuator. Hildreth method is used to solve control output by introducing constraint condition for the critical function of control input, which simplifies the programming progress and reduces the computing load. After that, the stability of the closed-loop system is proved through rigorous analysis. At the end, taking Wood/Berry distillation as the plant, a series of comparative simulation is conducted and the result shows a better performance by using the proposed controller than traditional MFAC methods when actuator saturation exists.

Key words Model free adaptive control (MFAC), actuator saturation, robustness, data-driven

Citation Cheng Zhi-Qiang, Zhu Ji-Hong, Yuan Xia-Ming. An novel improved model free control against actuator saturation. *Acta Automatica Sinica*, 2016, 42(8): 1158–1165

20 世纪 50 年代以来, 基于模型的控制理论得到了快速发展与完善. 其建立控制系统的过程要经历三个阶段, 依次是建立模型、分析模型和依靠模型设计控制律^[1]. 但随着受控对象越来越复杂, 如何有效地对受控对象进行建模已成为一个棘手的问题. 原因是对于一个系统, 如果所建数学模型过于复杂, 则难以设计控制律或所得控制律工程上难以实现^[2–3]. 如果过于简单, 则难以反映实际系统的动态特性, 基于该模型设计的控制律在实际应用中难以取得理想的控制效果. 其次, 建立系统模型的方法主要有机理建模和系统辨识两种方法, 无论哪种方法, 所建模型都是对真实系统的逼近, 实际系统一定会存在影响控制系统鲁棒性的未建模动态和其他不确

定性因素^[4–5].

目前, 主要存在两大类方法用以解决上述问题. 第一大类方法是基于数据驱动的控制方法. 较为典型的有虚拟参考反馈整定 (Virtual reference feedback tuning, VRFT)、同步扰动随机逼近 (Simultaneous perturbation stochastic approximation, SPSA) 和无模型自适应控制 (Model free adaptive control, MFAC) 三种方法. VRFT 是 Guardabassi 等在 2000 年提出的, 其特点是根据离线数据设计控制律. 该方法基于模型参考自适应, 通过参数辨识直接得到控制器参数, 使闭环系统动态特性逼近参考模型^[6]. 由于实际系统的动态信息无法通过一次激励完全得到, 所以运用该方法设计所得的控制器很难保证闭环系统的稳定性. SPSA 是 Spall 在 1993 年提出的, 其特点是迭代辨识系统参数, 控制效果易受系统结构变化或参数变化的影响. 使用该方法同样难以保证闭环系统的稳定性^[7]. MFAC 方法是侯忠生在 1994 年提出的一种无模型自适应控制方法^[8], 其特点是控制器的设计不需要系

收稿日期 2015-09-14 录用日期 2016-02-15
Manuscript received September 14, 2015; accepted February 15, 2016

本文责任编辑 侯忠生
Recommended by Associate Editor HOU Zhong-Sheng

1. 清华大学计算机科学与技术系 北京 100084
1. Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084

统的模型信息, 而是基于输入输出数据直接计算得到控制量. 文献 [5, 9–10] 证明了紧格式和偏格式动态线性化控制方法闭环系统的稳定性. 第二大类方法是吴宏鑫等提出的特征建模方法. 特征建模方法广泛应用于航天器和工业控制中, 是一种综合考虑对象动力学特征和控制性能要求的建模方法^[2]. 该方法与文献 [5] 提出的全格式动态线性化模型有异曲同工之处. 不同的是, 特征建模方法强调在采样周期足够小的情况下, 特征模型与原模型的输入输出具有等价性^[2], 而基于全格式的动态线性化方法则考虑存在时变线性系统与原系统等价^[5, 9–10].

侯忠生提出的无模型自适应控制, 因其理论严密和计算量较小, 在工程上有广阔的应用前景. 经过多年的发展, 侯忠生分别针对单输入单输出系统和多输入多输出系统设计了基于紧格式、偏格式、全格式的无模型自适应控制. 在文献 [11] 中, 提出了控制器的动态线性化方法. 在文献 [12]¹ 中, 提出了一种新的 PPD (Pseudo-partial derivative) 参数估计方法. 但以上方法均未考虑实际物理系统中可能出现的执行器饱和问题. 由于执行器的执行能力都是有限的, 而执行器饱和这种非线性环节可能会导致控制效果严重恶化甚至丧失闭环稳定性^[13]. 具体来讲, 忽略可能出现的执行器饱和, 将无法发挥其最大的控制能力. 同时在执行器饱和后, 作用在系统上的实际控制量并不取决于控制器计算的数值, 故用于模型参数辨识的输入输出就可能明显偏差, 严重时会造成系统的不稳定. 文献 [12] 虽设置了控制量的速率饱和, 但没有对可能出现的饱和做任何优化, 同时未考虑执行器的幅值饱和.

借鉴文献 [5] 中 PJM (Pseudo Jacobian matrix) 辨识技术, 本文针对执行器饱和问题, 提出了基于紧格式改进无模型自适应控制方法, 并证明了该控制方法的闭环稳定性. 进一步, 对蒸馏塔 Wood/Berry 的仿真实验表明了该方法具有更强的跟踪能力且对初始值不敏感. 本文对执行器同时设置了速率饱和和位置饱和并进行了优化.

1 问题描述

本节简述文献 [5] 提出的无模型自适应控制方法的相关概念以及计算思路. 在此基础上, 分析已有方法的不足并提出本文要解决的问题.

考虑如下多输入多输出离散系统:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(k+1) &= f(\mathbf{y}(k), \dots, \mathbf{y}(k-n_y), \\ &\quad \mathbf{u}(k), \dots, \mathbf{u}(k-n_u)) \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{u}(k) \in \mathbf{R}^m$, $\mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^n$, 它们分别是系统 k 时

刻的输入和输出向量. n_y 和 n_u 是未知整数. $f(\cdot)$ 是一个未知非线性函数. 假设 $f(\cdot)$ 关于 $\mathbf{u}(k)$ 的偏导数连续, 且系统 (1) 满足广义 Lipschitz 假设. 则可以得到定理 1^[5].

定理 1. 对满足广义 Lipschitz 假设且 $f(\cdot)$ 关于 $\mathbf{u}(k)$ 偏导数连续的非线性系统 (1), 当 $\|\Delta\mathbf{u}(k)\| \neq 0$ 时, 一定会存在一个被称为 PJM (Pseudo Jacobian matrix) 的时变参数 $\Phi_c(k) \in \mathbf{R}^{n \times m}$, 使系统 (1) 可转化为如下紧格式动态线性化数据模型 (Compact form dynamic linearization, CFDL):

$$\Delta\mathbf{y}(k+1) = \Phi_c(k)\Delta\mathbf{u}(k) \quad (2)$$

其中

$$\Phi_c(k) = \begin{bmatrix} \phi_{11}(k) & \phi_{12}(k) & \cdots & \phi_{1m}(k) \\ \phi_{21}(k) & \phi_{22}(k) & \cdots & \phi_{2m}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n1}(k) & \phi_{n2}(k) & \cdots & \phi_{nm}(k) \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times m} \quad (3)$$

且对任意时刻 k , $\|\Phi_c(k)\|$ 有界.

基于紧格式动态线性化的无模型自适应控制是运用参数辨识的方法, 动态计算 PJM 时变参数的数值, 并在此基础上进行控制的算法. 详细的计算步骤可参见文献 [9–14]. 在现有的方法中, 仅文献 [12] 考虑了不完全的执行器饱和问题. 对于实际的物理系统, 执行器的执行能力都是有限的, 具体体现在控制量的幅度与变化速率的有界性. 执行器的执行能力可完整表示为

$$\begin{cases} \Delta\mathbf{u}_{\min}(k) \leq \Delta\mathbf{u}(k) \leq \Delta\mathbf{u}_{\max}(k) \\ \mathbf{u}_L \leq \mathbf{u}(k) \leq \mathbf{u}_U \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\Delta\mathbf{u}_{\min}$ 和 $\Delta\mathbf{u}_{\max}$ 分别表示控制量变化速率的最小和最大值, \mathbf{u}_L 和 \mathbf{u}_U 分别表示控制幅度的最小和最大值.

2 无模型自适应控制的执行器饱和和优化

本节提出基于紧格式的优化无模型自适应控制, 通过综合分析执行器的执行能力给出控制算法.

2.1 改进控制器设计

在辨识 PJM 参数时, 采用如下计算方法^[5]:

$$\hat{\Phi}_c(k) = \hat{\Phi}_c(k-1) +$$

¹本文与文献 [12] 的区别主要在于本文提出的方法考虑了位置饱和对系统造成的影响, 并对可能出现的执行器饱和问题进行了优化. 在仿真时, 文献 [12] 并没有考虑不同初始参数对系统造成的影响. 而本文仿真结果说明改进后的无模型自适应方法具有初值不敏感性.

$$\frac{\eta(\Delta \mathbf{y}(k) - \hat{\Phi}_c(k-1)\Delta \mathbf{u}(k-1))\Delta \mathbf{u}^T(k-1)}{\mu + \|\Delta \mathbf{u}(k-1)\|^2} \quad (5)$$

其中, $\mu > 0, \eta \in (0, 2]$. 则可知 PJM 时变参数 $\hat{\Phi}_c(k)$ 有界.

进一步对 $\mathbf{y}(k+1)$ 进行滤波^[12]

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{y}}(k+1) = \hat{\mathbf{y}}(k) + \hat{\Phi}_c(k)\Delta \mathbf{u}(k) \\ \hat{\mathbf{y}}(k+1) = \bar{\mathbf{y}}(k+1) + K(\mathbf{y}(k+1) - \bar{\mathbf{y}}(k+1)) \end{cases} \quad (6)$$

其中, $K \in [0, 1]$ 为常数, $\bar{\mathbf{y}}(k+1)$ 为 $\mathbf{y}(k+1)$ 的预报值, $\hat{\mathbf{y}}(k+1)$ 为 $\mathbf{y}(k+1)$ 的滤波值. 滤波值是控制量 $\mathbf{u}(k)$ 作用于控制对象后, 测量得到 $\mathbf{y}(k+1)$, 然后再进行计算得到的.

控制算法的设计目标是让预报值 $\bar{\mathbf{y}}(k+1)$ 尽可能地跟踪参考输入 $\mathbf{y}^*(k)$, 同时控制量符合实际要求. 为达成此目标, 考虑如下控制输入准则函数

$$J(\Delta \mathbf{u}(k)) = \|\mathbf{y}^*(k+1) - \bar{\mathbf{y}}(k+1)\|^2 + \lambda \|\Delta \mathbf{u}(k)\|^2 \quad (7)$$

其中, $\lambda > 0$ 是一个权重因子, 用来限制控制量的变化幅度.

对于执行器执行能力 (4), 设

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{LB}(k) = \max\{\Delta \mathbf{u}_{\min}(k), \mathbf{u}_L - \mathbf{u}(k-1)\} \\ \mathbf{u}_{UB}(k) = \min\{\Delta \mathbf{u}_{\max}(k), \mathbf{u}_U - \mathbf{u}(k-1)\} \end{cases} \quad (8)$$

则在 k 时刻控制量增量范围可表示为

$$\begin{bmatrix} -I \\ I \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(k) \leq \begin{bmatrix} -\mathbf{u}_{LB}(k) \\ \mathbf{u}_{UB}(k) \end{bmatrix} \quad (9)$$

联立式 (7) 和式 (9), 并做如下变换:

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \Delta \mathbf{u}(k) \\ E = 2(\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I) \\ F = -2\hat{\Phi}_c^T(k)(\mathbf{y}^*(k+1) - \bar{\mathbf{y}}(k)) \\ G = \|\mathbf{y}^*(k+1) - \hat{\mathbf{y}}(k)\|^2 \\ M = \begin{bmatrix} -I \\ I \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\gamma} = \begin{bmatrix} -\mathbf{u}_{LB}(k) \\ \mathbf{u}_{UB}(k) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (10)$$

忽略常量 G , 其等价于求解:

$$\begin{cases} J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T E \mathbf{x} + \mathbf{x}^T F \\ M \mathbf{x} \leq \boldsymbol{\gamma} \end{cases} \quad (11)$$

当 \mathbf{x} 取何值时, J 的数值最小. 对于极值问题 (11), 采用比较成熟的 Hildreth 二次编程方法求解^[15].

定义 H, K 矩阵和 $\boldsymbol{\chi}$ 向量如下:

$$\begin{cases} H = ME^{-1}M^T \\ K = \boldsymbol{\gamma} + ME^{-1}F \\ \boldsymbol{\chi} \leq 0 \end{cases} \quad (12)$$

其中, $\boldsymbol{\chi} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 是拉格朗日乘子. 采用如下步骤迭代求改进解:

```

 $\boldsymbol{\chi} \leftarrow 0$ 
 $iter \leftarrow 1$ 
 $iter_{\max} \leftarrow 20$ 
 $\epsilon \leftarrow \epsilon_0$ 
while ( $\|\boldsymbol{\chi}^{iter} - \boldsymbol{\chi}^{iter-1}\| < \epsilon$  or  $iter < iter_{\max}$ )
  {for  $i = 1 : n$ 
     $\omega \leftarrow -\frac{K(i) + \sum_{j=1}^{i-1} H(i, j)\boldsymbol{\chi}(j) + \sum_{j=i+1}^n H(i, j)\boldsymbol{\chi}(j)}{H(i, i)}$ 
     $\boldsymbol{\chi}(i) \leftarrow \max(0, \omega)$ 
     $iter \leftarrow iter + 1$ 
  }
}
\mathbf{x} = -E^{-1}(F + M^T \boldsymbol{\chi}) \quad (13)
```

其中, 迭代次数 $iter_{\max}$ 可变. 从以上的计算过程中可以看出, 该方法基于求解原问题的对偶问题, 通过迭代逼近拉格朗日乘子来得到最终解. 在整个运算过程中没有矩阵求逆运算, 因而计算量小、易于编程实现. 由文献 [15] 可知, 当不等式可行解不为空时, 该算法收敛. 同时易知没有约束式 (9) 时, 式 (7) 的最优解为 $\mathbf{x} = -E^{-1}F$. 结合式 (13) 可知, 增加约束后的最优解相当于在原有的基础上添加了一个修正项, 以满足不等式约束 (9).

2.2 改进控制算法闭环稳定性证明

为了严格分析改进算法的闭环稳定性, 做如下假设:

假设 1. 存在充分大的 λ 使得 $\Phi E^{-1}(F + M^T \boldsymbol{\chi})$ 正定.

如果假设 1 不能满足, 则说明该改进算法无法保证此系统在遇到执行器饱和问题时的闭环稳定性, 需要更复杂的控制算法才能进行有效控制.

基于假设 1 可以证明定理 2.

定理 2. 对于非线性系统 (1), 当 $\Delta \mathbf{u}(k)$ 幅值有界时, 在满足假设 1 条件下, 由辨识方案 (5) 和本文提出的迭代算法具有如下性质: 当 $\mathbf{y}^*(k+1) = \mathbf{y}^* = \text{const}$ 时, 存在一个正数 $\lambda_{\min} > 0$, 使得当 $\lambda \geq \lambda_{\min}$ 时, 有:

1) 系统跟踪误差序列是有界的, 即 $\|\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{y}^*\|$ 有界.

2) 闭环系统是 BIBO (Bounded-input bounded-output) 稳定的, 即输出序列 $\{\mathbf{y}(k)\}$ 和输入序列 $\{\mathbf{u}(k)\}$ 是有界的.

证明.

1) 证明 $\|\tilde{\mathbf{y}}(k)\| = \|\mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}(k)\|$ 有界. 由文献 [15] 中的定理, $\|\Phi_c(k) - \hat{\Phi}_c(k)\|$ 有界, 且 $\Delta \mathbf{u}(k)$ 有界, 不妨设

$$\|\Phi_c(k) - \hat{\Phi}_c(k)\| \|\Delta \mathbf{u}(k)\| \leq b \quad (14)$$

则有

$$\begin{aligned} \|\tilde{\mathbf{y}}(k+1)\| &= \|\mathbf{y}(k+1) - \hat{\mathbf{y}}(k+1)\| = \\ & (1-K)\|\tilde{\mathbf{y}}(k) + \tilde{\Phi}_c(k)\Delta \mathbf{u}(k)\| \leq \\ & (1-K)(\|\tilde{\mathbf{y}}(k)\| + \|\tilde{\Phi}_c(k)\Delta \mathbf{u}(k)\|) \leq \\ & (1-K)\|\tilde{\mathbf{y}}(k)\| + (1-K)b \leq \dots \leq \\ & (1-K)^k \|\tilde{\mathbf{y}}(1)\| + \frac{(1-K)b(1 - (1-K)^k)}{K} \end{aligned} \quad (15)$$

故 $\|\tilde{\mathbf{y}}(k)\|$ 有界, 设为 c , 即 $\|\tilde{\mathbf{y}}(k)\| \leq c$.

2) 证明存在 λ , 使得:

$$I - \Phi_c(k)S(k)(\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}\hat{\Phi}_c^T(k) \quad (16)$$

的特征根的绝对值都小于 1. 其中, $S(k)$ 为一个对角矩阵, $S_i(k)$ 表示矩阵 $S(k)$ 中第 k 个对角元. 另记 $\boldsymbol{\delta}(k)$ 为 m 维列向量, ϵ_0 为某一大于 0 的正数. 且 $S(k)$, $\boldsymbol{\delta}(k)$ 满足

$$\begin{aligned} & \text{for } i = 1 : m \\ & \text{if } (E^{-1}F)_i \leq \epsilon_0 \text{ then} \\ & S_i(k) \leftarrow \frac{(E^{-1}(F + M^T \boldsymbol{\chi}))_i}{\epsilon_0} \\ & \delta_i(k) \leftarrow \frac{(x)_i}{S_i} - (E^{-1}F)_i \\ & \text{else} \\ & S_i(k) \leftarrow \frac{(E^{-1}(F + M^T \boldsymbol{\chi}))_i}{(E^{-1}F)_i} \\ & \delta_i(k) \leftarrow 0 \end{aligned}$$

则易知

$$\mathbf{x} = S(k)E^{-1}F + S(k)\boldsymbol{\delta}(k) \quad (17)$$

用 $\|\cdot\|_2$ 表示矩阵的谱范数, 用 $\rho(\cdot)$ 表示矩阵的谱. 由于 $\Phi_c(k)$, $S(k)$, $\hat{\Phi}_c^T(k)$, $\boldsymbol{\delta}(k)$ 均有界, 则不妨设

$$\begin{aligned} \|\Phi_c(k)\|_2 \|S(k)\|_2 \|\hat{\Phi}_c^T(k)\|_2 &\leq e_1 \\ \|S(k)\|_2 \|\hat{\Phi}_c^T(k)\|_2 &\leq e_2 \\ \|\Phi_c(k)\|_2 \|S(k)\boldsymbol{\delta}(k)\|_2 &\leq e_3 \end{aligned} \quad (18)$$

取 $e_0 = \max\{e_1, e_2\}$, $\lambda_{\min} = e_0 + \rho(\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k))$, 因为 $(\hat{\Phi}_c\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}$ 为对称矩阵, 且当 $\lambda > \lambda_{\min}$ 时有

$$\begin{aligned} \|(\hat{\Phi}_c\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}\|_2 &= \\ \rho((\hat{\Phi}_c\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}) &< \frac{1}{e_0} \end{aligned} \quad (19)$$

则进一步有

$$\begin{aligned} \rho(\Phi_c(k)S(k)(\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}\hat{\Phi}_c^T(k)) &\leq \\ \|\Phi_c(k)\|_2 \|S(k)\|_2 \|(\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}\|_2 &\times \\ \|\hat{\Phi}_c^T(k)\|_2 &< 1 \end{aligned} \quad (20)$$

由假设 1 可知, 当 $\lambda > \lambda_{\min}$ 时, 式 (16) 的特征根的绝对值均小于 1.

3) 证明跟踪误差有界. 由步骤 2 知

$$\rho(I - \Phi_c(k)S(k)(\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}\hat{\Phi}_c^T(k)) < 1 \quad (21)$$

则存在足够小 ϵ 和范数 $\|\cdot\|$, 使得

$$\begin{aligned} \|I - \Phi_c(k)S(k)(\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}\hat{\Phi}_c^T(k)\| &\leq \\ \epsilon + \rho(I - \Phi_c(k)S(k) &\times \\ (\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}\hat{\Phi}_c^T(k)) &< 1 \end{aligned} \quad (22)$$

对任意 k 取

$$\begin{aligned} \|I - \Phi_c(k)S(k)(\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}\hat{\Phi}_c^T(k)\| &< \\ d_1 &< 1 \\ \|\Phi_c(k)S(k)(\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}\hat{\Phi}_c^T(k)\| &< d_2 \end{aligned} \quad (23)$$

则

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}(k+1)\| &= \\ \|\mathbf{y}^*(k+1) - \mathbf{y}(k+1)\| &= \\ \|\mathbf{y}^*(k+1) - \mathbf{y}(k) - \Phi_c(k)S(k) &\times \\ (\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}\hat{\Phi}_c^T(k)(\mathbf{y}^*(k) - \hat{\mathbf{y}}(k)) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \Phi_c(k)S(k)\delta(k) \leq \\ & \|I - \Phi_c(k)S(k)(\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}\hat{\Phi}_c^T(k)\| \times \\ & \|\mathbf{y}^*(k) - \mathbf{y}(k)\| + \|\Phi_c(k)S(k) \times \\ & (\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}\hat{\Phi}_c^T(k)\|\|\tilde{\mathbf{y}}(k)\| + \\ & \|\Phi_c(k)S(k)\delta(k)\| \leq \\ & d_1\|\mathbf{e}(k)\| + d_2c + e_3 \leq \dots \leq \\ & d_1^k\|\mathbf{e}(1)\| + \frac{(d_2c + e_3)(1 - d_1^k)}{1 - d_1} \end{aligned}$$

则 $\|\mathbf{e}(k)\|$ 有界, 设其界为 f_0 , 即 $\|\mathbf{e}(k)\| \leq f_0$.

4) 由 $\mathbf{y}^*(k)$ 有界知 $\mathbf{y}(k)$ 有界. 又因为在求解 \mathbf{x} 的过程中, 加入了控制量位置饱和和限制, 所以 $\|\mathbf{u}\|$ 满足约束条件, 故有界. 进而可知 $\mathbf{u}(k)$ 有界. \square

推论 1. 如果不使用滤波器, 即 $\hat{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{y}(k)$. 且当 $\delta(k) \equiv 0$ 成立时, 定理 2 中的结论可加强为:

1) 系统跟踪误差序列收敛, $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{y}^*\| = 0$;

2) 闭环系统是 BIBO 稳定的, 即输出序列 $\{\mathbf{y}(k)\}$ 和输入序列 $\{\mathbf{u}(k)\}$ 是有界的.

证明.

$$\begin{aligned} & \|\mathbf{e}(k+1)\| \leq \\ & \|\mathbf{y}^*(k+1) - \mathbf{y}(k) - \Phi_c(k)S(k) \times \\ & (\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}\hat{\Phi}_c^T(k)(\mathbf{y}^*(k) - \hat{\mathbf{y}}(k))\| \leq \\ & \|I - \Phi_c(k)S(k)(\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k) + \lambda I)^{-1}\hat{\Phi}_c^T(k)\| \times \\ & \|\mathbf{y}^*(k) - \mathbf{y}(k)\| \leq \\ & d_1\|\mathbf{e}(k)\| \dots \leq d_1^k\|\mathbf{e}(1)\| \end{aligned} \quad (24)$$

故知 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{y}^*\| = 0$, 结论 1) 得证. 结论 2) 的证明类似于定理 2 中结论 2) 的证明. \square

推论 1 中 $\delta(k) \equiv 0$ 的物理含义是在没有式 (9) 约束的前提下, 仅根据式 (7) 计算所得的 $\Delta\mathbf{u}$ 不为零. 在实际系统中, 由于噪声和数值计算误差的存在, 求解式 (7) 所得的数值将很少为零, 所以该假设在实际系统中有一定意义.

3 仿真实验

蒸馏塔被广泛应用于化学工业. 但在蒸馏塔内出现的延迟给控制律设计造成了很大困难. 采用无模型自适应控制可进行有效的跟踪控制^[12]. 在本仿真中, 使用了 Wood/Berry 蒸馏塔模型, 如图 1 所示^[16]. 其中 u_1 代表回流速率 (IB/min), u_2 代表蒸汽流量 (IB/min), y_1 代表上部成份 (mol% methanol), y_2 代表底层成份 (mol% methanol). 选择如下离散系统作为 Wood/Berry 蒸馏塔模型.

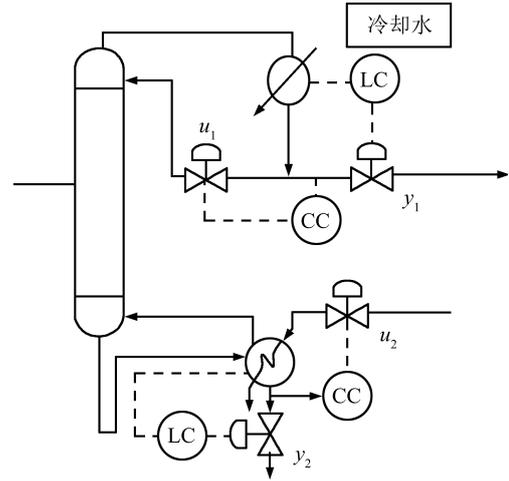


图 1 蒸馏塔模型

Fig. 1 Wood/Berry distillation column

$$\begin{cases} y_1(z) = \frac{0.7665}{z - 0.9419}u_1(z) + \frac{0.9z^{-2}}{z - 0.9535}u_2(z) \\ y_2(z) = \frac{0.6055z^{-6}}{z - 0.9124}u_1(z) + \frac{1.3472z^{-2}}{z - 0.90311}u_2(z) \end{cases}$$

期望输出信号为

$$\begin{aligned} y_1^*(k) &= \begin{cases} 40, & k \leq 1000 \\ 90, & k > 1000 \end{cases} \\ y_2^*(k) &= \begin{cases} 40, & k \leq 1000 \\ 85, & k > 1000 \end{cases} \end{aligned} \quad (25)$$

为了对比在出现执行器饱和时原方法与改进后方法的控制效果, 现描述改进前 $\hat{\Phi}_c(k)$ 的计算方法如下^[12]:

$$\hat{y}_i(k+1) = \hat{y}_i(k) + \Delta\mathbf{u}^T(k)\hat{\phi}_i^T(k) + k_i\tilde{y}_i(k) \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_i^T(k+1) &= \hat{\phi}_i^T(k) + 2\Delta\mathbf{u}(k)(\|\Delta\mathbf{u}(k)\|^2 + \mu_i)^{-1} \times \\ & (\tilde{y}_i(k+1) - F_i\tilde{y}_i(k)) \end{aligned} \quad (27)$$

其中, $\hat{y}_i(k)$ 为第 i 个输出分量的估计值, $\tilde{y}_i(k) = y_i(k) - \hat{y}_i(k)$ 为相应的估计误差. $F_i = 1 - k_i$, k_i 是 K 矩阵对角线上相应的元素. $\hat{\phi}_i^T(k)$ 为 $\hat{\Phi}_c(k)$ 矩阵的第 i 个行向量. 改进前 $\mathbf{u}(k)$ 的计算方法如下^[12]:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k) &= \mathbf{u}(k-1) + \hat{\Phi}_c^T(k) \left[\hat{\Phi}_c(k)\hat{\Phi}_c^T(k) + \alpha \right]^{-1} \times \\ & [\mathbf{y}^*(k+1) - \hat{\mathbf{y}}(k) - K\tilde{\mathbf{y}}(k)], \quad \|\Delta\mathbf{u}(k)\| \leq \delta \end{aligned} \quad (28)$$

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k-1) + \delta \text{sgn}(\Delta\mathbf{u}(k)), \quad \|\Delta\mathbf{u}(k)\| > \delta \quad (29)$$

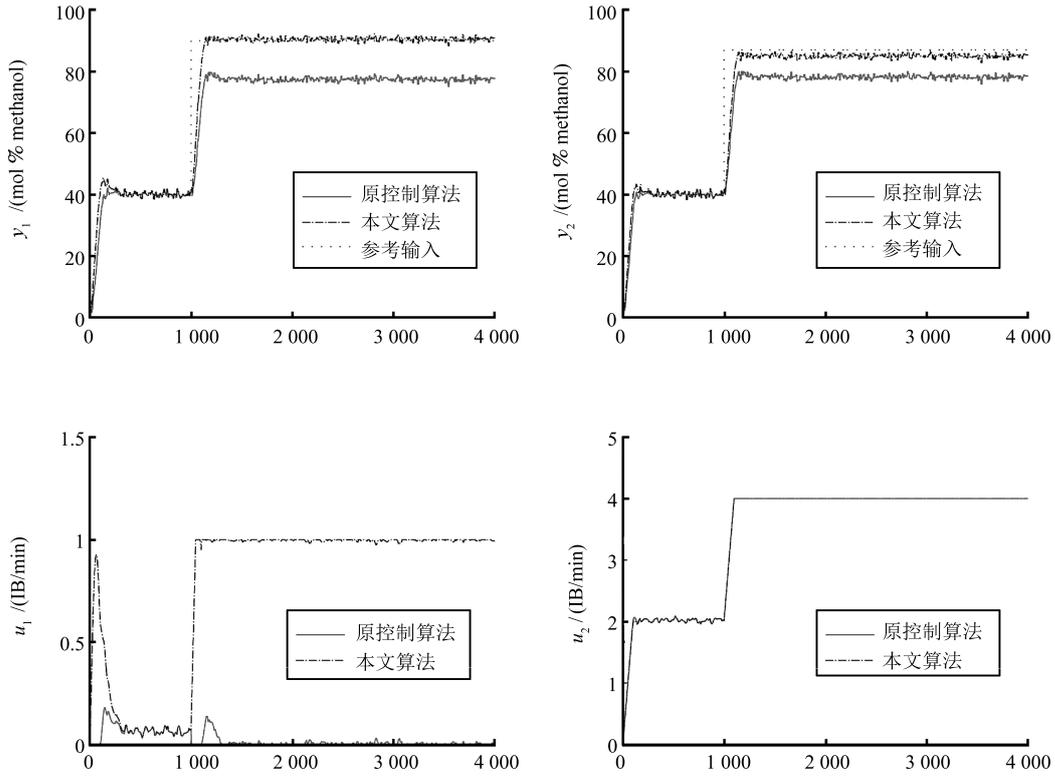


图 2 控制性能对比图

Fig. 2 Control performance comparison charts

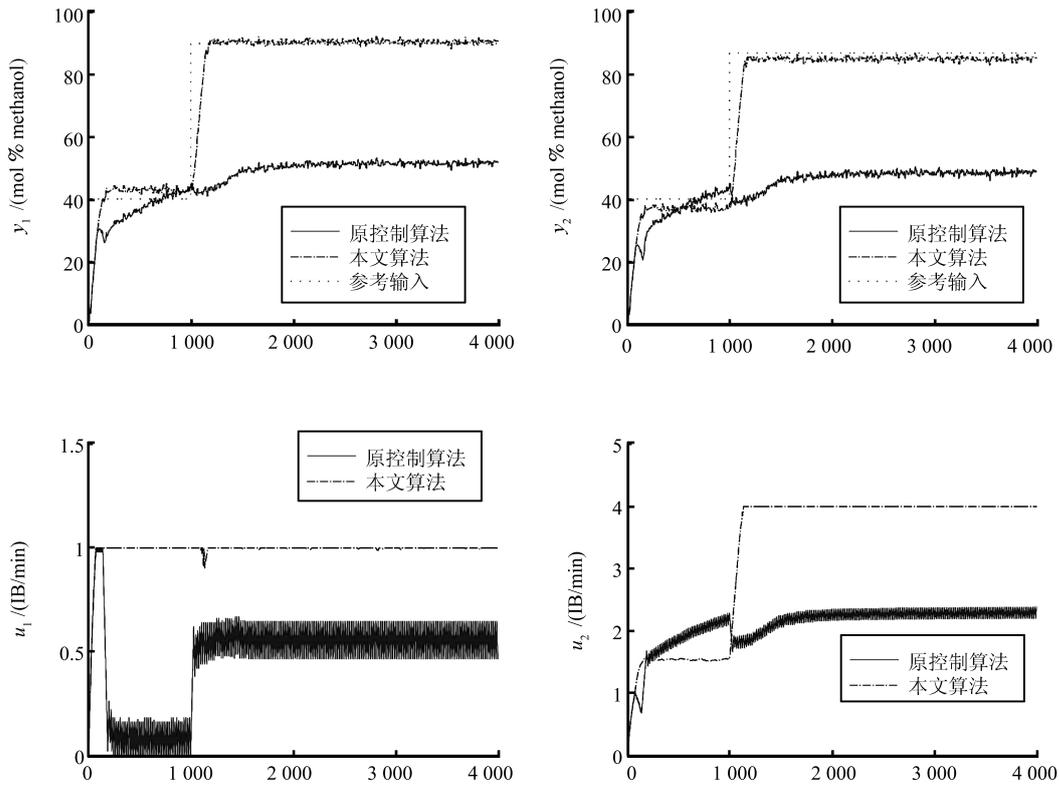


图 3 改变初始参数后控制性能对比图

Fig. 3 After changing the initial parameters, the control performance comparison charts

在本文仿真过程中, $\alpha = \text{diag}\{0.003, 0.0015\}$ 且 $\delta = 0.02$. 改进前与改进后算法共用以下参数并取相同数值: 采样周期为 $T_s = 1\text{ s}$, $K = \text{diag}\{0.9, 0.9\}$, $\mu_1 = \mu_2 = 9$, PJM 参数初始值为 $\hat{\Phi}_c(0) = \begin{bmatrix} 910 & 750 \\ 450 & 520 \end{bmatrix}$.

同时限定被控系统执行器执行能力为

$$\begin{cases} 0 \leq u_1 \leq 1, & -0.02 \leq \Delta u_1 \leq 0.02 \\ 0 \leq u_2 \leq 4, & -0.02 \leq \Delta u_2 \leq 0.02 \end{cases} \quad (30)$$

在此基础上, 分别对改进前后的算法进行仿真可得图 2².

为了对比优化前后控制算法对初始参数的敏感度, 设初始参数 $\hat{\Phi}_c(0) = \begin{bmatrix} 1000 & 1000 \\ 1000 & 1000 \end{bmatrix}$. 再进行仿真后可得图 3. 在没有限制执行能力时, 无模型自适应控制可以较好地跟踪信号^[12]. 但对比图 3 可以发现, 改进前无模型自适应控制在遇到执行器饱和后出现了明显的静差. 这是由于控制器在计算控制输出时并没有考虑执行器的执行能力, 导致两个执行器中有一个饱和, 而另一个却没有发挥应有的控制能力. 进一步分析图 3 可知, 在初始参数有摄动的情况下, 改进前的控制算法出现了剧烈的抖动, 并基本失去了跟踪参考输入的能力. 这是由于在原算法的计算过程中, 没有考虑执行器的实际情况, 间接导致了系统无法校正 PJM 参数的误差, 最终引起系统剧烈抖动并产生了较大的净差. 相比之下, 改进后无模型自适应控制算法充分考虑了执行器的执行能力, 可有效地跟踪参考输入, 显示了算法的有效性.

4 结论

本文针对传统无模型自适应控制算法无法应对执行器饱和的问题, 提出了一种改进无模型自适应控制算法. 并对该算法的闭环稳定性进行了严格证明. 该算法具有实现简单、计算量小的优点. 结合蒸馏塔 Wood/Berry 模型对比了算法改进前后的控制效果. 仿真结果说明, 改进算法相比传统方法具有跟踪能力强和对初始参数依赖弱的优点, 能有效处理执行器饱和问题.

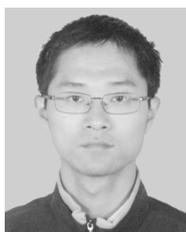
References

- Han Jing-Qing. Control theory, is it a model analysis approach or a direct control approach? *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 1989, **9**(4): 328–335 (韩京清. 控制理论 — 模型论还是控制论. 系统科学与数学, 1989, **9**(4): 328–335)

- Wu H X, Hu J, Xie Y C. Characteristic model-based all-coefficient adaptive control method and its applications. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C*, 2007, **37**(2): 213–221
- Hou Zhong-Sheng. Highlight and perspective on model free adaptive control. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2014, **34**(10): 1182–1191 (侯忠生. 再论无模型自适应控制. 系统科学与数学, 2014, **34**(10): 1182–1191)
- Hou Zhong-Sheng. On model-free adaptive control: the state of the art and perspective. *Control Theory and Applications*, 2006, **23**(4): 586–592 (侯忠生. 无模型自适应控制的现状与展望. 控制理论与应用, 2006, **23**(4): 586–592)
- Hou Zhong-Sheng, Jin Shang-Tai. *Model-free Adaptive Control: Theory and Application*. Beijing Science Press, 2013. 9–11, 46–48, 92–100 (侯忠生, 金尚泰. 无模型自适应控制: 理论与应用. 北京: 科学出版社, 2013. 9–11, 46–48, 92–100)
- Guardabassi G O, Savaresi S M. Virtual reference direct design method: an off-line approach to data-based control system design. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(5): 954–959
- Spall J C. Multivariate stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, **37**(3): 332–341
- Hou Zhong-Sheng. Parameter Identification of Nonlinear System, Adaptive Control and Model-free Adaptive Control [Ph. D. dissertation], Northeastern University, China, 1994. (侯忠生. 非线性系统参数辨识、自适应控制和无模型学习自适应控制 [博士学位论文], 东北大学, 中国, 1994.)
- Hou Z S, Jin S T. A novel data-driven control approach for a class of discrete-time nonlinear systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2011, **19**(6): 1549–1558
- Jin S T, Hou Z S, Chi R H. A novel higher-order model-free adaptive control for a class of discrete-time SISO nonlinear systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2013, **135**(4): 044503
- Hou Z S, Zhu Y M. Controller-dynamic-linearization-based model free adaptive control for discrete-time nonlinear systems. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2013, **9**(4): 2301–2309
- Xu D Z, Jiang B, Shi P. A novel model-free adaptive control design for multivariable industrial processes. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, **61**(11): 6391–6398
- Hu T S, Lin Z L. Control systems with actuator saturation. *Control Engineering*. New York: Birkhäuser Basel, 2001. 1–15

²原控制方法之所以会出现一个控制输入饱和, 而另一个却接近于 0, 是因为进入稳态后, 该控制算法不断地试图通过增加 u_2 来消除误差. 但受执行器饱和的影响, 系统的状态并没有改变, 最终导致了净差的产生.

- 14 Hou Z S, Wang Z. From model-based control to data-driven control: survey, classification and perspective. *Information Sciences*, 2013, **235**: 3–35
- 15 Wang L P. *Model Predictive Control System Design and Implementation Using Matlab*. Berlin: Springer, 2009. 110–114
- 16 Wood R K, Berry M W. Terminal composition control of a binary distillation column. *Chemical Engineering Science*, 1973, **28**(9): 1707–1717



程志强 清华大学计算机科学与技术系博士研究生. 主要研究方向为无模型自适应控制和飞行控制.

E-mail: czq92@foxmail.com

(**CHENG Zhi-Qiang** Ph.D. candidate in the Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University. His research interest covers

model free adaptive control and flight control.)



朱纪洪 清华大学计算机科学与技术系教授. 主要研究方向为飞行控制与导航, 鲁棒控制和非线性控制. 本文通信作者.

E-mail: jhzhu@tsinghua.edu.cn

(**ZHU Ji-Hong** Professor in the Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University. His research interest covers flight control and navigation, robust control, and nonlinear control. Corresponding author of this paper.)



袁夏明 清华大学博士后. 2015 年在清华大学计算机科学与技术系获得博士学位. 主要研究方向为飞行控制, 非线性控制, 信息融合.

E-mail: summersbright@126.com

(**YUAN Xia-Ming** Postdoctoral at Tsinghua University. He received his Ph.D. degree in the Department of

Computer Science and Technology, Tsinghua University in 2015. His research interest covers flight control, nonlinear control, and information fusion.)