

线性/非线性自抗扰切换控制方法研究

李杰¹ 齐晓慧¹ 夏元清² 高志强³

摘要 非线性自抗扰控制 (Nonlinear active disturbance rejection control, NLADRC) 较线性自抗扰控制 (Linear active disturbance rejection control, LADRC) 具有跟踪精度高、抗干扰能力强等优点,但在参数整定、稳定性分析以及控制性能分析等方面有一定的困难,阻碍了非线性自抗扰控制在实际中的应用,而线性自抗扰控制成为工程应用的首选. 本文提出一种线性/非线性自抗扰控制切换控制方法,该方法既综合了线性/非线性自抗扰控制的优点,又解决了非线性自抗扰控制在参数整定、稳定性分析等方面的困难:首先,分析线性/非线性自抗扰控制各自优缺点,并给出了一种切换控制策略;其次,提出一种基于优化进行查表或利用拟合公式的参数整定方法;再次,提出基于劳斯判据和鲁棒波波夫判据的稳定性分析方法. 通过仿真验证了该切换方法在跟踪精度、抗干扰能力等方面具有一定优势. 该切换控制方法将有助于更好地发挥非线性机制在要求实现高精度、高抗扰能力场合的独特优势,有望在工程实际中获得应用.

关键词 自抗扰控制, 切换控制, 参数整定, 稳定性分析, 性能分析

引用格式 李杰, 齐晓慧, 夏元清, 高志强. 线性/非线性自抗扰切换控制方法研究. 自动化学报, 2016, 42(2): 202–212

DOI 10.16383/j.aas.2016.c150338

On Linear/Nonlinear Active Disturbance Rejection Switching Control

LI Jie¹ QI Xiao-Hui¹ XIA Yuan-Qing² GAO Zhi-Qiang³

Abstract Nonlinear active disturbance rejection control (NLADRC) is superior to linear active disturbance rejection control (LADRC) in tracking precision, anti-disturbance ability, and so on. However, there are difficulties in parameter tuning, stability analysis, performance analysis, etc, which inhibits its application. Therefore, LADRC is more popular in engineering applications. This paper presents a linear/nonlinear active disturbance rejection switching control method, which has both of the advantages of LADRC and NLADRC, and solves the problems of parameter tuning, stability analysis, etc. Firstly, the characteristics of LADRC and NLADRC are presented, and then a switching strategy is proposed. Secondly, a simple practical parameter tuning method is provided. Thirdly, the stability is analyzed through Routh criterion and Popov criterion. Simulations show that the switching control method is superior to both LADRC and NLADRC in tracking precision and anti-disturbance. The proposed method fully demonstrates the advantages of nonlinear functions in occasions when high tracking precision and strong anti-disturbance ability are needed, and is hopefully to be adopted in practical application.

Key words Active disturbance rejection control, switching control, parameter tuning, stability analysis, performance analysis

Citation Li Jie, Qi Xiao-Hui, Xia Yuan-Qing, Gao Zhi-Qiang. On linear/nonlinear active disturbance rejection switching control. *Acta Automatica Sinica*, 2016, 42(2): 202–212

收稿日期 2015-06-02 录用日期 2015-10-09

Manuscript received June 2, 2015; accepted October 9, 2015
国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (2012CB720000), 国家自然科学基金 (61225015, 61321002), 飞行器海上测量与控制联合实验室开放基金项目 (FOM2015OF011) 资助

Supported by National Basic Research Program of China (973 Program) (2012CB720000), National Natural Science Foundation of China (61225015, 61321002), and the Open Funding Program of Joint Laboratory of Flight Vehicle Ocean-based Measurement and Control (FOM2015OF011)

本文责任编辑 季海波

Recommended by Associate Editor JI Hai-Bo

1. 机械工程学院无人机工程系 石家庄 050003 中国 2. 北京理工大学自动化学院 北京 100081 中国 3. 克里夫兰州立大学电机与计算机工程系 克里夫兰市 44115 美国

1. Department of Unmanned Aerial Vehicle Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China 2. School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China 3. Department of Electrical and Computer Engineering, Cleveland State University, Cleveland 44115, USA

中国科学院韩京清研究员认识到基于数学模型的现代控制理论给出的控制策略在实际控制工程中难以得到有效应用,以思考“控制理论—模型论还是控制论”^[1]为起点,在反思经典控制理论优点的基础上,毅然走上了一条探索新型实用控制技术的道路. 在先后发明非线性跟踪微分器^[2]、非线性 PID (Proportion integration differentiation)^[3]以及扩张状态观测器^[4]的基础上,于 1998 年正式提出自抗扰控制器^[5]. 这一成果的诞生,打破了控制理论与控制工程之间延续了半个多世纪而未能得到很好解决的脱节现象,有望取代目前在工业界占据统治地位的 PID 控制技术.

韩京清研究员倡导使用非线性函数来提高控制性能,因此,最初的自抗扰控制一般采用非线性状态误差反馈控制律和非线性扩张状态观测器. 但非

线性函数的引入, 使得自抗扰控制在参数整定、稳定性分析及性能分析上变得困难, 这不利于自抗扰控制技术的推广和应用. 鉴于此, 高志强教授提出线性化、带宽化的线性自抗扰控制器 (Linear active disturbance rejection control, LADRC)^[6], 不仅参数整定简单、具有物理含义, 而且稳定性分析、控制性能分析都能借助于成熟的经典/现代控制理论, 极大地推动了自抗扰控制技术的理论研究与工程应用. 目前, 线性自抗扰控制的理论研究成果远超过非线性自抗扰控制, 且成为工程应用的首选.

自抗扰控制精髓在于通过扩张状态观测器进行总扰动的估计和补偿, 引入非线性机制的目的是进一步提升控制性能. 因此, 线性自抗扰控制已能满足多数场合的实际需要, 但如果要追求更高的控制精度、更强的抗扰能力, 非线性自抗扰控制是一种有效选择. 为进一步降低非线性自抗扰控制门槛, 更好地发挥非线性机制的优越性, 本文提出一种线性/非线性自抗扰切换控制方法. 首先, 分析了线性/非线性自抗扰控制各自的特点, 在此基础上提出一种切换控制策略; 其次, 针对非线性自抗扰控制参数众多的问题, 提出了便捷的整定方法; 再次, 给出了较为简易的切换系统的稳定性分析方法, 巧妙地解决了非线性自抗扰控制稳定性分析的难题; 最后, 通过仿真验证了该切换方法在跟踪精度、抗扰能力等方面具有一定的优势.

1 线性/非线性自抗扰切换控制方法

自抗扰控制器包括跟踪微分器、扩张状态观测器以及状态误差反馈控制律三部分. 由于跟踪微分器 (Tracking differentiator, TD) 是一个相对独立的结构, 且并不是线性/非线性自抗扰控制的区别, 因此, 不再赘述.

扩张状态观测器 (Extended state observer, ESO) 如式 (1) 所示.

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01} \varphi_1(e) \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02} \varphi_2(e) \\ \vdots \\ \dot{z}_n = z_{n+1} - \beta_{0n} \varphi_n(e) + bu \\ \dot{z}_{n+1} = -\beta_{0(n+1)} \varphi_{n+1}(e) \end{cases} \quad (1)$$

若 $\varphi_i(e)$ ($i = 1, 2, \dots, n+1$) 取非线性函数, 称之为非线性扩张状态观测器 (Nonlinear extended state observer, NLESO). 一种常见的非线性函数形式为

$$\varphi_i(e) = \text{fal}(e, \alpha_i, \delta) = \begin{cases} \frac{e}{\delta^{1-\alpha_i}}, & |e| \leq \delta \\ |e|^{\alpha_i} \text{sgn}(e), & |e| > \delta \end{cases} \quad (2)$$

其中, α_i, δ 是两个待定常数: 当 $\alpha_i < 1$ 时, 该函数具有“大误差, 小增益; 小误差, 大增益”的特性; δ 表示线性区间, 目的是避免零点附近高增益引起颤振. $\varphi_i(e)$ ($i = 1, 2, \dots, n+1$) 也可以简单取为 $\varphi_i(e) = e$ ($i = 1, 2, \dots, n+1$), 称之为线性扩张状态观测器 (Linear extended state observer, LESO).

经过理论分析和大量仿真研究, LESO、NLESO 各自的特点总结如下:

1) LESO 参数整定方便, 理论分析简单, 且扰动跟踪性能几乎不随扰动幅度发生变化^[7]; 因此, LESO 在实际应用中很受欢迎;

2) NLESO 的参数整定较复杂, 理论分析较为困难, 但本文将提出简便的参数整定方法和稳定性分析方法. 根据所提参数整定方法整定的 NLESO, 能够保证在和 LESO 有同等噪声放大效应的前提下, 具有参数效率较高、跟踪精度较高、响应速度较快等优点; NLESO 的缺点是其跟踪性能和扰动幅度有关, 由于受噪声的限制使得增益参数不能取得太大, 因此, 对大幅度的扰动估计能力有限.

鉴于 LESO、NLESO 各自的特点, 一种自然的想法是, 当扰动幅度较大时, 采用 LESO; 幅度较小时切换成 NLESO, 这样就能发挥 LESO、NLESO 各自的优点. 因此, 引入如下 LESO/NLESO 切换策略.

当系统运行时间 $t < T$ (T 一般与过渡过程的时间一致) 或者总扰动 $|z_{n+1}(t)| > M$ (M 取值涉及到参数整定, 将在后面加以阐述) 或者扩张状态观测器跟踪偏差 $|e| > 1$ (取 $|e| > 1$ 和函数 $\text{fal}(e, \alpha_i, \delta)$ 特性有关, 将在后面加以阐述) 三者之一成立时, 切换为式 (3) 所示的线性扩张状态观测器:

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta'_{01} e \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta'_{02} e \\ \vdots \\ \dot{z}_n = z_{n+1} - \beta'_{0n} e + bu \\ \dot{z}_{n+1} = -\beta'_{0(n+1)} e \end{cases} \quad (3)$$

反之, 如果上述三个条件均不满足, 则切换为式 (4) 所示的非线性扩张状态观测器:

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01} \text{fal}(e, \alpha_1, \delta) \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02} \text{fal}(e, \alpha_2, \delta) \\ \vdots \\ \dot{z}_n = z_{n+1} - \beta_{0n} \text{fal}(e, \alpha_n, \delta) + bu \\ \dot{z}_{n+1} = -\beta_{0(n+1)} \text{fal}(e, \alpha_{n+1}, \delta) \end{cases} \quad (4)$$

设给定输入信号及其各阶导数为 v_i ($i =$

1, 2, \dots, n). 取

$$u = \frac{-z_3 + u_0}{b} \quad (5)$$

其中, u_0 为反馈控制律, 可分为非线性、线性控制律两类, 常用形式如下:

非线性控制律:

$$u_0 = \sum_{i=1}^n k_i \text{fal}(v_i - z_i, \alpha'_i, \delta) \quad (6)$$

线性控制律:

$$u_0 = \sum_{i=1}^n k_i (v_i - z_i) \quad (7)$$

当 $\alpha'_i < 1$ 时, 即为非光滑反馈, 其效率远比光滑反馈好, 误差衰减快, 抗干扰能力强. 但在实际应用中, 参数整定相对复杂, 稳定性分析也较为困难, 且小信号时容易引起控制量颤振, 所以, 仍然以使用线性控制律居多. 为发挥非线性控制律优势, 引入如下线性/非线性控制律切换策略.

当系统运行时间 $t < T$ 或者扩张状态观测器跟踪偏差 $|e| > 1$ 或者 $|v_i - z_i| > 1$ 三者之一成立时, 切换为式 (8) 所示的线性控制律:

$$u_0 = \sum_{i=1}^n k'_i (v_i - z_i) \quad (8)$$

反之, 如果上述三个条件均不满足, 则切换为式 (9) 所示的非线性控制律:

$$u_0 = \sum_{i=1}^n k_i \text{fal}(v_i - z_i, \alpha'_i, \delta) \quad (9)$$

前两个条件继承了 LESO/NLESO 的切换条件, $|v_i - z_i| > 1$ 同样和函数 $\text{fal}(v_i - z_i, \alpha'_i, \delta)$ 特性有关, 既为了保证稳定性, 也是为了提高控制性能.

该切换控制器总体思想是: 在控制初始阶段, 利用线性自抗扰控制器大致跟踪参考输入, 然后切换为非线性自抗扰控制器 (Nonlinear active disturbance rejection control, NLADRC), 以提高跟踪精度及抗扰能力; 当扰动较大, 或者输出状态估计误差较大, 或者输入信号及其各阶微分信号偏离相应的扩张状态观测器输出状态估计较远时, 为保证系统稳定性及控制性能, 应切换为线性自抗扰控制器; 当然, 如果被控对象工作条件并不苛刻, 可以单独采用非线性自抗扰控制器.

理论上, 该切换控制器兼具线性/非线性自抗扰控制器的优点, 但要真正工程实际应用, 还需要便捷的参数整定及稳定性分析方法.

2 参数整定

该切换控制器中线性自抗扰控制器的参数整定可通过“带宽法”^[6] 或者其改进型^[8-9] 轻松得到解决, 难点依然在于非线性自抗扰控制器的参数整定. 目前, 在非线性自抗扰控制器参数整定方面已有大量的工作.

非线性自抗扰控制器参数整定方法主要可分为经验法、人工智能法以及其他方法. “经验法”中最著名的是韩京清研究员提出的基于采用步长的幂次形式表示的经验公式以及参数与斐波纳奇数列的关系^[7], 为参数整定提供了方便和参考. 这两种方法都相对简单, 且基于一定的性能指标仿真优化获得, 并通过大量仿真得到的经验总结. 但在工程实际中控制器参数必须综合考虑带宽、噪声、扰动幅值以及采用步长等因素而进行折中, 因此, 基于理想情况 (不考虑噪声) 得到的参数在实际应用仍受一定的限制. 基于人工智能等的参数优化方法占据了半壁江山, 诸如基于神经网络的动态参数整定^[10]、基于免疫双态微粒群的参数整定^[11]、基于混沌粒子群优化的参数整定^[12]、基于结合连续动作强化学习器架构的参数自学习算法^[13] 等. 这些优化方法虽然理论上能保证不错的效果, 但实践起来比较繁琐, 且较少考虑带宽、噪声以及采用步长等限制, 不具有一般性, 不易为工程实际所接受. 此外, 还有基于时间尺度的参数整定方法^[7, 14] 等.

下面揭示非线性自抗扰控制器参数的内在规律, 并结合“带宽法”提出一种适用于工程调试的参数整定方法.

令

$$\text{fal}(e, \alpha_i, \delta) = \frac{\text{fal}(e, \alpha_i, \delta)}{e} e = \lambda_{0i}(e) e \quad (10)$$

代入 NLESO, 即式 (4)

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - (\beta_{01} \lambda_{01}(e))e \\ \dot{z}_2 = z_3 - (\beta_{02} \lambda_{02}(e))e \\ \vdots \\ \dot{z}_n = z_{n+1} - (\beta_{0n} \lambda_{0n}(e))e + bu \\ \dot{z}_{n+1} = -(\beta_{0(n+1)} \lambda_{0(n+1)}(e))e \end{cases} \quad (11)$$

类似地, 令

$$\begin{cases} e_i = v_i - z_i \\ \text{fal}(e_i, \alpha'_i, \delta) = \frac{\text{fal}(e_i, \alpha'_i, \delta)}{e_i} e_i = \lambda_i(e_i) e_i \end{cases} \quad (12)$$

代入非线性控制律 (6), 得:

$$u_0 = \sum_{i=1}^n k_i \lambda_i(e_i) e_i \quad (13)$$

其中, $\lambda_{0i}(e)$ 、 $\lambda_i(e_i)$ 或简写为 λ_{0i} 、 λ_i .

下面考察 $\lambda_{0i}(e)$ 函数的特点 ($\lambda_i(e_i)$ 类似). 取特例 $\alpha_i = 0.25$, $\delta = 0.05$, $\lambda_{0i}(e)$ 函数特性曲线如图 1 所示. 由图 1 可知, $\lambda_{0i}(e)$ 函数在线性区间 δ 内是一常值, 即 $(\lambda_{0i})_{\max} = \delta^{\alpha_i - 1}$; 当误差 e 大于 δ , 随着误差 e 增大而减小, 即“大误差, 小增益; 小误差, 大增益”. 对于切换控制方法, 当 $|e| > 1$ 时, $|\lambda_{0i}| < 1$, 增益较小, 故以 $|e| > 1$ 作为切换条件是合适的. 根据式 (11) 和 (13), 可认为非线性自抗扰控制是一个变参数的线性自抗扰控制. 后文可以看到复杂的非线性 ESO 稳定性以及切换系统的稳定性证明, 都可以借助这一转换为简单地解决.

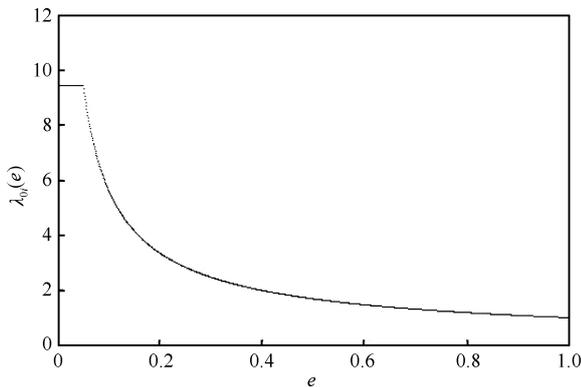


图 1 $\lambda_{0i}(e)$ 函数特性曲线

Fig. 1 Characteristic curve of the function $\lambda_{0i}(e)$

在经典控制理论中, 我们知道增大系统开环增益能够减小稳态误差. 非线性扩张状态观测器及非线性控制律的参数效率高和非线性 $\lambda_{0i}(e)$ 、 $\lambda_i(e_i)$ 函数具有“小误差, 大增益”的特性是密切相关的. 根据式 (11) 和 (13), 可以理解为线性自抗扰控制器参数为 $\beta_{0i} \lambda_{0i}(e)$ 、 $k_i \lambda_i(e_i)$. 因此, 结合线性自抗扰控制器“带宽法”, 提出如下参数整定原则:

1) 整定线性自抗扰控制参数. 综合考虑采样步长、噪声等, 分别整定观测器及控制器带宽, 记为 ω_o 、 ω_c , 相应地, 参数记为 β'_{0i} 、 k'_i ;

2) 非线性自抗扰控制器参数选取的基本原则: $\beta_{0i} (\lambda_{0i})_{\min} < \beta'_{0i} < \beta_{0i} (\lambda_{0i})_{\max}$, $k_i (\lambda_i)_{\min} < k'_i < k_i (\lambda_i)_{\max}$. 该原则既是考虑到系统性能, 同时也出于保证系统稳定需要.

3) 整定扩张状态观测器参数. 根据图 1, 线性区间 δ 不宜取过大, 过大非线性增益的优势就丢掉了; 但也不能过小, 过小容易造成系统不稳定; 一般取 $0.01 < \delta < 0.1$, $\delta = 0.01$ 是比较适宜的. 幂次一般满足 $\alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_{n+1}$, 通常取经验

值 $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 0.5$, $\alpha_3 = 0.25$, $\alpha_4 = 0.125$. 事实上三阶以上 ESO 用的较少, 高阶对象可通过多个 ESO 串联或者根据相对阶概念利用降阶自抗扰控制器进行控制. 因此, 剩下的需要整定的关键参数 β_{0i} ($i = 1, 2, \dots, n+1$). 在切换控制中, 对于扰动幅值较大的情况, 采用 LESO 来估计和补偿; 而 NLESO 只用来估计较小的、幅度已知 (人为设置) 的扰动, 因此, 采样步长、噪声等才是参数设置时需要考虑的关键因素. 借鉴韩京清研究员基于仿真优化的思路得到一些常用的参数优化值. 基于粒子群优化算法, 得到典型三阶 ESO 参数 ($\delta = 0.01$) 如表 1 所示, 并拟合得到经验公式. 由此可见, 非线性扩张状态观测器的参数设置通过查表或利用经验公式就可以很好地解决. 可以根据需要进一步完善该参数表.

表 1 参数优化表

Table 1 Parameter optimization

h	噪声	M	β_{01}	β_{02}	β_{03}
0.001	0.0075~0.015	30	60	240	980
0.001	0.0025~0.0075	60	90	550	3320
0.001	0.001~0.0025	120	150	1460	15280
0.005	0.0075~0.015	10	45	130	418
0.005	0.0025~0.0075	30	90	540	3350
0.005	0.001~0.0025	60	120	1000	8000
0.01	0.0075~0.015	5	30	60	125
0.01	0.0025~0.0075	10	45	140	410
0.01	0.001~0.0025	20	60	250	980

通过拟合, 上述参数表大致满足如下公式:

$$\beta_{01} = 3\omega_o, \quad \beta_{02} = 3\frac{\omega_o^2}{5}, \quad \beta_{03} = \frac{\omega_o^3}{9}$$

采样步长越大, NLESO 能跟踪的扰动幅值越小; 另外, 适当增大 β_{03} , 虽然优化性能指标会更好, 但易造成总扰动估计值的超调和振荡, 并进一步造成控制量的振荡, 因此, 取 $\beta_{03} = \omega_o^3/9$ 比较合适.

4) 非线性控制律参数整定. 尽管幂次 α' 取得越小, 误差衰减速度越快, 抗干扰能力越强, 但过小的幂次 α' 会导致控制量的高频颤振, 对于实际执行机构往往带来不良影响. 对于二阶非线性控制律, 取 $\alpha'_1 = 0.75$, $\alpha'_2 = 1.5$, 误差衰减速度和控制量都是比较令人满意的. 对于 k_i , 仍可按照“带宽法”设定, 即 $k_i = k'_i$. 也可以在附近略加调整.

综上所述, 该方法综合了“带宽法”及“经验法”的优势, 便于兼顾考虑采用步长、噪声等影响; 非线性自抗扰控制器的参数通过查表或利用拟合公式就能解决, 无需考虑扰动幅度过大导致跟踪性能、控制

性能变差的问题. 这样, 非线性自抗扰控制器的参数整定问题得到了简单、有效的解决.

3 稳定性分析

稳定是控制系统正常工作的前提, 也是控制系统分析和设计的基本问题. 对于 LESO 及 LADRC, 其稳定性分析较为简单, 无论是时域还是频域都取得了较多的成果, 而非线性扩张状态观测器及非线性自抗扰控制系统的稳定性分析一直是个难点.

文献 [15–16] 利用描述函数法研究了 ESO 含有单个及两个非线性环节的自抗扰控制系统频域稳定性, 但由于考虑非线性个数有限, 图形变换较为复杂以及描述函数法固有的局限性, 很难推广到一般非线性自抗扰系统中. 文献 [17–18] 基于李雅普诺夫稳定性定理研究了单输入单输出和多输入多输出自抗扰控制系统的时域稳定性, 提出了稳定性的一些充分条件, 但由于过多的限制条件、较为复杂的推导过程, 处理一般的自抗扰控制系统有一定的难度.

总体来说, 非线性自抗扰控制系统的稳定性分析还需要更为直接、简便的分析方法. 下面针对该切换控制器, 提出较为简单、便于工程实际应用的稳定性分析方法.

3.1 LESO/NLESO 的稳定性分析

以常用三阶切换扩张状态观测器为例, 提供一种简易的稳定性分析方法. 典型三阶非线性扩张状态观测器如式 (14) 所示:

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}e \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02}\text{fal}(e, \alpha_2, \delta) + bu \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03}\text{fal}(e, \alpha_3, \delta) \end{cases} \quad (14)$$

令

$$\text{fal}(e, \alpha_2, \delta) = \frac{\text{fal}(e, \alpha_2, \delta)}{e}e = \lambda_{02}(e)e \quad (15)$$

$$\text{fal}(e, \alpha_3, \delta) = \frac{\text{fal}(e, \alpha_3, \delta)}{e}e = \lambda_{03}(e)e \quad (16)$$

则

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}e \\ \dot{z}_2 = z_3 - (\beta_{02} \lambda_{02}(e))e + bu \\ \dot{z}_3 = -(\beta_{03} \lambda_{03}(e))e \end{cases} \quad (17)$$

对于式 (17) 所示非线性扩张状态观测器, 完全可以理解成变增益线性扩张观测器, 其传递函数模

型为

$$z_1 = \frac{\beta_{01}s^2 + \lambda_{02}\beta_{02}s + \lambda_{03}\beta_{03}}{s^3 + \beta_{01}s^2 + \lambda_{02}\beta_{02}s + \lambda_{03}\beta_{03}}y + \frac{s}{s^3 + \beta_{01}s^2 + \lambda_{02}\beta_{02}s + \lambda_{03}\beta_{03}}bu \quad (18)$$

$$z_2 = \frac{(\lambda_{02}\beta_{02}s + \lambda_{03}\beta_{03})s}{s^3 + \beta_{01}s^2 + \lambda_{02}\beta_{02}s + \lambda_{03}\beta_{03}}y + \frac{(s + \beta_{01})s}{s^3 + \beta_{01}s^2 + \lambda_{02}\beta_{02}s + \lambda_{03}\beta_{03}}bu \quad (19)$$

$$z_3 = \frac{\lambda_{02}\beta_{03}s^2y - \lambda_{03}\beta_{03}bu}{s^3 + \beta_{01}s^2 + \lambda_{02}\beta_{02}s + \lambda_{03}\beta_{03}} - \frac{\lambda_{03}\beta_{03}}{s^3 + \beta_{01}s^2 + \lambda_{02}\beta_{02}s + \lambda_{03}\beta_{03}}f(s) \quad (20)$$

对于方程 (17) 所示 ESO, 增益 $\beta_{0i} \lambda_{0i}(e)$ 是随 e 进行变化的, 当 e 变化范围已知时 (本文切换 ESO 条件下, $|e| < 1$), 该增益摄动范围是确定的. 我们知道, 根轨迹法并不限定参数摄动的形式, 而只需知道参数摄动的范围, 因此, 完全可以用摄动范围等同于 $\beta_{0i} \lambda_{0i}(e)$, 且与 e 无关的时变增益代替 $\beta_{0i} \lambda_{0i}(e)$, 那么方程 (17) 所示 ESO 就可以理解为线性变增益 ESO, 也就可以用传递函数形式和根轨迹法来分析.

显然, 根据劳斯判据, 该扩张状态观测器稳定的充要条件是

$$\lambda_{02}\beta_{01}\beta_{02} > \lambda_{03}\beta_{03} \quad (21)$$

由于 $\lambda_{02}(e)$ 、 $\lambda_{03}(e)$ 均是跟踪误差 e 的函数, 要判定式 (21) 是否成立是很简单的. 如果 $\alpha_2 = \alpha_3$, 则 $\lambda_{02} = \lambda_{03}$, 那么只需满足:

$$\beta_{01}\beta_{02} > \beta_{03} \quad (22)$$

进一步, 对于切换扩张状态观测器, 只要线性扩张状态观测器的参数 β'_{02} 、 β'_{03} ($\beta_{01} = \beta'_{01}$) 满足如下条件:

$$\beta_{02}(\lambda_{02})_{\min} < \beta'_{02} < \beta_{02}(\lambda_{02})_{\max} \quad (23)$$

$$\beta_{03}(\lambda_{03})_{\min} < \beta'_{03} < \beta_{03}(\lambda_{03})_{\max} \quad (24)$$

即可判定该切换扩张状态观测器是稳定的. 可以这么理解, 根据式 (18)~(20), 对于稳定性的 NLESO, 其传递函数模型的三个极点分别在左半平面的某一区间 Ω_1 、 Ω_2 、 Ω_3 内变化, 当切换到 LESO 时 (即当系统运行时间 $\text{time}(t) < T$ 或者总扰动 $|z_{n+1}(t)| > M$ 或者扩张状态观测器跟踪偏差 $|e| > 1$ 三者之一成立时), 由于条件 (23) 和 (24) 的存在, 必然使得 LESO 的三个极点在左半平面且分别位于区间 Ω_1 、 Ω_2 、 Ω_3 内, 相当于 NLESO

若干组变化极点的一组, 因此, 当 NLESO 切换到 LESO 时, 该切换扩张状态观测器是稳定的; 反之, 当 LESO 切换到 NLESO 时, 即当系统运行时间 $\text{time}(t) > T$ 、总扰动 $|z_{n+1}(t)| < M$ 以及扩张状态观测器跟踪偏差 $|e| < 1$ 三者同时成立时, 式 (21) 能够保证该 NLESO 是稳定的 (式 (21) 表明, 决定 NLESO 是否稳定的关键因素是 $\lambda_{0i}(e)$, 也就是跟踪偏差 e). 综上所述, 该切换扩张状态观测器必然也是稳定的. 可见, 该方法能够较简单地分析 NLESO 稳定性以及 LESO/NLESO 稳定性.

高阶 NLESO 及 LESO/NLESO 稳定性以此类推, 不过随着变量的增加, 复杂程度也越来越高. 前面提到, 三阶 ESO 已能基本满足现实需要.

3.2 LADRC/NLADRC 切换系统的稳定性分析

3.2.1 劳斯判据法

以如式 (25) 二阶线性定常被控对象为例, 基于劳斯判据给出 LADRC/NLADRC 切换控制系统的稳定性分析.

$$\ddot{y} = -a_1 \dot{y} - a_2 y + bu \quad (25)$$

类似 LESO/NLESO 的稳定性分析过程, 导出非线性自抗扰控制系统 (变增益线性自抗扰控制系统) 的闭环传递函数如下:

$$\phi(s) = \frac{B_0 s^4 + B_1 s^3 + B_2 s^2 + B_3 s + B_4}{A_0 s^5 + A_1 s^4 + A_2 s^3 + A_3 s^2 + A_4 s + A_5} \quad (26)$$

各系数见附录 A1. 由于存在多个变系数, 经典代数判据应用起来比较困难. 不过在一些较为特殊情况下 (关键在于控制变量-非线性环节-个数), 例如, 含有单非线性环节的自抗扰快速刀具伺服系统^[15] 就可以通过上述方法进行分析, 而无需使用近似方法-描述函数法, 且处理过程更为简便.

针对上述局限性, 提出一种较为简单、通用的稳定性分析方法.

3.2.2 基于鲁棒波波夫判据的稳定性分析

1) 系统转换

考虑如下线性定常被控对象

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = a_n x_1 + a_{n-1} x_2 + \cdots + a_1 x_n + bu \\ y = x_1 \end{cases} \quad (27)$$

假设 1. 给定输入信号及其各阶导数 v_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 均为零.

令 $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, $\mathbf{Z} = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T$, 将方程 (5) 和 (13) 代入方程 (27), 可得:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = A_{11} \mathbf{X} + A_{12} \mathbf{Z} + A_{13} z_{n+1} \\ y = x_1 \end{cases} \quad (28)$$

其中

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ a_n & a_{n-1} & \cdots & a_2 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -\lambda_1 k_1 & -\lambda_2 k_2 & \cdots & -\lambda_n k_n \end{bmatrix}$$

$$A_{13} = [0, 0, \dots, 0, -1]^T \in \mathbf{R}^n$$

取 $\varphi_{\max}(e) = \max_{\varphi_i(e)} \{\delta^{\alpha_i-1} (i = 1, \dots, n+1)\}$, 表示取当 δ^{α_i-1} 取最大值时对应的 $\varphi_i(e)$ ($i = 1, \dots, n+1$), 将扩张状态观测器做如下变形:

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01} \frac{\varphi_1(e)}{\varphi_{\max}(e)} \varphi_{\max}(e) \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02} \frac{\varphi_2(e)}{\varphi_{\max}(e)} \varphi_{\max}(e) \\ \vdots \\ \dot{z}_n = z_{n+1} - \beta_{0n} \frac{\varphi_n(e)}{\varphi_{\max}(e)} \varphi_{\max}(e) + bu \\ \dot{z}_{n+1} = -\beta_{0(n+1)} \frac{\varphi_{n+1}(e)}{\varphi_{\max}(e)} \varphi_{\max}(e) \end{cases} \quad (29)$$

令

$$\tilde{\lambda}_{0i} = \frac{\varphi_i(e)}{\varphi_{\max}(e)}, \quad i = 1, 2, \dots, n+1 \quad (30)$$

则

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01} \tilde{\lambda}_{01} \varphi_{\max}(e) \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02} \tilde{\lambda}_{02} \varphi_{\max}(e) \\ \vdots \\ \dot{z}_n = z_{n+1} - \beta_{0n} \tilde{\lambda}_{0n} \varphi_{\max}(e) + bu \\ \dot{z}_{n+1} = -\beta_{0(n+1)} \tilde{\lambda}_{0(n+1)} \varphi_{\max}(e) \end{cases} \quad (31)$$

将方程 (5) 和 (13) 代入方程 (31), 可得:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{Z}} = A_{21} \mathbf{Z} + A_{22} \tilde{u} \\ \dot{z}_{n+1} = \beta_{0(n+1)} \tilde{\lambda}_{0(n+1)} \tilde{u} \\ \tilde{u} = -\varphi_{\max}(e) \end{cases} \quad (32)$$

其中

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -\lambda_1 k_1 & -\lambda_2 k_2 & \cdots & -\lambda_{n-1} k_{n-1} & -\lambda_n k_n \end{bmatrix}$$

$$A_{22} = [\tilde{\lambda}_{01} \beta_{01}, \tilde{\lambda}_{02} \beta_{02}, \cdots, \tilde{\lambda}_{0n} \beta_{0n}]^T$$

综合式 (28) 和 (32), 可得:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = A_{11} \mathbf{X} + A_{12} \mathbf{Z} + A_{13} z_{n+1} \\ \dot{\mathbf{Z}} = A_{21} \mathbf{Z} + A_{22} \tilde{u} \\ \dot{z}_{n+1} = \beta_{0(n+1)} \tilde{\lambda}_{0(n+1)} \tilde{u} \\ e = c_1^T \mathbf{X} + c_2^T \mathbf{Z} \\ \tilde{u} = -\varphi_{\max}(e) \end{cases} \quad (33)$$

其中, $c_1 = [-1, 0, \cdots, 0]^T \in \mathbf{R}^n$, $c_2 = [1, 0, \cdots, 0]^T \in \mathbf{R}^n$.

令 $\mathbf{Y} = A_{11} \mathbf{X} + A_{13} z_{n+1}$, $e = \sigma$, 可得:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{Y}} = A_{11} \mathbf{Y} + A_{11} A_{12} \mathbf{Z} + A_{13} \beta_{0(n+1)} \tilde{\lambda}_{0(n+1)} \tilde{u} \\ \dot{\mathbf{Z}} = A_{21} \mathbf{Z} + A_{22} \tilde{u} \\ \sigma = c_1^T A_{11}^{-1} \mathbf{Y} + c_2^T \mathbf{Z} - c_1^T A_{11}^{-1} A_{13} z_{n+1} \\ \tilde{u} = -\varphi_{\max}(\sigma) \end{cases} \quad (34)$$

将式 (34) 进一步表示为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = A \tilde{\mathbf{x}} + b \tilde{u} \\ \dot{\xi} = \tilde{u} \\ \sigma = c^T \tilde{\mathbf{x}} + \rho \xi \\ \tilde{u} = -\varphi_{\max}(\sigma) \end{cases} \quad (35)$$

其中, $\tilde{\mathbf{x}} = [\mathbf{Y} \ \mathbf{Z}]^T$, $A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{11} A_{12} \\ 0 & A_{21} \end{bmatrix}$,

$b = \begin{bmatrix} A_{13} \beta_{n+1} \\ A_{22} \end{bmatrix}$, $c = [c_1^T \ A_{11}^{-1} \ c_2^T]$, $\rho = -c_1^T A_{11}^{-1} A_{13} \beta_{n+1} = -\frac{\tilde{\beta}_{0(n+1)} \beta_{n+1}}{\alpha_n}$.

式 (35) 即为间接鲁里叶系统的一般形式, 其结构框图如图 2 所示.

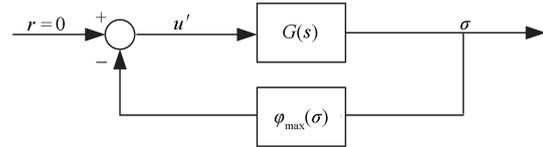


图 2 鲁里叶系统

Fig. 2 Lurie system

图 2 中

$$G(s) = c^T (sI - A)^{-1} b + \frac{\rho}{s} \quad (36)$$

由于 $G(s)$ 是变量 $\tilde{\lambda}_{0i}$ ($i = 1, 2, \cdots, n + 1$)、 λ_i ($i = 1, 2, \cdots, n$) 的函数, 故不能直接利用波波夫判据, 进而考虑鲁棒波波夫判据.

2) 鲁棒波波夫判据

首先, 定义如下区间传递函数

$$G_I = \left\{ G(s) : G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}, N(s) \in N_I, D(s) \in D_I \right\} \quad (37)$$

其中

$$N_I = \left\{ N(s) : N(s) = \sum_{i=0}^m b_i s^i, b_i \in [\underline{b}_i, \bar{b}_i], i = 0, \cdots, m \right\}$$

$$D_I = \left\{ D(s) : D(s) = s^n + \sum_{i=0}^{n-1} c_i s^i, c_i \in [\underline{c}_i, \bar{c}_i], i = 0, \cdots, n-1 \right\}$$

进而定义如下顶点多项式

$$N_K = \{N_1(s), N_2(s), N_3(s), N_4(s)\} \quad (38)$$

其中

$$N_1(s) = \bar{b}_0 + \bar{b}_1 s + \underline{b}_2 s^2 + \underline{b}_3 s^3 + \bar{b}_4 s^4 + \bar{b}_5 s^5 + \cdots$$

$$N_2(s) = \bar{b}_0 + \underline{b}_1 s + \underline{b}_2 s^2 + \bar{b}_3 s^3 + \bar{b}_4 s^4 + \underline{b}_5 s^5 + \cdots$$

$$N_3(s) = \underline{b}_0 + \underline{b}_1 s + \bar{b}_2 s^2 + \bar{b}_3 s^3 + \underline{b}_4 s^4 + \underline{b}_5 s^5 + \cdots$$

$$N_4(s) = \underline{b}_0 + \bar{b}_1 s + \bar{b}_2 s^2 + \underline{b}_3 s^3 + \underline{b}_4 s^4 + \bar{b}_5 s^5 + \cdots$$

类似地, 可定义顶点多项式 D_K . 进一步定义如下传递函数:

$$G_K = \left\{ G(s) : G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}, N(s) \in N_K, D(s) \in D_K \right\} \quad (39)$$

可知, G_K 包括 16 个传递函数. 给出如下稳定性判定定理.

定理 1. 对于 $G(s) \in G_I$, 式 (36) 所示鲁里叶系统绝对稳定的, 当 $G(s) \in G_K$ 时, 存在一正实数 θ 均满足波波夫稳定性条件.

证明. 参见文献 [19], 略. □

3) 实例

对于一般情况, 即采用非线性控制律及非线性扩张状态观测器, 可通过上述鲁棒波波夫判据进行稳定性判定. 如果只采用了非线性扩张状态观测器, 下面通过实例给出一种更为简便的稳定性分析思路.

取形如式 (25) 被控对象, 其中 $a_1 = 50$, $a_2 = 30$, $b = 10$. 采用线性控制律和非线性扩张状态观测器的参数设定为: $\omega_o = 20$, $\omega_c = 20$, $\beta_{01} = 3\omega_o$, $\beta_{02} = 3\omega_o^2/5$, $\beta_{03} = \omega_o^3/9$, $k_1 = \omega_c^2$, $k_2 = 2\omega_c$. 只要式 (23) 和 (24) 成立, 并且保证非线性自抗扰控制器构成的控制系统是稳定的, 那么就能保证整个切换控制系统是稳定的. 下面分析由非线性自抗扰控制构成的控制系统的稳定性.

根据式 (35) 及 (36) 得到如下表达式:

$$G(s) = \frac{\tilde{B}_0 s^4 + \tilde{B}_1 s^3 + \tilde{B}_2 s^2 + \tilde{B}_3 s + \tilde{B}_4}{\tilde{A}_0 s^5 + \tilde{A}_1 s^4 + \tilde{A}_2 s^3 + \tilde{A}_3 s^2 + \tilde{A}_4 s + \tilde{A}_5} \quad (40)$$

$G(s)$ 分子、分母各项系数参见附录 A2. 当采用线性控制律时, 相当于 $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$. 由于变量 $\tilde{\lambda}_{0i} = \varphi_i(e)/\varphi_{\max}(e)$ ($i = 1, 2, \dots, n+1$) 都是误差 e 的函数, 其值由 e 唯一确定, 因此, $G(s)$ 的分子、分母系数关于 e 是连续的, 进而其波波夫曲线关于 e 也是连续的. 故可在 $e \in [\delta, 1]$ 通过采样画一组波波夫曲线, 只要该组曲线满足波波夫稳定性条件, 该系统绝对稳定. 如图 3 所示, 该组波波夫曲线均满足波波夫判据, 故该系统是稳定的.

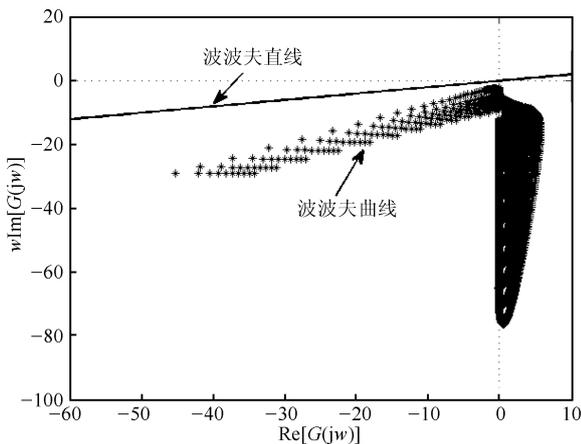


图3 基于鲁棒波波夫判据的稳定性分析

Fig. 3 Stability analysis based on robust Popov criterion

4 控制性能分析

线性自抗扰控制的控制性能分析相对简单, 无论是时域还是频域都取得了较多的成果; 非线性自抗扰控制系统控制品质分析主要还是通过时域仿真进行分析, 而通过工程师熟悉的频域法研究控制性

能的还很少. 文献 [20] 通过频扫信号首次研究了非线性自抗扰控制器的频域抗干扰性能; 文献 [15] 通过描述函数分析了含有单个非线性环节的非线性自抗扰控制系统在跟踪精度、抗干扰能力方面具有一定的优势.

限于篇幅, 本文仅通过算例仿真来验证本文切换方法的时域控制性能, 下一步进行更严格的频域性能分析及在工程实验中进行验证.

4.1 抗扰能力分析

为了更突出反应各控制器的抗扰能力, 考虑如下积分串联型被控对象

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \\ y = x_1 + 0.01 n_0(t) \end{cases} \quad (41)$$

系统输出被一定强度的白噪声所污染, 其中 $n_0(t)$ 为 ± 1 之间均匀分布的白噪声.

采样步长 $h = 0.001$. 线性自抗扰控制器带宽设定为 $\omega_o = 20$, $\omega_c = 20$. 相应地非线性自抗扰控制器参数取为 $\beta_{01} = 3\omega_o$, $\beta_{02} = 3\omega_o^2/5$, $\beta_{03} = \omega_o^3/9$. 此处不用 TD, 过渡时间取 $T = 1$ s, 切换幅值取 $M = 25$. 当 $t \in [5, 6]$, 取幅值 $M' = 20$ 的方波扰动, 对比线性自抗扰控制、非线性自抗扰控制以及线性/非线性自抗扰切换控制 (Linear/nonlinear active disturbance rejection switching control, SADRC) 抗扰能力, 跟踪误差变化曲线如图 4 所示. 由图 4 可知, 小扰动下 ($M' = 20$), 切换控制和非线性自抗扰控制抗扰能力要优于线性自抗扰控制; 非线性自抗扰控制与切换控制基本相同, 只在初始阶段有些差异.

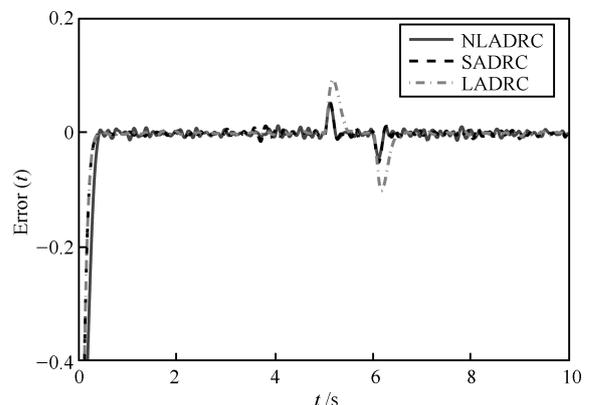


图4 小扰动 ($M = 20$) 下跟踪误差

Fig. 4 Tracking error under $M = 20$

保持参数不变, 当 $t \in [5, 6]$, 取幅值 $M' = 200$ 的方波扰动, 跟踪误差曲线如图 5 所示. 由图 5 可知, 大扰动下 ($M' = 200$), 线性自抗扰控制和切换控制要优于非线性自抗扰控制; 线性自抗扰控制与切

换控制基本相同. 综上可知, 切换控制抗扰能力整体上要优于线性和非线性自抗扰控制.

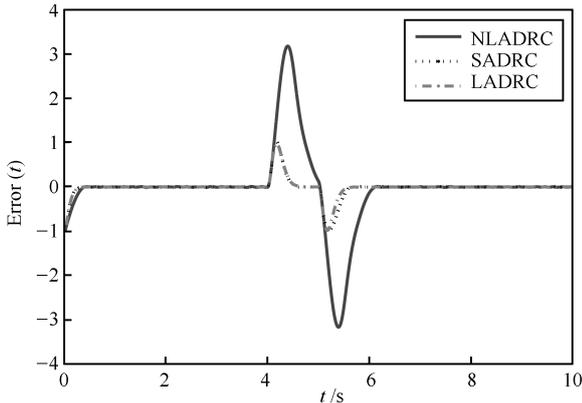


图 5 大扰动 ($M' = 200$) 下跟踪误差
Fig. 5 Tracking error under $M' = 200$

4.2 跟踪精度分析

为更清晰地反应各控制器跟踪精度, 考虑被控对象

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = 20 \sin(\omega t) + 15 \operatorname{sgn}(\sin(\omega t)) + u \\ y = x_1 + 0.01 n_0(t) \end{cases} \quad (42)$$

控制器参数设定和抗扰能力分析中参数保持一致. 对比线性自抗扰控制、非线性自抗扰控制以及切换控制跟踪精度, 跟踪误差变化曲线如图 6 所示. 由图 6 可知, 非线性自抗扰控制和切换控制的跟踪精度要优于线性自抗扰控制, 在初始阶段切换控制和线性自抗扰控制跟踪精度基本相同.

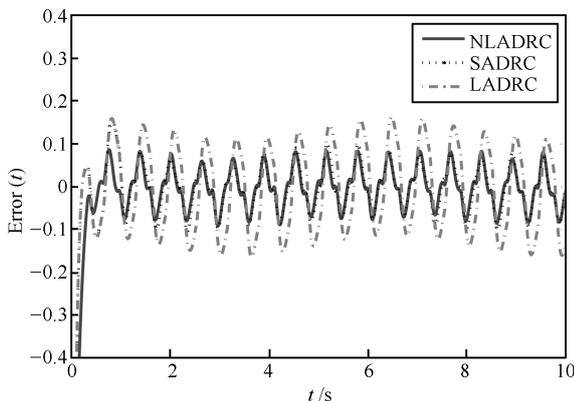


图 6 跟踪精度分析
Fig. 6 Tracking precision

通常控制量的分析是常常被忽略的问题. 但在工程实践中, 如果控制量大幅度高频颤振, 对于执行机构会带来不利的影响. 为避免控制量高频颤振, 非线性反馈控制律幂次不宜过小. 图 7 是三种控制算法的控制量, 由此可见, 在考虑噪声的情况下, 三种控制量基本相当, 对噪声具有基本相同的放大效应.

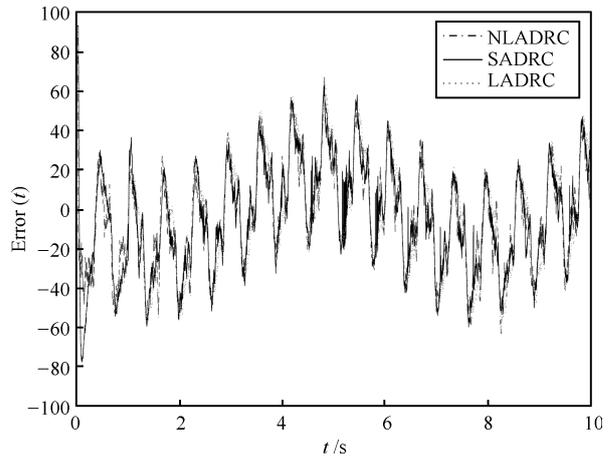


图 7 控制量分析
Fig. 7 Control input

综上所述, 整体上切换控制的抗干扰性能要优于线性和非线性自抗扰控制; 跟踪精度和非线性自抗扰控制基本相同, 优于线性自抗扰控制; 在有噪声的情况下, 切换控制的控制量并没有大幅度高频颤振, 和线性自抗扰控制基本相当; 最为重要的是本文给出的切换方法, 包括参数整定及稳定性分析, 使得非线性自抗扰控制的应用变得更为简单.

上述通过时域仿真分析验证切换控制器的性能, 其频域性能还需要进一步深入研究. 由于当较大扰动时, 切换控制器中线性自抗扰控制器处于工作状态, 是否可以借鉴线性自抗扰控制估计系统的相位裕度和幅值裕度是值得探究的有意思的问题.

5 结论

为了进一步降低非线性自抗扰控制门槛, 更好地发挥非线性机制的优越性, 本文提出一种线性/非线性自抗扰切换控制方法. 该切换控制方法兼具线性和非线性自抗扰控制的优点, 且提出了较为便捷的参数整定及稳定性分析方法, 在跟踪精度、抗扰能力等方面具有一定的优势. 该方法有望在要求实现高精度、高抗扰能力场合中获得应用. 下一步将进行更为详尽的性能分析, 尤其是频域性能分析, 以及对噪声的抑制能力, 并进一步在工程实验中加以检验.

附录 A1 传递函数 $\phi(s)$ 的分子、分母系数

$$\begin{aligned} A_0 &= 1, A_1 = a_1 + \lambda_2 k_2 + \tilde{\lambda}_{01} \beta_1 \\ A_2 &= a_2 + \tilde{\lambda}_{01} \beta_1 \lambda_2 k_2 + \lambda_1 k_1 + \tilde{\lambda}_{02} \beta_2 + \tilde{\lambda}_{01} \beta_1 a_1 + \lambda_2 k_2 a_1 \\ A_3 &= \tilde{\lambda}_{01} \beta_{01} a_2 + \lambda_2 k_2 a_2 + \tilde{\lambda}_{01} \beta_{01} \lambda_2 k_2 a_1 + \lambda_1 k_1 a_1 + \\ &\quad \tilde{\lambda}_{02} \beta_{02} a_1 + \lambda_1 k_1 \tilde{\lambda}_{01} \beta_{01} + \lambda_2 k_2 \tilde{\lambda}_{02} \beta_{02} + \tilde{\lambda}_{03} \beta_{03} \\ A_4 &= a_2 (\lambda_2 k_2 \tilde{\lambda}_{01} \beta_{01} + \lambda_1 k_1 + \tilde{\lambda}_{02} \beta_{02}) + \\ &\quad (\lambda_1 k_1 \tilde{\lambda}_{02} \beta_{02} + \lambda_2 k_2 \tilde{\lambda}_{03} \beta_{03}) \\ A_5 &= \lambda_1 k_1 \tilde{\lambda}_{03} \beta_{03} \\ B_0 &= \lambda_2 k_2, B_1 = \lambda_2 k_2 \tilde{\lambda}_{01} \beta_{01} + \lambda_1 k_1 \end{aligned}$$

$$B_2 = \lambda_2 k_2 \tilde{\lambda}_{02} \beta_{02} + \lambda_1 k_1 \tilde{\lambda}_{01} \beta_{01}$$

$$B_3 = \lambda_2 k_2 \tilde{\lambda}_{03} \beta_{03} + \lambda_1 k_1 \tilde{\lambda}_{02} \beta_{02}$$

$$B_4 = \lambda_1 k_1 \tilde{\lambda}_{03} \beta_{03}$$

附录 A2 传递函数 $G(s)$ 的分子、分母系数

$$\tilde{A}_0 = 1, \tilde{A}_1 = \lambda_2 k_2 - a_1, \tilde{A}_2 = \lambda_1 k_1 - a_2 - a_1 \lambda_2 k_2$$

$$\tilde{A}_3 = -a_1 \lambda_1 k_1 - a_2 \lambda_2 k_2, \tilde{A}_4 = -a_2 \lambda_1 k_1, \tilde{A}_5 = 0$$

$$\tilde{B}_0 = \tilde{\lambda}_{01} \beta_{01}, \tilde{B}_1 = \tilde{\lambda}_{02} \beta_{02} - a_1 \tilde{\lambda}_{01} \beta_{01} + \tilde{\lambda}_{01} \beta_{01} \lambda_2 k_2$$

$$\tilde{B}_2 = \tilde{\lambda}_{03} \beta_{03} - a_1 \tilde{\lambda}_{02} \beta_{02} - a_2 \tilde{\lambda}_{01} \beta_{01} + \tilde{\lambda}_{01} \beta_{01} \lambda_1 k_1 +$$

$$\tilde{\lambda}_{02} \beta_{02} \lambda_2 k_2 - a_1 \tilde{\lambda}_{01} \beta_{01} \lambda_2 k_2$$

$$\tilde{B}_3 = \tilde{\lambda}_{03} \beta_{03} \lambda_2 k_2 - a_2 \tilde{\lambda}_{02} \beta_{02} + \tilde{\lambda}_{02} \beta_{02} \lambda_1 k_1 - a_2 \tilde{\lambda}_{01} \beta_{01} \lambda_2 k_2$$

$$\tilde{B}_4 = \tilde{\lambda}_{03} \beta_{03} \lambda_1 k_1$$

References

- Han Jing-Qing. Control theory, is it a model analysis approach or a direct control approach? *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 1989, **9**(4): 328–335 (韩京清. 控制理论 — 模型论还是控制论. *系统科学与数学*, 1989, **9**(4): 328–335)
- Han Jing-Qing, Wang Wei. Nonlinear tracking-differentiator. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 1994, **14**(2): 177–183 (韩京清, 王伟. 非线性跟踪—微分器. *系统科学与数学*, 1994, **14**(2): 177–183)
- Han Jing-Qing. Nonlinear PID controller. *Acta Automatica Sinica*, 1994, **20**(4): 487–490 (韩京清. 非线性 PID 控制器. *自动化学报*, 1994, **20**(4): 487–490)
- Han Jing-Qing. The “extended state observer” of a class of uncertain systems. *Control and Decision*, 1995, **10**(1): 85–88 (韩京清. 一类不确定对象的扩张状态观测器. *控制与决策*, 1995, **10**(1): 85–88)
- Han Jing-Qing. Auto-disturbance-rejection controller and its applications. *Control and Decision*, 1998, **13**(1): 19–23 (韩京清. 自抗扰控制器及其应用. *控制与决策*, 1998, **13**(1): 19–23)
- Gao Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning. In: *Proceedings of the 2003 American Control Conference*. Denver, Colorado, USA: IEEE, 2003. 4989–4996
- Han Jing-Qing. *Active Disturbance Rejection Control Technique—the Technique for Estimating and Compensating the Uncertainties*. Beijing: National Defense Industry Press, 2008. 183–287 (韩京清. 自抗扰控制技术 — 估计补偿不确定因素的控制技术. 北京: 国防工业出版社, 2008. 183–287)
- Chen Xing. Active Disturbance Rejection Controller Tuning and Its Applications to Thermal Processes [Master dissertation], Tsinghua University, China, 2008. (陈星. 自抗扰控制器参数整定方法及其在热工过程中的应用 [硕士学位论文], 清华大学, 中国, 2008.)
- Wang Hai-Qiang, Huang Hai. Property and applications of extended state observer. *Control and Decision*, 2013, **28**(7): 1078–1082 (王海强, 黄海. 扩张状态观测器的性能与应用. *控制与决策*, 2013, **28**(7): 1078–1082)
- Qi Xiao-Hui, Li Jie, Han Shuai-Tao. Adaptive active disturbance rejection control and its simulation based on BP neural network. *Acta Armamentarii*, 2013, **34**(6): 776–782 (齐晓慧, 李杰, 韩帅涛. 基于 BP 神经网络的自适应自抗扰控制及仿真. *兵工学报*, 2013, **34**(6): 776–782)
- Liu Zhao-Hua, Zhang Ying-Jie, Zhang Jing, Wu Jian-Hui. Active disturbance rejection control of a chaotic system based on immune binary-state particle swarm optimization algorithm. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(1): 791–799 (刘朝华, 张英杰, 章兢, 吴建辉. 基于免疫双态微粒群的混沌系统自抗扰控制. *物理学报*, 2011, **60**(1): 791–799)
- Liu Fu-Cai, Jia Ya-Fei, Ren Li-Na. Anti-synchronizing different chaotic systems using active disturbance rejection controller based on the chaos particle swarm optimization algorithm. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(12): 120509 (刘福才, 贾亚飞, 任丽娜. 基于混沌粒子群优化算法的异结构混沌反同步自抗扰控制. *物理学报*, 2013, **62**(12): 120509)
- Wu Lei, Bao Hong, Du Jing-Li, Wang Cong-Si. A learning algorithm for parameters of automatic disturbances rejection controller. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(3): 556–560 (武雷, 保宏, 杜敬利, 王从思. 一种自抗扰控制器参数的学习算法. *自动化学报*, 2014, **40**(3): 556–560)
- Li Shu-Qing, Zhang Sheng-Xiu, Liu Yi-Nan, Zhou Shuai-Wei. Parameter-tuning in active disturbance rejection controller using time scale. *Control Theory & Application*, 2012, **29**(1): 125–129 (李述清, 张胜修, 刘毅男, 周帅伟. 根据系统时间尺度整定自抗扰控制器参数. *控制理论与应用*, 2012, **29**(1): 125–129)
- Wu D, Chen K. Frequency-domain analysis of nonlinear active disturbance rejection control via the describing function method. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, **60**(9): 3906–3914
- Wu D, Chen K. Limit cycle analysis of active disturbance rejection control system with two nonlinearities. *ISA transactions*, 2014, **53**(4): 947–954
- Guo B Z, Zhao Z L. On convergence of nonlinear active disturbance rejection for SISO systems. In: *Proceeding of the 24th Chinese Control and Decision Conference*. Taiyuan, China: IEEE, 2012. 3507–3512
- Guo B Z, Zhao Z L. On convergence of the nonlinear active disturbance rejection control for MIMO systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2013, **51**(2): 1727–1757
- Dahleh M, Tesi A, Vicino A. On the robust Popov criterion for interval Lur’e system. *IEEE transactions on automatic control*, 1993, **38**(9): 1400–1405

- 20 Gao Z Q, Hu S H, Jiang F. A novel motion control design approach based on active disturbance rejection. In: Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control. Orlando, FL: IEEE, 2001. 4877–4882



李 杰 军械工程学院无人机工程系博士研究生. 主要研究方向为自抗扰控制理论及应用.

E-mail: lijienewlife1234@163.com

(**LI Jie** Ph.D. candidate in the Department of Unmanned Aerial Vehicle Engineering, Ordnance Engineering College. His research interest covers

theory and application of active disturbance rejection control.)



齐晓慧 军械工程学院无人机工程系教授. 主要研究方向为无人机飞行控制理论及应用. E-mail: qi-xh@163.com

(**QI Xiao-Hui** Professor in the Department of Unmanned Aerial Vehicle Engineering, Ordnance Engineering College. Her research interest covers flight control theory and application for

unmanned aerial vehicle.)



夏元清 北京理工大学自动化学院教授. 主要研究方向为网络化控制系统, 鲁棒控制, 信号处理, 自抗扰控制, 飞行器控制和空地一体化协同控制. 本文通信作者. E-mail: xia_yuanqing@bit.edu.cn

(**XIA Yuan-Qing** Professor in the Department of Automatic Control, Beijing Institute of Technology. His research

interest covers networked control systems, robust control and signal processing, active disturbance rejection control, flight control and cooperative control. Corresponding author of this paper.)



高志强 美国俄亥俄州克利夫兰州立大学电机与计算机工程系副教授. 主要研究方向为工程控制论的根基与实践, 特别是自抗扰控制的理念、论证和工程化.

E-mail: z.gao@ieee.org

(**GAO Zhi-Qiang** Associate professor at the Center for Advanced Control Technologies, Cleveland State University, USA. His research interest covers basic principles and

the industry practice of engineering cybernetics, particularly its more recent development in active disturbance rejection control.)