

## 基于箱式粒子滤波的群目标跟踪算法

李振兴<sup>1</sup> 刘进忙<sup>1</sup> 李松<sup>1</sup> 白东颖<sup>1</sup> 倪鹏<sup>1</sup>

**摘要** 在现有群目标跟踪方法中, 粒子滤波 (Particle filter, PF) 算法常被用来解决点量测的非线性滤波问题. 而当量测数据受到测量偏差或未知分布边界误差的影响时, 传感器获得的点量测需要转换成区间量测, 此时原有 PF 算法不能直接适用. 因此, 本文提出基于广义似然 (Generalized likelihood, GL) 函数加权的 PF 算法. 该算法在原有 PF 算法的基础上, 利用广义似然函数的积分解来计算区间量测下的粒子权重. 为了降低算法的运算量问题, 又提出基于箱式粒子滤波 (Box particle filter, Box-PF) 的群跟踪算法. 首先, 在目标状态空间内抽样矩形区域的箱式粒子. 然后采用区间分析和约束传播方法, 利用区间量测压缩后的粒子与预测粒子的容积比来计算粒子权重. 最后, 在群目标状态估计结果和群演化网络模型的基础上估计群结构. 仿真实验结果表明, 与 GL-PF 算法相比, Box-PF 算法具有更高的运算效率, 并能降低估计结果中的峰值误差.

**关键词** 群目标, 跟踪, 箱式粒子滤波, 广义似然函数, 演化网络模型, 区间分析, 峰值误差

**引用格式** 李振兴, 刘进忙, 李松, 白东颖, 倪鹏. 基于箱式粒子滤波的群目标跟踪算法. 自动化学报, 2015, 41(4): 785–798

**DOI** 10.16383/j.aas.2015.c140222

### Group Targets Tracking Algorithm Based on Box Particle Filter

LI Zhen-Xing<sup>1</sup> LIU Jin-Mang<sup>1</sup> LI Song<sup>1</sup> BAI Dong-Ying<sup>1</sup> NI Peng<sup>1</sup>

**Abstract** Particle filter (PF) algorithm is often used to solve the nonlinear filtering problem for point measurements in the existing group targets tracking algorithms. However, the traditional PF algorithm cannot be directly applied to the case where the point measurements should be converted to interval measurements when the measurements are affected by biases or bounds errors of unknown distributions. Therefore, this work presents an improved PF algorithm based on the generalized likelihood (GL) weighting method. The GL-PF algorithm uses the definite integral solution of generalized likelihood function to calculate the weighting of particles under interval measurements. For the sake of reducing computational burden, this work presents another group tracking algorithm based on box particle filter (Box-PF). Firstly, the rectangular box particles are sampled in the target state space. Then, the ratio between the contracted and the predicted box particle volumes is used to calculate the weighting of particles based on the interval analysis and constraints propagation method. Lastly, the group structure is estimated based on the estimation results of group target state and the evolving network model. Computer simulations show that compared with the GL-PF algorithm, the Box-PF algorithm can achieve a greater computational efficiency and reduce the peak error of the estimation results.

**Key words** Group targets, tracking, box particle filter (Box-PF), generalized likelihood (GL) function, evolving network model, interval analysis, peak error

**Citation** Li Zhen-Xing, Liu Jin-Mang, Li Song, Bai Dong-Ying, Ni Peng. Group targets tracking algorithm based on box particle filter. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(4): 785–798

在地面或海面目标侦察、多目标编队、机器人定位和视频监控等许多跟踪场景内, 跟踪对象通常由一些具有协调或相似的运动方式的目标组成, 并

且展现出一种群的运动特征, 此时人们将此类跟踪问题归纳成群目标跟踪问题<sup>[1]</sup>. 尽管群内的个体目标可以在一定范围内展现出独立的运动方式, 但是由于群目标是作为一个整体来运动, 因此群内目标既需要保持运动同步, 还必须避免彼此发生碰撞. 此外, 群目标具有多种特殊的运动形式, 如群的分裂或合并等. 因此, 在跟踪方法上, 群跟踪方法不同于传统的多目标跟踪方法. 传统的多目标跟踪算法主要采用跟踪个体目标的方法, 而群跟踪算法还需要对群目标运动特性进行分析和建模, 从而来获得更好的跟踪效果.

针对群目标运动特性的建模问题, Mahler<sup>[2]</sup> 认为群目标运动模型在描述个体目标的出现和消失时, 不仅要考虑个体目标的运动状态, 还需要考虑

收稿日期 2014-04-03 录用日期 2014-10-27  
Manuscript received April 3, 2014; accepted October 27, 2014  
国家自然科学基金青年基金 (61102109), 航空科学基金项目 (20120196003), 空军工程大学防空反导学院“研究生科技创新基金”项目 (HX1112) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of Youth Fund of China (61102109), Aviation Science Foundation Project (20120196003), and Postgraduate Scientific Innovation Foundation Project of Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University (HX1112)  
本文责任编辑 贾云得  
Recommended by Associate Editor JIA Yun-De  
1. 空军工程大学防空反导学院 西安 710051  
1. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051

该目标与周围目标间协同运动的程度, 基于此观点他提出了首领跟随模型. 文献 [3] 针对鸟群的运动特点, 提出了一种粒子模型. 文献 [4] 认为群内目标既要维持在群质心周围, 也要相互之间保持一定距离. 因此, 它提出利用斥力模型来描述群内目标之间的相互作用, 并利用随机微分方程建立了群的连续时间运动模型和群结构的转换模型. 针对群目标的状态估计问题, 文献 [4] 采用了马尔科夫链蒙特卡罗 (Markov chain Monte Carlo, MCMC) 粒子滤波算法进行处理. 文献 [5] 将高斯混合概率假设密度 (Gaussian mixture probability hypothesis density, GM-PHD) 滤波方法应用于线性条件下的群目标跟踪问题. 文献 [6] 提出利用群质心状态和扩展状态来描述群整体状态, 并推导出严格的 Bayesian 递推方法. 文献 [7] 针对群目标中的部分可分辨情况提出了基于序贯蒙特卡罗概率假设密度 (Sequential Monte Carlo PHD, SMC-PHD) 滤波方法, 并取得了较好的跟踪效果. 通过分析上述文献可知, 现有文献主要着眼于群模型的建立以及相关跟踪算法的推导, 对群结构的动态演化方面还研究得较少. 基于此问题, 文献 [8] 提出一种利用网络图形的形式来描述群结构, 将群内目标与周围其他目标联系起来, 从而更加准确地刻画出群的内在关系. 它采用了粒子滤波算法来处理群内目标状态估计中的非线性滤波问题, 取得了较好的效果.

需要指出的是, 文献 [8] 处理的量测数据是通过分布式侦察系统侦收的点数据, 即利用预知概率密度函数的加性噪声来描述量测的不确定性. 但是文献 [9] 指出, 分布式侦察系统可能经常工作于未知的同步偏差或系统延迟的条件下, 此时量测数据容易受到测量偏差或未知分布边界误差的影响, 此时采用区间量测会比传统点量测更适合描述量测的不确定性. 而传统的粒子滤波 (Particle filter, PF) 算法不能直接处理区间量测, 因此本文引入广义似然 (Generalized likelihood, GL) 函数来计算粒子权重, 形成基于 GL-PF 的群跟踪算法. 由于算法需要采样大量粒子来保持算法的估计精度, 并且需要计算每个粒子的广义似然函数值, 因而极大地增加了算法的运算量.

为了降低 PF 算法的运算量, 文献 [10–11] 提出一种箱式粒子滤波 (Box-particle filter, Box-PF) 算法, 通过在目标状态空间中随机抽样占有一定体积、非零的可控矩形区域 (即箱式粒子), 然后在区间分析结构下对加权箱式粒子进行序列递推. 文献 [9, 12–15] 分别将 Box-PF 应用于不同的背景, 具体包括三个方面: 1) 单目标跟踪方面, 文献 [9] 在三种量测不确定源背景下, 提出在目标随机有限集模型的基础上, 将伯努利 (Bernoulli) 滤波和 Box-PF

结合起来解决单目标的跟踪问题. 2) 多目标跟踪方面, 文献 [12] 在文献 [9] 的基础上, 提出将势平衡多目标多伯努利递归滤波器和 Box-PF 结合, 来提高数目变化下的多目标跟踪精度; 文献 [13] 利用泊松点过程来对量测模型进行建模, 并将多目标强度滤波算法和 Box-PF 结合形成新的算法. 3) 扩展目标跟踪方面, 文献 [14–15] 分别在圆形和矩形扩展目标模型的基础上, 利用 Box-PF 算法来估计目标的运动质心和扩展状态.

文献 [16] 对群目标和扩展目标的跟踪算法进行了归纳总结, 并在最后的未来工作中明确指出将 Box-PF 应用于群目标跟踪将可能有效提高算法的跟踪性能. 由于 Box-PF 算法能够有效降低计算复杂性, 并且比较适合于不精确量测或分布式滤波等复杂场景的非线性滤波问题, 因此本文在文献 [8] 的基础上, 立足于解决区间量测下的群目标跟踪问题, 将群演化网络模型与 Box-PF 算法结合来形成一种新的群目标跟踪算法. 本文的创新点包括: 1) 与文献 [8] 的群跟踪算法相比, 本文算法通过在目标状态空间内抽样少量的箱式粒子, 并利用区间量测压缩后的粒子和预测粒子的容积比来计算粒子权重. 这样既能够极大减少采样粒子数, 提高运算效率, 还能够依据新的粒子权重计算方法来降低不相关粒子的影响. 2) 与文献 [9–10] 的 Box-PF 算法对比, 本文针对量测数据与目标速度之间没有闭合的解析式, 提出在目标速度的先验分布区域内均匀划分来确定采样粒子的速度划分. 并针对群目标在运动过程中出现的机动转向情况, 提出通过利用获得的区间量测, 从而在目标状态空间内产生一定数目的新生箱式粒子. 仿真结果表明, 本文的两种基于 GL-PF 和 Box-PF 的群跟踪算法都能较好地跟踪群目标, 其中 Box-PF 算法由于仅需采样较少的箱式粒子, 因而具有更高的运算效率. 同时通过产生新生箱式粒子, 有效降低因目标机动所导致的峰值误差.

## 1 群演化网络模型

群目标跟踪不仅需要跟踪维持群内个体目标的轨迹, 还需要对不同目标间的关系进行建模和不断更新群结构. 这将可以涵盖群目标许多独有的运动形式, 如目标的加入或删除, 群的分裂或合并等. 因此, 使用演化网络模型可以较好地实现这些目的, 即用顶点来描述目标, 用边来描述目标间的关系. 假设  $N$  个目标构成顶点集  $\{v_1, \dots, v_N\}$ , 用边  $E(i, j) = (v_i, v_j)$  来代表顶点  $v_i$  和  $v_j$  间的关系. 其中,  $v_i$  对应着目标  $i$  的状态和方差. 因此, 整个群结构可以表示为  $\mathbf{G} = (\{v_1, \dots, v_N\}, E)$ . 为了定量描述两个顶点之间是否存在联系, 文献 [8] 认为彼此

间距离越近的目标更趋于同属一个群. 因此, 文献 [8] 确定采用马氏距离判别准则, 通过计算不同目标间的距离和速度的马氏距离来与相应门限对比, 从而确定是否同属一个连通分支. 因此, 还可以用  $\mathbf{G}_t = \{\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_{n_G}\}$  来描述群的整体网络结构. 其中,  $\mathbf{g}_i$  代表第  $i$  个连通分支, 即第  $i$  个子群,  $n_G$  代表  $\mathbf{G}$  内的子群个数. 因此, 群演化网络模型更新的目的是实现  $\mathbf{G}_t = f(\mathbf{G}_{t-1}, \mathbf{X}_t)$ , 其中  $\mathbf{X}_t = \{\mathbf{x}_{t,1}, \dots, \mathbf{x}_{t,N}\}$  代表所有目标的状态向量,  $f$  代表了群网络结构的演化模型, 其中包括模型起始、边的更新、顶点合并和顶点消除等. 整个演化系统可以用式 (1) 来表示<sup>[8]</sup>:

$$\begin{cases} t = 0, & \mathbf{G}_0 = f_I(\mathbf{X}_0) \\ t > 0, & \mathbf{G}_t = f_{NS} \circ f_{NI} \circ f_{EU}(\mathbf{G}_{t-1}, \mathbf{X}_t) \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\circ$  代表构成操作符号,  $f_I$  代表起始模型 (Initialization model),  $f_{EU}$  代表边更新模型 (Edge updating model),  $f_{NI}$  代表顶点合并模型 (Node incorporation model),  $f_{NS}$  代表顶点消除模型 (Node suppression model).

### 1.1 $f_I$ 的主要步骤

本文的前提是在文献 [17] 的目标检测技术基础上, 在  $t = 0$  时刻, 目标的数目和各自的状态都是已知的. 假设  $N$  个目标构成顶点集  $\{v_1, \dots, v_N\}$ ,  $v_i$  对应着目标  $i$  的状态  $\mathbf{x}_{0,i}$  和  $\mathbf{P}_{0,i}$  方差. 模型  $f_I$  的主要步骤: 通过计算  $v_i$  和  $v_j$  ( $i, j = 1, \dots, N; i \neq j$ ) 间的马氏距离  $d_{i,j}$ , 再与预设的门限  $\varepsilon$  比较. 若  $d_{i,j} < \varepsilon$ , 则  $(v_i, v_j) \in E$ . 最终, 得到初始时刻的群结构  $\mathbf{G}_0 = (\{v_1, \dots, v_N\}, E_0)$ .

### 1.2 $f_{EU}$ 的主要步骤

为了降低边更新的运算量, 文献 [8] 提出一种基于两层群结构的边更新模型. 模型  $f_{EU}$  的主要步骤: 1) 构建第二层群结构  $\mathbf{G}'$  定义每个子群  $\mathbf{g}$  的质心状态  $\mathbf{O}^g = (1/n_g) \sum_{v_i \in \mathbf{g}} \mathbf{x}_i^g$  和平均协方差矩阵  $\mathbf{P}^g = (1/n_g) \sum_{v_i \in \mathbf{g}} \mathbf{P}_i^g$ . 其中,  $n_g$  代表  $\mathbf{g}$  内的目标个数. 利用  $n_G$  个子群质心构成顶点集  $\{v'_1, \dots, v'_{n_G}\}$ , 计算群质心  $v'_i$  和  $v'_j$  ( $i, j = 1, \dots, n_G; i \neq j$ ) 间的马氏距离  $d'_{i,j}$ , 并与预设的门限  $\varepsilon'$  ( $\varepsilon' \gg \varepsilon$ ) 比较. 若  $d'_{i,j} < \varepsilon'$ , 则  $(v'_i, v'_j) \in E'$ . 最终, 可以获得第二层群结构  $\mathbf{G}' = (\{v'_1, \dots, v'_{n_G}\}, E')$ . 2) 利用  $f_I$  模型对  $\mathbf{g}_i$  ( $i = 1, \dots, n_G$ ) 内的边进行更新, 然后在  $E'$  内找出  $(v'_i, v'_j)$ , 即在  $\mathbf{G}'$  内找出与  $\mathbf{g}_i$  更相近的子群  $\mathbf{g}_j$ . 再利用  $f_I$  模型将对应的子群  $\mathbf{g}_i$  和  $\mathbf{g}_j$  内目标之间的边进行更新. 3) 按照这种方法, 直到循环更新结束. 模型  $f_{EU}$  优点在于可以避免不相关的子群之

间的边更新运算, 提高了运算效率.

### 1.3 $f_{NI}$ 的主要步骤

新顶点  $v_{\text{new}}$  的合并模型  $f_{NI}$  也是基于两层群结构进行更新的, 其主要步骤: 1) 计算  $v_{\text{new}}$  和  $\mathbf{g}_i$  的质心  $v'_i$  间的马氏距离  $d''_{\text{new},i}$ , 并与预设的门限  $\varepsilon''$  ( $\varepsilon'' \ll \varepsilon'$ ) 比较. 若  $d''_{\text{new},i} < \varepsilon''$ , 则采用  $f_I$  的方法对  $v_{\text{new}}$  和  $\mathbf{g}_i$  内目标之间的边进行更新. 2) 在  $\mathbf{G}'$  内的  $E'$  中找出  $(v'_i, v'_j)$ , 同样利用  $f_I$  模型将  $v_{\text{new}}$  和  $\mathbf{g}_j$  内目标之间的边进行更新. 3) 按照这种方法, 直到循环更新结束.

### 1.4 $f_{NS}$ 的主要步骤

模型  $f_{NS}$  的主要步骤: 如果在一段时间内获取的量测中不包含顶点  $v_{\text{old}}$  的任何信息, 因此需要从顶点集中删除  $v_{\text{old}}$ , 并删除所有与  $v_{\text{old}}$  相关的边.

## 2 群目标跟踪算法

### 2.1 后验概率密度模型

假设在时刻  $t$ , 目标  $i$  的状态向量  $\mathbf{x}_{t,i} = (x_{t,i}, \dot{x}_{t,i}, y_{t,i}, \dot{y}_{t,i})^T$ , 其中  $x_{t,i}$ ,  $y_{t,i}$  和  $\dot{x}_{t,i}$ ,  $\dot{y}_{t,i}$  分别是  $x$  轴和  $y$  轴上的位置和速度. 子群  $\mathbf{g}$  可以用一个随机有限集来建模<sup>[4]</sup>, 即  $\mathbf{X}_t^g = \{\mathbf{x}_{t,1}^g, \dots, \mathbf{x}_{t,n_g}^g\}$ . 因此, 整体群结构可以建模成  $\mathbf{G} = \{\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_{n_G}\}$ ,  $n_G$  个子群内的所有目标的联合状态向量  $\mathbf{X}_t = \{\mathbf{X}_t^{g_1}, \dots, \mathbf{X}_t^{g_{n_G}}\}$ . 记  $t$  时刻获得的量测为  $\mathbf{z}_t$ , 而  $\mathbf{Z}_{1:t}$  为直到  $t$  时刻的全部量测集. 因此, 本文的目的是计算后验概率密度  $p(\mathbf{X}_t, \mathbf{G}_t | \mathbf{Z}_{1:t})$ , 给出计算公式如下:

$$p(\mathbf{X}_t, \mathbf{G}_t | \mathbf{Z}_{1:t}) = \frac{p(\mathbf{z}_t | \mathbf{X}_t, \mathbf{G}_t) \times p(\mathbf{X}_t, \mathbf{G}_t | \mathbf{Z}_{1:t-1})}{p(\mathbf{z}_t | \mathbf{Z}_{1:t-1})} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} p(\mathbf{X}_t, \mathbf{G}_t | \mathbf{Z}_{1:t-1}) &= p(\mathbf{G}_t | \mathbf{X}_t, \mathbf{Z}_{1:t-1}) \times \\ &= p(\mathbf{X}_t | \mathbf{Z}_{1:t-1}) = \int p(\mathbf{G}_t | \mathbf{X}_t, \mathbf{G}_{t-1}) \times \\ &= p(\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1}, \mathbf{G}_{t-1}) \times \\ &= p(\mathbf{X}_{t-1}, \mathbf{G}_{t-1} | \mathbf{Z}_{1:t-1}) d\mathbf{X}_{t-1} d\mathbf{G}_{t-1} \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $p(\mathbf{G}_t | \mathbf{X}_t, \mathbf{G}_{t-1})$ , 主要利用群演化网络模型来更新. 另外, 在假设不同子群相互间独立的前提下, 转移概率密度  $p(\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1}, \mathbf{G}_{t-1})$  可表示为

$$p(\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1}, \mathbf{G}_{t-1}) = \prod_{\mathbf{g}_i \in \mathbf{G}_{t-1}} p(\mathbf{X}_t^{g_i} | \mathbf{X}_{t-1}^{g_i}) \quad (4)$$

在计算似然函数  $p(\mathbf{z}_t | \mathbf{X}_t, \mathbf{G}_t)$  之前, 文献 [8] 提出了减少数据关联假设的数目, 可在第二层群结构  $\mathbf{G}'$  框架内, 只对同属  $E'$  的子群内的目标进行数据关

联. 令  $\mathbf{G}' = \{\mathbf{g}'_1, \dots, \mathbf{g}'_{n_{G'}}\}$ ,  $n_{G'}$  为  $\mathbf{G}'$  内的连通分支个数. 假设  $\mathbf{g}'_i$  ( $i = 1, \dots, n_{G'}$ ) 之间相互独立, 因此  $p(\mathbf{z}_t | \mathbf{X}_t, \mathbf{G}_t)$  可表示为

$$p(\mathbf{z}_t | \mathbf{X}_t, \mathbf{G}_t) = p(\mathbf{z}_t | \mathbf{X}_t, \mathbf{G}_t, \mathbf{G}'_t) = \prod_{i=1, \dots, n_{G'}} p(\mathbf{z}_{t,i}^{g'_i} | \mathbf{X}_{t-1}^{g'_i}) \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{X}_{t-1}^{g'_i}$  是  $\mathbf{g}'_i$  内包括的所有目标的状态向量集合,  $\mathbf{z}_{t,i}^{g'_i}$  是对应  $\mathbf{g}'_i$  的量测集合.

## 2.2 群目标运动模型和量测模型

1) 个体目标的运动模型参照文献 [8, 18] 的 CV 模型, 可以对群内的个体目标的运动情况进行建模. 在二维平面内, 第  $i$  个目标的状态更新方程为

$$\mathbf{x}_{t,i} = F\mathbf{x}_{t-1,i} + \Gamma\mathbf{v}_{t-1} \quad (6)$$

式中,  $F = \text{diag}\{F_1, F_1\}$ ,  $F_1 = \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\Gamma =$

$\text{diag}\{\Gamma_1, \Gamma_1\}$ ,  $\Gamma_1 = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{v}_{t-1} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{Q})$ ,

即均值为零, 协方差为  $\mathbf{Q}$  的高斯白噪声. 为了扩大模型能够覆盖的运动样式, 可以用两个高斯分布之和来表示:

$$p(\mathbf{v}_{t-1}) = \alpha\mathcal{N}(0, \mathbf{Q}_1) + (1 - \alpha)\mathcal{N}(0, \mathbf{Q}_2) \quad (7)$$

其中,  $\alpha \in [0, 1]$ ,  $\mathbf{Q}_1 = \text{diag}\{\sigma^2, \sigma_1^2\}$ ,  $\mathbf{Q}_2 = \text{diag}\{\sigma^2, \sigma_2^2\}$ ,  $\sigma_1 \ll \sigma_2$ .

为了能够提高对群内个体目标状态的估计效果, 可将群的共同信息运用到式 (6) 中. 记子群  $\mathbf{g}$  内有  $\mathbf{x}_{t,i}^g \in \mathbf{X}_t^g = \{\mathbf{x}_{t,1}^g, \dots, \mathbf{x}_{t,n_g}^g\}$ , 因此可得:

$$\mathbf{x}_{t,i}^g = \mathbf{x}_{t-1,i}^g + \frac{1}{n_g} \sum_{l=1}^{n_g} (B\mathbf{x}_{t-1,l}^g) + \Gamma\mathbf{v}_{t-1} \quad (8)$$

其中,  $B = \text{diag}\{B_1, B_1\}$ ,  $B_1 = \begin{pmatrix} 0 & T \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

### 2) 量测模型

令量测空间  $\mathcal{Z} \subseteq \mathbf{R}^{n_z}$ , 则  $t$  时刻第  $i$  个目标的点量测  $\mathbf{z}_{t,i} \in \mathcal{Z}$  可以用下式表示:

$$\mathbf{z}_{t,i} = h(\mathbf{x}_{t,i}) + \mathbf{w}_{t,i} \quad (9)$$

其中,  $h(\mathbf{x}_{t,i})$  为非线性函数,  $\mathbf{w}_{t,i} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R})$ . 需要指出的是, 根据本文的应用背景, 处理的量测数据是区间量测  $[\mathbf{z}] \subset \mathcal{Z}$ , 可以理解为一个模糊区间或一组区间和, 并以某一概率覆盖点量测  $\mathbf{z}$ , 而  $[\mathbf{z}]$  的区间间隔是按照传感器的测量偏差或者覆盖边界误差的需要进行设置. 因此, 可用一个有限集来表示时刻的

量测集  $\mathcal{Z}_t$ :  $\mathcal{Z}_t = \{[\mathbf{z}_{t,1}], \dots, [\mathbf{z}_{t,N}]\} \in \mathcal{F}(\mathcal{I}\mathcal{Z})$ . 其中,  $\mathcal{I}\mathcal{Z}$  为区间量测空间,  $\mathcal{F}(\mathcal{I}\mathcal{Z})$  代表  $\mathcal{I}\mathcal{Z}$  中的有限子集的空间. 不失一般性, 本文为了更好地说明问题, 不妨假设区间量测的区间间隔  $\Delta$ , 区间量测  $[\mathbf{z}_i]$  可表示为

$$[\mathbf{z}_{t,i}] = [\mathbf{z}_{t,i} - \kappa\Delta, \mathbf{z}_{t,i} + (1 - \kappa)\Delta] \quad (10)$$

其中,  $\kappa$  ( $0 < \kappa < 1$ ) 代表区间量测的覆盖范围参数.

## 2.3 基于 GL-PF 的群跟踪算法

### 1) 广义似然函数

区间量测  $[\mathbf{z}]$  的广义似然函数可以表示为<sup>[9]</sup>

$$p([\mathbf{z}] | \mathbf{x}) = \Pr\{h_t(\mathbf{x}) + \mathbf{w} \in [\mathbf{z}]\} = \int_{[\mathbf{z}]} p_w(\mathbf{z} - h_t(\mathbf{x})) d\mathbf{z} \quad (11)$$

令  $[\mathbf{z}_{t,i}] = [\underline{\mathbf{z}}, \bar{\mathbf{z}}]$ , 其中  $\underline{\mathbf{z}}$  和  $\bar{\mathbf{z}}$  分别表示  $\mathbf{z}_{t,i}$  的下限和上限. 假设量测噪声  $\mathbf{w} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R})$ , 则可得到广义似然函数的积分解为

$$p([\mathbf{z}_{t,i}] | \mathbf{x}_{t,i}) = \int_{\underline{\mathbf{z}}}^{\bar{\mathbf{z}}} \mathcal{N}(\mathbf{z}_{t,i}; h(\mathbf{x}_{t,i}), \mathbf{R}) d\mathbf{z} = \Phi(\bar{\mathbf{z}}; h(\mathbf{x}_{t,i}), \mathbf{R}) - \Phi(\underline{\mathbf{z}}; h(\mathbf{x}_{t,i}), \mathbf{R}) = \Phi(h(\mathbf{x}_{t,i}); \bar{\mathbf{z}}, \mathbf{R}) - \Phi(h(\mathbf{x}_{t,i}); \underline{\mathbf{z}}, \mathbf{R}) \quad (12)$$

其中,  $\Phi(\zeta; \boldsymbol{\mu}, \mathbf{P}) = \int_{-\infty}^{\zeta} \mathcal{N}(\mathbf{u}; \boldsymbol{\mu}, \mathbf{P}) d\mathbf{u} = \frac{1}{\sqrt{2\pi|\mathbf{P}|}} \int_{-\infty}^{\zeta} e^{-0.5(\mathbf{u}-\boldsymbol{\mu})'\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{u}-\boldsymbol{\mu})} d\mathbf{u}$  表示高斯分布  $\mathcal{N}(\zeta; \boldsymbol{\mu}, \mathbf{P})$  的累积分布函数. 这里需要指出的是, 在本文的应用背景下, 传感器获得的区间量测  $[\mathbf{z}_{t,i}]$  包括: 距离区间量测  $[\mathbf{z}_{t,i}^{(r)}]$  和方位区间量测  $[\mathbf{z}_{t,i}^{(\theta)}]$  (距离变化率区间量测起约束作用, 不参与广义似然函数的计算). 由于在实际情况中可以认为两者的分布是彼此间独立的<sup>[9]</sup>, 因此对应的量测的广义似然函数为

$$p([\mathbf{z}_{t,i}] | \mathbf{x}_{t,i}) = p([\mathbf{z}_{t,i}^{(r)}] | \mathbf{x}_{t,i}) \cdot p([\mathbf{z}_{t,i}^{(\theta)}] | \mathbf{x}_{t,i}) \quad (13)$$

其中, 在计算  $[\mathbf{z}_{t,i}^{(r)}]$  或  $[\mathbf{z}_{t,i}^{(\theta)}]$  的广义似然函数值时, 可通过查表得到<sup>[19]</sup> (Matlab 编程时可采用 normcdf 函数). 因此依此类推, 在第二层群结构  $\mathbf{G}'$  框架内可得群目标的似然函数为

$$p(\mathcal{Z}_t | \mathbf{X}_t, \mathbf{G}_t) = \prod_{i=1, \dots, n_{G'}} p([\mathbf{z}_{t,i}^{g'_i}] | \mathbf{X}_{t,i}^{g'_i}) \quad (14)$$

### 2) GL-PF 算法步骤

为了更好地表现出群结构的内在变化趋势, 本文在 GL-PF 算法的基础上, 按照群结构的确定性更新 (Deterministic update) 和不确定性估计 (Uncertainty estimation) 思路设计了两种算法, 分别记为 GL-PF1 算法和 GL-PF2 算法. 其中, 群结构的

确定性更新是指先估计出个体目标状态, 再根据群演化模型更新对应的群结构. 群结构的不确定性估计是将  $\mathbf{G}_t$  作为目标状态的一部分, 形成扩展状态  $(\mathbf{X}_t, \mathbf{G}_t)$ . 然后, 通过每个粒子包含的目标状态信息来估计对应的群结构, 再将粒子的权重作为对应群结构的出现概率. 群结构的不确定性估计可提供群结构出现的概率信息, 可以更好地反映出群结构内在的变化趋势.

#### a) GL-PF1 算法

假设  $t$  时刻个体目标的总数为  $N$ , 每个目标的采样粒子数为  $N_p$ . 现对算法 1 说明如下: 在步骤 1 内, 选取  $\mathbf{g}_i$  内目标状态的先验概率作为重要性密度函数, 即  $q_{\mathbf{g}_i}(\mathbf{X}_t^{\mathbf{g}_i} | \mathbf{X}_{0:t-1}^{\mathbf{g}_i}, \mathcal{Z}_t) = p(\mathbf{X}_t^{\mathbf{g}_i} | \mathbf{X}_{t-1}^{\mathbf{g}_i})$ . 算法利用式 (8) 来完成粒子的一步预测, 此时它能够利用群的信息提高对群内目标状态的估计精度. 在步骤 2 内, 先利用获得的量测集  $\mathcal{Z}_t$ , 判断是否有目标消失或新目标加入, 更新个体目标的总数目  $N$ . 然后, 利用每个粒子的广义似然函数值乘以前一时刻权重来计算当前时刻粒子的权重, 这里每个粒子的广义似然函数值等于每个粒子对应量测中的不同参量所计算的广义似然函数值的乘积. 在对权重进行归一化以后, 利用粒子一步预测值和权重来更新运动状态  $\hat{\mathbf{X}}_t$  和群结构  $\mathbf{G}_t$ . 在步骤 3 内, 当有效粒子数目  $\hat{N}_{eff}$  小于门限  $N_{thr}$ , 则进行重采样.

#### 算法 1. 基于 GL-PF1 的群跟踪算法流程

输入.  $\mathcal{Z}_t, \{\mathbf{X}_{t-1}^{(l)}, w_{t-1}^{(l)}\}_{l=1}^{N_p}, \mathbf{G}_{t-1}$

预测步.

从重要性分布  $q_{\mathbf{g}_i}(\mathbf{X}_t^{\mathbf{g}_i} | \mathbf{X}_{0:t-1}^{\mathbf{g}_i}, \mathcal{Z}_t)$  中抽取样本  $\mathbf{X}_t^{\mathbf{g}_i, (l)}$ .

更新步.

i) 运动状态估计. 首先利用  $\mathcal{Z}_t$ , 更新群内目标数目  $N$ . 然后, 按照式 (13) 和 (14) 计算广义似然函数  $p(\mathcal{Z}_t | \mathbf{x}_{t,i}^{(l)})$ , 得到归一化权重  $w_{t,i}^{(l)}$ ; 最后得到  $\hat{\mathbf{X}}_t = \{\hat{\mathbf{x}}_{t,i}\}_{i=1}^N$ .

ii) 群结构更新  $\mathbf{G}_t = f(\mathbf{G}_{t-1}, \hat{\mathbf{X}}_t)$ .

重采样步. 如果  $\hat{N}_{eff} < N_{thr}$ , 则执行重采样步骤.

输出.  $\hat{\mathbf{X}}_t, \{\mathbf{X}_t^{(l)}, w_t^{(l)}\}_{l=1}^{N_p}, \mathbf{G}_t$ .

#### b) GL-PF2 算法

GL-PF2 算法的不同之处在于它处理的样本是群目标的联合采样粒子, 采样粒子数为  $N_p$ , 并将  $\mathbf{G}_t$  作为目标状态的一部分, 形成扩展状态  $(\mathbf{X}_t, \mathbf{G}_t)$ . 现对算法 2 说明如下: 在步骤 1 内, 第  $l$  ( $l = 1, \dots, N_p$ ) 个粒子的目标状态  $\mathbf{X}_t^{(l)}$  从重要性密度函数  $q(\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{0:t-1}^{(l)}, \mathcal{Z}_t)$ , 即

$p(\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1}^{(l)})$  中抽取; 而群结构  $\mathbf{G}_t^{(l)}$  从重要性密度函数  $Q(\mathbf{G}_t | \mathbf{X}_{0:t}^{(l)}, \mathbf{G}_{t-1}^{(l)})$ , 即  $p(\mathbf{G}_t | \mathbf{X}_t^{(l)}, \mathbf{G}_{t-1}^{(l)})$  中抽取. 在步骤 2 内, 在计算粒子广义似然函数的基础上, 为了使采样粒子向高似然区域移动, 采用了 MCMC 方法中的 Metropolis-Hasting (M-H) 迭代算法来挑选出高似然粒子, 其中 M-H 算法的细节可参见文献 [8]. 另外需要根据群结构抽样样本  $\mathbf{G}_t^{(l)}$  和对应的样本权重来估计  $\{\mathbf{G}_{t,j}, p_{t,j}\}_{j=1}^{N_G}$ . 其中,  $N_G$  代表群结构的种类,  $p_{t,j}$  代表  $t$  时刻第  $j$  类群结构产生的概率. 在步骤 3 内, 当有效粒子数目  $\hat{N}_{eff}$  小于  $\hat{N}_{thr}$ , 则进行重采样.

#### 算法 2. 基于 GL-PF2 的群跟踪算法流程

输入.  $\mathcal{Z}_t, \{\mathbf{X}_{t-1}^{(l)}, w_{t-1}^{(l)}, \mathbf{G}_{t-1}^{(l)}\}_{l=1}^{N_p}$

预测步.

从重要性分布  $q_{\mathbf{g}_i}(\mathbf{X}_t^{\mathbf{g}_i} | \mathbf{X}_{0:t-1}^{\mathbf{g}_i}, \mathcal{Z}_t)$  中抽取目标状态样本  $\mathbf{X}_t^{(l)}$ , 从  $Q(\mathbf{G}_t | \mathbf{X}_{0:t}^{(l)}, \mathbf{G}_{t-1}^{(l)})$  中抽取群结构的样本  $\mathbf{G}_t^{(l)}$  ( $l = 1, \dots, N_p$ ).

更新步.

i) 运动状态估计. 计算粒子的广义似然函数, 并采用 Metropolis-Hasting 迭代算法挑选出高似然粒子, 再计算归一化权重  $w_t^{(l)}$ ; 并最终得到  $\hat{\mathbf{X}}_t = \{\hat{\mathbf{x}}_{t,i}\}_{i=1}^N$ .

ii) 群结构估计. 估计群结构样本  $\mathbf{G}_{t,j}$  和出现概率  $p_{t,j}$  ( $j = 1, \dots, N_G$ ).

重采样步. 如果  $\hat{N}_{eff} < N_{thr}$ , 则执行重采样步骤.

输出.  $\hat{\mathbf{X}}_t, \{\mathbf{X}_t^{(l)}, w_t^{(l)}, \mathbf{G}_t^{(l)}\}_{l=1}^{N_p}, \{\mathbf{G}_{t,j}, p_{t,j}\}_{j=1}^{N_G}$ .

## 2.4 基于 Box-PF 的群跟踪算法

### 1) 区间分析方法

区间分析方法<sup>[20]</sup> 是一类针对区间变量进行运算的数学方法, 它具有许多优点: 例如当某些参数值不能准确预知, 但能够准确确定它所处的区间范围, 此时就可以利用区间分析法对这个区间直接进行处理; 又或者当传统的浮点运算由于计算精度而产生不精确结果时, 区间分析法却能够估计出精确结果的严格界限. 下面简要对该方法进行说明. 首先, 定义一维闭合区间为

$$[x] = [\underline{x}, \bar{x}] = \{x \in \mathbf{R}, \underline{x} \leq x \leq \bar{x}\} \quad (15)$$

其中,  $\underline{x}$  和  $\bar{x}$  分别称作区间  $[x]$  的下限和上限. 上式定义了实数集  $\mathbf{R}$  中一个连续的闭合子集, 可将其推广到  $n_x$  维实数域时, 多维区间  $[x]$  定义为  $n_x$  个一维闭合区间的笛卡尔积:

$$[x] = [x_1] \times [x_2] \cdots \times [x_{n_x}] = \times_{i=1}^{n_x} [x_i] \quad (16)$$

此外,  $|\mathbf{x}|$  表示  $\mathbf{x}$  的容积. 更多关于区间分析的运算法则参见文献 [9, 20]. 其次, 区间  $\mathbf{x}$  经过非线性转移函数  $\mathbf{f}$  处理后一般会呈现出复杂的非箱体形状. 为了便于后续的分析计算, 需要保证转移后的结果呈规则的箱体形状, 区间分析引入了“包含函数 (Inclusion functions)”  $[\mathbf{f}]$ , 即当  $\mathbf{IR} = \{[x] \subset \mathbf{R}\}$  时, 如果  $\forall [x] \subset \mathbf{IR}^{n_x}$ , 则有  $[\mathbf{f}](\mathbf{x}) \supseteq \mathbf{f}(\mathbf{x})$ . 需要指出的是, 区间分析法不仅需要提供  $[\mathbf{f}]$ , 还必须确保它不会导致  $[\mathbf{f}](\mathbf{x})$  太大, 以便最大程度地减少计算量和提高收敛速度, 这也称为“约束满足问题 (Constraint satisfaction problem, CSP)”. CSP 问题具体描述为:  $n$  维实数域上, 令实值约束函数  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(x_1, \dots, x_n) = \mathbf{0}$  的约束集为

$$\mathcal{H} : (\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \mathbf{x} \in [\mathbf{x}]) \quad (17)$$

其中,  $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_m)^T$ ,  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ , 则 CSP 的解集为

$$S = \{\mathbf{x} \in [\mathbf{x}] | \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\} \quad (18)$$

式 (17) 中的  $\mathcal{H}$  表示约束集合  $[\mathbf{x}]'$ , 即当  $\mathbf{x} \in [\mathbf{x}]'$  时, 满足约束条件  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$  和  $\mathbf{x} \in [\mathbf{x}]$ . 此时, 则有  $S \subseteq [\mathbf{x}]' \subseteq [\mathbf{x}]$ . 为了解决 CSP 问题, 又引入了“区间约束 (Interval contraction)”的概念, 并根据具体应用场景设计了许多约束方法, 其中最常用的是约束传播 (Constraint propagation, CP) 方法. 这是由于 CP 方法实现原理简单易行, 并且在处理等式约束和高冗余数据时的效率较高.

## 2) Box-PF 算法步骤

本文在 Box-PF 算法的基础上, 同样按照群结构的确定性更新和不确定性估计思路分别设计了两种算法, 分别记为 Box-PF1 和 Box-PF2. 其中, Box-PF2 算法也是估计扩展状态  $(\mathbf{X}_t, \mathbf{G}_t)$ , 利用箱体粒子包含的目标状态信息和粒子权重来更新群结构及它的产生概率. 由于 Box-PF 算法采样的粒子都是箱体粒子, 因而需采用区间分析方法来处理.

### a) 基于 Box-PF1 的群跟踪算法流程

假设  $t$  时刻个体目标的总数为  $N$ , 每个目标采样的箱体粒子数为  $N_p$ . 现对算法 3 说明如下: 在步骤 1 内, 在区间运算法则的基础上, 利用式 (8) 完成  $\mathbf{g}_i$  内包含目标的箱体粒子的一步预测. 在步骤 2 内, 为了降低目标机动对目标跟踪的影响, 需要通过对应目标产生的区间量测, 在目标状态空间内产生  $N_b$  个新生粒子, 此时粒子总数为  $N'_p = N_p + N_b$ . 由于量测数据与目标速度之间没有闭合的解析式, 因此需要提前获知目标速度的先验分布, 从而在速度的分布区域内均匀划分. 接着在计算似然函数时, 需要先计算区间新息, 如果区间新息不为空集, 则需要采用 CP 方法, 利用目标对应的区间量测对箱体粒子

进行压缩, 将箱体粒子压缩后的边界模型与之前预测的边界模型的容积比作为似然函数值, 进而计算出每个箱体粒子的权重, CP 方法具体步骤参见文献 [9]. 接着, 对权重进行归一化以后, 利用压缩后的箱体粒子的中心点和权重来估计目标  $\hat{\mathbf{X}}_t$  和  $\mathbf{G}_t$ . 在步骤 3 内, 为了使箱体粒子始终保持一个合适的大小, 首先按照原有  $N'_p$  个箱体粒子的权重确定重采样次数, 再按照重采样次数随机选取箱体粒子的一维进行均匀子划分, 最终形成  $N_p$  个重采样后的箱体粒子.

### 算法 3. 基于 Box-PF1 的群跟踪算法流程

输入.  $\mathcal{Z}_t, \left\{ \left[ \mathbf{X}_{t-1}^{(L)} \right], w_{t-1}^{(L)} \right\}_{L=1}^{N_p}, \mathbf{G}_{t-1}$

预测步.

从  $q(\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{0:t-1}, \mathcal{Z}_t)$  抽取样本  $\mathbf{X}_t^{(L)}$ ,

$$\left[ \mathbf{X}_{t|t-1}^{g_i(L)} \right] = [\mathbf{F}] \left( \left[ \mathbf{X}_{t-1}^{g_i(L)} \right] \right) + [\mathbf{w}_{t-1}].$$

更新步.

i) 运动状态估计. 按照算法 4 估计每个目标的状态  $\hat{\mathbf{x}}_{t,i}$ ;

ii) 群结构更新  $\mathbf{G}_t = f(\mathbf{G}_{t-1}, \hat{\mathbf{X}}_t)$ . 其中,  $\hat{\mathbf{X}}_t = \{\hat{\mathbf{x}}_{t,i}\}_{i=1}^N$ .

重采样步. 执行箱体粒子的重采样步骤, 产生  $N_p$  个重采样后的箱体粒子.

输出.  $\hat{\mathbf{X}}_t, \left\{ \left[ \mathbf{X}_t^{(L)} \right], w_t^{(L)} \right\}_{L=1}^{N_p}, \mathbf{G}_t$ .

### 算法 4. 区间粒子下目标状态估计算法

输入.  $\mathcal{Z}_t, \left[ \mathbf{X}_{t|t-1}^{(L)} \right], [\mathbf{v}_{t-1}]$ .

粒子权重计算

For  $i = 1, \dots, N$

利用第  $i$  个目标的量测产生  $N_b$  个新生粒子;

For  $L = 1, \dots, N'_p$

i) 预测量测.  $[\mathbf{z}_{t,i}^{(L)}] = [h] \left( \left[ \mathbf{x}_{t|t-1,i}^{(L)} \right] \right) + [\mathbf{v}_{t-1}]$ ;

ii) 区间新息.  $[\mathbf{r}_{t,i}^{(L)}] = [\mathbf{z}_{t,i}^{(L)}] \cap [\mathbf{z}_{t,i}]$ ,  $[\mathbf{z}_{t,i}]$  为  $t$  时刻目标  $i$  的实际区间量测;

iii) 收缩算法. 如果  $[\mathbf{r}_{t,i}^{(L)}] \neq \emptyset$ , 利用  $[\mathbf{r}_{t,i}^{(L)}]$  和 CP 方法收缩  $[\mathbf{x}_{t,i}^{(L)}]$ , 得到  $[\hat{\mathbf{x}}_{t,i}^{(L)}]$ ; 否则  $[\hat{\mathbf{x}}_{t,i}^{(L)}] = \emptyset$ ;

iv) 似然函数.  $\Lambda_{t,i}^{(L)} = \prod_{j=1}^{n_x} \Lambda_{t,i}^{(L)}(j)$ , 其中

$$\Lambda_{t,i}^{(L)}(j) = \frac{|\hat{\mathbf{x}}_{t,i}^{(L)}(j)|}{|\mathbf{x}_{t|t-1,i}^{(L)}(j)|}, n_x \text{ 是状态维数};$$

v) 权重计算.  $w_{t,i}^{(L)} = \Lambda_{t,i}^{(L)} w_{t-1,i}^{(L)}$ ;

End

End

对权重进行归一化, 最终得到时刻群目标的箱体粒子的集合:  $\left\{ \mathbf{X}_t^{(L)}, w_t^{(L)} \right\}_{L=1}^{N'_p} =$

$$\left\{ \left( \left[ \tilde{\mathbf{x}}_{t,i}^{(L)} \right], w_{t,i}^{(L)} \right)_{i=1}^N \right\}_{L=1}^{N'_p};$$

利用抽样样本和权重, 估计目标状态  $\hat{\mathbf{x}}_{t,i} =$

$$\sum_{L=1}^{N'_p} w_{t,i}^{(L)} \cdot \text{mid} \left( \left[ \tilde{\mathbf{x}}_{t,i}^{(L)} \right] \right), \text{ 其中 } \text{mid}(\cdot) \text{ 表示取中心点.}$$

最终得到  $\hat{\mathbf{X}}_t = \{\hat{\mathbf{x}}_{t,i}\}_{i=1}^N$ ;

$$\text{输出. } \left\{ \mathbf{X}_t^{(L)}, w_t^{(L)} \right\}_{L=1}^{N'_p}, \hat{\mathbf{X}}_t.$$

b) 基于 Box-PF2 的群跟踪算法流程

这里联合采样箱式粒子数为  $N_p$ . 现对算法 5 说明如下: 在步骤 1 内, 在完成箱式粒子的一步预测后, 利用  $\mathbf{G}_t = f(\mathbf{G}_{t-1}^{(L)}, \text{mid}([\mathbf{X}_t]))$  来完成箱式粒子的群结构采样. 在步骤 2 内, 按照算法 4 的方法完成目标状态估计. 再根据群结构抽样样本  $\mathbf{G}_t^{(L)}$  和对应的权重来估计  $\{\mathbf{G}_{t,j}, p_{t,j}\}_{j=1}^{N_G}$ . 其中,  $N_G$  代表群结构的种类,  $p_{t,j}$  代表  $t$  时刻第  $j$  类群结构产生的概率. 在步骤 3, 按照前述箱式粒子重采样步骤执行.

**算法 5. 基于 Box-PF2 的群跟踪算法流程**

$$\text{输入. } \mathcal{Z}_t, \left\{ \left[ \mathbf{X}_{t-1}^{(L)} \right], w_{t-1}^{(L)}, \mathbf{G}_{t-1}^{(L)} \right\}_{L=1}^{N'_p}.$$

**预测步.**

从重要性分布  $q([\mathbf{X}_t] | [\mathbf{X}_{0:t-1}^{(L)}], \mathcal{Z}_t)$  抽取样本  $[\mathbf{X}_{t|t-1}^{(L)}]$ , 即  $[\mathbf{X}_{t|t-1}^{(L)}] = [\mathbf{F}]([\mathbf{X}_{t-1}^{(L)}]) + [w_{t-1}]$ ; 从重要性分布  $Q$  抽取群结构的样本  $\mathbf{G}_t^{(L)}$ , 即  $\mathbf{G}_t^{(L)} \sim Q(\mathbf{G}_t | \mathbf{X}_{0:t}^{(L)}, \mathbf{G}_{t-1}^{(L)})$ .

**更新步.**

i) 运动状态估计. 按照算法 4 的方法估计每个目标的状态  $\hat{\mathbf{x}}_{t,i}$  ( $i = 1, \dots, N$ );

ii) 群结构估计. 利用群结构抽样样本  $\mathbf{G}_t^{(L)}$  和对应该权重来估计  $\{\mathbf{G}_{t,j}, p_{t,j}\}_{j=1}^{N_G}$ .

**重采样步.** 执行箱式粒子的重采样步骤, 产生  $N_p$  个重采样后的箱式粒子.

$$\text{输出. } \left\{ \mathbf{X}_t^{(L)}, w_t^{(L)}, \mathbf{G}_t^{(L)} \right\}_{L=1}^{N'_p}, \left\{ \mathbf{G}_{t,j}, p_{t,j} \right\}_{j=1}^{N_G}, \hat{\mathbf{X}}_t.$$

### 3 仿真实验

#### 3.1 仿真场景设置

为了对比 GL-PF 算法与 Box-PF 算法的性能, 参照文献 [21] 的仿真实验, 设置了二维平面内地面移动目标的运动场景. 总的仿真时长为 280s, 量测数据的采样间隔为  $T_s = 1\text{s}$ . 整个仿真场景中一共包括 4 组目标, 即  $S_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ), 其中每组目标内包括两个目标. 具体的运动情况为:  $S_1$  (包括目标 1、2) 和  $S_2$  (包括目标 7、8) 从 0~20s 组成一个群, 在 20s 以后分裂成两个群. 而  $S_3$  (包括目标 3、4) 和  $S_4$  (包括目标 5、6) 在 0~40s 作为两个不同的

子群, 在 40s 以后合并成同一个群. 另外, 在目标运动过程的某一段时间内中,  $S_1$  和  $S_3$ 、 $S_4$  临近相向运动. 这个场景包括群的分裂、合并以及交叉运动, 具体如图 1 所示.

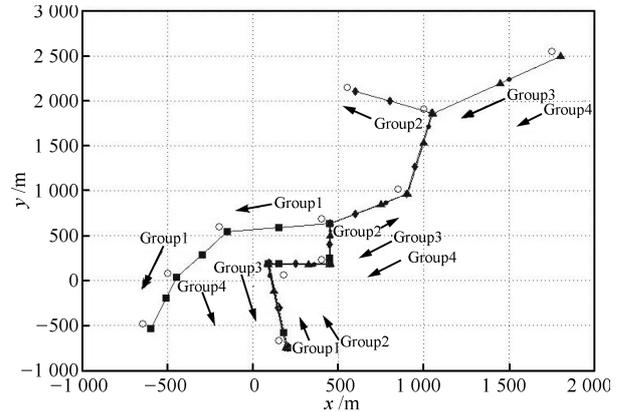


图 1 群的真实运动轨迹

Fig. 1 Actual motion trajectory of groups

按照设置的仿真场景可知整个群会出现多个不同的子群结构划分, 本文一共选择了其中可能出现的 8 种群结构作为匹配库. 其中, 真实运动中出现的群结构如表 1 所示.

表 1 群结构匹配库

Table 1 Matching base of group structure

群结构索引	子群结构划分
1	$\mathbf{g}_1 = \{1, 2, 7, 8\}, \mathbf{g}_2 = \{3, 4\}, \mathbf{g}_3 = \{5, 6\}$
2	$\mathbf{g}_1 = \{1, 2\}, \mathbf{g}_2 = \{3, 4, 5, 6\}, \mathbf{g}_3 = \{7, 8\}$
3	$\mathbf{g}_1 = \{1, 2\}, \mathbf{g}_2 = \{3, 4\}, \mathbf{g}_3 = \{5, 6\}, \mathbf{g}_4 = \{7, 8\}$

本文使用分布式侦察系统, 共使用 11 个传感器, 位置分布如图 1 中圆圈所示. 量测函数  $h(\mathbf{x}_{t,i})$  为

$$h(\mathbf{x}_{t,i}) = \left( \sqrt{x_{t,i}^2 + y_{t,i}^2}, \frac{x_{t,i}\dot{x}_{t,i} + y_{t,i}\dot{y}_{t,i}}{\sqrt{x_{t,i}^2 + y_{t,i}^2}}, \tan^{-1} \frac{y_{t,i}}{x_{t,i}} \right)' \quad (19)$$

量测噪声  $\mathbf{w}_{t,i} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R})$ , 其中  $\mathbf{R} = \text{diag}\{\sigma_r^2, \sigma_{\dot{r}}^2, \sigma_{\theta}^2\}$ ,  $\sigma_r = 2.5\text{ m}$ ,  $\sigma_{\dot{r}} = 0.01\text{ m/s}$ ,  $\sigma_{\theta} = 0.004\text{ rad}$ . 在执行 Box-PF 算法时, 噪声区间取 99% 的置信区间, 即采用  $3\sigma_r, 3\sigma_{\dot{r}}, 3\sigma_{\theta}$  对其进行建模. 区间量测的间隔长度  $\Delta = [\Delta r, \Delta \dot{r}, \Delta \theta]'$ , 其中  $\Delta r = 50\text{ m}$ 、 $\Delta \dot{r} = 0.2\text{ m/s}$  和  $\Delta \theta = 4^\circ$  分别对应着距离、距离变化率和方位角的间隔长度. 由于传感器可能存在偏差, 所以  $h(\mathbf{x}_{t,i}) + \mathbf{w}_{t,i}$  可能并不在区间量测的中心, 这里设置  $\kappa_1 = 0.6$ . 此外, 本文使用的测试算法的 PC 机平台是 3.10 GHz Intel Core

i3-2100, 内存 2.00 GB, Matlab (R2010b). 这里的仿真实验需要使用 Matlab 软件的 INTLAB 工具箱来进行.

### 3.2 仿真结果分析

#### 1) 群结构确定性更新算法

##### a) GL-PF1 算法及分析

目标的采样粒子数为  $N_p = 1000$ , 重采样门限  $N_{thr} = N_p/3$ , 式 (7) 的  $\alpha = 0.6$ , 划分子群的马氏距离门限中, 距离门限为  $\varepsilon_{position} = 50\text{m}$ , 速度门限为  $\varepsilon_{velocity} = 20\text{m/s}$ . 给予群质心划分子群的门限  $\varepsilon' = 4\varepsilon$ . 按照算法 1 步骤, 通过 100 次 Monte-Carlo 实验, 得到仿真结果如图 2~图 5. 图 2 为 GL-PF1 算法的单次仿真实验结果, 从估计结果中可知 GL-PF1 可以较好地估计群目标的运动轨迹. 图 3 和图 4 为 8 个目标在  $x$  轴和  $y$  轴上位置和速度的平均估计误差, 从估计结果中可知, 当目标平稳运动时, 算法能保持较高的跟踪精度. 当目标出现转向时, 估计中会出现峰值误差.

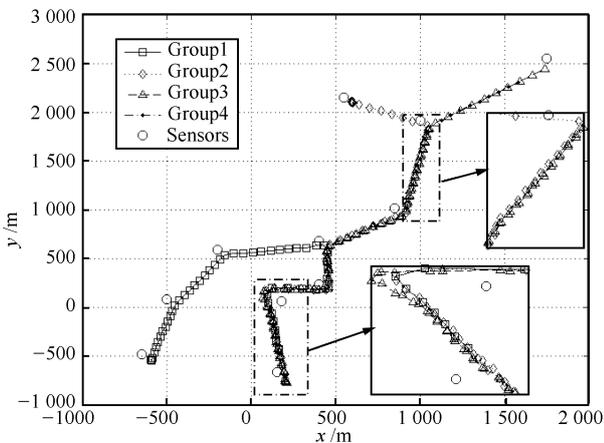


图 2 GL-PF1 估计的群目标轨迹

Fig.2 Estimated trajectory of groups using GL-PF1

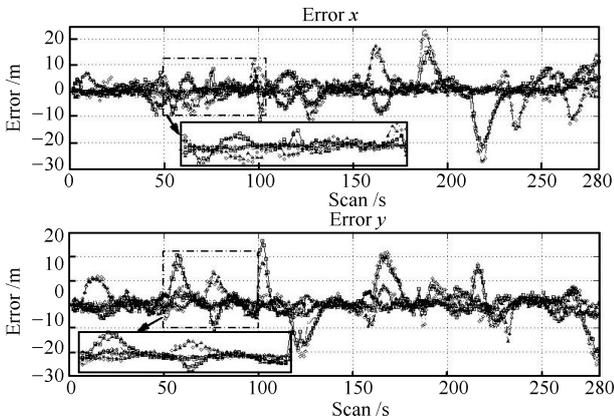


图 3 GL-PF1 估计的全体目标的位置估计误差

Fig.3 Position estimation error for all targets using GL-PF1

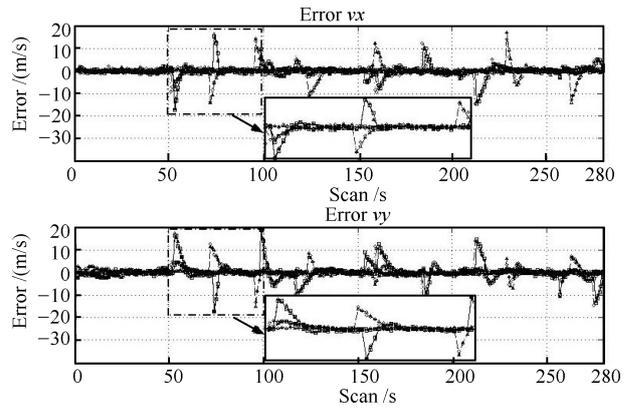


图 4 GL-PF1 估计的全体目标的速度估计误差

Fig.4 Velocity estimation error for all targets using GL-PF1

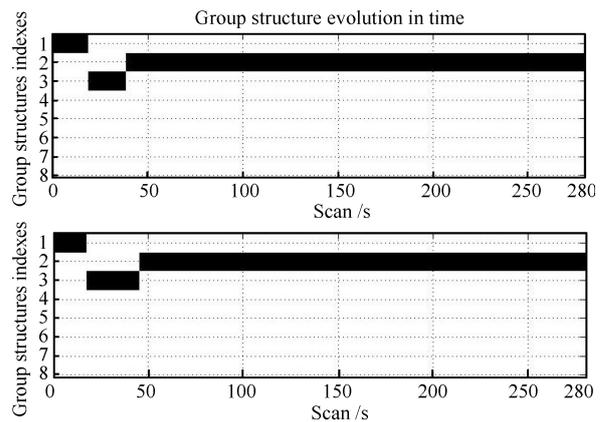


图 5 真实群结构和 GL-PF1 估计的群结构对比图

Fig.5 Results comparison of the true group structure and the estimated group structure using GL-PF1

由于在状态转移方程中采用了不同的模型来覆盖, 因此能够确保算法在较短时间内收敛. 图 5 为真实群结构和估计群结构之间进行对比, 其中上图为真实群结构. 从对比结果可知, GL-PF1 算法可较好地估计群结构, 其中在类型 3 转向类型 2 的过程中估计的时间出现一定延迟, 主要原因是受估计误差的影响.

##### b) Box-PF1 算法估计及分析

按照算法 3 的算法步骤, 采样箱式粒子数为  $N_p = 40$ , 新生粒子  $N_b = 9$ , 假设速度的先验分布是在内均匀分布  $[-25\text{m/s}, 25\text{m/s}]$ , 在收缩箱式粒子时采用 CP 算法压缩 3 次. 另外, 子群划分的门限与前述相同. 通过 100 次 Monte-Carlo 实验, 得到结果如图 6~图 9. 图 6 为 Box-PF1 算法的单次仿真实验结果, 从估计结果中可知 Box-PF1 也可以较好地估计群目标的运动轨迹. 图 7 和图 8 为 8 个目标在  $x$  轴和  $y$  轴上位置和速度的平均估计误差.

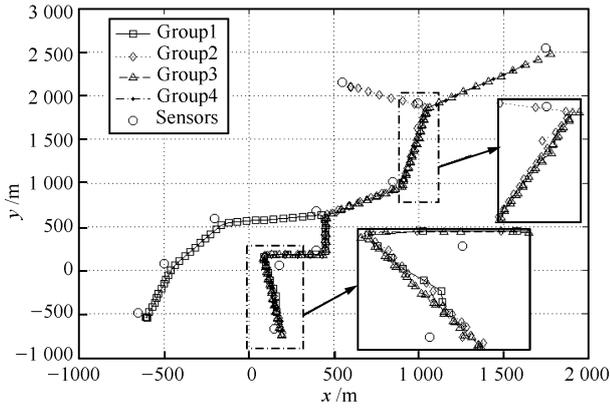


图 6 Box-PF1 估计的群目标轨迹

Fig. 6 Estimated trajectory of groups using Box-PF1

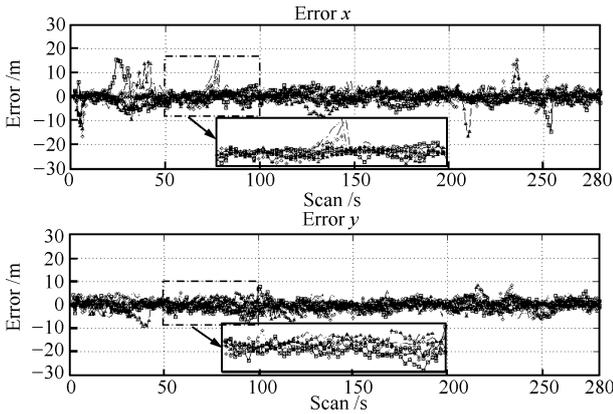


图 7 Box-PF1 估计的全体目标的位置估计误差

Fig. 7 Position estimation error for all targets using

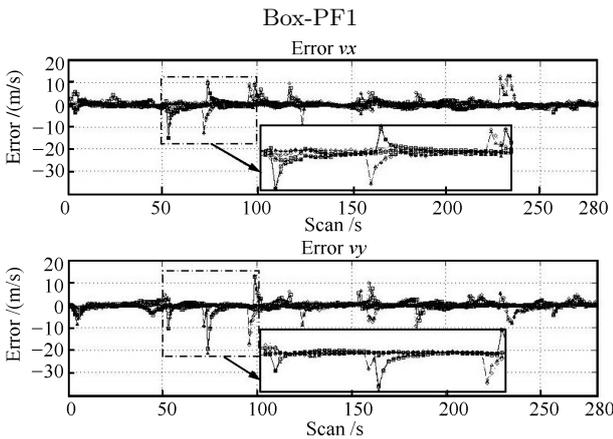


图 8 Box-PF1 估计的全体目标的速度估计误差

Fig. 8 Velocity estimation error for all targets using Box-PF1

从估计结果中可知, Box-PF 算法在目标平稳运动时能够保持较高的跟踪精度. 而当目标出现转向时, Box-PF 算法能够较好地抑制峰值误差, 它的主要原因在于当目标出现机动时, 新生粒子能够较较好地去匹配目标的真实运动模式, 从而有效降低了算法的估计误差.

图 9 给出了真实群结构和 Box-PF1 算法估计的群结构的对比图, 从对比结果中可知, Box-PF1 算法同样可较好地估计群结构, 并且在类型 3 转向类型 2 的过程中的延迟时间要相比 GL-PF1 算法更短.

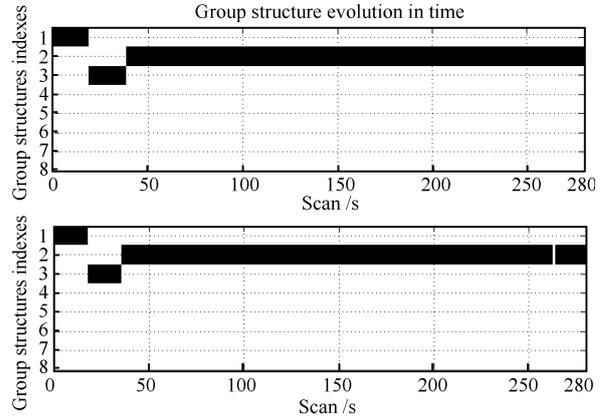


图 9 真实群结构和 Box-PF1 估计的群结构对比图

Fig. 9 Results comparison of the true group structure and the estimated group structure using Box-PF1

### c) 两种算法之间的比较

通过对比 GL-PF1 算法和 Box-PF1 算法的仿真结果可知, 两种算法都能够较好地估计群结构. 在目标平稳运动阶段时, GL-PF1 算法的目标状态估计精度要优于 Box-PF1 算法, 而当目标出现转向机动时, Box-PF 算法具有更小的估计误差.

图 10 给出了两种算法在不同数目粒子下单次 Monte-Carlo 实验的平均运算时间, 其中 Box-PF 算法的新生粒子数  $N_b = 9$ . 从图中可知, Box-PF1 算法比 GL-PF1 算法具有更高的运算效率.

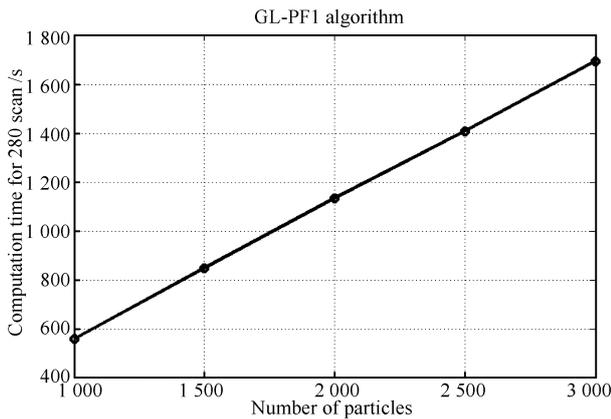
### 2) 基于扩展状态的群结构不确定性估计

#### a) GL-PF2 算法估计及分析

目标的采样粒子数为  $N_p = 250$ , 其他仿真条件与 GL-PF1 算法相同. 另外设置每次 M-H 算法迭代次数为 6 次. 按照算法 2 的算法步骤, 通过 100 次 Monte-Carlo 实验, 得到仿真结果如图 11~图 14. 图 11 为 GL-PF2 算法的单次仿真实验结果, 图 12 和图 13 为 8 个目标在  $x$  轴和  $y$  轴上位置和速度的平均估计误差.

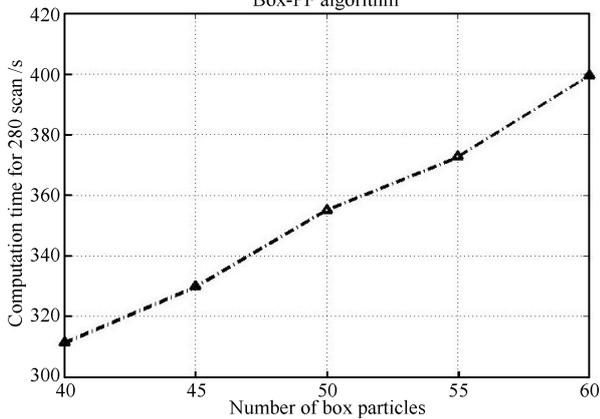
从结果可知, 由于采用了 M-H 迭代算法, GL-PF2 算法在目标平稳运动阶段时的估计精度要高于 GL-PF1 算法. 但是当目标出现转向时, 估计中仍然会出现较大的峰值误差. 图 14 为估计群结构和真实群结构之间进行对比, 其中上图为估计群结构的概率分布图. 从对比结果中可知, GL-PF2 算法在类型 1 转向类型 3 以及类型 3 转向类型 2 的过程中估计的时间都出现一定延迟, 另外在 139~144s 时段内估计的群结构出现误差, 主要原因是由于目标转向

机动导致算法产生较大估计误差.



(a) 不同粒子数时 GL-PF1 算法的运算时间

(a) Computational time of GL-PF1 algorithm with the different number of particles



(b) 不同箱式粒子数时 Box-PF1 算法的运算时间

(b) Computational time of Box-PF1 algorithm with the different number of box particles

图 10 GL-PF1 算法与 Box-PF1 算法的运算时间对比  
Fig. 10 Computational time comparison of GL-PF1 algorithm and Box-PF1 algorithm

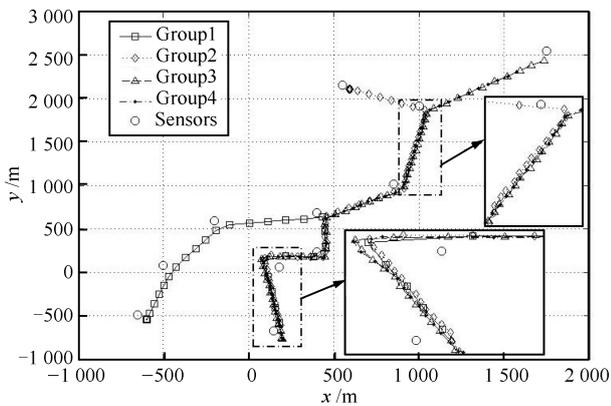


图 11 GL-PF2 估计的群目标轨迹

Fig. 11 Estimated trajectory of groups using GL-PF2

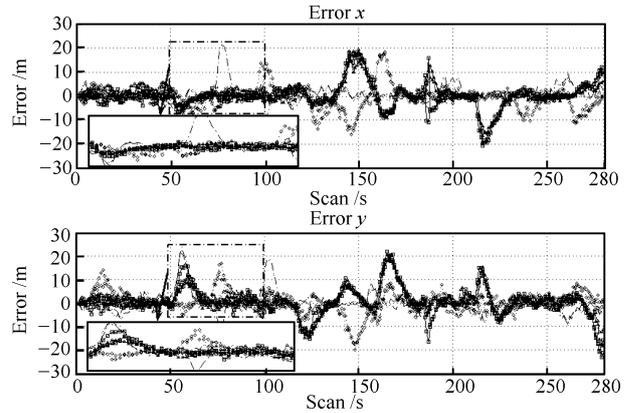


图 12 GL-PF2 估计的全体目标的位置估计误差

Fig. 12 Position estimation error for all targets using

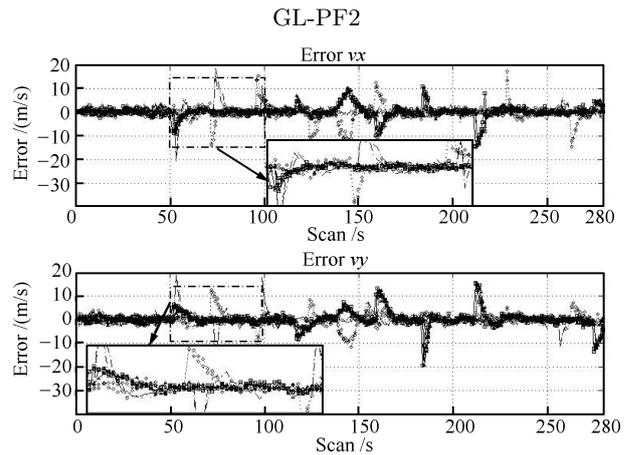


图 13 GL-PF2 估计的全体目标的速度估计误差

Fig. 13 Velocity estimation error for all targets using

GL-PF2

### b) Box-PF2 算法估计及分析

采样箱式粒子数  $N_p = 40$ , 新生粒子  $N_b = 9$ , 假设速度的先验分布在  $[-25 \text{ m/s}, 25 \text{ m/s}]$  内均匀分布, 在收缩箱式粒子时采用 CP 算法压缩 3 次. 另外, 子群划分的门限与前述相同. 按照算法 5 的算法步骤, 通过 100 次 Monte-Carlo 实验, 得到仿真结果如图 15~图 18.

图 15 为 Box-PF2 算法的单次仿真实验结果, 图 16 和图 17 为 8 个目标在  $x$  轴和  $y$  轴上位置和速度的平均估计误差. 从估计结果中可知, Box-PF2 算法和 Box-PF1 算法在目标状态上的估计精度类似. 图 18 表示的是估计群结构与真实群结构的对比结果, 从图 18 中可知 Box-PF2 算法在类型 1 转向类型 3 以及类型 3 转向类型 2 的过程中估计的延迟时间要相比 GL-PF2 更短, 在其他时段能够较准确地揭示出群结构的内在变化趋势, 主要原因是由于 Box-PF2 算法中每个时刻都会产生一定数量的新生粒子, 确保算法能在目标转向机动时, 避免出现较大的估计误差.

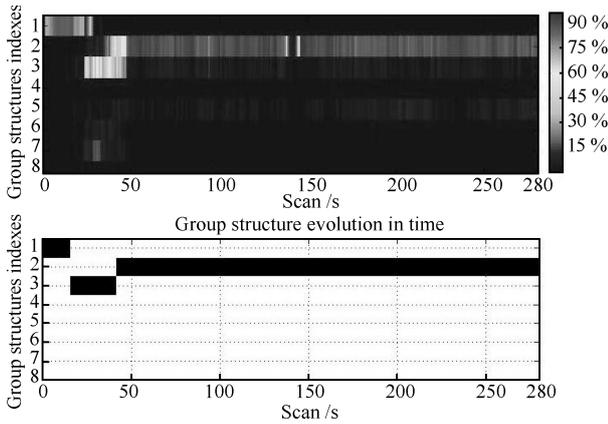


图 14 真实群结构和 GL-PF2 估计的群结构对比图

Fig. 14 Results comparison of the true group structure and the estimated group structure using GL-PF2

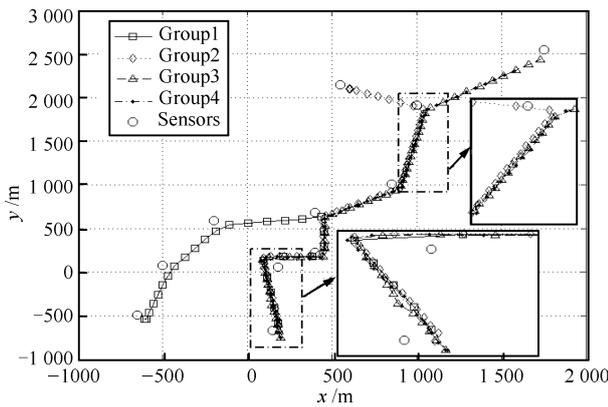


图 15 Box-PF2 估计的群目标轨迹

Fig. 15 Estimated trajectory of groups using Box-PF2

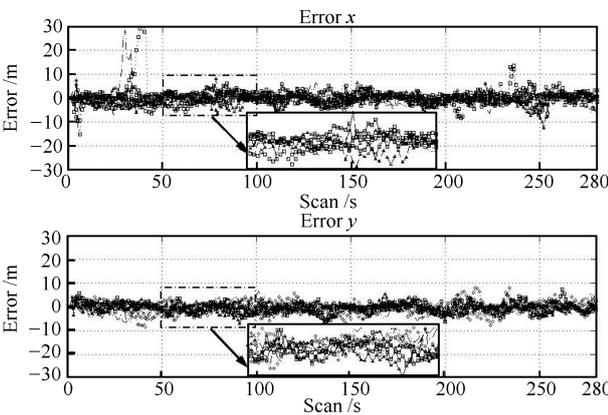


图 16 Box-PF2 估计的全体目标的位置估计误差

Fig. 16 Position estimation error for all targets using Box-PF2

c) 两种算法之间的比较

通过对比 GL-PF2 算法和 Box-PF2 算法的仿真结果可知, 两种算法都能够较好地跟踪群目标运动. 在目标平稳运动阶段时, GL-PF2 算法的目标状

态估计精度要优于 Box-PF2 算法, 而当目标出现转向机动时, Box-PF2 算法具有更小的估计误差. 在群结构估计方面, Box-PF2 要优于 GL-PF2 算法.

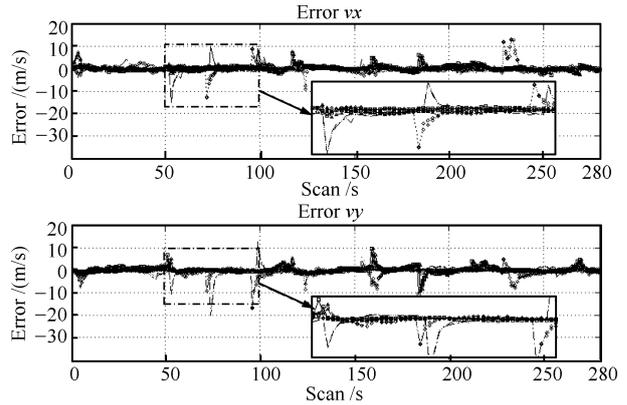


图 17 Box-PF2 估计的全体目标的速度估计误差

Fig. 17 Velocity estimation error for all targets using Box-PF2

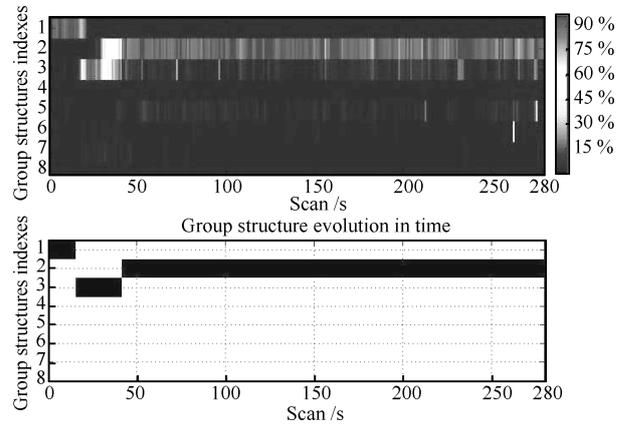


图 18 真实群结构和 Box-PF2 估计的群结构对比图

Fig. 18 Results comparison of the true group structure and the estimated group structure using Box-PF2

图 19 给出了两种算法在不同数目粒子下单次 Monte-Carlo 实验的平均运算时间. 从对比结果可知, Box-PF2 算法的平均运算时间要远小于 GL-PF2 算法, 因而具有更高的运算效率. 此外, 通过对比这 4 种算法的平均运算时间可知, GL-PF2 算法虽然可以在相对较少的采样粒子下保持较高的估计精度, 但是由于它增加了 M-H 迭代和群结构的不确定性估计, 因而导致它的运算量在 4 种算法中是最大的.

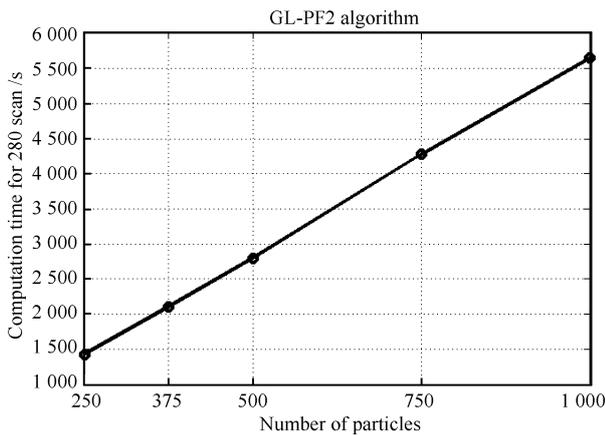
3) 量测噪声对 4 种算法影响的分析

由于径向距离变化率对跟踪结果起约束方程作用, 因此本文只针对距离和方位的量测噪声影响进行研究. 经过 100 次 Monte-Carlo 实验, 图 20 给出了当  $\sigma_\theta = 0.004\text{rad}$  时,  $\sigma_r$  取不同值时 4 种算法对 8 个目标的位置均方根误差的平均值的对比结果. 图

21 给出了当  $\sigma_r = 2.5\text{ m}$  时,  $\sigma_\theta$  取不同值时 4 种算法对 8 个目标的位置均方根误差 (Root mean square error, RMSE) 的平均值的对比结果. 从图 20 结果可知, 4 种算法的估计误差的都会随着  $\sigma_r$  的增大而增大, 其中 GL-PF 算法估计误差增长的幅度更大. 对比两类算法在同一  $\sigma_r$  时, GL-PF 算法估计误差要大于 Box-PF 算法, 这主要是由于 Box-PF 算法采用了区间处理方法来处理噪声, 因而能比 GL-PF 算法更有效地处理噪声. 图 21 的结果也同样说明 Box-PF 算法的性能优于 GL-PF 算法. 综合比较图 20 和图 21 的结果还可发现, 当  $\sigma_r$  或  $\sigma_\theta$  增大到一定程度时, 都会严重影响算法的跟踪精度, 因此在实际应用中需要尽可能地降低量测噪声.

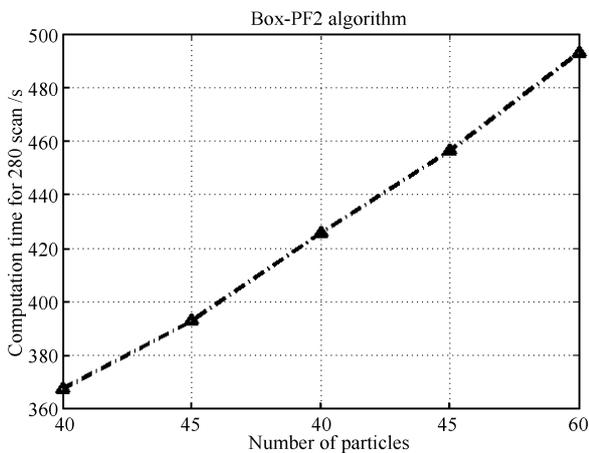
### 4 结论

针对群目标跟踪中区间量测的处理问题, 本文提出了两类基于改进粒子滤波的群跟踪算法. 其中, GL-PF 算法采用广义似然函数加权的方法, 较好地解决区间量测下的粒子权重计算问题. 而 Box-PF 算法采用箱式粒子加权的方法, 减少了算法的采样粒子数, 有效降低了算法的运算量, 并依据每个时刻的量测产生新生粒子, 有效降低目标转向机动造成的峰值误差, 从而具有更好的估计性能. 其中, Box-PF2 算法通过估计每个时刻不同群结构出现的概率, 更好地揭示群结构的内在变化趋势. 仿真实验结果验证了两类算法的有效性.



(a) 不同粒子数时 GL-PF2 算法的运算时间

(a) Computational time of GL-PF2 algorithm with the different number of particles



(b) 不同箱式粒子数时 Box-PF2 算法的运算时间

(b) Computational time of Box-PF2 algorithm with the different number of box particles

图 19 GL-PF2 算法与 Box-PF2 算法的运算时间对比  
Fig. 19 Computational time comparison of GL-PF2 algorithm and Box-PF2 algorithm

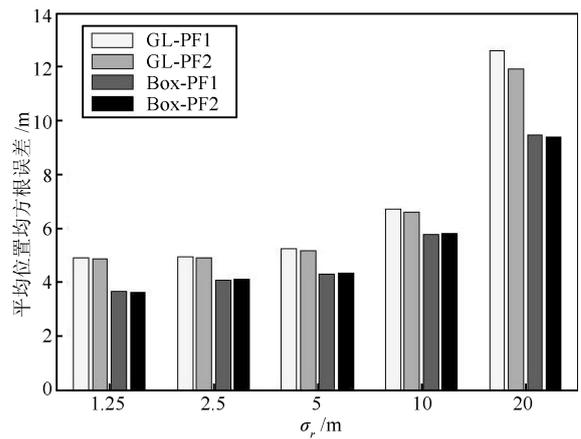


图 20 不同距离量测噪声时平均位置估计均方根误差对比  
Fig. 20 Results comparison of average position estimation RMSE under the different range measurement noise

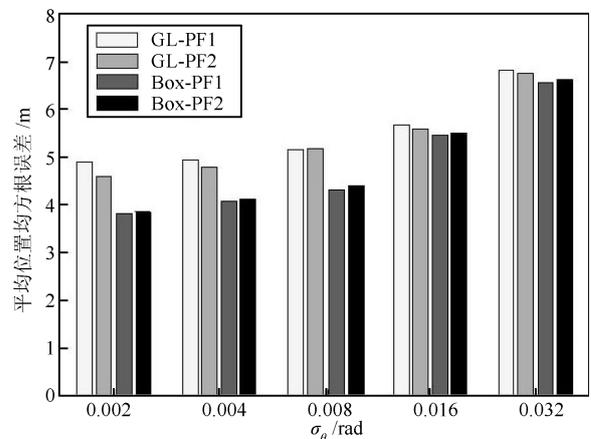


图 21 不同方位量测噪声时平均位置估计均方根误差对比  
Fig. 21 Results comparison of average position estimation RMSE under the different azimuth measurement noise

## References

- 1 Waxmann M J, Drummond O E. A bibliography of cluster (group) tracking. In: Proceedings of the 2004 International Conference on Signal and Data Processing of Small Targets. Orlando, USA: SPIE, 2004. 551–560
- 2 Mahler R P S. *Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion*. Boston: Artech House, 2007.
- 3 Helbing D. Traffic and related self-driven many-particle systems. *Reviews of Modern Physics*, 2002, **73**(4): 1067–1141
- 4 Pang S K, Li J, Godsill S. Detection and tracking of coordinated groups. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, **47**(1): 472–501
- 5 Clark D, Godsill S. Group target tracking with the Gaussian mixture probability hypothesis density filter. In: Proceedings of the 3rd IEEE International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information Processing. Melbourne, AU: IEEE, 2007. 149–154
- 6 Koch J W. Bayesian approach to extended object and cluster tracking using random matrices. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, **44**(3): 1042–1059
- 7 Lian Feng, Han Chong-Zhao, Liu Wei-Feng, Yuan Xiang-Hui. Tracking partly resolvable group targets using SMC-PHDF. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(5): 731–741 (连峰, 韩崇昭, 刘伟峰, 元向辉. 基于 SMC-PHDF 的部分可分辨的群目标跟踪算法. *自动化学报*, 2010, **36**(5): 731–741)
- 8 Gning A, Mihaylova L, Maskell S, Pang S K, Godsill S. Group object structure and state estimation with evolving networks and Monte Carlo methods. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **59**(4): 1383–1395
- 9 Gning A, Ristic B, Mihaylova L. Bernoulli particle/box-particle filters for detection and tracking in the presence of triple measurement uncertainty. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, **60**(5): 2138–2151
- 10 Abdallah F, Gning A, Bonnifait P. Box particle filtering for nonlinear state estimation using interval analysis. *Automatica*, 2008, **44**(3): 807–815
- 11 Gning A, Ristic B, Mihaylova L, Abdallah F. An introduction to box particle filtering. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2013, **30**(4): 166–171
- 12 Zhao X G, Song L P. Box-particle implementation for cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter. In: Proceedings of the 2013 China Summit and International Conference on Signal and Information Processing. Beijing, China: IEEE, 2013. 11–15
- 13 Schikora M, Gning A, Mihaylova L, Cremers D, Koch W, Streit R. Box-particle intensity filter. In: Proceedings of the 9th IET Algorithms and Applications Conference on Data Fusion and Target Tracking. London, UK: IET, 2012. 1–6
- 14 Petrov N, Gning A, Mihaylova L, Angelova D. Box particle filtering for extended object tracking. In: Proceedings of the 2012 International Conference on Information Fusion. Singapore, Singapore: IEEE, 2012. 82–89
- 15 Petrov N, Mihaylova L, Gning A. Rectangular extended object tracking with box particle filter using dynamic constraints. In: Proceedings of the 2014 IET Algorithms and Applications Conference on Data Fusion and Target Tracking. London, UK: IET, 2014. 1–7
- 16 Mihaylova L, Carmi A, Septier F, Gning A, Pang S K, Godsill S. Overview of Bayesian sequential Monte Carlo methods for group and extended object tracking. *Digital Signal Processing*, 2014, **25**: 1–16
- 17 Blackman S, Popoli R. *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*. Boston: Artech House Radar Library, 1999.
- 18 Li X R, Jilkov V. A survey of maneuvering target tracking Part I: dynamic models. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, **39**(4): 1333–1364
- 19 Sheng Zhou, Xie Shi-Qian, Pan Cheng-Yi. *Probability and Statistics*. (3rd edition). Beijing: Advanced Education Press, 2001. 439–440 (盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计. 第 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2001. 439–440)
- 20 Jaulin L, Kieffer M, Didrit O. *Applied Interval Analysis*. New York: Springer, 2001.
- 21 Mihaylova L. Matlab central code for group object structure and state estimation with evolving networks and Monte Carlo methods [Online], available: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/43906>, March 15, 2014.



**李振兴** 空军工程大学防空反导学院博士研究生. 2010 年于空军航空大学获得硕士学位. 主要研究方向为群目标跟踪, 密集多目标分辨. 本文通信作者.

E-mail: lzxing1988@163.com

(**LI Zhen-Xing** Ph.D. candidate at the College of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University. He

received his master degree from Air Force Aviation University in 2010. His research interest covers group targets tracking and multiple unresolved targets distinguish. Corresponding author of this paper.)



刘进忙 空军工程大学防空反导学院教授. 主要研究方向为目标跟踪, 多传感数据融合. E-mail: liujinmang1@163.com  
(**LIU Jin-Mang** Professor at the College of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University. His research interest covers targets tracking and multi-sensor data fusion.)



白东颖 空军工程大学防空反导学院讲师. 主要研究方向为智能信息处理. E-mail: choubao2012@hotmail.com  
(**BAI Dong-Ying** Lecturer at the College of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University. Her main research interest is intelligent information processing.)



李 松 空军工程大学防空反导学院副教授. 主要研究方向为模式识别及数据融合. E-mail: lisong77@163.com  
(**LI Song** Associate professor at the College of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University. His research interest covers pattern recognition and data fusion.)



倪 鹏 空军工程大学防空反导学院博士研究生. 主要研究方向为目标跟踪. E-mail: nipeng198508@163.com  
(**NI Peng** Ph.D. candidate at the College of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University. His main research interest is targets tracking.)