

无界 Petri 网的可达树的综述

干梦迪^{1,2} 王寿光¹ 周孟初^{2,3} 李俊⁴ 李月¹

摘 要 Petri 网自提出以来得到了学术界和工业界的广泛关注. Petri 网系统的可达性是最基本性质之一. 系统的其他相关性质都可以通过可达性进行分析. 利用等价的有限可达树来研究无界 Petri 网可达性, 依然是一个开放性问题. 该研究可以追溯到 40 年前, 但由于问题本身的复杂性和难度太大, 直到最近 20 年, 经过国内外诸多学者的不懈努力, 才逐渐取得了一些阶段性的成果和部分突破. 本文回顾了近 40 年来国内外学者为彻底解决该问题作出的贡献. 重点对 4 种开创性的研究成果展开讨论, 分别为有限可达树、扩展可达树、改进可达树及新型改进可达树. 探讨了今后无界 Petri 网可达性问题的研究方向.

关键词 无界 Petri 网, 可达树, 可达性问题, 离散事件系统

引用格式 干梦迪, 王寿光, 周孟初, 李俊, 李月. 无界 Petri 网的可达树的综述. 自动化学报, 2015, 41(4): 686–693

DOI 10.16383/j.aas.2015.c140097

A Survey of Reachability Trees of Unbounded Petri Nets

GAN Meng-Di^{1,2} WANG Shou-Guang¹ ZHOU Meng-Chu^{2,3} LI Jun⁴ LI Yue¹

Abstract In recent years both industry and academia have paid much attention to the theory and applications of Petri nets. Reachability is a basic property of a Petri net, and many properties can be analyzed via it. However, analyzing the reachability problem of unbounded Petri nets by finite reachability trees has been an open problem since the inception of Petri nets. Researchers began to study the problem of reachability trees over 40 years ago. However, they made only limited progress over the last 20 years due to its complexity and difficulty. We present an overview of some important contributions toward its solution. The focuses are on four novel finite reachability trees: finite reachability tree (FRT), augmented reachability tree (ART), modified reachability tree (MRT) and new modified reachability tree (NMRT). The paper concludes with a discussion of directions for future research of the reachability problem of unbounded Petri nets.

Key words Unbounded Petri nets, reachability tree, reachability problem, discrete event system

Citation Gan Meng-Di, Wang Shou-Guang, Zhou Meng-Chu, Li Jun, Li Yue. A survey of reachability trees of unbounded Petri nets. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(4): 686–693

自德国学者 Petri 首次在其博士论文中提出 Petri 网的概念^[1]以来, 得益于其图形化的表现形式、坚实的数学基础及众多的分析方法, Petri 网

已成为研究各类离散事件系统 (Discrete event system, DES) 建模、分析、控制等的常用工具^[2–11]. 可达性是其最基本性质之一, 其他相关性质, 如有界性、覆盖性、可逆性、活性、死锁等都可以通过可达性来分析^[12–24].

常见的用于可达性分析的方法有状态方程^[2, 25]、库所不变量^[19]及可达树^[26–27]. 前两者常用于判定标识的不可达性. 后者表示标识之间的可达关系, 常用于分析标识的可达性. 尽管其面临着表示的状态空间随初始标识、库所和变迁的增加呈指数增长, 相应的计算复杂度也是指数增长的问题^[4, 11, 28], 它依然是一种用于 Petri 网可达性分析的重要工具.

通常根据库所标识的有界性和无界性, 将 Petri 网划分为有界网和无界网. 针对有界 Petri 网的可达性问题, 国内外学者提出了各种基于组合优化的可达性求解方法, 如最优化方法^[2, 25]、启发式方法^[29–30]或智能算法如遗传算法^[31]、逻辑程序方法^[32]和层次可达图方法^[33]等^[34–35], 一定程度上可以解决网系统的状态空间随网系统规模呈指数增长

收稿日期 2014-02-19 录用日期 2014-05-15

Manuscript received February 19, 2014; accepted May 15, 2014
国家自然科学基金 (61374148, 61100056, 61374069), 浙江省杰出青年基金 (LR14F020001), 浙江省科技计划项目 (2013C31111), 浙江省新型网络标准与应用技术重点实验室 (2013E10012) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61374148, 61100056, 61374069), Zhejiang Natural Science Foundation for Distinguished Young Scholar (LR14F020001), Zhejiang Science and Technology Project (2013C31111), and Zhejiang New Network Standard and Technology (NNST) Key Laboratory (2013E10012)

本文责任编辑 王飞跃

Recommended by Chief Editor WANG Fei-Yue

1. 浙江工商大学信息与电子工程学院 杭州 310018, 中国 2. 同济大学电子与信息工程学院 上海 201804, 中国 3. 新泽西理工学院电子与计算机工程系 纽瓦克市 07102, 美国 4. 东南大学自动化学院 南京 210096, 中国

1. School of Information and Electronic Engineering, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310018, China 2. School of Electronic and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China 3. Department of Electrical and Computer Engineering, New Jersey Institute of Technology, Newark 07102, USA 4. School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China

的问题. 而无界 Petri 网可达性的分析除了要考虑网状态空间的“组合爆炸”问题外, 还需要考虑状态空间本身的无限增长问题, 因此组合优化手段并不适用. 无界网的可达性分析一直都是一个开放性问题. 虽然国内外诸多知名学者不断投入到相关理论的研究之中, 但也只取得了一些阶段性成果.

为实现无界网可达树的有限化表示, 1969 年, Karp 和 Miller^[27] 提出了一种有限可达树 (Finite reachability tree, FRT) 的方法, 引入了符号 ω , 表示无界网标识向量中的无限分量. 但引入符号 ω 对状态空间进行抽象, 导致部分有用信息丢失. 为此, 1981 年, Peterson^[36] 提出了用 $a + bn_i$ 来替代符号 ω 的建议. 1991 年, Wang^[37] 依据 Peterson^[36] 的建议, 提出了一种改进可达树 (Modified reachability tree, MRT).

为增强 FRT 的活性分析能力, 1997 年, Jeng 和 Peng 基于 Karp 和 Miller^[27] 的工作, 针对 1-库所无界 Petri 网的活性分析问题提出了一种扩展可达树 (Augmented reachability tree, ART)^[15-16] 方法. 该方法的应用范围有一定的局限性, 只适用于 1-库所无界 Petri 网.

Wang 和 Zhou 等^[38-41] 在文献 [37] 的基础上进一步深入探索, 取得了突破性进展. 1992 年, Wong 等^[41] 提出了自动生成 MRT 的算法. 2004 年, Wang 等^[38] 完善了 MRT^[37] 方法, 该方法具有里程碑式的意义, 为解决无界 Petri 网的可达性问题迈出了关键性一步, 能够促进 Petri 网可达性问题的最终解决.

然而, MRT 中依然存在一些不足, Ru 等^[42] 于 2006 年找到一个反例表明其死锁检测方法存在缺陷. 因虚假的全条件节点的存在, 使得 MRT 方法无法准确无误地分析无界网的死锁、活性和可达性.

针对该问题, 2008 年 Ding 等^[43] 基于 MRT 方法, 提出了新的适用于 1-库所无界 Petri 网的死锁检测方法, 将全条件节点分成虚假全条件节点和真实全条件节点两类, 只有真实的全条件节点才会导致死锁. 2010 年, Wang 等^[10] 针对 1-库所无界 Petri 网提出了一种新的构建可达树方法 (Improved reachability tree, IRT). 其创新点是 IRT 的可达标识完全等价于网系统的可达标识. 以上两种方法修正了 MRT 中的不足, 但只适用于 1-库所无界 Petri 网.

2013 年, Wang 等^[39] 在前人工作的基础上, 修改了“使能条件”的定义, 提出了一种适用于 ω 独立无界 Petri 网的可达树构建算法 (New modified reachability tree, NMRT), 首次突破了以往研究对象仅局限于 1-库所无界 Petri 网的局面, 首次提出了 ω 独立无界 Petri 网的概念, 并提出了一种新的

计算后继状态函数的方法, 可以解决 MRT 中存在虚假标识的问题. 同时, 针对 ω 独立无界 Petri 网提出了相应的死锁检测方法.

1 可达树算法概述

对于无界 Petri 网, 由于有些库所的标识数是无限递增的, 相应的可达树的规模无穷大, 给借助可达树分析网系统的性质带来很大困难, 因此对无界网的可达树进行一定程度的抽象成为必然^[5, 27, 37]. 借助可达树分析无界网可达性的思路如下: 对于给定的标识 M , 逐个检查改进可达树中的节点, 判断 M 在所有节点处是否可达. 若存在某个节点, 使得 M 在该节点处可达, 则 M 是可达的; 若 M 在任意节点处都不可达, 则 M 是不可达的.

1.1 有限可达树 (FRT)^[27]

为实现无界网可达树的有限表示, 1969 年, Karp 和 Miller^[27] 首次提出了一种有限可达树 (FRT) 方法, 引入了一种表示“潜在无限”的符号 ω . FRT 方法是一种基础的、强有力的工具, 可以分析网系统的安全性、有界性、保守性和覆盖性等. 但是符号 ω 仅仅简单地表示了相对应的库所中托肯数目的无限性, 更多结构性信息并未包含在内. 例如: 图 1(a) 和图 1(b) 所示的两个不同的 Petri 网, 它们的 FRT 相同, 如图 1(c) 所示. 图 1(a) 中库所 p_2 中托肯的数目总是偶数, 而图 1(b) 中库所 p_2 中托肯的数目却可以是任意的整数. 然而其对应的 FRT 未传达这些信息. 符号 ω 丢失了这些有用的信息, 使得 FRT 方法无法准确地分析无界 Petri 网的活性等.

1.2 扩展可达树 (ART)^[15-16]

先前的工作已证明一般网 (无界和有界) 的可达性问题是可判定的^[5]. 虽然文献 [5] 给出了判定可达性的算法, 但可操作性不强. 文献 [36] 揭示了可达性问题等价于活性问题, 故一般的活性问题也是可判定的.

为增强 FRT 活性分析能力, Jeng 和 Peng^[15-16] 提出了一种扩展可达树 (ART) 方法, 并应用于 1-库所无界网的活性分析, 其核心思想是基于可达树上每个节点的最小标识的计算. 该方法不仅可以分析活性, 也可以用来分析其他性质, 如可逆性等, 这些可以用 FRT 方法进行分析的性质都可以通过 ART 方法进行分析. 构建扩展可达树需要计算无界 Petri 网中每个节点的最小标识. 然而, 最小标识的计算是 NP 困难问题, 故它对大规模的网系统不适用, 只适用于小规模网系统.

1.3 改进可达树 (MRT)^[37-38]

自半个多世纪前 Petri 网被提出以来, 无界网的可达性问题一直都是一个开放性问题, 国内外诸多知名学者为此投入了大量的精力, 其中 Wang 和 Zhou 等^[37-41]更是为解决该问题做出了卓越贡献.

Wang 等^[37-38]依据 Peterson 提出的建议, 将 FRT 中的符号 ω 精确表示为商和余数的组合 $k\omega_n + q$. 该多项式携带了更多结构性的信息, 因此能够更好地表示无界 Petri 网的可达集, 有效地分析网系统的活性、死锁和可达性. 他们提出了后继标识函数 $\delta(\mu, t)$, 在此基础上提出了一种开创性的方法, 即改进可达树 (MRT). 同时, 他们介绍了 ω 数、 ω 向量、 ω 向量和整数的加法定则、 ω 向量包含关系等基础理论知识. 为方便分析网系统, 他们将节点分为 4 类, 分别为内部节点 (Interior)、终止节点 (Terminal)、重复节点 (Duplicate) 及 ω 重复节点 (ω -

Duplicate). 其中, 内部节点是一类包含子节点的节点; 终止节点是相对应的标识为死标识的节点; 重复节点是可达树中之前已出现过的节点; ω 重复节点是一类标识中包含 ω 数且之前已出现过的节点; 不属于上述 4 类的节点归为边界节点.

MRT 方法的核心思想是: 首先将初始标识定义为可达树的根节点, 同时将根节点看作边界节点; 然后根据算法逐个将边界节点转化为内部节点、终止节点、重复节点或是 ω 重复节点中的一类, 直至网中无边界节点.

因网系统中不存在负数标识, 其也给出了相应的修正方案: 若一个 ω 数中的某个分量的下界为负整数 s , 首先设置其下界为零, 然后将其他所有相关分量的下界增加 s . 重复该步骤, 直到所有的 ω 数中的分量下界都为非负整数.

MRT 方法在大部分情况 (不存在虚假标识) 下都可以有效地分析 Petri 网的死锁、活性和可达性, 相对于 FRT 方法功能更强大. 如图 2 (a) 和图 2 (b)

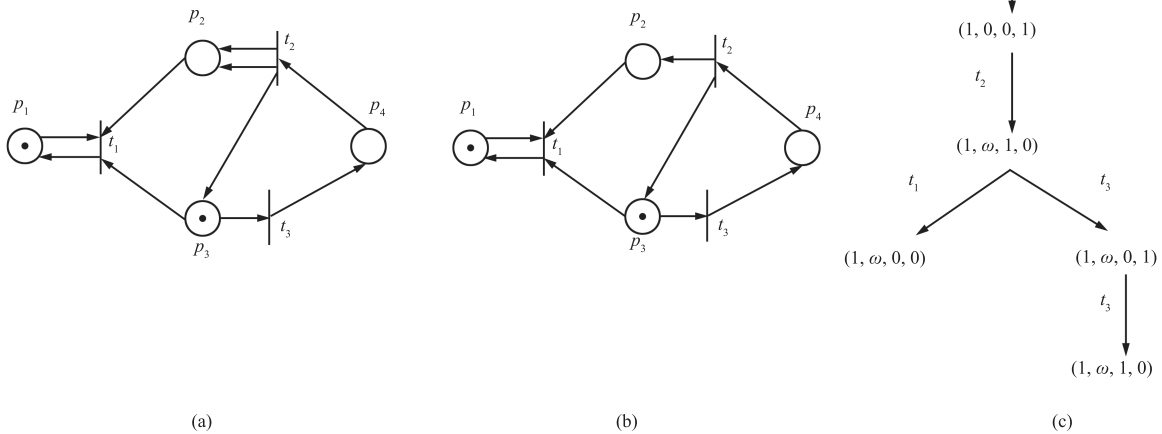


图 1 FRT 相同的两个 Petri 网^[36]
Fig. 1 Petri nets with identical FRT^[36]

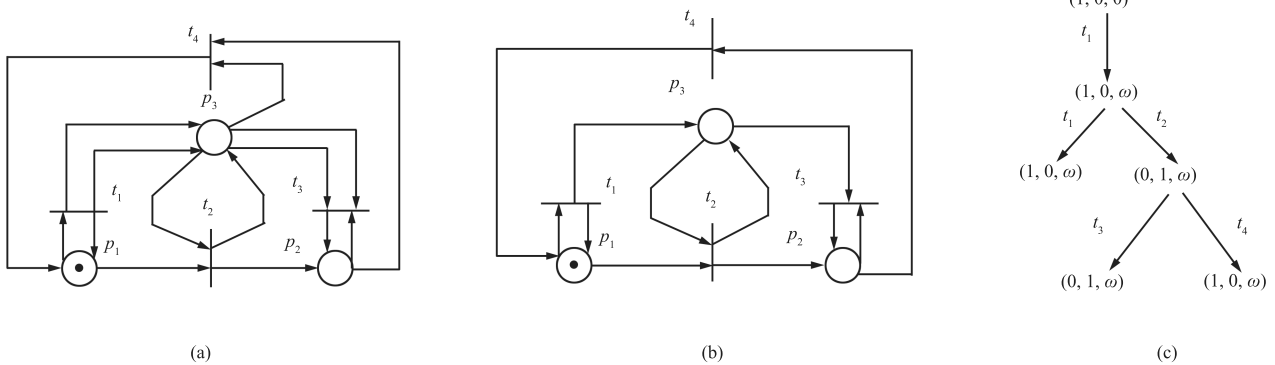


图 2 相同的 FRT 但活性不同的两个 Petri 网^[38]
Fig. 2 Petri nets with identical FRT but different liveness properties^[38]

所示的 Petri 网具有相同的 FRT, 如图 2(c) 所示. 显然, 利用 FRT 方法无法判断这两个 Petri 网系统的活性、死锁和可达性. 但借助 MRT 方法可以分析.

具体步骤如下: 首先根据 MRT 的生成算法生成相应的改进可达树 (MRT), 分别如图 3(a) 和图 3(b) 所示; 然后根据 MRT 中是否存在全条件节点或终止节点判断该网系统是否存在死锁. 显然, 图 3(a) 所示的 MRT 中包含了全条件节点 $(0, 1, 2\omega_0)$, 故图 2(a) 所示的 Petri 网存在死锁; 而图 3(b) 所示的 MRT 既不包含全条件节点也不包含末端节点, 故图 2(b) 所示的 Petri 网不存在死锁.

Wang 和 Zhou 等^[38] 的工作为解决无界网可达性问题迈出了重要的一步. 但该方法依然存在某些不足. 如 Ru 等^[42] 找到的如下反例. 图 4(a) 为某一 Petri 网, 其 MRT 如图 4(b) 所示. 因其 MRT 中包含了一个全条件节点, 即 $\mu_{full} = (0, 1, \omega_0)$, 故判定此 Petri 网存在死锁. 然而根据图 4(c) 的分析, 该网的可达集中不存在死标识, 该网系统无死锁. 该方法失效的原因是少数 MRT 中的全条件节点表示的标识集合可能包含实际无界网中不能到达的死标识, 即虚假标识. 此例中 μ_{full} 的一个普通标识 $(0, 1, 0)$ 就是不可达的死标识^[42].

MRT 方法可以有效地分析许多无界网的活性、死锁和可达性, 当用该方法分析存在虚假标识的网

系统时会出错. 故采取何种方法分析无界网死锁、活性和可达性依然有待进一步的探索.

1.4 新型的改进可达树 (NMRT)^[39]

2013 年, Wang 等^[39] 提出了一种新型的改进可达树 (NMRT) 方法, 用于分析 ω 独立无界 Petri 网的活性、死锁和可达性等. ω 独立无界 Petri 网即该类网中不存在两个或两个以上分量在实施同一个变迁后严格递增. 该方法首先提出有效避免虚假标识的后继标识函数, 接着提出构建 NMRT 的算法, 并且 NMRT 包含且仅包含所有可达标识, 在此基础上, 提出了验证相关性质的定理. 该定理可有效分析 ω 独立无界 Petri 网死锁、活性和可达性等.

NMRT 方法能够在构建 NMRT 的过程中有效避免虚假标识的出现, 可以分析用 MRT 方法无法分析的网系统 (存在虚假标识) 的死锁、活性和可达性. 如图 5(a) 所示的无界 Petri 网, 根据基于 MRT 的死锁检测方法 (若一个网中存在全条件节点或末端节点则判定该网存在死锁) 进行分析, 则因该网的 MRT 存在全条件节点 μ_5 , 判定该网系统存在死锁. 而相对应的 NMRT 如图 5(c) 所示. 基于 NMRT 的死锁检测定理 (若 NMRT 中存在全条件节点或末端节点则判定该网存在死锁) 进行分析, 则因该网的 NMRT 不存在全条件节点或末端节点, 判定该网无死锁.

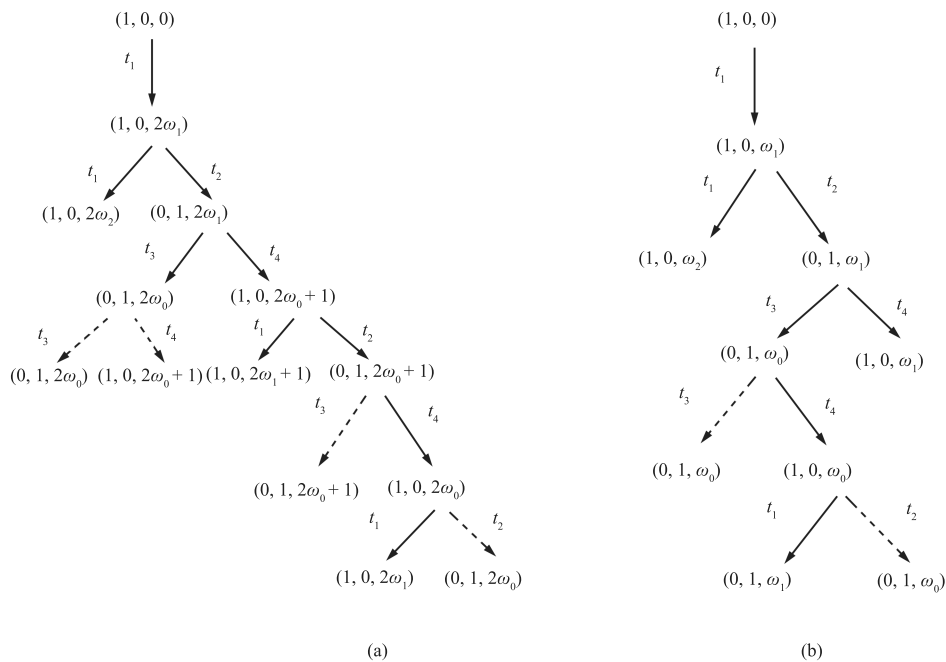
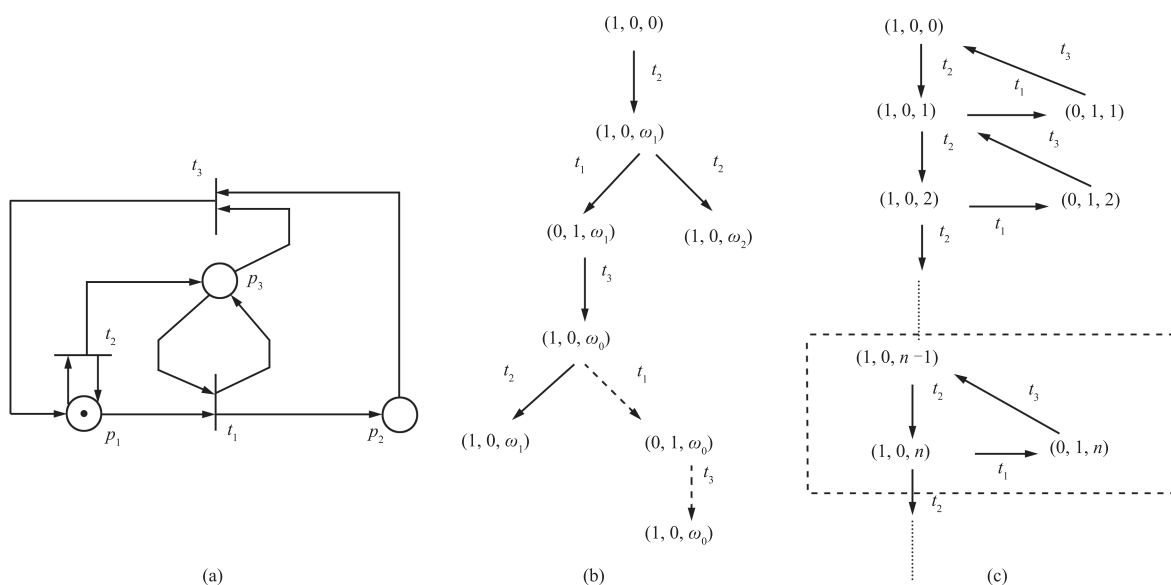
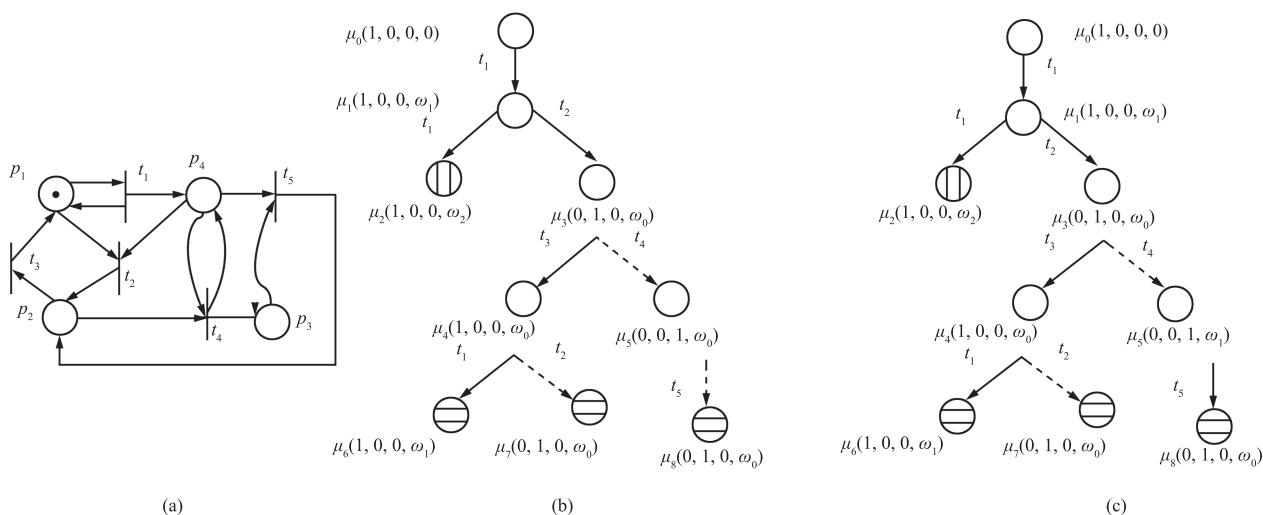


图 3 图 2 所示 Petri 网的 MRTs^[38]

Fig. 3 MRTs of Petri nets in Fig. 2^[38]

图 4 一个 Petri 网及其 MRT、可达性分析^[42]Fig. 4 A Petri net, its MRT and reachability analysis^[42]图 5 一个 Petri 网及其 MRT、NMRT^[39]Fig. 5 A Petri net and its MRT, NMRT^[39]

因生成的 MRT 包含了图 5(b) 中 μ_5 这个虚假的全条件节点, 导致用基于 MRT 的死锁检测定理判断时出现误判. 而 NMRT 在生成过程中有效避免了虚假标识, 故能准确无误地判断出图 5(a) 所示的 Petri 网无死锁.

与已有方法相比, NMRT 包含且仅包含了由初始标识可以到达的标识, 有效避免了虚假标识的出现, 保证了可达树表示信息的准确性及完整性. 同时, 该方法适用于 ω 独立无界 Petri 网, 打破了之前研究对象只局限于 1-库所无界 Petri 网的局面. 基

于 NMRT, Wang 等的最新工作^[44] 提出了宏活图 (Macro liveness graph, MLG) 观念, 从而圆满地解决了 ω 独立无界 Petri 网的活性判定问题.

2 总结与展望

自 Petri 网提出以来, 对任意无界 Petri 网进行可达性分析一直是一个未得到彻底解决的问题^[45-47]. 本文重点讨论了有限可达树 (FRT)、扩展可达树 (ART)、改进可达树 (MRT) 和新型的改进可达树 (NMRT) 的构建算法及基于这些算法的

死锁检测方法. 其中, Wang 和 Zhou 等^[37-38] 提出的改进可达树 (MRT) 具有里程碑式的意义. 然而, 因存在虚假全条件节点而无法准确无误地分析死锁、活性及可达性^[42-43]. 针对这些问题, Wang 等^[39] 提出了新型的改进可达树方法 (NMRT), 能够有效分析 ω 独立无界 Petri 网的死锁、活性等. 这是首次将可达性分析从 1-库所无界 Petri 网扩展到了可含多个无界库所的 ω 独立无界 Petri 网.

综上所述, 无界 Petri 网可达性分析依然有待进一步的研究, 任意无界 Petri 网可达性与相关问题的解决方法还未找到. 为彻底解决该问题, 以下几个方面的研究工作迫切地需要展开:

1) 有限可达树信息表示的完整性和树的规模之间的平衡有待研究. 有限可达树的规模和 ω 表示的完整性是一对矛盾. 目前做法倾向于让可达树规模尽可能地小, 但负面影响也随即而来, 即可能导致信息的丢失, 或增加可达性分析的计算复杂度. 对可达树本身的研究还远不够.

2) 任意无界网的活性、死锁等可达性相关问题的研究工作缺乏. 现在的活性、死锁等可达性相关问题的研究工作主要集中在某些特殊子网^[12, 43, 48-49], 并不适用于任意无界网.

3) 同有界网^[50-64] 一样, 无界网无法回避规模问题, 一旦规模变得越大, 可达性分析会越困难, 有必要结合云计算和云存储技术, 建立任意无界网的一般可达性分析的实用化方法.

References

- Petri C A. Kommunikation Mit Automaten [Ph.D. dissertation], Insitut für Instrumentelle Mathematik Schriften des IIM Nr.z, Germany. 1962.
- Bourdeaud'huy T, Hanafi S, Yim P. *Solving the Petri Nets Reachability Problem Using the Logical Abstraction Technique and Mathematical Programming*. Berlin: Springer, 2004. 112-126
- Finkel A. *The Minimal Coverability Graph for Petri Nets*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 1993. 210-243
- Hrúz B, Zhou M C. *Modeling and Control of Discrete-Event Dynamic Systems: With Petri Nets and Other Tools*. Berlin: Springer, 2007.
- Keller R M. *Vector Replacement Systems: A Formalism for Modeling Asynchronous Systems*. Princeton: Department of Electrical Engineering Computer Sciences Laboratory Princeton University, 1972.
- Li Z W, Zhou M C. *Deadlock Resolution in Automated Manufacturing Systems: A Novel Petri Net Approach*. Berlin: Springer, 2009.
- Wang S G, Wang C Y, Yu Y P. On the existence of complementary-place supervisors that enforce the liveness in S3PR. In: Proceedings of the 2010 International Conference on Mechatronics and Automation. Xi'an, China: IEEE, 2010. 1624-1628
- Wang S G, Wang C Y, Zhou M C. Controllability conditions of resultant siphons in a class of petri nets. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2012, **42**(5): 1206-1215
- Wang S G, Wang C Y, Zhou M C, Li Z W. A method to compute strict minimal siphons in S3PR based on loop resource subsets. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2012, **42**(1): 226-237
- Wang Y H, Jiang B, Jiao L. Property checking for 1-place-unbounded petri nets. In: Proceedings of the 2010 IEEE International Symposium on Theoretical Aspects of Software Engineering (TASE). Taipei, China: IEEE, 2010. 117-125
- Yuan Chong-Yi. *The Principle and Application of Petri Nets*. Beijing: Electronic Industry Press, 2005. (袁崇义. Petri 网原理与应用. 北京: 电子工业出版社, 2005.)
- Bellettini C, Carlo L, Capra L. Reachability analysis of time basic Petri nets: a time coverage approach. In: Proceedings of the 2011 International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing. Timisoara, Romania: IEEE, 2011. 110-117
- Ferrarini L. On the reachability and reversibility problems in a class of Petri nets. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1994, **24**(10): 1474-1482
- Fanti M P, Zhou M C. Deadlock control methods in automated manufacturing systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2004, **34**(1): 5-22
- Jeng M D, Peng M Y. On the liveness problem of 1-place-unbounded Petri nets. In: Proceedings of the 1997 International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, Computational Cybernetics and Simulation. Orlando, FL: IEEE, 1997. 3221-3226
- Jeng M D, Peng M Y. Augmented reachability trees for 1-place-unbounded generalized Petri nets. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 1999, **29**(2): 173-183
- Jones N D, Landweber L H, Edmund L Y. Complexity of some problems in Petri nets. *Theoretical Computer Science*, 1977, **4**(3): 277-299
- Mayr E W. An algorithm for the general Petri net reachability problem. *SIAM Journal on Computing*, 1984, **13**(3): 441-460
- Murata T. Petri nets: properties, analysis and applications. *Proceedings of the IEEE*, 1989, **77**(4): 541-580
- Ru Y, Hadjicostis C N. Reachability analysis for a class of Petri nets. In: Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control. Shanghai, China: IEEE, 2009. 1261-1266
- Wang J, Deng Y, Xu G. Reachability analysis of real-time systems using time Petri nets. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2000, **30**(5): 725-736
- Wu N Q. Necessary and sufficient conditions for deadlock-free operation in flexible manufacturing systems using a colored Petri net model. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, 1999, **29**(2): 192-204

- 23 Wu N Q, Bai L, Chu C. Modeling and conflict detection of crude oil operations for refinery process based on controlled colored timed Petri net. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, 2007, **37**(4): 461–472
- 24 Wu Zhe-Hui, Jiang Chang-Jun. Conversion algorithm of bounded Petri nets. *Journal of Software*, 1992, **3**(1): 23–29 (吴哲辉, 蒋昌俊. 有界 Petri 网的可达图到网图的转换算法. 软件学报, 1992, **3**(1): 23–29)
- 25 Bourdeaud'huy T, Hanafi S, Yim P. Mathematical programming approach to the Petri nets reachability problem. *European Journal of Operational Research*, 2007, **177**(1): 176–197
- 26 Jiang Chang-Jun, Wu Zhe-Hui. Labeled reachability tree of Petri nets. *Journal of Software*, 1993, **4**(6): 22–28 (蒋昌俊, 吴哲辉. Petri 网的标注可达树. 软件学报, 1993, **4**(6): 22–28)
- 27 Karp R M, Miller R E. Parallel program schemata. *Journal of Computer and System Sciences*, 1969, **3**(2): 147–195
- 28 Li J Q, Fan Y S, Zhou M C. Performance modeling and analysis of workflow. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2004, **34**(2): 229–242
- 29 Kultz R M, Künzle L A, Silva F. *Applying Hm Heuristics in Petri Nets Reachability Problem*. Berlin: Springer, 2010. 163–173
- 30 Taoka S, Watanabe T. Heuristic algorithms for the marking construction problem of Petri nets. In: Proceedings of the 2010 International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS). Paris, France: IEEE, 2010. 1344–1347
- 31 Takahashi K, Ono I, Satoh H, Kobayashi S. An efficient genetic algorithm for reachability problems. In: Proceedings of the 30th International Conference on System Sciences. Wailea, HI, USA: IEEE, 1997. 89–98
- 32 Yeh W J, Young M. Compositional reachability analysis using process algebra. In: Proceedings of the 1991 ACM Transactions on the Symposium on Testing, Analysis, and Verification. New York, USA: IEEE, 1991. 49–59
- 33 Notomi M, Murata T. Hierarchical reachability graph of bounded Petri nets for concurrent-software analysis. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 1994, **20**(5): 325–336
- 34 Ahmad F, Huang H J, Wang X L, Anwer W. A technique for generating the reduced reachability graph of Petri net models. In: Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. Singapore: IEEE, 2008. 3636–3641
- 35 Schmidt K. Parameterized reachability trees for algebraic Petri nets. *Application and Theory of Petri Nets*. Berlin: Springer, 1995. 392–411
- 36 Peterson J L. *Petri Net Theory and the Modeling of Systems*. NJ: Prentice-Hall, 1981.
- 37 Wang F Y. A modified reachability tree for Petri nets. In: Proceedings of the 1991 International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. Charlottesville, VA: IEEE, 1991. 329–334
- 38 Wang F Y, Gao Y Q, Zhou M C. A modified reachability tree approach to analysis of unbounded Petri nets. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2004, **34**(1): 303–308
- 39 Wang S G, Zhou M C, Li Z W, Wang C Y. A new modified reachability tree approach and its applications to unbounded Petri nets. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2013, **43**(4): 932–940
- 40 Zhou M C. Modeling, analysis, simulation, scheduling, and control of semiconductor manufacturing systems: a Petri net approach. *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, 1998, **11**(3): 333–357
- 41 Wong H M, Zhou M C. Automated generation of modified reachability trees for Petri nets. In: Proceedings of the 1992 Regional Control Conference. Brooklyn, NY, 1992. 119–121
- 42 Ru Y, Wu W, Hadjicostis C N. Comments on “a modified reachability tree approach to analysis of unbounded petri nets”. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2006, **36**(5): 1210–1210
- 43 Ding Z J, Jiang C J, Zhou M C. Deadlock checking for one-place unbounded Petri nets based on modified reachability trees. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2008, **38**(3): 881–883
- 44 Wang S G, Gan M D, Zhou M C. Macro liveness graph and liveness of ω -independent unbounded nets. *Science China Information Sciences*, 2015, **58**(3): 1–10
- 45 Li Zhi-Wu, Wang An-Rong. A Petri net based deadlock prevention approach for exible manufacturing systems. *Acta Automatica Sinica*, 2003, **29**(5): 733–740 (李志武, 王安荣. 基于 Petri 网的柔性制造系统一种预防死锁方法. 自动化学报, 2003, **29**(5): 733–740)
- 46 Xing Ke-Yi, Tian Feng, Yang Xiao-Jun, Hu Bao-Sheng. Polynomial-complexity deadlock avoidance policies for automated manufacturing systems. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(8): 893–896 (邢科义, 田锋, 杨小军, 胡保生. 具有多项式时间复杂性的避免制造系统死锁控制策略. 自动化学报, 2007, **33**(8): 893–896)
- 47 Fu Jian-Feng, Dong Li-Da, Xu Shan-Shan, Zhu Dan, Zhu Cheng-Cheng. An improved liveness condition for S4PR nets. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(9): 1439–1446 (傅健丰, 董利达, 徐姗姗, 朱丹, 朱承丞. 一种改进型的 S4PR 网活性条件. 自动化学报, 2013, **39**(9): 1439–1446)
- 48 Florin G, Natkin S. Generalization of queueing network product form solutions to stochastic Petri nets. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 1991, **17**(2): 99–107
- 49 Wang Y, Ding Z J. Analysis for one-place unbounded Petri nets based on modified reachability trees. In: Proceedings of the 2010 International Conference on Networking, Sensing and Control (ICNSC). Beijing, China: IEEE, 2012. 107–111
- 50 Chen Y, Li Z, Zhou M C. Optimal supervisory control of flexible manufacturing systems by Petri nets: a set classification approach. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2014, **11**(2): 549–563
- 51 Chen Y, Li Z, Zhou M C. Behaviorally optimal and structurally simple liveness-enforcing supervisors of flexible manufacturing systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A: Systems and Humans*, 2012, **42**(3): 615–629
- 52 Ding Z H, Zhou M C, Wang S G. Ordinary differential equation based deadlock detection. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2014, **44**(10): 1435–1454

- 53 Ding Z H, Zhou Y, Zhou M C. A polynomial algorithm to performance analysis of concurrent systems via Petri nets and ordinary differential equations. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2015, **12**(1): 295–308
- 54 Huang Y S, Pan Y L, Zhou M C. Computationally improved optimal deadlock control policy for flexible manufacturing systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A: Systems and Humans*, 2012, **42**(2): 404–415
- 55 Li Z, Zhou M C, Jeng M D. A maximally permissive deadlock prevention policy for FMS based on Petri net siphon control and the theory of regions. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2008, **5**(1): 182–188
- 56 Uzam M, Zhou M C. An iterative synthesis approach to Petri net — based deadlock prevention policy for flexible manufacturing systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A*, 2007, **37**(3): 362–371
- 57 Uzam M, Zhou M C. An improved iterative synthesis method for liveness enforcing supervisors of flexible manufacturing systems. *International Journal of Production Research*, 2006, **44**(10): 1987–2030
- 58 Chen Y F, Li Z W, Khalgui M, Mosbahi O. Design of a maximally permissive liveness-enforcing Petri net supervisor for flexible manufacturing systems. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2011, **8**(2): 374–393
- 59 Chen Y F, Li Z W. Design of a maximally permissive liveness-enforcing supervisor with a compressed supervisory structure for flexible manufacturing systems. *Automatica*, 2011, **47**(5): 1028–1034
- 60 Chen Y F, Li Z W, Al-Ahmari A. Nonpure Petri net supervisors for optimal deadlock control of flexible manufacturing systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2013, **43**(2): 252–265
- 61 Xing K, Han L, Zhou M C. Deadlock-free genetic scheduling algorithm for automated manufacturing systems based on deadlock control policy. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Part B*, 2012, **42**(3): 603–615
- 62 Xiong H H, Zhou M C. Scheduling of semiconductor test facility via Petri nets and hybrid heuristic search. *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, 1998, **11**(3): 384–393
- 63 Luo J C, Xing K Y, Zhou M C, Li X L, Wang X N. Deadlock-free scheduling of automated manufacturing systems via Petri nets and hybrid heuristic search. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2015, **45**(3): 530–541
- 64 Huang B, Zhu H, Zhang G, Lu X. On further reduction of constraints in nonpure Petri net supervisors for optimal deadlock control of flexible manufacturing systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2015, **45**(3): 542–543



干梦迪 同济大学电子与信息工程学院硕士研究生。2014 年获浙江工商大学信息与电子工程学院学士学位。主要研究方向为离散事件系统监控理论和 Petri 网理论与应用。

E-mail: mengdigan@126.com

(**GAN Meng-Di** Master student at the School of Electronic and Information Engineering, Tongji University. She received her bachelor degree from the School of Information and Electronic

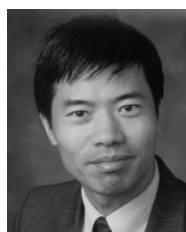
Engineering, Tongji University. She received her bachelor degree from the School of Information and Electronic

Engineering, Zhejiang Gongshang University. Her research interest covers supervisory control of discrete event systems, and Petri net theory and application.)



王寿光 浙江工商大学信息与电子工程学院教授。2005 年获浙江大学电气学院控制理论与控制工程专业博士学位。主要研究方向为离散事件系统监控理论, Petri 网理论与应用, 生产调度。本文通信作者。E-mail: wsg5000@hotmail.com

(**WANG Shou-Guang** Professor at the School of Information and Electronic Engineering, Zhejiang Gongshang University. He received his Ph. D. degree from the College of Electrical Engineering, Zhejiang University in 2005. His research interest covers application, supervisory control of discrete event systems, Petri net theory and application, and production scheduling. Corresponding author of this paper.)



周孟初 同济大学电子与信息工程学院讲座教授, 美国新泽西理工学院电子与计算机工程系杰出教授。主要研究方向为智能自动化, Petri 网, 无线传感器网络, 大数据, 半导体制造和能源系统。E-mail: zhou@njit.edu

(**ZHOU Meng-Chu** Chair professor at the School of Electronic and Information Engineering, Tongji University, and also distinguished professor at the Department of Electrical and Computer Engineering, New Jersey Institute of Technology of USA. His research interest covers intelligent automation, Petri nets, wireless sensor networks, big data, semiconductor manufacturing, and energy systems.)

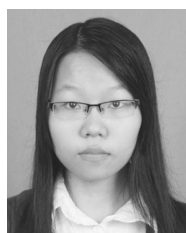
formation Engineering, Tongji University, and also distinguished professor at the Department of Electrical and Computer Engineering, New Jersey Institute of Technology of USA. His research interest covers intelligent automation, Petri nets, wireless sensor networks, big data, semiconductor manufacturing, and energy systems.)



李俊 东南大学自动化学院副研究员。2007 年获东南大学控制理论与控制工程专业博士学位。主要研究方向为离散事件系统监控理论, 运筹学和机器人学。E-mail: j262402@163.com

(**LI Jun** Associate professor at the School of Automation, Southeast University. He received his Ph. D. degree from Southeast University in 2007. His research interest covers supervisory control of discrete event systems, operational research, and robotics.)

from Southeast University in 2007. His research interest covers supervisory control of discrete event systems, operational research, and robotics.)



李月 浙江工商大学信息与电子工程学院硕士研究生。主要研究方向为离散事件系统监控理论和 Petri 网理论与应用。E-mail: wsg5000@gmail.com

(**LI Yue** Master student at the School of Information and Electronic Engineering, Zhejiang Gongshang University. Her research interest covers supervisory control of discrete event systems, and Petri net theory and application.)

theory and application.)