

基于非局部相似模型的压缩感知图像恢复算法

沈燕飞^{1,2} 李锦涛^{1,2} 朱珍民^{1,2} 张勇东^{1,2} 代锋^{1,2}

摘要 针对压缩感知 (Compressed sensing, CS) 图像恢复问题, 提出了一种基于非局部相似模型的压缩感知恢复算法, 该算法将传统意义上二维图像块的稀疏性扩展到相似图像块组在三维空间上的稀疏性, 在提高图像表示稀疏度的同时进一步提高了压缩感知图像恢复效率, 恢复图像在纹理和结构保持方面都得到了很大的提升. 在该算法模型求解过程中, 使用增广拉格朗日方法将受限优化问题转换为非受限优化问题, 为减少计算复杂度, 还使用了基于泰勒展开的线性化技术来加速算法求解. 实验结果表明, 该算法的图像恢复性能优于目前主流的压缩感知图像恢复算法.

关键词 压缩感知, 图像恢复, 非局部相似, 稀疏表示

引用格式 沈燕飞, 李锦涛, 朱珍民, 张勇东, 代锋. 基于非局部相似模型的压缩感知图像恢复算法. 自动化学报, 2015, 41(2): 261–272

DOI 10.16383/j.aas.2015.c140210

Image Reconstruction Algorithm of Compressed Sensing Based on Nonlocal Similarity Model

SHEN Yan-Fei^{1,2} LI Jin-Tao^{1,2} ZHU Zhen-Min^{1,2} ZHANG Yong-Dong^{1,2} DAI Feng^{1,2}

Abstract In this paper, an image reconstruction algorithm of compressed sensing (CS) is proposed based on nonlocal similarity model. Instead of using the traditional sparse property of 2D image blocks, the sparse representation of 3D similar image block group is exploited to increase the sparse degree of reconstructed image and improve the performance of the compressed sensing reconstruction algorithm. The texture and structure features are well preserved in the reconstructed image. In the solution of our proposed algorithm, the constrained optimization problem is transformed into an unconstrained optimization problem by augmented Lagrangian method, and the linear technique, which is based on Taylor expansion, is employed to reduce the computational burden and accelerates our proposed algorithm. Experimental results show that the subjective and objective performance of our proposed reconstruction algorithm is superior to the state of art reconstruction algorithms.

Key words Compressed sensing (CS), image reconstruction, nonlocal similarity, sparse representation

Citation Shen Yan-Fei, Li Jin-Tao, Zhu Zhen-Min, Zhang Yong-Dong, Dai Feng. Image reconstruction algorithm of compressed sensing based on nonlocal similarity model. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(2): 261–272

压缩感知 (Compressed sensing, CS) 理论作为一种新颖的信号采集理论, 能够以远小于香农–那奎斯特采样定理要求的采样率对稀疏或者可压缩信号进行采样, 并且可以完整地重构出原始信号, 其核心内容是稀疏或者可压缩信号的少量随机线性投影即包含了重建信号所需要的足够信息. 目前关于压缩感知理论的相关研究主要集中在三个方面: 1) 信

号的稀疏表示方法, 信号的稀疏性是压缩感知理论的前提条件, 信号的稀疏度越高, 压缩感知的效率就越高, 因此寻求信号的稀疏表示方法是当前该领域的一个研究热点; 2) 测量矩阵的构造方法, 设计一个能够获得稀疏信号中有效信息的高效测量方法, 需要满足与一般稀疏基具有不相干性, 并且具有快速算法、低存储量和硬件易实现的特点; 3) 压缩感知恢复算法, 即从感知测量值中恢复出原始信号的方法, 目前这方面的研究主要集中在如何构建计算复杂度低、恢复效果好并且稳定、感知效率高的算法来精确恢复原始信号.

压缩感知理论的数学模型表示如下: 对于一个长度为 N 的一维信号 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N$, 如果 $\mathbf{x}$ 中只有 K ($K \ll N$) 个非零元素, 则称 $\mathbf{x}$ 是稀疏的, 其稀疏度为 K/N . 压缩感知的测量过程就是将稀疏信号 $\mathbf{x}$ 在随机测量矩阵 Φ ($\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$, $M \ll N$) 上进行投影的过程 (这里, 我们以实数为例), 如式 (1) 所示, 得

收稿日期 2014-04-01 录用日期 2014-08-12
Manuscript received April 1, 2014; accepted August 12, 2014
国家自然科学基金 (61327013, 61471343), 中国科学院科研装备研制项目 (YZ201321) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61327013, 61471343) and Instrument Developing Project of the Chinese Academy of Sciences (YZ201321)
本文责任编辑 张长水
Recommended by Associate Editor ZHANG Chang-Shui
1. 中国科学院计算技术研究所 北京 100190 2. 北京市移动计算与新型终端重点实验室 北京 100190
1. Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190 2. Beijing Key Laboratory of Mobile Computing and Pervasive Device, Beijing 100190

到一个比原始信号 $\mathbf{x}$ 长度小很多的测量值 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^M$.

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (1)$$

由于式 (1) 是一个欠定方程组, 属于病态求解问题, 因此无法直接利用测量值 $\mathbf{y}$ 对原始信号 $\mathbf{x}$ 进行恢复重建. 但是根据压缩感知理论, 对于稀疏信号 $\mathbf{x}$, 如果测量矩阵 Φ 满足一定的约束等距性 (Restricted isometry property, RIP) 条件, 那么信号 $\mathbf{x}$ 可以通过求解式 (2) 得以恢复重建.

$$\min \|\mathbf{x}\|_0, \quad \text{s.t. } \mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (2)$$

当信号 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N$ 在空域中非稀疏时, 则需要用一组基 $\Psi = [\psi_1 | \cdots | \psi_N]$ 首先对其进行稀疏表示, 即

$$\mathbf{x} = \sum_{n=1}^N \psi_n \theta_n = \Psi \Theta \quad (3)$$

其中, Θ 为稀疏系数, Ψ 为信号 $\mathbf{x}$ 的稀疏基或者稀疏字典, 那么压缩感知测量过程可以表示为

$$\mathbf{y} = \Phi \Psi \Theta \quad (4)$$

其中, $A = \Phi \Psi$ 称为感知测量矩阵, 这里为了保证新的测量矩阵 A 能够满足 RIP 条件, 则要求矩阵 Φ 和 Ψ 尽可能不相关.

作为压缩感知理论的核心问题之一, 压缩感知重建算法一直是该领域的研究热点, 直接关系到压缩感知理论在实际应用中的成败, 特别对于高维的图像信号应用. 目前主流压缩感知重建算法主要包括: 凸优化算法、贪婪算法、非凸最小化方法、组合优化算法、迭代阈值算法和布莱格曼迭代算法等^[1]. 这些算法主要利用信号在一些基函数下的稀疏性先验知识进行压缩感知重建, 尽管为压缩感知理论的推广应用奠定了良好基础, 但是这些稀疏性先验知识主要是在一些固定基下的稀疏性, 适应性较差, 对于内容多变的图像压缩感知应用而言, 重建图像的质量极其不稳定^[2-3]. 为了得到稳定而真实的恢复图像, 必须进一步挖掘图像中潜在的其他先验知识作为正则化条件, 例如: 图像小波变换系数的结构性^[4-6]、图像内容的平滑性^[7-8]、非局部图像块的相似性^[9]、相似图像块间的低秩性^[10] 和视频图像帧间的相关性^[11-13] 等. 如果在图像压缩感知重建过程中, 对这些属性加以充分利用, 将可以进一步提高压缩感知效率. 目前在图像去噪研究领域, 很多学者基于图像的潜在先验知识先后提出了小波阈值去噪方法^[14]、基于全变差 (Total variation, TV) 的去噪方法^[15]、奇异谱分析去噪方法^[16] 和非局部滤波图像去噪算法^[17] 等, 其中最具有代表性的是 TV 模型, 在图像去噪方面取得了非常好的效果. 对于图像压缩

感知应用, 由于大部分图像具有稀疏或者近似稀疏的梯度属性, 因此将 TV 模型作为稀疏正则化项的压缩感知图像重建算法也得到了广泛的应用^[18-19], 其模型如式 (5) 所示:

$$\min TV(X), \quad \text{s.t. } Y = \Phi X \quad (5)$$

其中

$$TV(X) = \sum_{i,j} |X_{i+1,j} - X_{i,j}| + |X_{i,j+1} - X_{i,j}| \quad (6)$$

或

$$TV(X) = \sum_{i,j} \sqrt{(X_{i+1,j} - X_{i,j})^2 + (X_{i,j+1} - X_{i,j})^2} \quad (7)$$

其中, (i, j) 为像素的位置坐标, 式 (6) 和式 (7) 分别称为各向异性全变差和各向同性全变差. 基于 TV 正则化的图像压缩感知恢复算法可以很好地保留图像边缘和纹理等重要图像特征信息, 至今仍然是国内外研究热点. 由于 TV 函数的非可导性和非线性, 因此对式 (2) 的求解非常困难, 目前主流的 TV 求解算法主要包括: 二阶锥规划方法 (Second-order cone programming, SOCP)^[20]、 ℓ -Magic 方法^[21]、两步迭代阈值算法 (Two-step iterative threshold, TwIST) 方法^[22]、NESTA 方法^[23]、RecPF 方法^[24]、TVAL3 方法^[25]、布莱格曼迭代算法^[26] 等, 但是由于 TV 仅仅依赖于图像的平滑性先验知识, 恢复图像过于平滑, 在低采样率时, 恢复图像常常呈现油画效果. 近年来, 在图像处理领域, 非局部相似模型获得了极大关注, 尤其在图像去噪研究方面, 基于非局部相似模型的三维图像块滤波算法是目前最优秀的图像去噪算法之一^[27]. 图像非局部相似性模型最早是用来进行图像纹理合成^[28], 后来 Buades 等提出了非局部均值算法 (Non-local means) 进行图像去噪^[17], 取得了非常好的去噪效果, 其基本思想是: 通过图像块匹配方法在一定的搜索窗口中搜索对应的相似块, 然后对相似块进行加权平均滤波, 在有效保持图像纹理细节的同时也抑制了图像噪声.

本文将利用图像自身的非局部相似性模型来进行压缩感知图像恢复. 其基本思想是将传统意义上二维图像块的稀疏性扩展到相似图像块组在三维空间上的稀疏性, 在提高图像表示稀疏度的同时进一步提高了压缩感知图像恢复效率, 恢复图像在纹理和结构保持方面都得到了很大的提升. 与基于三维变换域联合滤波的图像去噪应用不同^[17], 本算法模型中的数据拟合项是压缩感知测量 $\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x}$, 在求解过程中, 由于测量矩阵的维数较高并且需要对测量

矩阵求逆运算, 本文提出了使用基于泰勒展开的线性化技术来进行求解.

在该算法模型构建过程中, 首先以欧氏距离作为相似度度量标准进行相似块聚类, 组合成三维相似块组, 然后以压缩感知测量作为约束条件对三维相似块组进行稀疏表示求解, 最后对稀疏表示求解后的图像块进行加权平均, 得到最终的恢复图像. 在该算法模型求解过程中, 使用增广拉格朗日方法将受限优化问题转换为非受限优化问题^[29]进行求解. 实验结果表明, 该算法的图像恢复性能优于目前主流的压缩感知图像恢复算法.

1 非局部相似模型

自然图像中存在大量重复相似结构信息, 这种相似结构信息不仅包括平滑区域, 而且在纹理区域和边缘部分, 同样存在大量结构相似性. 它们不仅像素值相同, 图像块结构也基本相似, 如图 1 中的左上角、中间以及左下角的块区域. 基于这种图像像素间的相似性可以对图像进行有效的恢复重建, 例如: 图像去噪、超分辨率重建^[30]、压缩感知重建^[31]等. 下面以图像去噪为例, 对非局部相似度模型进行简单介绍^[17].



图 1 自然图像中的冗余结构信息

Fig. 1 Redundant information in the nature image

假设一幅噪声图像为 $V = \{V(x, y) | (x, y) \in Z\}$, 在基于非局部相似度空域滤波算法中, 利用相似像素的加权平均值对当前像素 $V(x_0, y_0)$ 进行估计, 如下式所示:

$$\hat{V}(x_0, y_0) = \frac{1}{c(x, y)} \sum_{(x, y) \in \Omega} \omega(x, y) v(x, y) \quad (8)$$

其中

$$c(x, y) = \sum_{(x, y) \in \Omega} \omega(x, y) \quad (9)$$

是归一化因子, Ω 为以当前像素 $V(x_0, y_0)$ 为中心的某个领域, 权重 $\omega(x, y)$ 取决于当前像素 $V(x_0, y_0)$ 与领域 Ω 中其他像素 $V(x, y)$ 之间的相似性. 在权重计算过程中, 一般采用基于图像块的方法进行计算, 即以当前像素 $V(x_0, y_0)$ 为中心的一个正方形区域, 我们用 $N(x_0, y_0)$ 表示, 则

$$\omega(x, y) = \exp \left(-\frac{\|N(x_0, y_0) - N(x, y)\|_{2, \alpha}^2}{h^2} \right) \quad (10)$$

其中, α 为高斯核的标准差, h 为衰减参数, $\|\cdot\|_{2, \alpha}^2$ 为高斯加权距离函数. 根据权重计算式 (10) 可知, 在非局部空域滤波过程中, 与当前图像块越相似, 分配的权重也越大.

变换域非局部相似度模型^[32-33]是利用相似图像块组的稀疏性进行图像恢复的一种方法, 其基本思想是将图像中相似的图像块组成一个三维矩阵, 然后用可分的三维稀疏基对这个三维图像块矩阵进行稀疏表示, 最后再对三维稀疏系数进行收缩阈值 (Shrinkage thresholding, ST) 操作, 从而达到图像恢复的目的. 这里的三维稀疏基一般都是可分的, 即首先对各个二维图像块进行稀疏表示, 得到二维稀疏系数, 然后在图像块间对二维稀疏系数再进行第三维的稀疏表示. 如果每个图像块本身就比较平滑 (例如取自平滑图像区域的图像块), 那么二维稀疏系数的稀疏度就很高; 然而对于取自复杂纹理区域的图像块, 其二维稀疏系数的稀疏度一般都很低, 因此传统基于二维稀疏表示的图像恢复方法难以得到很好的效果, 但是由于这些二维图像块具有相似的结构特征, 在第三维上 (相似图像块间) 则具有很高的稀疏属性, 利用这样的稀疏属性能够有效提高图像恢复质量. 基于变换域非局部相似模型的图像恢复方法, 一般由 5 个步骤组成: 1) 通过块匹配算法构造三维相似图像块; 2) 对三维相似图像块进行稀疏表示; 3) 对稀疏系数进行硬阈值滤波; 4) 利用滤波后的稀疏系数进行相似图像块重建; 5) 将滤波后的图像块放回原来位置并进行加权平均.

在三维相似图像块的构建中, 首先将图像进行分块, 这里分块可以重叠分块, 然后对这些图像块进行分类, 将具有相似结构和像素值的图像块组合成一类. 常用的分类方法有 K-means 方法^[34]、自组织映射方法^[35]、模糊聚类法^[36]、矢量量化方法^[37]等. 但是这些分类方法形成相似图像块集合之间没有交集, 即每个图像块仅属于某个特定的相似块集合, 而

且这种分类方法一般都是迭代算法, 计算复杂度也比较高.

图像块匹配是一种简单直接的分类方法, 按照图像块之间的相似度进行分类, 这种分类方法允许有交集. 图像块间的相似度与它们间的距离呈反比, 它们间的距离越小, 图像块越相似. 图像块间距离的测量方法有很多, 一般采用欧氏距离进行测量. 这里我们假设 P 为参考图像块, 其大小为 $k_1 \times k_2$, 那么与图像块 P 相似的图像块集合可以表示为

$$S(P) = \{Q : d(P, Q) \leq th_1\} \quad (11)$$

其中, th_1 为相似度阈值, 如果图像块 P 与图像块 Q 之间的距离小于 th_1 , 则认为这两个块相似. $d(P, Q)$ 为归一化的欧氏距离, 其计算方法如下:

$$d(P, Q) = \frac{\|P - Q\|_2^2}{k_1 \times k_2} \quad (12)$$

但是这种相似性测量的准确性受图像中噪声水平影响较大, 在低噪声水平的时候, 比较精确, 而在高噪声水平的时候, 常常导致错误的相似块判断, 因为噪声对图像的影响和图像块的结构方向不同, 欧氏距离小的图像块未必相似. Dabov 等提出了一种基于变换域硬阈值 (Hard threshold, HT) 的相似度计算方法^[32], 即对图像块 P 和 Q 先进行变换, 然后对变换系数进行硬阈值滤波操作, 对滤波后的系数再进行相似度计算, 如下式所示:

$$d(P, Q) = \frac{\|\gamma(T_{2D}(P)) - \gamma(T_{2D}(Q))\|_2^2}{k_1 \times k_2} \quad (13)$$

其中, T_{2D} 为二维图像块变换操作, 例如 DCT 变换或者小波变换, γ 为硬阈值操作, 阈值为 $\lambda_{2D}^{\text{hard}} \sigma$, 即变换系数的绝对值小于 $\lambda_{2D}^{\text{hard}} \sigma$ 全部置为零, σ 为零均值高斯噪声方差, 当 $\sigma \leq 40$ 时, 则 $\lambda_{2D}^{\text{hard}} \sigma = 0$, 表示在低噪声水平时不进行硬阈值滤波操作, 这种在变换域中计算相似度的方法能够有效避免噪声影响.

在使用图像块匹配算法进行构建三维相似块集合的过程中, 需要对整个图像中所有块进行欧氏距离的计算, 计算复杂度仍然非常高, 因此在实际应用中, 一般都是以当前图像块为中心, 对一定范围内的所有图像块计算欧氏距离, 从而减少算法的运算复杂度, 如图 2 所示, 搜索窗口的大小为 $n \times n$, 当前图像块 P 的大小为 $k_1 \times k_2$, 匹配图像块 Q 与当前图像块 P 大小形状完全相同, 在搜索窗口中滑动排列.

完成三维相似图像块组的构建之后, 再对这个三维相似图像块组进行联合滤波, 即对这个三维图像块组进行三维稀疏表示; 然后再对稀疏系数进行收缩操作, 这里的三维稀疏表示一般采用可分的三

维基函数, 例如三维 DCT 基函数或者 Haar 小波基函数等, 收缩操作一般采用硬阈值操作; 最后再利用收缩后的稀疏系数进行图像块重建, 详细过程如下:

$$S(P)^{\text{rec}} = T_{3D}^{-1}(\gamma(T_{3D}(S(P)))) \quad (14)$$

其中, T_{3D} 为三维稀疏表示, γ 为硬阈值操作, 阈值为 $\lambda_{3D}^{\text{hard}} \sigma$.

$$\gamma = \begin{cases} 0, & \text{若 } |x| \leq \lambda_{3D}^{\text{hard}} \sigma \\ x, & \text{其他} \end{cases} \quad (15)$$

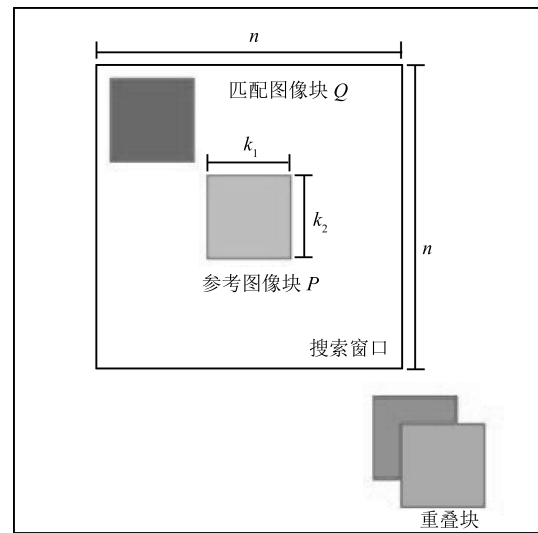


图 2 当前图像块、匹配图像块和搜索窗口示意图

Fig. 2 The current image block, the matching image block and the search window

联合滤波后, 将得到每个图像块的一个估计, 但是对于图像中的每个像素来说, 因为图像块有重叠, 每个像素可能有多个估计值. 为了计算最终的估计值, 需要对重叠块区域进行加权平均, 权重与对应三维块中硬阈值滤波后的非零稀疏系数个数呈反比, 也就是说, 噪声越大的图像块, 给的权重就越低. 假设硬阈值滤波后的非零稀疏系数个数为 N_P^{hard} , 这里 P 为参考图像块, 那么权重的计算方法如下:

$$W_P^{\text{hard}} = \begin{cases} (N_P^{\text{hard}})^{-1}, & \text{若 } N_P^{\text{hard}} \geq 1 \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

这种加权方法将给予平滑块更多的权重, 同时也减少了图像边缘的块效应和变换域中的振铃效应, 最终的重建图像为

$$V = \frac{W_P^{\text{hard}} S(P)^{\text{rec}}}{\sum W_P^{\text{hard}}} \quad (17)$$

2 基于非局部相似模型的压缩感知图像恢复算法

在压缩感知图像恢复算法中, 主要是利用图像先验知识, 根据感知测量值恢复原始图像. 目前常用的图像先验包括局部平滑先验, 如全变分 TV; 稀疏性先验, 如图像信号在一些预定义基 (如小波基、DCT 基、曲波基等) 下能够稀疏表示. 尽管这些重建算法在特定的应用领域都能获得较好的重建效果, 但适应性较差, 而且由于自然图像内容复杂、纹理多变, 预定义的先验知识难以适应所有情况.

在本文中, 将利用非局部相似模型来进行压缩感知图像恢复. 假设给定的原始图像为 X , 其分辨率为 $N \times N$, 测量矩阵为 A , 那么压缩感知测量后得到的测量值为 $Y = AX + \Omega$, 其中 Ω 为测量噪声. 压缩感知图像恢复就是从测量值 Y 恢复图像 X , 由于感知测量是欠采样过程, 直接进行恢复属于欠定方程求解, 有非常多的解能够满足 $Y = AX + \Omega$, 因此需要加入图像 X 的先验来正则化恢复过程, 提高图像的恢复精度. 我们提出的基于非局部相似模型的压缩感知图像恢复算法的数学模型为

$$X = \min_X \sum_{i,j}^{N,N} \|S(P_{i,j}) - W_S(S(P_{i,j}))\|_2^2$$

$$\text{s.t. } \|Y - AX\|_2^2 \leq \varepsilon, P_{i,j} \subset X \quad (18)$$

其中, $P_{i,j}$ 是以 (i,j) 为左上角坐标的参考图像块, $S(P_{i,j})$ 是以 $P_{i,j}$ 为参考图像块的三维相似图像块组集合, W_S 为变换域非局部相似图像块组的滤波操作. 式 (18) 中的第 1 项是正则项, 滤波操作 $W_S(S(P_{i,j}))$ 用于消除图像重建过程中引入的噪声, $\|S(P_{i,j}) - W_S(S(P_{i,j}))\|_2^2$ 表示滤波前后图像的变化差异, 该模型要求在满足数据拟合项 $\|Y - AX\|_2^2 \leq \varepsilon$ 的约束条件下, 去除噪声后的图像与原始重建图像尽可能保持一致.

由于最小化项中含有非线性滤波运算 W_S , 因此直接对上述问题进行精确求解是非常困难的, 因此我们首先对上述问题进行变量替换, 得到下式:

$$X = \min_X \sum_{i,j}^{N,N} \|S(P_{i,j}) - W_S(S(P_{i,j}))\|_2^2$$

$$\text{s.t. } \|Y - AX\|_2^2 \leq \varepsilon, X = U, P_{i,j} \subset U \quad (19)$$

与问题 (19) 对应的增广拉格朗日函数为

$$L(X, U) = \sum_{i,j}^{N,N} \|S(P_{i,j}) - W_S(S(P_{i,j}))\|_2^2 -$$

$$\alpha^T (Y - AX) + \frac{\beta}{2} \|Y - AX\|_2^2 -$$

$$\gamma^T (X - U) + \frac{\theta}{2} \|X - U\|_2^2 \quad (20)$$

其中, β 和 θ 分别为 $\|Y - AX\|_2^2$ 和 $\|X - U\|_2^2$ 的正则化参数, α^T 和 γ^T 为对应的拉格朗日乘子. 增广拉格朗日函数 $L(X, U)$ 的鞍点即为原始问题 (18) 的最优解, 这里我们将利用迭代算法来对问题 (20) 进行求解, 其中 k 为迭代次数.

$$(X^{k+1}, U^{k+1}) = \min_{X, U} L(X^k, U^k) \quad (21)$$

$$\alpha^{k+1} = \alpha^k - \beta (Y - AX^{k+1}) \quad (22)$$

$$\gamma^{k+1} = \gamma^k - \theta (X^{k+1} - U^{k+1}) \quad (23)$$

由于目标函数中有非线性滤波运算, 因此对问题 (21) 的求解仍然非常困难, 这里将借助交替方向求解算法 ADM 分别对 X 和 U 进行最优化, 即首先在固定 U 的时候对 X 进行优化; 然后在固定 X 的时候对 U 进行优化, 从而将原问题分成两个子问题进行求解.

2.1 X 子问题的求解

假设在第 k 次迭代时 U 的优化解为 U^k , 那么 X^{k+1} 的解可以表示为

$$X^{k+1} = \min_X \left(-\alpha^T (Y - AX) + \frac{\beta}{2} \|Y - AX\|_2^2 - \right.$$

$$\left. \gamma^T (X - U^k) + \frac{\theta}{2} \|X - U^k\|_2^2 \right) \quad (24)$$

对式 (24) 简化, 得:

$$X^{k+1} = \min_X \left(\frac{\beta}{2} \left\| Y - AX - \frac{\alpha}{\beta} \right\|_2^2 + \right.$$

$$\left. \frac{\theta}{2} \left\| X - U^k - \frac{\gamma}{\theta} \right\|_2^2 \right) \quad (25)$$

上述问题是常见的二次优化问题, 有闭解, 即对它求导数并等于零得到:

$$\beta A^T (AX^{k+1} - Y + \frac{\alpha}{\beta}) + \theta (X^{k+1} - U^k - \frac{\gamma}{\theta}) = 0 \quad (26)$$

$$X^{k+1} = (\beta A^T A + \theta I)^{-1} \times$$

$$(\beta A^T Y - \alpha A^T + \theta U^k + \gamma) \quad (27)$$

其中, I 为单位矩阵, 这种求解方法看似简单直接, 但是由于有矩阵求逆运算 $(\beta A^T A + \theta I)^{-1}$, 计算复杂度高, 而且对于图像压缩感知应用, 矩阵的维数也很大, 直接进行矩阵求逆需要的内存空间也很大, 为此我们提出了一种基于线性化技术来优化上述求解过程.

从前面的推导可以看到, 矩阵逆运算主要是由 $\|Y - AX - \alpha/\beta\|_2^2$ 项引入的, 因此为了消除矩阵逆

运算, 可以将 $\|Y - AX - \alpha/\beta\|_2^2$ 在第 k 次迭代的优化解 X^k 处进行二次泰勒展开, 如下式所示:

$$\|Y - AX - \frac{\alpha}{\beta}\|_2^2 = \|Y - AX^k - \frac{\alpha}{\beta}\|_2^2 + \mathbf{g}_k(X - X^k) + \rho\|X - X^k\|_2^2 \quad (28)$$

其中, $\mathbf{g}_k$ 为 $\|Y - AX - \alpha/\beta\|_2^2$ 在 X^k 处的梯度, 即 $\mathbf{g}_k = 2A^T(AX^k - Y + \alpha/\beta)$, ρ 为惩罚参数, 那么式 (24) 可以改写为

$$X^{k+1} = \min_X \left(\frac{\beta}{2} \left(\left\| Y - AX^k - \frac{\alpha}{\beta} \right\|_2^2 + \mathbf{g}_k(X - X^k) \right) + \frac{\beta\rho}{2} \|X - X^k\|_2^2 + \frac{\theta}{2} \left\| X - U^k - \frac{\gamma}{\theta} \right\|_2^2 \right) \quad (29)$$

因此 X^{k+1} 同样具有闭解, 其解为

$$\frac{\beta}{2} (\mathbf{g}_k + 2\rho(X - X^k)) + \theta \left(X - U^k - \frac{\gamma}{\theta} \right) = 0 \quad (30)$$

即

$$X^{k+1} = \frac{\theta U^k + \gamma - \frac{\beta}{2} \mathbf{g}_k + \rho\beta X^k}{\beta\rho + \theta} \quad (31)$$

从上式可知, 通过线性化技术有效地消除了矩阵的求逆运算.

2.2 U 子问题的求解

与求解 X 子问题一样, 在求解 U 子问题时, 假设 X^{k+1} 已经求出并固定, 则

$$U^{k+1} = \min_U \left(\sum_{i,j}^{N,N} \|S(P_{i,j}) - W_S(S(P_{i,j}))\|_2^2 - \gamma^T(X - U) + \frac{\theta}{2} \|X - U\|_2^2 \right) \quad (32)$$

s.t. $S(i, j) \subset U$

进行同类项合并后, 得到:

$$U^{k+1} = \min_U \left(\sum_{i,j}^{N,N} \|S(P_{i,j}) - W_S(S(P_{i,j}))\|_2^2 + \frac{\theta}{2} \left\| X - U - \frac{\gamma}{\theta} \right\|_2^2 \right) \quad (33)$$

s.t. $S(i, j) \subset U$

式中, 第 1 项是对图像 U 中与参考图像块 $P_{i,j}$ 相似的三维图像块组进行非线性滤波, 求和表示是以三

维相似图像块组为单位对整个图像进行求解. 如果将上式中的第 2 项分解成与第 1 项相同的块组形式, 然后对每个块组分别进行求解, 则式 (33) 可改写为

$$P_{i,j}^{k+1} = \min_{P_{i,j}} \left(\|S(P_{i,j}) - W_S(S(P_{i,j}))\|_2^2 + \frac{\theta}{2} \|S(P_{i,j}) - S(W_{i,j})\|_2^2 \right) \quad (34)$$

其中, $W_{i,j}$ 表示在 $X - \gamma/\theta$ 图像中, 坐标位置与相似块矩阵 $P_{i,j}$ 中图像块位置坐标相同的图像块集合, 这是一个典型的变换域中非局部相似模型求解问题.

完成三维相似图像块求解之后, 图像 U^{k+1} 就是图像中所有相应图像块的平均值, 每个图像块可能与多个图像块存在相似, 因此这里的平均是对每个图像块进行加权平均, 如式 (17) 所示. 基于变换域非局部相似模型的压缩感知图像恢复算法描述如算法 1 所示.

算法 1. 基于秩极小化的压缩感知图像恢复算法

- 步骤 1. 初始化: $X^0 = A^T Y$, $U^0 = 0$, $\alpha^0 = 0$, $\gamma^0 = 0$, $\theta, \beta, \tau, k = 0$;
- 步骤 2. while 不满足停止条件 do;
- 步骤 3. 通过式 (31) 求解 X 子问题;
- 步骤 4. 基于 X^{k+1} 计算相似图像块组: $S(P_{i,j}) = (Q : d(P, Q) \leq th_1)$;
- 步骤 5. 求解式 (34);
- 步骤 6. 对 $P_{i,j}^{k+1}$ 进行求加权平均, 得到 U^{k+1} ;
- 步骤 7. 通过式 (22) 和式 (23) 更新 α^{k+1} 和 γ^{k+1} ;
- 步骤 8. $k = k + 1$;
- 步骤 9. end while;
- 步骤 10. 输出: X^{k+1} .

3 实验结果与分析

本节将通过一系列实验来验证基于非局部相似模型的压缩感知图像重建算法的性能和效率. 压缩感知测量矩阵采用的是部分 DCT 矩阵, 其流程如下: 1) 将二维图像进行随机置换; 2) 对置换后的图像进行 DCT 变换; 3) 对变换后的 DCT 系数进行随机下采样产生感知测量数据. 这种基于部分 DCT 变换的感知测量矩阵不仅不需要显式存储测量矩阵系数, 而且存在快速算法, 如蝶形快速 DCT 变换和反变换算法, 适合图像压缩感知应用. 在所有实验中, 采用峰值信噪比 (Peak signal to noise ratio, PSNR) 对恢复图像质量进行评价, PSNR 的定义如下:

$$\text{PSNR} = 10 \lg \frac{255^2}{\frac{1}{wh} \sum_{i=1}^{wh} (\hat{x}_i - x_i)^2} \quad (35)$$

其中, x_i 和 $\hat{x}_i$ 分别为原始图像和恢复图像中的像素, w 和 h 分别为图像的宽度和高度。

在实验中, 将采用变换域非局部相似模型作为正则条件进行压缩感知图像重建, 首先评估算法参数对压缩感知重建性能的影响, 具体包括: 三维相似块稀疏基类型 T_{3D} 、相似块的大小 $k_1 \times k_1$ 、滑动窗口步长 k_{step} 、三维相似块组中相似块的最大数目 NS_{max} 、相似块搜索窗口的大小 N_s 、相似块距离阈值 $\lambda_{2D}^{\text{hard}}$ 、三维相似块稀疏系数硬阈值滤波阈值 $\lambda_{3D}^{\text{hard}}$ 等, 通过实验来选择最优参数, 最后再将本文中的算法与目前一些经典算法做性能对比和分析。

3.1 算法参数评估

在性能测试过程中, 由于有多个参数需要评估, 因此在评估某个具体参数时, 假设其他参数是固定不变的, 即使用缺省设置, 然后通过改变被评估参数来进行性能测试。参数的缺省值如表 1 所示。

表 1 压缩感知图像恢复算法缺省参数设置
Table 1 Default parameters set in the proposed CS image reconstruction algorithm

参数	缺省值
T_{3D}	DCT + Haar
$k_1 \times k_1$	8×8
k_{step}	3
NS_{max}	16
$\lambda_{2D}^{\text{hard}}$	3×10^3
$\lambda_{3D}^{\text{hard}}$	2.7
N_s	25

3.1.1 三维相似块稀疏基类型

在基于变换域非局部相似模型的压缩感知图像恢复中, 最重要的就是对三维相似图像块组的稀疏表示进行硬阈值滤波。三维相似图像块组的稀疏表示过程由一个二维图像块内的稀疏表示和一个图像块间的稀疏表示组成, 即首先对二维图像块进行稀疏表示, 然后再对二维图像块的稀疏系数进行块间稀疏表示, 如图 3 所示。这里我们主要对 5 种稀疏基进行对比测试, 包括 Haar 小波、Bior 1.5、DCT、Hadamard 和 DCT + Haar, 测试图像为 Boat 和 Baboon 灰度图像, 分辨率为 512 像素 $\times$ 512 像素, 压缩感知图像恢复性能如表 2 所示。从表中的数据可以看到, 在相同的采样率条件下, 测试图像 Boat 的重建质量远远高于 Baboon, 这主要因为在相同的稀疏基条件下, Boat 图像的稀疏性大于 Baboon。对三维相似图像块组采用不同的稀疏基进行稀疏表

示, 重建图像的质量也不相同。在低采样率时, 基于 DCT 稀疏基和 DCT + Haar 混合稀疏基的压缩感知图像恢复算法获得较好的重建性能, 而在高采样率时, 基于 Bior 1.5 稀疏基的压缩感知图像恢复算法获得较好的重建性能。这主要因为在低采样率时, 重建图像趋于平滑, 适合于 DCT 稀疏基和 DCT + Haar 混合稀疏基的稀疏表示; 而在高采样率时, 重建图像的纹理信息更加丰富, 并且 Bior 1.5 基对图像细节的稀疏表示能力优于传统的 DCT 稀疏基和 DCT + Haar 混合稀疏基, 因此在高采样率时, 基于 Bior 1.5 稀疏基的压缩感知图像恢复算法的性能更优。

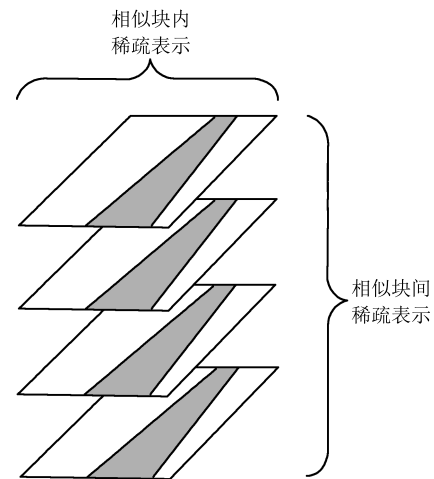


图 3 三维相似图像块组的块内和块间稀疏表示
Fig. 3 Sparse representation for similar image block group

表 2 基于不同三维稀疏基的压缩感知图像恢复性能 (dB)
Table 2 The performance of CS image reconstruction based on different sparse bases (dB)

图像	采样率	DCT	Haar	Bior 1.5	Hadamard	DCT + Haar
Boat	0.3	33.67	32.81	32.99	32.31	33.68
	0.4	34.72	34.30	34.61	33.71	34.69
	0.5	35.39	35.21	35.56	34.56	35.36
	0.6	35.88	35.82	36.14	35.34	35.86
Baboon	0.3	24.76	23.95	24.47	23.92	24.79
	0.4	25.96	25.39	25.96	25.16	25.92
	0.5	26.88	26.49	27.11	26.25	26.87
	0.6	27.83	27.52	28.18	27.21	27.76

3.1.2 相似块大小

本文算法的基本思想是利用图像中相似块的稀

疏属性进行压缩感知图像恢复, 相似块越多, 三维相似块组就越稀疏, 恢复图像的质量也就越高. 一般情况下, 图像块越小, 相似块应该越多, 但是由于我们在相似块搜索过程中, 使用的是欧氏距离函数作为相似性度量, 并没有考虑图像块内部的结构属性, 因此在块非常小的情况下, 欧氏距离函数并不能精确测量相似性, 那么由非相似图像块组成的三维图像块组, 其稀疏性自然也会降低, 从而影响重建图像性能. 另外, 图像块越小, 相似块搜索的复杂度也就越高. 这里我们对 4×4 、 8×8 和 16×16 三种相似块大小进行评估测试, 其压缩感知图像恢复性能如表 3 所示. 从表中数据可以看到, 采用 4×4 大小, 图像恢复的性能是最好的, 但是其计算复杂度也相对较高. 另外, 从表中数据还可以看到, 在高采样时, 相似块大小对重建图像的质量影响比在低采样率时要大, 这是因为在高采样率时, 三维相似块组中小图像块比大图像块的相似度更高, 稀疏性也更好, 因此恢复图像的质量也相应有所提高.

表 3 基于不同相似块大小的压缩感知图像恢复性能 (dB)

Table 3 The performance of CS image reconstruction based on the different block size (dB)				
图像	采样率	4×4	8×8	16×16
Boat	0.3	32.88	33.68	33.07
	0.4	34.66	34.69	34.05
	0.5	35.66	35.36	34.75
	0.6	36.39	35.86	35.31
Baboon	0.3	24.55	24.79	24.41
	0.4	26.14	25.92	25.35
	0.5	27.46	26.87	26.18
	0.6	28.63	27.76	27.06

3.1.3 相似块数目

相似块数目是指在进行三维相似块组构建过程中允许的最大相似图像块个数, 如果相似块个数过多, 一方面会影响到三维相似块的稀疏性, 因为这里的相似是欧氏距离意义上的相似, 并不是图像内容的绝对相似, 因此相似块个数越多, 三维相似块组的稀疏性也就越弱, 从而影响压缩感知图像恢复, 恢复的图像也更加趋于平滑, 不利于图像细节的保护; 另一方面, 相似块个数过多也会影响算法的计算复杂度, 包括三维相似块组中第三维稀疏表示的计算和三维相似图像块恢复计算等, 但是如果相似块个数过少, 又不能很好地利用相似图像块之间的相关性. 因此为了验证相似块数目对压缩感知图像恢复性能

的影响, 这里我们对 8、16、24、32 和 48 五种相似块数目进行评估测试, 其压缩感知图像恢复性能如表 4 所示. 从表中数据可以看到, 相似块数目大于 24 时, 压缩感知图像恢复性能会有明显的下降, 这主要因为相似图像块个数太多会导致其稀疏性能的下降, 从而影响压缩感知图像恢复性能, 而在相似块数目等于 8、16 和 24 时, 压缩感知图像恢复性能基本不变.

表 4 基于不同相似块数目的压缩感知图像恢复性能 (dB)

Table 4 The performance of CS image reconstruction based on the different group size of similar image block group (dB)						
图像	采样率	8	16	24	32	48
Boat	0.3	32.97	32.80	32.87	32.44	32.49
	0.4	34.40	34.31	34.34	34.12	34.11
	0.5	35.32	35.24	35.19	34.99	35.00
	0.6	35.93	35.85	35.84	35.72	35.71
Baboon	0.3	24.01	23.96	23.94	23.72	23.78
	0.4	25.46	25.32	25.31	25.11	25.16
	0.5	26.61	26.50	26.45	26.26	26.27
	0.6	27.70	27.53	27.55	27.37	27.33

3.1.4 滑动窗口步长

在构建三维相似图像块组的过程中, 参考图像块的选择有多种方式, 例如随机选择或者滑动窗口选择方式等. 在本文算法中, 我们采用滑动窗口选择模式, 即每隔一定步长选择一个图像块, 然后以此图像块作为参考图像块构建三维相似图像块组. 例如对于分辨率为 $512 \text{ 像素} \times 512 \text{ 像素}$ 的图像, 如果选择滑动窗口步长为 4, 图像块大小为 8×8 , 那么总共需要构建的三维图像块组为 $((512 - 8)/4 - 1) \times ((512 - 8)/4 - 1) = 125^2$ 个, 也就是说在压缩感知图像恢复过程中, 需要处理的三维相似图像块组个数与滑动窗口步长是指数级关系, 如果步长选择较小的话, 需要处理的三维相似图像块组个数很多, 即计算复杂度非常高, 但是恢复图像的质量会有所提高. 因此为了验证滑动窗口步长对压缩感知图像恢复性能的影响, 这里我们对 1、2、3、4、5 和 6 等六种滑动窗口步长进行评估测试, 其压缩感知图像恢复性能如表 5 所示. 从表中数据可以看到, 滑动窗口步长越小, 压缩感知恢复图像质量越好, 但差别不是特别大, 因此从计算复杂度和恢复性能折中方面考虑, 我们在缺省设置中设置为 3.

表 5 基于不同滑动窗口步长的压缩感知图像恢复性能 (dB)

Table 5 The performance of CS image reconstruction based on the different sliding step of similar block (dB)

图像	采样率	1	2	3	4	5	6
Boat	0.3	33.73	33.66	33.66	33.63	33.65	33.61
	0.4	34.73	34.71	34.71	34.72	34.64	34.64
	0.5	35.37	35.40	35.37	35.39	35.34	35.34
	0.6	35.91	35.89	35.91	35.91	35.87	35.84
Baboon	0.3	24.74	24.80	24.81	24.78	24.74	24.71
	0.4	25.92	25.88	25.92	25.95	25.90	25.89
	0.5	26.89	26.89	26.91	26.88	26.88	26.85
	0.6	27.81	27.80	27.79	27.80	27.78	27.74

3.1.5 相似块搜索窗口的大小

在构建三维相似图像块组的过程中, 当选择完参考图像块后, 再在整个图像中搜索与此参考图像块相似的图像块. 由于搜索的图像块允许重叠, 如果以 8×8 大小的参考图像块和 $512 \text{ 像素} \times 512 \text{ 像素}$ 分辨率图像为例, 那么此搜索过程需要计算参考图像块与 $(512-8)^2$ 个候选块的欧氏距离, 计算复杂度非常大. 为了降低匹配搜索的计算复杂度, 我们采用以此参考图像块为中心, 在一定的范围内匹配搜索与当前参考图像块相似的图像块, 搜索窗口大小决定了匹配搜索计算复杂度. 但是如果搜索窗口过小, 搜索到的相似图像块的概率也会相应降低, 从而影响三维相似图像块组的稀疏性和压缩感知图像恢复性能. 因此为了验证搜索窗口大小对压缩感知图像恢复性能的影响, 这里我们对 17×17 、 25×25 、 39×39 、 48×48 等四种搜索窗口大小进行评估测试, 其压缩感知图像恢复性能如表 6 所示. 从表中数据可以看到, 在不同大小搜索窗口的情景下, 压缩感知图像恢复性能基本保持稳定, 因此从计算复杂度的方面考虑, 我们将搜索窗口大小的缺省值设置为 25×25 .

3.2 算法性能评估

为了验证基于非局部相似模型的压缩感知图像恢复算法性能, 我们采用前述的模拟压缩感知测量方法对常用测试图像进行压缩感知测量, 然后利用本文中的基于非局部相似模型的压缩感知图像恢复算法对感知测量数据进行图像恢复, 并与一些经典恢复算法进行性能对比和分析, 最后对算法的收敛性进行实验分析.

用于测试的图像包括: Barbara、Parrot、Peppers、Cameraman、Monarch、Lena 以及两个医学图像 MRI-I 和 MRI-II, 所有测试图像都是灰度图像,

其分辨率为 $256 \text{ 像素} \times 256 \text{ 像素}$. 用于性能比较的压缩感知图像恢复算法包括 YALL1^[38]、BCS^[39]、NESTA^[23] 和 BM3D-CS^[9]. 这些算法代表了当前压缩感知领域中图像恢复性能最好的算法, 每个算法中都包含了大量的参数设置和自适应调整过程. 在我们的比较测试过程中, 所使用的算法参数都是原作者在相应论文中给出的最佳参数设置, 详细设置可参考相应作者的主页, 这里不详细解释和列举. 在进行图像恢复性能比较过程中, 本文算法参数设置采用表 1 中的缺省参数值, 另外算法中的线性化惩罚参数 ρ 设置为感知测量矩阵的最大特征值, 由于本实验中采用的是部分 DCT 变换作为感知测量矩阵, 因此 ρ 设置为 1, 式 (20) 中的正则化参数 β 和 θ 都设置成 0.25.

表 6 基于不同搜索窗口大小的压缩感知图像恢复性能 (dB)

Table 6 The performance of CS image reconstruction based on the different size of search windows (dB)

图像	采样率	17×17	25×25	39×39	48×48
Boat	0.3	33.69	33.70	33.65	33.66
	0.4	34.70	34.70	34.72	34.71
	0.5	35.40	35.39	35.34	35.32
	0.6	35.95	35.92	35.89	35.89
Baboon	0.3	24.80	24.78	24.73	24.73
	0.4	25.98	25.93	25.84	25.82
	0.5	26.95	26.94	26.82	26.78
	0.6	27.89	27.82	27.74	27.68

压缩感知图像恢复算法性能比较如表 7 所示, 其中 NLCSR 为本文算法. 从表 7 可以看到, 对于所有测试图像, NLCSR 的性能优于所有其他算法. 特别对于具有大量重复相似纹理结构的测试图像 Barbara, 其性能提高最大, 在所有采样率下都至少有 3 dB 性能的提高, 这是因为由相似图像块组成的三维相似图像块组的稀疏性非常有利于压缩感知图像恢复. 在所有测试算法中, 与 NLCSR 算法性能最接近的重建算法是 BM3D-CS, 因为该算法也同样利用了非局部图像块的相似性, 但与本文算法不同的是, BM3D-CS 算法采用了随机迭代的算法. 在这组实验中, 图像恢复性能最差的是 YALL1 算法, 因为该算法仅仅利用了图像域中局部图像平滑的先验知识, 即全变差 TV 先验, NLCSR 算法与 YALL1 算法相比, 平均提高了 8 dB.

为了比较压缩感知恢复图像的主观质量, 在采样率为 0.3 的情况下, 使用 NLCSR 与 YALL1、BCS、NESTA、BM3D-CS 压缩感知图像恢复算法

表 7 在不同采样率下压缩感知图像恢复算法的恢复性能比较 (dB)
Table 7 The performance comparison of five CS image reconstruction algorithms under different sampling ratios (dB)

图像	Barbara				Cameraman				Lena				Peppers			
采样率	0.3	0.4	0.5	0.6	0.3	0.4	0.5	0.6	0.3	0.4	0.5	0.6	0.3	0.4	0.5	0.6
BM3D-CS	24.75	25.20	25.76	26.64	30.12	31.73	33.35	35.19	32.66	34.10	35.55	37.16	30.52	32.48	33.98	36.89
YALL1	21.23	22.93	24.77	27.10	25.38	28.23	31.53	34.90	25.40	27.83	30.35	33.00	25.97	28.74	31.28	33.73
NESTA	23.60	24.81	26.14	28.43	31.15	33.76	36.52	39.40	31.33	33.67	35.72	37.99	33.05	33.73	37.33	38.38
BCS	23.46	24.78	26.10	27.49	26.00	27.77	29.43	31.02	28.06	28.25	31.25	32.80	26.60	29.97	31.49	33.04
NLCSR	27.89	29.62	31.24	32.49	34.16	37.42	39.93	41.49	33.86	36.49	38.02	39.23	34.90	37.05	38.28	39.16

图像	Monarch				Parrot				MRI-I				MRI-II			
采样率	0.3	0.4	0.5	0.6	0.3	0.4	0.5	0.6	0.3	0.4	0.5	0.6	0.3	0.4	0.5	0.6
BM3D-CS	32.95	34.75	36.78	39.07	33.81	35.43	37.52	39.05	35.46	38.59	40.37	43.44	36.95	38.93	41.04	43.50
YALL1	23.49	26.34	29.23	32.39	27.72	30.44	33.18	35.67	26.48	29.05	31.60	34.34	29.00	32.01	35.31	38.47
NESTA	31.94	34.76	37.11	39.61	34.56	36.99	39.14	41.20	33.44	36.22	38.84	41.58	35.39	38.24	41.14	44.19
BCS	26.24	28.54	30.41	32.18	28.02	29.65	31.79	33.81	29.84	32.07	34.25	36.39	31.09	32.95	34.88	36.99
NLCSR	33.53	36.90	39.38	41.07	36.89	39.19	40.67	41.80	35.98	39.15	41.49	43.85	38.58	41.64	43.94	45.83

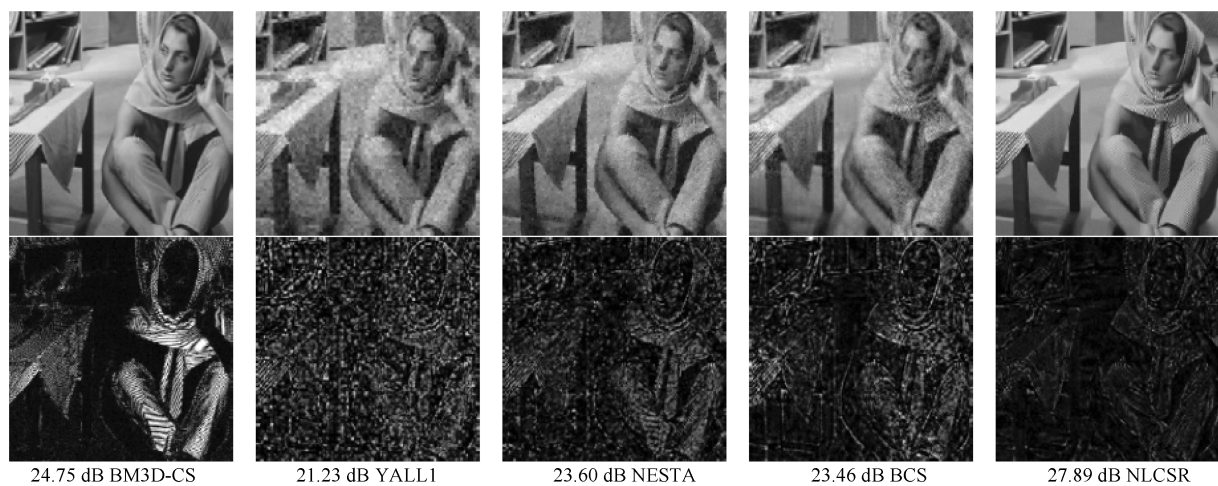


图 4 在 0.3 采样率时测试图像 Barbara 的恢复图像及其恢复残差

Fig. 4 The reconstruction image and its corresponding residual image for test image Barbara under 0.3 sampling ratio

对相同的感知测量数据进行图像恢复, 恢复图像及其恢复残差如图 4 所示, 从图中可以看到, 由本文中的 NLCSR 算法恢复出的图像主观质量最好, 不仅在平滑区域没有混叠信号, 而且对纹理特征也保持得非常好. 从对应的残差图像还可以看到, NLCSR 算法产生的残差图像也是最小的, 特别是纹理区域的残差, 例如 Barbara 测试图像中的纹理区域. 由 YALL1 算法恢复的图像, 在低采样率情况下, 重建图像中有明显的油画效果, 这是基于全变差模型的固有缺陷, 即对图像的过度平滑. 对于基于图像块采

样的压缩感知算法 BCS, 尽管作者在重建过程中使用了维纳滤波器进行了去块斑处理, 但其重建图像中还是有明显的块效应. 由 BM3D-CS 算法重建的图像在 PSNR 性能上仅次于本文 NLCSR 算法, 重建图像的主观质量也比较平滑, 但从其残差图像中可以看到在边缘部分重建误差很大. 由 NESTA 算法恢复得到的图像, 如果图像本身比较平滑, 则重建图像质量较好, 而对含有复杂纹理信息的测试图像, 重建误差也仍然较大, 如 Barbara 图像. 因此无论基于 PSNR 的客观评价, 还是基于恢复图像质量的主

观评价, 本文 NLCSR 算法都能取得较好的恢复效果.

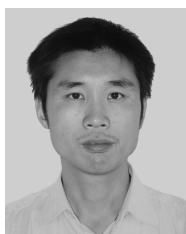
4 总结

针对压缩感知图像恢复问题, 本文提出了一种基于非局部相似模型的压缩感知恢复算法, 该算法将传统意义上二维图像块的稀疏性扩展到相似图像块组在三维空间上的稀疏性, 在提高图像表示稀疏度的同时进一步提高了压缩感知图像恢复效率, 恢复图像在纹理和结构保持方面都得到了很大的提升. 在该算法模型求解过程中, 使用增广拉格朗日方法将受限优化问题转换为非受限优化问题, 为了减少算法计算复杂度, 还使用了基于泰勒展开的线性化技术来加速算法求解. 实验结果表明, 该算法的图像恢复性能优于目前主流的压缩感知图像恢复算法.

References

- Qaisar S, Bilal R M, Iqbal W, Naureen M, Sungyoung L. Compressive sensing: from theory to applications, a survey. *Journal of Communications and Networks*, 2013, **15**(5): 443–456
- Guo W H, Qin J, Yin W T. A New Detail-preserving Regularity Scheme. Technical Report, Rice CAAM, 2013.
- Xu Y Y, Yin W T. A fast patch-dictionary method for whole-image recovery. Technical Report, UCLA CAM, 2013.
- Baraniuk R G, Cevher V, Duarte M F, Hegde C. Model-based compressive sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, **56**(4): 1982–2001
- Chen C, Huang J Z. Compressive sensing MRI with wavelet tree sparsity. In: Proceedings of the 26th Annual Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS). Nevada, USA: NIPS, 2012. 1124–1132
- He L H, Carin L. Exploiting structure in wavelet-based Bayesian compressive sensing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(9): 3488–3497
- Lustig M, Donoho D L, Santos J M, Pauly J M. Compressed sensing MRI. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, **25**(2): 72–82
- Ma S W, Yin W T, Zhang Y, Chakraborty A. An efficient algorithm for compressed MR imaging using total variation and wavelets. In: Proceedings of the 2008 Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Anchorage, AK: IEEE, 2008. 1–8
- Egiazarian K, Foi A, Katkovnik V. Compressed sensing image reconstruction via recursive spatially adaptive filtering. In: Proceedings of the 2007 International Conference on Image Processing (ICIP). San Antonio, TX: IEEE, 2007. 549–552
- Dong W S, Zhang L, Shi G M, Li X. Nonlocally centralized sparse representation for image restoration. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, **22**(4): 1620–1630
- Waters A E, Sankaranarayanan A C, Baraniuk R G. SparCS: recovering low-rank and sparse matrices from compressive measurements. In: Proceedings of the 25th Annual Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS). Granada, Spain: NIPS, 2011. 1089–1097
- Ji H, Liu C Q, Shen Z W, Xu Y H. Robust video denoising using low rank matrix completion. In: Proceedings of the 2010 Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). San Francisco, CA: IEEE, 2010. 1791–1798
- Otazo R, Candès E, Sodickson D K. Low-rank plus sparse matrix decomposition for accelerated dynamic MRI with separation of background and dynamic components. *Magnetic Resonance in Medicine*, DOI: 10.1002/mrm.25240
- Bioucas D J M, Figueiredo M A T. A new TwIST: two-step iterative shrinkage thresholding algorithms for image restoration. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, **16**(12): 2992–3004
- Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D*, 1992, **60**(1–4): 259–268
- Luo J H, Li W Q, Zhu Y M. Reconstruction from limited-angle projections based on δ -u spectrum analysis. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, **19**(1): 131–140
- Buades A, Coll B, Morel J M. A non-local algorithm for image denoising. In: Proceedings of the 2005 Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). San Francisco, CA: IEEE, 2005. 60–65
- Chan T F, Esedoglu S, Park F, Yip A. Recent Developments in Total Variation Image Restoration. Technical Report, Department of Mathematics, UCLA, 2004.
- Chambolle A, Lions P L. Image recovery via total variation minimization and related problems. *Numerische Mathematik*, 1997, **76**(2): 167–188
- Goldfarb D, Yin W. Second-order cone programming methods for total variation based image restoration. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2005, **27**(2): 622–645
- Candès E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies? *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, **52**(12): 5406–5425
- Bioucas D J M, Figueiredo M A T. Two-step algorithms for linear inverse problems with non-quadratic regularization. In: Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP). San Antonio, TX: IEEE, 2007. 105–108
- Becker S, Bobin J, Candès E. NESTA: a fast and accurate first-order method for sparse recovery. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2011, **4**(1): 1–39
- Yang J F, Zhang Y, Yin W T. A fast alternating direction method for TVL1-L2 signal reconstruction from partial fourier data. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, **4**(2): 288–297
- Li C, Yin W, Zhang Y. TVAL3: TV minimization by augmented Lagrangian and alternating direction algorithms. [Online], available: <http://www.caam.rice.edu/optimization/L1/TVAL3/>, November 7, 2013
- Yuan X M, Yang J F, Xiao Y H. Alternating algorithms for total variation image reconstruction from random projections. *Inverse Problems and Imaging*, 2012, **6**(3): 547–563
- Danielyan A, Katkovnik V, Egiazarian K. BM3D frames and variational image deblurring. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2012, **21**(4): 1715–1728

- 28 Efros A A, Leung T K. Texture synthesis by non-parametric sampling. In: Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV). Kerkyra: IEEE, 1999. 1033–1038
- 29 Afonso M, Bioucas D J, Figueiredo M. Fast image recovery using variable splitting and constrained optimization. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, **19**(9): 2345–2356
- 30 Protter M, Elad M, Takeda H, Milanfar P. Generalizing the nonlocal-means to super-resolution reconstruction. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2009, **18**(1): 36–51
- 31 Dong W, Yang X, Shi G. Compressive sensing via reweighted TV and nonlocal sparsity regularisation. *Electronics Letters*, 2013, **49**(3): 184–186
- 32 Dabov K, Foi A, Katkovnik V, Egiazarian K. Image denoising by sparse 3D transform-domain collaborative filtering. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, **16**(8): 2080–2095
- 33 Maggioni M, Katkovnik V, Egiazarian K, Foi A. A non-local transform-domain filter for volumetric data denoising and reconstruction. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, **22**(1): 119–133
- 34 MacQueen J B. Some methods for classification and analysis of multivariate observations. In: Proceedings of the 5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, 1976. 281–297
- 35 Kohonen T. The self-organizing map. *Proceedings of the IEEE*, 1990, **78**(9): 1464–1480
- 36 Hoppner F, Klawonn F, Kruse R, Runkler T. *Fuzzy Cluster Analysis*. Chichester: Wiley, 1999.
- 37 Gersho A. On the structure of vector quantizers. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1982, **28**(2): 157–166
- 38 Yang J F, Zhang Y. Alternating direction algorithms for L1-problems in compressive sensing. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2011, **33**(1): 250–278
- 39 Mun S, Fowler J E. Residual reconstruction for block-based compressed sensing of video. In: Proceedings of the 2011 Data Compression Conference (DCC). Snowbird, UT: IEEE, 2011. 183–192



沈燕飞 中国科学院计算技术研究所副研究员. 2014 年获得中国科学院大学博士学位. 主要研究方向为图像处理. 本文通信作者. E-mail: syf@ict.ac.cn

(**SHEN Yan-Fei** Associate professor at the Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences. He received his Ph. D. degree from University of Chinese Academy of Sciences in 2014. His research interest covers image processing. Corresponding author of this paper.)

He received his Ph. D. degree from University of Chinese Academy of Sciences in 2014. His research interest covers image processing. Corresponding author of this paper.)



李锦涛 中国科学院计算技术研究所研究员. 主要研究方向为多媒体技术, 虚拟现实技术与普适计算技术.

E-mail: jtli@ict.ac.cn

(**LI Jin-Tao** Professor at the Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences. His research interest covers multimedia technology, virtual reality technology, and pervasive computing technology.)



朱珍民 中国科学院计算技术研究所教授. 主要研究方向为普适计算技术, 多媒体技术和嵌入式技术.

E-mail: zmzhu@ict.ac.cn

(**ZHU Zhen-Min** Professor at the Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences. His research interest covers pervasive computing technology, multimedia technology, and embedded system technology.)



张勇东 中国科学院计算技术研究所研究员. 主要研究方向为视频编码, 视频搜索和多媒体内容分析与理解.

E-mail: zhyd@ict.ac.cn

(**ZHANG Yong-Dong** Professor at the Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences. His research interest covers video coding, video retrieval, multimedia content analysis and understanding.)



代 锋 中国科学院计算技术研究所副研究员. 主要研究方向为视频编码与处理, 多媒体内容分析与理解.

E-mail: fdai@ict.ac.cn

(**DAI Feng** Associate professor at the Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences. His research interest covers video coding and processing, multimedia content analysis and understanding.)