

# 逆重复 $m$ 序列及系统辨识\*

钟 延 炯

(北京钢铁学院)

## 摘 要

本文讨论了逆重复  $m$  序列的产生、性质和功率谱密度,采用逆重复  $m$  序列辨识线性系统时纹波项的估算,以及由试验得到的互相关函数估算系统传递函数的计算方法。最后,归纳了采用逆重复  $m$  序列辨识系统的好处。文中附有试验结果和计算示例。

## 一、逆重复 $m$ 序列

设伪随机二位式最大长度序列(简称  $m$  序列)的位数为  $N$ 。取  $2N$  位的  $m$  序列,并将其隔位取逆,便产生了一个新的序列,称作逆重复  $m$  序列,记作  $\{l\}$ 。

逆重复  $m$  序列的产生方法很简单,只要将  $2N$  位的  $m$  序列各位码交替地乘 1 和  $-1$  就能得到。又因为模 2 乘法与模 2 加法相同,所以逆重复  $m$  序列可以用一个正负交替的方波  $\{m\}$ , 与  $2N$  位的  $m$  序列模 2 相加而得到<sup>[6]</sup>,即

$$\{l\} = \{m\} \oplus \{x\} \quad (1-1)$$

逆重复  $m$  序列有如下性质和特点:

序列  $\{l\}$  的周期为原序列  $\{x\}$  的周期之二倍,即  $2T$ , 其中  $T = N \cdot \Delta t$ , 它是  $\{x\}$  的周期。

序列  $\{l\}$  的两个水平  $a$  和  $-a$  出现的频率相等,因而在  $2T$  周期内平均值为零。

序列  $\{l\}$  的前一半与后一半是逆对称的,即

$$l(t) = -l(t + T) \quad (1-2)$$

“逆重复”即由此性质而得名。逆重复  $m$  序列的这一性质被利用来抑制系统辨识试验中缓慢随机漂移对辨识结果的影响<sup>[9,3]</sup>。

逆重复  $m$  序列的另一性质是,它与原序列  $\{x\}$  互不相关,即对所有的相互延迟的  $\tau$  值,它们的互相关函数均为零。这一性质使得逆重复  $m$  序列可用于多维系统辨识。

逆重复  $m$  序列的自相关函数  $R_{ll}(\tau)$  可以用一个三角形脉冲和一个周期三角波之和来表示,如图 1 所示,其解析表达式可写成

$$R_{ll}(\tau) = \frac{N+1}{N} a^2 \Delta t \delta(\tau) + \frac{a^2}{N} \left\{ \frac{2}{\pi} \arccos \left[ \cos \left( \frac{\tau}{\Delta t} \pi \right) \right] - 1 \right\} \quad (1-3)$$

式中

\*本文曾在中国自动化学会 1978 年年会上宣读。

$$\begin{aligned} \delta(\tau) &= 1 - \frac{|\tau|}{\Delta t} & |\tau| &\leq \Delta t \\ &= 0 & (N-1)\Delta t &> |\tau| > \Delta t \\ &= (N-1) - \frac{|\tau|}{\Delta t} & N\Delta t &\geq |\tau| > (N-1)\Delta t \end{aligned}$$

$\Delta t$  为序列位间或钟周期。

按维纳-辛钦 (Wiener-Khintchine) 定理, 一平稳随机信号的功率谱密度可由其自相关函数的福里哀变换求得。所以逆重复  $m$  序列的功率谱密度  $s(f)$  为

$$s(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{ll}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (1-4)$$

根据福里哀变换的线性性质, 我们将  $R_{ll}(\tau)$  分作三角形脉冲和周期三角波两部份分别求它们的功率谱密度, 然后相加求得总和的功率谱密度。

先求得图 1(b) 所示  $R_{ll_1}(\tau)$  的福里哀变换为

$$s_1(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(N+1)}{N^2} a^2 \left[ \frac{\sin(2n-1)\pi/2N}{(2n-1)\pi/2N} \right]^2 \delta \left[ f - (2n-1) \frac{f_c}{2N} \right] \quad (1-5)$$

式中  $f_c = \frac{1}{\Delta t}$ 。然后求得相应图 1(c)  $R_{ll_2}(\tau)$  的福里哀变换为

$$s_2(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{-4a^2}{N\pi^2(2n-1)^2} \delta \left[ f - (2n-1) \frac{f_c}{2} \right] \quad (1-6)$$

由于  $s_2(f)$  仅在  $(2n-1) \frac{f_c}{2}$  处取值, 在  $s_1(f)$  的带宽  $0.45f_c$  以内  $s_2(f)$  均为零, 因而我们可以认为逆重复  $m$  序列  $R_{ll}(\tau)$  的功率谱密度近似为

$$s(f) \simeq s_1(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(N+1)}{N^2} a^2 \left[ \frac{\sin(2n-1)\pi/2N}{(2n-1)\pi/2N} \right]^2 \delta \left[ f - (2n-1) \frac{f_c}{2N} \right] \quad (1-7)$$

由 (1-7) 看出, 逆重复  $m$  序列的功率谱密度是一个线状谱, 它仅在  $f = (2n-1) \frac{f_c}{2N}$

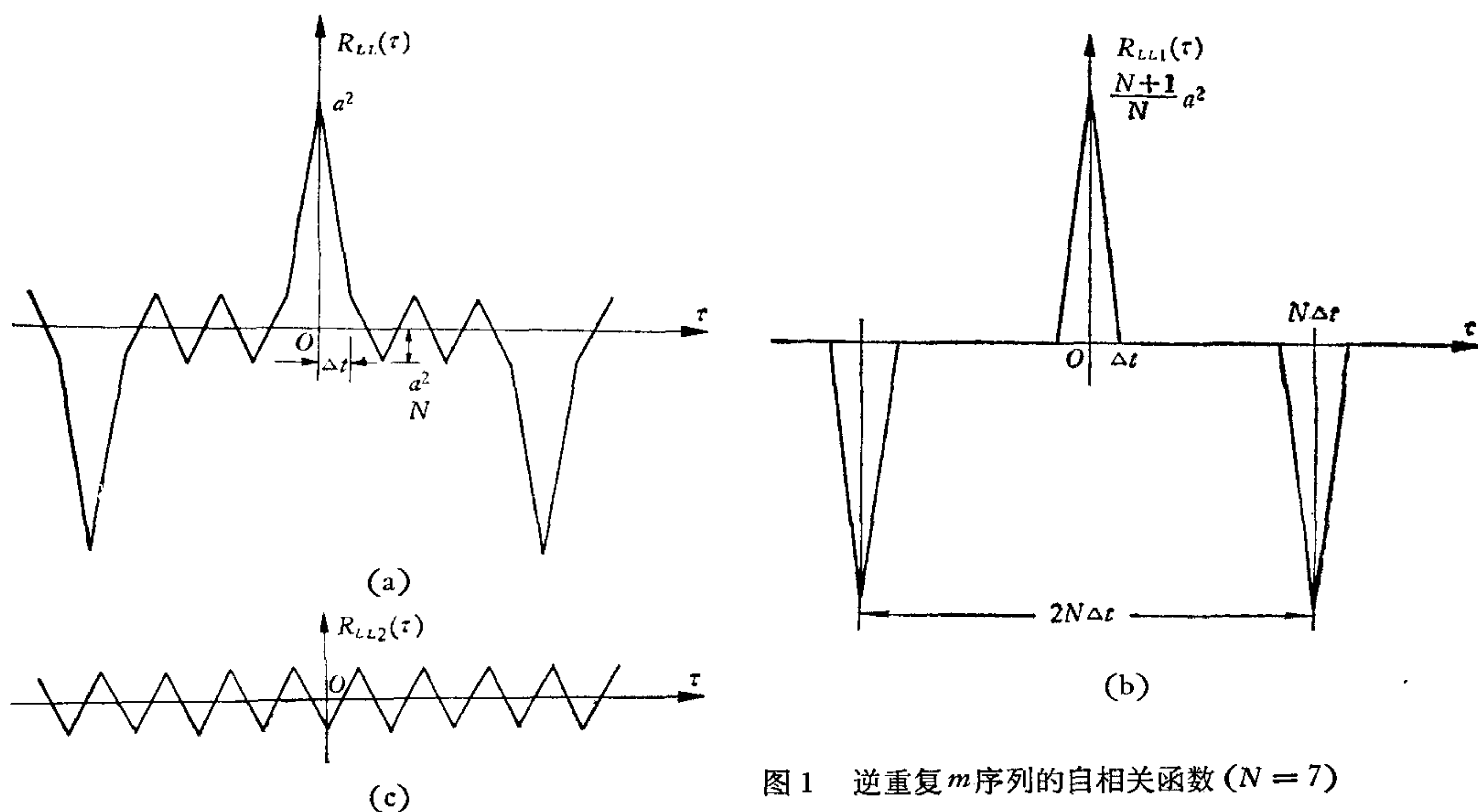


图 1 逆重复  $m$  序列的自相关函数 ( $N=7$ )

处取值, 这与  $m$  序列在  $f = n \frac{f_c}{N}$  处取值不同. 同时, 由于逆重复  $m$  序列的  $a$  与  $-a$  出现的频率相等, 所以它的直流功率为零, 而  $m$  序列的直流功率为  $a^2/N^2$ .

然而, 逆重复  $m$  序列与  $m$  序列功率谱密度函数的归一化包络线都是  $(\sin x/x)^2$ , 而且相应于半功率点的频率都是  $0.45 f_c$ , 这是它们重要的共同之处.

## 二、利用逆重复 $m$ 序列辨识系统

利用  $m$  序列作试验信号辨识系统时, 按维纳-何甫 (Wiener-Holp) 方程, 其输入输出互相关函数  $R_{xy}(\tau)$  与被测系统的脉冲响应函数  $g(\tau)$  有如下关系<sup>[1,2]</sup>

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^{T_s} g(t)R_{xx}(\tau - t)dt = \frac{N+1}{N} a^2 \Delta t g(\tau) - \frac{a^2}{N} \int_0^{T_s} g(t)dt \quad (2-1)$$

式中  $T_s$  为系统调整时间, 当  $t > T_s$  时  $g(t) \rightarrow 0$ , 且一般  $T > T_s$ . 与此相仿, 利用逆重复  $m$  序列作试验信号辨识系统时, 有下列关系

$$\begin{aligned} R_{ly}(\tau) &= \int_0^{T_s} g(t)R_{ll}(\tau - t)dt \\ &= \frac{N+1}{N} a^2 \Delta t g(\tau) + \int_0^{T_s} g(t)R_{ll_2}(\tau - t)dt \end{aligned} \quad (2-2)$$

我们来估算 (2-2) 式纹波项(第二项)的大小, 为方便起见记作  $\Pi$ .

设线性非时变稳定系统的脉冲响应函数  $g(t)$  为

$$g(t) = \sum_{i=1}^m C_i e^{s_i t} \quad (2-3)$$

式中  $m$  是系统阶数.  $s_i$  为负实数或实部为负的复数. 将 (2-3) 式和  $R_{ll_2}(\tau)$  的福里哀级数形式代入 (2-2) 式第二项, 则有

$$\Pi = - \sum_{i=1}^m \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{T_s} C_i e^{s_i t} \frac{4a^2}{N\pi^2(2n-1)^2} \cos[(2n-1)\Omega_0(\tau - t)] dt \quad (2-4)$$

式中  $\Omega_0 = \frac{\pi}{\Delta t}$ , 作变量置换, 积分后得到

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{4a^2}{N\pi^2} \sum_{i=1}^m \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_i}{(2n-1)^2} \\ &\cdot \left\{ \frac{e^{s_i T_s} \{ (2n-1)\Omega_0 \sin[(2n-1)\Omega_0(\tau - T_s)] - s_i \cos[(2n-1)\Omega_0(\tau - T_s)] \}}{s_i^2 + [(2n-1)\Omega_0]^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(2n-1)\Omega_0 \sin[(2n-1)\Omega_0\tau] - s_i \cos[(2n-1)\Omega_0\tau]}{s_i^2 + [(2n-1)\Omega_0]^2} \right\} \end{aligned} \quad (2-5)$$

如果

$$|s_i|^2 \ll \Omega_0^2 \quad (2-6)$$

$$g(t) = g'(t) = 0 \quad (t \geq T_s) \quad (2-7)$$

并且令  $\tau = K \cdot \Delta t$  ( $K = 0, 1, 2, \dots$ ), 那么上式变成

$$\Pi = (-1)^k \epsilon \quad (2-8)$$

式中



$$\varepsilon \simeq \frac{4a^2}{N\pi^2} \frac{g'(0)}{\Omega_0^2}, \quad g'(0) = \sum_{i=1}^m c_i s_i$$

如果

$$\frac{|g'(0)|}{\Omega_0^2} \ll 1 \quad (2-9)$$

则  $|\varepsilon| \ll 1$ , (2-2) 式就可写成

$$R_{ly}(K\Delta t) \simeq \frac{N+1}{N} a^2 \Delta t g(K \cdot \Delta t) \quad (2-10)$$

在具体的辨识试验中, 为保证试验信号的频带足够宽, 序列钟周期  $\Delta t$  一般选择为被测系统调整时间  $T_s$  的  $1/30-1/50$ 。在这种情况下, 条件 (2-7) 和 (2-9) 一般都能满足\*)。因此可以直接使用 (2-10) 式将  $R_{ly}(\tau)$  换算成  $g(\tau)$ 。这比利用  $m$  序列辨识系统时的计算公式 (2-1) 式更为简便。

对于任何稳定的动力学系统, 当  $t > T_s$  时其  $g(t)$ 、 $g'(t)$  都将趋于零。若利用逆重复  $m$  序列来辨识系统, 那么互相关函数  $R_{ly}(\tau)$  也会有相同的趋势, 即对于  $\tau > T_s$ ,  $R_{ly}(\tau) \rightarrow 0$ 。即使在信噪比很小的情况下, 相应  $\tau > T_s$  的  $R_{ly}(\tau)$  各点也将散落在横轴附近。这种趋势有助于试验者直接从试验得到的互相关函数  $R_{ly}(\tau)$  曲线的趋势来判断试验结果的正确性。图 2 是分别利用  $m$  序列和逆重复  $m$  序列作试验信号, 辨识相同的三阶系统的试验结果。由曲线看出,  $R_{ly}(\tau)$  随着  $\tau$  增大明显趋于零, 而  $R_{xy}(\tau)$  则趋向一个恒定的负值(试验参数参阅本文第三节中的例)。

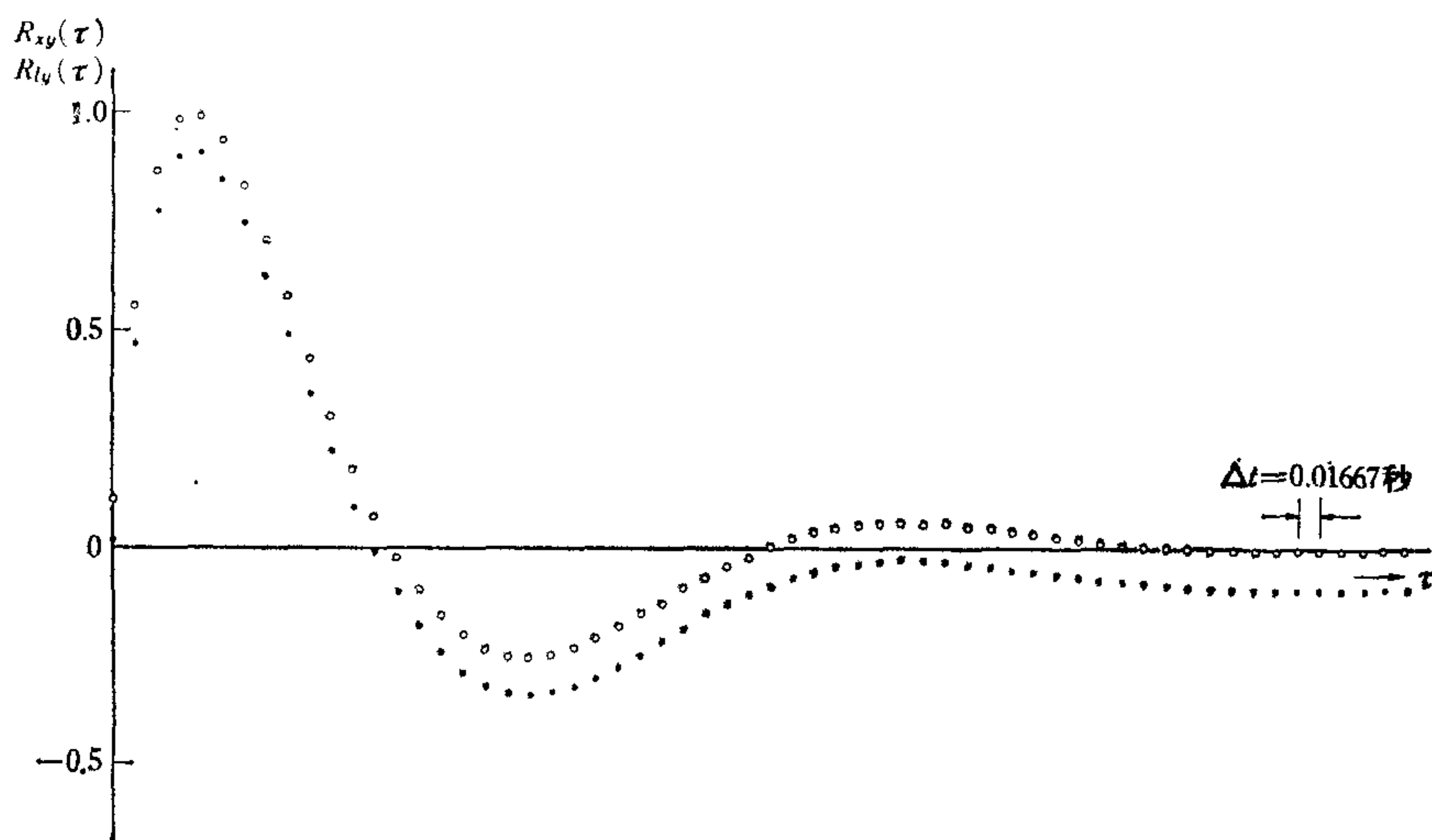


图 2 三阶系统的互相关函数  $R_{xy}(\tau)$  和  $R_{ly}(\tau)$

### 三、由互相关函数估算被测系统的传递函数

由辨识试验得到的互相关函数  $R_{ly}(\tau)$  的离散值, 可以通过下述步骤和方法, 估算被

\*) 对于后述的例,  $\frac{|s_2|^2}{\Omega_0^2} = \frac{|s_3|^2}{\Omega_0^2} < \frac{s_1^2}{\Omega_0^2} \simeq 0.037$ ,  $\frac{g'(0)}{\Omega_0^2} \simeq 0.016$ 。这种复核运算一般可在传递函数求出后进行。

测系统的脉冲响应  $g(\tau)$  各值, 并进一步求得传递函数  $G(s)$  的解析表达式.

### 1. 由 $R_{iy}(\tau)$ 求 $g(\tau)$

只要算出或测出试验序列的自相关函数三角形脉冲的面积(图 1(b)), 就可按公式(2-10)分别计算出相应不同  $\tau$  值的  $g(\tau)$  值.

### 2. 估算 $g(0)$

利用逆重复  $m$  序列(或  $m$  序列)辨识系统时, 自相关函数  $R_{ii}(\tau)$  不是一个理想的  $\delta$  函数, 信号的带宽受到限制, 因而带来一定的误差. 如果把这个因素考虑进去, 估算  $g(0)$  的公式应改为<sup>[4,2]</sup>

$$R_{iy}(0) = \frac{N+1}{2N} a^2 \Delta t \left[ g(0) + \frac{\Delta t}{3} g'(0) + \frac{(\Delta t)^2}{12} g''(0) + \frac{(\Delta t)^3}{60} g'''(0) + \dots \right] \quad (3-1)$$

然而, 未求出  $g(\tau)$  的解析表达式之前, (3-1) 式无法利用. 但是, 对于线性系统, 我们可以将  $g(\tau)$  曲线(不包括  $g(0)$  点)自然地延长与  $Y$  轴相交, 即为初次估算的  $g(0)$  值. 最后再根据第三步求出的  $g(t)$  解析表达式, 利用 (3-1) 式进行复核算.

### 3. 用差分方程-非线性拟合法求得传递函数解析表达式.

首先需要将离散点形式的  $g(\tau)$  转换成  $g(c)$  的解析表达式. 参考资料 [2,5] 提出了将瞬变响应变换成解析表达式的差分方程方法. 然而, 这种方法的精度有时不能满足使用者的要求. 这里采用高斯-牛顿非线性拟合法, 使曲线拟合进一步提高.

设

$$G = g(t, \mathbf{B}) \quad (3-2)$$

为待定参数  $\mathbf{B}$  的非线性函数,  $\mathbf{B} = (B_1, B_2, \dots, B_m)$ . 今有  $N$  组观测值  $(G_k, t_k)$ ,  $k=1, 2, \dots, N$ , 要确定  $\mathbf{B}$ , 使得目标函数

$$J(\mathbf{B}) = \sum_{k=1}^N [G_k - g(t_k, \mathbf{B})]^2 \quad (3-3)$$

最小化.

将  $g(t_k, \mathbf{B})$  关于  $\mathbf{B}$  作线性展开,

$$g(t_k, \mathbf{B} + \Delta) \simeq g(t_k, \mathbf{B}) + \sum_{i=1}^m \frac{\partial g(t_k, \mathbf{B})}{\partial B_i} \Delta_i \quad (3-4)$$

式中  $\Delta = (\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_m)$  为  $\mathbf{B}$  的增量, 所以

$$J(\mathbf{B} + \Delta) \simeq \sum_{k=1}^N \left[ G_k - g(t_k, \mathbf{B}) - \sum_{i=1}^m \frac{\partial g(t_k, \mathbf{B})}{\partial B_i} \Delta_i \right]^2 \quad (3-5)$$

令

$$\frac{\partial J(\mathbf{B} + \Delta)}{\partial B_j} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m$$

得

$$\begin{aligned} & \left( \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^m \frac{\partial g(t_k, \mathbf{B})}{\partial B_i} \Delta_i \right) \frac{\partial g(t_k, \mathbf{B})}{\partial B_j} \\ & = \sum_{k=1}^N [G_k - g(t_k, \mathbf{B})] \frac{\partial g(t_k, \mathbf{B})}{\partial B_j} \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (3-6)$$

令

$$H_j = \sum_{k=1}^N \left[ G_k - g(t_k, \mathbf{B}) \frac{\partial g(t_k, \mathbf{B})}{\partial B_j} \right] \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$E_{ij} = \sum_{k=1}^N \frac{\partial g(t_k, \mathbf{B})}{\partial B_i} \frac{\partial g(t_k, \mathbf{B})}{\partial B_j} \quad i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3-7)$$

因此,求解增量  $\Delta$  的矩阵为

$$\mathbf{E}\Delta = \mathbf{H} \quad (3-8)$$

或

$$\Delta = \mathbf{E}^{-1}\mathbf{H}$$

式中

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_{11} & \dots & E_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ E_{m1} & \dots & E_{mm} \end{pmatrix} \quad \Delta = \begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \vdots \\ \Delta_m \end{pmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_m \end{pmatrix} \quad (3-9)$$

上述计算的初始点  $\mathbf{B}$  的值,可用差分方程法求出。如果计算出的增量  $\Delta$  使目标函数  $J$  增加,则将  $\Delta$  缩小  $2^n$  倍,  $n$  是保证  $J$  减小的最小整数。此后,以  $(\mathbf{B} + \Delta)$  为新的  $\mathbf{B}$  值,重复上述计算。最后满足不等式

$$\Delta_i < \varepsilon \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3-10)$$

计算结束。式中  $\varepsilon$  是按计算精度要求给定的一个很小的数。

得到  $g(\tau)$  的解析表达式后,经拉普拉斯变换,就得到被测系统的传递函数。

下面以一个三阶模拟系统的辨识试验为例,说明上述计算方法和步骤。

### 例: 三阶系统辨识试验及参数估算

三阶系统系由线性集成电路组件构成的模拟系统。根据模拟电路中  $R$ 、 $C$  参数,计算出系统脉冲响应为

$$g(\tau) = c_1 e^{s_1 \tau} + c_2 e^{s_2 \tau} + c_3 e^{s_3 \tau}$$

式中

$$c_1 = -13.35 \quad c_2 = 6.67 - j6.21 \quad c_3 = 6.67 + j6.21$$

$$s_1 = -36.36 \quad s_2 = -5.45 + j11.19 \quad s_3 = -5.45 - j11.19$$

辨识试验中采用的逆重复  $m$  序列参数如下:

序列位数  $N = 63$ , 电平  $a = 0.7V$ , 周期数  $q = 4$ , 钟周期  $\Delta t = 0.01667$  秒,  $R_{11}(0) = 5.21$ ,  $s = \frac{N+1}{N} R_{11}(0) \Delta t = 0.088$ 。辨识试验得到的互相关函数  $R_{ly}(\tau)$  曲线如图 2 所示。

由  $R_{ly}(\tau)$  估算  $g(\tau)$  各点数值并求得传递函数分下面几步进行。

#### 1. 求相应 $R_{ly}(\tau)$ 的各 $g(\tau)$ 值

用  $s = 0.088$  除  $R_{ly}(\tau)$  各值,便得到相应的  $g(\tau)$  值(除  $g(0)$  点外)。绘出曲线如图 3 所示。根据上述  $c_1$ 、 $c_2$ 、 $c_3$  和  $s_1$ 、 $s_2$ 、 $s_3$  算出的脉冲响应理论值  $g^*(\tau)$  也绘于图 3 中。

#### 2. 估计 $g(0)$

实测  $R_{ly}(0) = 0.114$ , 如何估计  $g(0)$ ? 可根据图 3 的  $g(\tau)$  曲线(不包括  $\tau = 0$  的点)



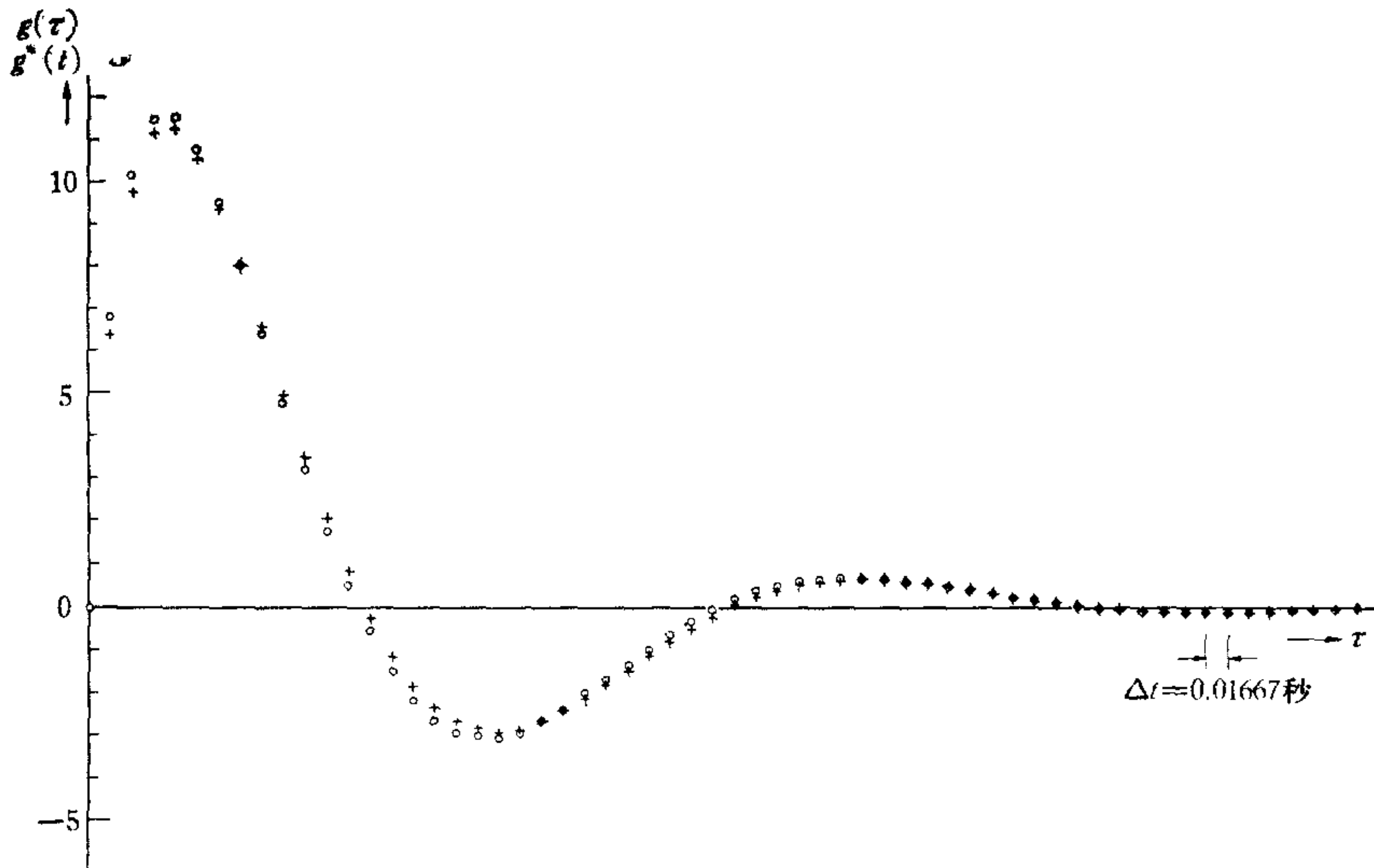


图3  $g(\tau)$  与  $g^*(\tau)$  曲线, 图中  $\circ$ —— $g^*(\tau)$ ,  $+$ —— $g(\tau)$

自然延长与  $Y$  轴相交. 交点近似为零, 即  $g(0) \approx 0$ .

### 3. 差分方程-非线性拟合

根据上面二步求得的  $g(\tau)$  和  $g(0)$  值, 用差分方程法求得初始点参数为:

$$c_1 = -15.7 \quad c_2 = 7.86 - j5.23 \quad c_3 = 7.86 + j5.23$$

$$s_1 = -31.1 \quad s_2 = -5.29 + j10.9 \quad s_3 = -5.29 - j10.9$$

按 (3-4) 计算的误差  $J = 0.03$ , 再用高斯-牛顿非线性拟合法, 经六次迭代运算, 得到如下参数:

$$C_1 = -13.69 \quad C_2 = 6.84 - j6.16 \quad C_3 = 6.84 + j6.16$$

表 1

$k$	$g(k\Delta t)$	$\bar{g}(k\Delta t)$	$g(k\Delta t) - \bar{g}(k\Delta t)$	$k$	$g(k\Delta t)$	$\bar{g}(k\Delta t)$	$g(k\Delta t) - \bar{g}(k\Delta t)$
1	.000000	-.013793	.013793	15	-1.110000	-1.133345	.023345
2	6.330000	6.412881	-.082881	16	-1.840000	-1.827101	-.012899
3	9.780000	9.734109	.045891	17	-2.330000	-2.336914	.006914
4	11.140000	11.106034	.033966	18	-2.690000	-2.674306	-.015694
5	11.270000	11.241276	.028725	19	-2.850000	-2.855412	.005412
6	10.570000	10.593554	-.023555	20	-2.930000	-2.899596	-.030404
7	9.440000	9.463064	-.023065	21	-2.820000	-2.828129	.008129
8	8.020000	8.056185	-.036184	22	-2.680000	-2.663059	-.016941
9	6.530000	6.519708	.010292	23	-2.430000	-2.426243	-.003757
10	4.950000	4.960319	-.010319	24	-2.150000	-2.138556	-.011443
11	3.480000	3.455944	.024055	25	-1.800000	-1.819286	.019286
12	2.070000	2.062658	.007341	26	-1.480000	-1.485653	.005653
13	.840000	.819101	.020899	27	-1.130000	-1.152528	.022528
14	-.250000	-.250387	.000387				

表中  $g(k\Delta t) = R_{1y}(k\Delta t)/S$   
 $\bar{g}(k\Delta t) = C_1 e^{s_1(k\Delta t)} + C_2 e^{s_2(k\Delta t)} + C_3 e^{s_3(k\Delta t)}$

$$S_1 = -33.17 \quad S_2 = -5.51 + j10.83 \quad S_3 = -5.51 - j10.83$$

拟合后的误差  $J = 0.00067$ , 各点拟合误差列于表 1 中. 相应的传递函数为

$$G(s) = \frac{-0.01s^2 + 512s + 4905}{s^3 + 44.2s^2 + 514s + 4978}$$

上述计算程序系用 FORTRAN 语言编写, 这里从略.

#### 4. $g(0)$ 值核校

利用 (3-1) 式, 并忽略二阶以上高阶项, 我们有

$$\begin{aligned} g(0) &= \frac{2}{S} R_{ly}(0) - \frac{\Delta t}{3} g'(0) - \frac{(\Delta t)^2}{12} g''(0) \\ &= \frac{2}{0.088} \times 0.114 - 2.84 + 0.35 = 0.1 \end{aligned}$$

这与前面估计的  $g(0) \simeq 0$  是相近的.

应该指出的是, 当被测系统的模型结构估计不准确时, 应用上述计算方法要比较谨慎, 特别是使用 (3-1) 公式可能造成较大误差.

## 小 结

综上所述, 利用逆重复  $m$  序列辨识系统的好处可归纳为:

1. 利用逆重复  $m$  序列辨识系统时, 可以消除被测系统偶次非线性对辨识结果的影响<sup>[3]</sup>.
2. 逆重复  $m$  序列配合以二项式加权平均, 可以抑制系统辨识试验过程中遇到的缓慢漂移干扰对辨识结果的影响.
3. 由于逆重复  $m$  序列和它的原序列互不相关, 因而可以方便地用于多维系统的辨识.
4. 利用逆重复  $m$  序列辨识系统时, 当  $\tau > T_s$ ,  $R_{ly}(\tau) \rightarrow 0$ , 这个性质有助于试验者由试验曲线直接判断辨识结果的正确性.
5. 由互相关函数  $R_{ly}(\tau)$  计算  $g(\tau)$  比较方便, 只需除以序列自相关函数的面积  $S$ .

此外, 由于逆重复  $m$  序列与  $m$  序列的功率谱密度的包络线相似, 应用它们来辨识系统的试验方法和计算方法也相似, 加上逆重复  $m$  序列的产生也很方便, 所以, 凡是利用  $m$  序列能进行辨识的场合, 也都能用逆重复  $m$  序列, 并且使用后者效果更好, 计算更简捷. 如果现场条件允许(主要是时间上允许), 可以分别用二种序列都做试验, 从它们不全完相同的试验结果, 可以看出缓慢漂移干扰、系统非线性等因素影响的大小, 也可以粗略地估计被测系统的静态放大倍数.

## 参 考 文 献

- [1] 北京钢铁学院相关仪科研组, 伪随机信号相关仪及系统在线识别, 应用数学学报, 1977 年第 1 期.
- [2] 戴维斯, W. D. T. 著, 潘裕焕译, 自适应控制的系统识别, 科学出版社, 1977.
- [3] Speedy, C. B., Brown, R. F. and Goodwin, G. C., Control Theory, Identification and Optimal control, Oliver & Boyd, 1970.
- [4] Hughes, M. T. G. and Noton, A. R. M., The Measurement of Control System Characteristics by means of a Cross-Correlator, Proc. Inst. Elec. Eng., 109B, 77 (1962).
- [5] Levenstein, H., Use Difference Equation to Calculate Frequency Response from Transient Response, Control Engineering, 90, 1957. Apr.



- [ 6 ] Simpson, H. R., Statistical properties of a class of pseudo-random Sequences, *Proc. IEE*, **113**, 1966.
- [ 7 ] Golomb, S. W., Baumert, L. D., etc., 'Digital Communications with Space Applications', 1965.
- [ 8 ] Hampton, R. L. T., A Hybrid Analog-Digital pseudo-random Noise Generator, Proc. Spring. Joint Computer Conference, 1964.
- [ 9 ] 李白男、钟延炯, 多功能伪随机信号相关仪及冷轧机控制系统的在线辨识, 自动化学报, **5**, № 1 (1979).

## INVERSE-REPEAT $m$ SEQUENCE AND SYSTEM IDENTIFICATION

ZHONG YEN-JONE

(*Beijing Institute of Iron and Steel Technology*)

### ABSTRACT

This paper discusses the generation, characteristics and power spectral density of the inverse-repeat  $m$  sequence, the estimation of the ripple term for linear system identification with inverse-repeat  $m$  sequence, and the method with which the transfer function from cross-correlation function found by the tests is calculated. Finally, the advantages of the application of inverse-repeat  $m$  sequence to the identification of systems is summarized. The text contains the results of the tests and the examples of calculation.