

# 非线性系统的鲁棒故障检测与诊断<sup>1)</sup>

魏 晨 陈宗基

(北京航空航天大学自动控制系 北京 100083)

(E-mail: weichen@dept3. buaa. edu. cn)

**摘 要** 研究了一类具有未建模动态或扰动的非线性系统的鲁棒故障检测与诊断问题,利用神经网络、模糊系统或小波网络等对非线性故障模式进行在线逼近的方法进行故障诊断. 第一步,对用于鲁棒故障检测的观测器,建立了保证观测器稳定的增益阵的选择条件;第二步,若检测出发生故障,则用神经网络、模糊系统或小波网络进行故障的在线估计,建立了估计误差界,结果显示输出估计误差将收敛到由扰动上界或建模误差上界线性确定的范围内.

**关键词** 故障检测与诊断,非线性系统,鲁棒性,神经网络,模糊系统

**中图分类号** TP273

## Robust Fault Detection and Diagnosis of Nonlinear Systems

WEI Chen CHEN Zong-Ji

(Department of Automatic Control, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

(E-mail: weichen@dept3. buaa. edu. cn)

**Abstract** The fault detection and diagnosis for a class of nonlinear systems with unmodeled dynamics or noise are considered. Nonlinear online approximator, such as neural network, fuzzy system and wavelet network, is used to monitor the system for any abnormal behaviour due to faults. First, robust fault detection observer is designed, and the condition to choose observer-gain matrix for a stable observer is given. After the fault is detected, online approximator will give an estimation of the fault. The bound of output estimation error is established, which is linearly dependent on the bound of unmodeled dynamics or disturbances.

**Key words** Fault detection and diagnosis, nonlinear, robust, neural networks, fuzzy systems

1) 航空基础科学基金(00E51083)、教育部骨干教师项目资助

Supported by the Aviation Foundation of P. R. China(00E51083) and the Sustentation Fund of Ministry of Education P. R. China

本文曾在中国自动化学会第 19 届学术会议上宣读(2000 年).

The some work of this paper was presented in the 19th Chinese Control Conference, 2000.

收稿日期 2001-11-15 收修改稿日期 2002-11-04

Received November 15, 2001; in revised form November 04, 2002

## 1 引言

随着系统复杂性的增加,控制系统的可靠性问题变得越来越重要,故障检测和诊断作为提高控制系统可靠性的主要手段,受到了广泛的重视.目前最常用的方法是基于模型的解析冗余方法,其中基于线性模型的故障诊断已有了较成熟的结果,方法主要包括:等价空间法、检测滤波器法、参数估计法、奉献观测器法等<sup>[1]</sup>.

基于模型的故障检测方法依赖于系统的数学描述,但实际中很难获得精确的模型表示,不可避免地存在未建模动态,同时还存在测量噪声、外部扰动等不确定性.另一方面,实际系统通常是非线性系统,因而鲁棒<sup>[2,3]</sup>及非线性故障检测与诊断受到了人们的日益重视.文献[4]研究了一类满足 Lipschitz 条件的非线性系统的观测器设计,给出了观测器增益阵存在的条件.文献[5]利用代数 Riccati 方程的解来设计非线性观测器的增益阵,并应用到故障诊断.文献[6]利用微分几何方法,通过微分同胚变换将原系统变换为结构简单的形式,从而给出了故障观测器及逼近器的设计,并建立了鲁棒性结果、灵敏性分析及稳定性能.

随着神经网络、模糊系统及小波理论的发展,它们也逐渐被应用到故障检测中来<sup>[7]</sup>.正如文献[6]中所指出的,利用对非线性故障模式的在线逼近方法进行故障诊断,可以起到故障隔离与辨识的作用,从而可以很方便地进行控制器的在线补偿,达到容错控制的目的.

本文在文献[5,6]的基础上,研究了一类具有未建模动态的非线性系统的鲁棒故障检测与诊断问题,给出了稳定观测器增益阵的存在条件,用神经网络、模糊系统或小波网络进行故障的在线估计,建立了估计误差界,结果显示输出估计误差将收敛到由扰动上界和建模误差上界线性确定的范围内.与文献[6]相比,本文不需经过微分同胚变换,并给出了输出估计误差的收敛域;与文献[5]所考虑的系统相比,本文考虑了带有扰动的情形.

利用 NN 等进行故障的在线诊断,可以看作是自适应观测器的设计.就此而言,本文所考虑的系统 and 文献[8]类似,是从不同的角度给出了自适应观测器的设计和稳定条件.

## 2 鲁棒故障检测

考虑下面的非线性系统

$$\dot{x} = Ax + g(t, u, y) + f(t, u, x) + w(t), \quad y = Cx \quad (1)$$

其中  $A \in R^{n \times n}$ ,  $C \in R^{1 \times n}$ ,  $x \in R^n$ ,  $u \in R^m$  和  $y \in R$  分别为系统的状态向量、输入向量和输出,  $w(t)$  代表未建模动态或外部扰动,  $g(\cdot): R \times R^m \times R \rightarrow R^n$ ,  $f(\cdot): R \times R^m \times R^n \rightarrow R^n$ , 为已知的函数向量.文献[5]说明了上述系统在实际中的普遍性.

对于上述系统,作出如下假定.

假设 1.  $f(t, x, u)$  关于  $x$  满足 Lipschitz 条件,即存在  $\gamma > 0$  使得

$$|f(t, u, x_1) - f(t, u, x_2)| \leq \gamma |x_1 - x_2|, \quad \forall t \in R, u \in R^m.$$

假设 2.  $(A, C)$  能观.

假设 3.  $w(t)$  有界,即存在  $\epsilon_w > 0$  使得  $|w(t)| \leq \epsilon_w$ .

上述  $f$  满足全局 Lipschitz 条件的假设 1 可减弱为  $f$  满足局部 Lipschitz 条件,正如文献[5]所指出的, Lipschitz 条件并不是一个很强的假定.

系统(1)的观测器设计为

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + g(t, u, y) + f(t, u, \hat{x}) + L(y - \hat{y}), \quad \hat{y} = C\hat{x} \quad (2)$$

其中  $\hat{x}(0) = x(0) = x_0$ ,  $L \in R^{n \times 1}$  为观测器增益阵.

定义观测误差向量  $\tilde{x} = x - \hat{x}$  和输出残差  $e = y - \hat{y}$ , 则有下面的误差动态方程

$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x} + f(t, u, x) - f(t, u, \hat{x}) + w(t), \quad e = C\tilde{x} \quad (3)$$

设计问题就是要选择  $L$  使得误差动态(3)稳定.

**定理 1.** 考虑系统(1)及观测器(2), 若假设 1~3 满足, 且存在正常数  $\alpha$  和  $\lambda$  使得  $\|e^{(A-LC)t}\| \leq \alpha \cdot e^{-\lambda t}$  并满足  $\lambda > \alpha\gamma$ . 则误差动态(3)在有界意义下稳定, 并有

$$|e(t)| \leq \frac{|C| \alpha \epsilon_w}{\lambda - \alpha\gamma}.$$

**证明.** 由式(3)知

$$\begin{aligned} |\tilde{x}(t)| &\leq \int_0^t e^{(A-LC)(t-\tau)} |f(\tau, u, x) - f(\tau, u, \hat{x})| d\tau + \int_0^t e^{(A-LC)(t-\tau)} |w(\tau)| d\tau \leq \\ &\int_0^t \alpha e^{-\lambda(t-\tau)} \gamma |\tilde{x}(\tau)| d\tau + \int_0^t \alpha e^{-\lambda(t-\tau)} \epsilon_w d\tau \leq \alpha\gamma \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} |\tilde{x}(\tau)| d\tau + \frac{\alpha\epsilon_w}{\lambda} \end{aligned}$$

上式两端同乘  $e^{\lambda t}$ , 有

$$e^{\lambda t} |\tilde{x}(t)| \leq \alpha\gamma \int_0^t e^{\lambda\tau} |\tilde{x}(\tau)| d\tau + \frac{\alpha\epsilon_w}{\lambda} e^{\lambda t} \quad (4)$$

对式(4)应用 Bellman-Gronwall 引理可得

$$\begin{aligned} |\tilde{x}(t)| &\leq \int_0^t \frac{\alpha\epsilon_w}{\lambda} e^{-\lambda(t-\tau)} \alpha\gamma e^{\alpha\gamma(t-\tau)} d\tau + \frac{\alpha\epsilon_w}{\lambda} = \\ &\int_0^t \frac{\alpha\epsilon_w}{\lambda} \alpha\gamma e^{-(\lambda-\alpha\gamma)(t-\tau)} d\tau + \frac{\alpha\epsilon_w}{\lambda} = \frac{\alpha\epsilon_w}{\lambda} \left(1 + \frac{\alpha\gamma}{\lambda - \alpha\gamma}\right) = \frac{\alpha\epsilon_w}{\lambda - \alpha\gamma} \end{aligned}$$

从而

$$|e(t)| = |C\tilde{x}(t)| \leq \frac{|C| \alpha \epsilon_w}{\lambda - \alpha\gamma}. \quad \text{证毕.}$$

因为  $(A, C)$  能观, 适当选取  $L$ , 可使  $A - LC$  为 Hurwitz 阵, 则存在正常数  $\alpha$  和  $\lambda$  使  $\|e^{(A-LC)t}\| \leq \alpha \cdot e^{-\lambda t}$ . 因而对  $\gamma > 0$  可期望: 适当选取  $L$  使  $\lambda > \alpha\gamma$ . 当然这样的  $L$  并不一定存在, 因为  $\alpha$  和  $\lambda$  均与  $A - LC$  有关, 关于  $L$  的存在性仍是一个需要进一步研究的问题.

根据定理 1 的结论, 可由观测器(2)的误差动态(3)对系统的运行情况进行判断, 以确定是否出现故障, 具体地讲: 若  $|e(t)| \leq \epsilon$ , 则认为系统正常运行; 否则, 则认为系统出现故障并报警. 当系统出现故障后, 需要对故障进一步作出诊断, 这将在下一节中讨论.

### 3 故障诊断

系统(1)出现故障时的描述形式为

$$\dot{\hat{x}} = Ax + g(t, u, y) + f(t, u, x) + \delta(t - T)\Delta f(x, u) + w(t), \quad y = Cx \quad (5)$$

其中  $\delta(t - T) = \begin{cases} 0, & t < T \\ 1, & t \geq T \end{cases}$ ,  $T$  为故障发生时刻,  $\Delta f(x, u)$  表示系统故障, 包括成分故障

(component fault)和执行器故障(actuator fault), 满足下面的假设.

**假设 4.** 故障  $\Delta f(x, u)$  关于  $x$  满足 Lipschitz 条件, 即存在  $\gamma_1 > 0$  使得

$$|\Delta f(u, x_1) - \Delta f(u, x_2)| \leq \gamma_1 |x_1 - x_2|, \quad \forall u \in R^m$$

神经网络、模糊系统以及小波由于其各自的结构特点, 都有很强的非线性逼近能力, 可以充当万能逼近器, 因而在许多领域得到了广泛的应用, 并取得了很大成功. 在此基础上, 也产生了各种组合形式, 如: 模糊神经网络、小波神经网络以及基于小波的模糊系统, 以充分

利用各自的优点. 因此, 可利用它们对故障进行估计, 也即作出诊断. 在这里, 不考虑各种特殊形式, 而只考虑非线性逼近的共性. 设模型结构形式(取线性参数化)为

$$\hat{f}_i(x, u, \theta_i) = \phi_i^T(x, u)\theta_i$$

其中  $\hat{f}_i(x, u, \theta_i)$  表示  $\Delta f(x, u)$  的第  $i$  个元素  $\Delta f_i(x, u)$  的估计模型,  $\phi_i(\cdot): R^n \times R^m \rightarrow R^{p_i}$ , 其元素为 NN 的径向基函数、FS 的隶属函数或 WNN 的基函数,  $\theta_i \in R^{p_i}$  为参数向量. 令

$$\Phi(x, u) = \text{diag}(\phi_1^T(x, u), \dots, \phi_n^T(x, u)), \quad \theta = [\theta_1^T, \dots, \theta_n^T]^T$$

则  $\Phi(\cdot): R^n \times R^m \rightarrow R^{n \times p}$ ,  $\theta \in R^p$ , 其中  $p = \sum_{i=1}^n p_i$ , 并有  $\hat{f}(x, u, \theta) = \Phi(x, u)\theta$

定义 
$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in D_\theta} \left\{ \sup_{x \in D_x, u \in D_u} |\hat{f}(x, u, \theta) - \Delta f(x, u)| \right\}$$

其中  $D_\theta$  为  $\theta$  的约束集,  $D_x$  和  $D_u$  分别为状态的运行区域及输入的取值范围, 定义最优逼近误差  $\epsilon_v = \sup_{x \in D_x, u \in D_u} |\hat{f}(x, u, \theta^*) - \Delta f(x, u)|$ .

为系统(5)设计下面的估计器

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + g(t, u, y) + f(t, u, \hat{x}) + \hat{f}(\hat{x}, u, \hat{\theta}) + L_0(y - \hat{y}) + \Omega \dot{\hat{\theta}} \\ \hat{y} &= C\hat{x} \end{aligned} \tag{6}$$

其中  $L_0$  为观测器增益阵,  $\Omega \in R^{n \times p}$  为滤波器  $\dot{\Omega} = (A - L_0C)\Omega + \Phi(\hat{x}, u)$  的解, 参数调节律为

$$\dot{\hat{\theta}} = \begin{cases} \gamma_f \Omega^T C^T D_c(e_1, \bar{\epsilon}_0), & \theta \in S \\ P[\gamma_f \Omega^T C^T D_c(e_1, \bar{\epsilon}_0)], & \text{其它} \end{cases} \tag{7}$$

式中常数  $\gamma_f > 0$ ,  $e_1 = y - \hat{y}$ ,  $\bar{\epsilon}_0 = |C|\epsilon_0$ ,  $\epsilon_0 \triangleq \frac{\alpha_0(\epsilon_w + \epsilon_v)}{\lambda_0 - \alpha_0\gamma_0}$ ,

$$S = \{\hat{\theta}: |\hat{\theta}| < M\} \cup \{\hat{\theta}: |\hat{\theta}| = M \text{ 且 } C\Omega \hat{\theta}^T D_c(e_1, \bar{\epsilon}_0) \leq 0\},$$

$D_c(\cdot)$  为连续死区算子, 定义为

$$D_c(x, \epsilon) = \begin{cases} x - \epsilon, & x > \epsilon, \\ 0, & |x| \leq \epsilon, \\ x + \epsilon, & x < -\epsilon, \end{cases}$$

$P[\cdot]$  为投影算子, 定义为

$$P[\gamma_f \Omega^T C^T D_c(e_1, \epsilon)] = \gamma_f \Omega^T C^T D_c(e_1, \epsilon) - \frac{\hat{\theta} \hat{\theta}^T}{|\hat{\theta}|^2} \gamma_f \Omega^T C^T D_c(e_1, \epsilon)$$

注 1. 在不致引起混淆的情况下, 有些变量仍采用上节的符号, 但其含义不同.

上述用于故障诊断的估计器的性能可用下面的定理来概括.

定理 2. 考虑系统(5), 若假设 1~4 满足, 且存在  $L_0$  使得  $\|e^{(A-L_0C)t}\| \leq \alpha_0 \cdot e^{-\lambda_0 t}$  并满足  $\lambda_0 > \alpha_0\gamma_0$ , 其中  $\gamma_0 = \gamma + \gamma_1$ . 则采用调节律(7)的故障估计器(6), 其输出估计满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} D_c(e_1, \bar{\epsilon}_0) = 0$$

注 2. 若定理 1 和定理 2 中, 稳定观测器增益阵存在的条件不满足, 则可以采用文献[5]基于代数 Riccati 方程的解的方法, 若能通过此方法找到观测器增益阵, 则仍可以得到与定理 1 和定理 2 相同的结论.

## 4 结论

本文研究了一类非线性系统的鲁棒故障诊断问题, 给出了稳定观测器增益阵的存在条

件,用神经网络、模糊系统或小波网络进行故障估计器的设计,建立了估计误差界,结果显示输出估计误差将收敛到由扰动上界和建模误差上界线性确定的范围内.文中所给出的稳定观测器增益阵的存在性条件仍是一个需要进一步研究的问题,比如考虑用线性矩阵不等式方法等.

### References

- 1 Frank P M. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy—A survey and some new results. *Automatica*, 1990, **26**(3): 459~474
- 2 Viswanadham N, Srichander R. Fault detection using unknown input observers. *Control Theory and Advanced Technology*, 1987, **3**(2): 91~101
- 3 Patton R J. Robust fault detection using eigenstructure assignment. In: Proceedings of the 12th IMACS World Congress on Mathematical Modelling and Scientific Computation, 1988, **2**:431~434
- 4 Thau F E. Observing the state of nonlinear dynamic systems. *International Journal Control*, 1973, **17**(3):471~479
- 5 Raghavan S, Hedrick J K. Observer design for a class of nonlinear systems. *International Journal Control*, 1994, **59**(2): 515~528
- 6 Vemuri A T, Polycarpou M M. Robust nonlinear fault diagnosis in input-output systems. *International Journal Control*, 1995, **68**(2): 343~360
- 7 Zhou D H, Ye Y Z. Advanced Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control. Beijing: Tsinghua University Press, 2000 (in Chinese)
- 8 Rajamani R, Hedrick J K. Adaptive observers for active automotive suspensions: Theory and experiment. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1995, **3**(1):86~93

**魏 晨** 1997 年在中科院系统所获博士学位,现为北京航空航天大学自动化学院副教授.主要研究兴趣为非线性系统的自适应控制、故障检测与诊断、模糊建模与控制、混合系统建模与分析.

(**WEI Chen** Received her Ph. D. degree from the Institute of Systems Science, Chinese Academy of Sciences. She is currently an associate professor at Beijing University of Aeronautics and Astronautics. Her research interests include adaptive nonlinear control, FDI, gain scheduling, and hybrid control systems.)

**陈宗基** 1983 年获英国 UMIST 控制中心博士学位,现为北京航空航天大学自动化学院教授、博士生导师.当前研究方向为飞行控制系统设计方法、自修复控制系统、先进仿真技术等.

(**CHEN Zong-Ji** Received his Ph. D. degree from Control Systems Centre, University of Manchester Institute of Science and Technology, Manchester, United Kingdom. He is currently a professor at Beijing University of Aeronautics and Astronautics. His research interests include control systems design of flight vehicles, self-repairing control systems, and advanced simulation technology.)