



非完整约束轮式移动机器人 人工场导向控制研究¹⁾

王越超 景兴建

(中国科学院沈阳机器人学开放研究实验室 沈阳 110015)

(E-mail: jing-xingjian@sina.com)

摘要 导向控制在非完整约束轮式移动机器人的运动控制中具有重要作用. 该文通过建立人工场的方法来引导和控制方向角, 通过辅助的线速度控制前进或后退, 以获取最佳收敛路径. 同时考虑到实际系统速度饱和限制, 从而设计出一种新的非连续位姿镇定律. 并将该结果扩展, 使得平面内任意点-点镇定、轨迹跟踪和路径跟踪问题均可得以实现, 且对于跟踪问题仅需知道期望位姿, 所得控制器不仅设计简单、鲁棒性强、收敛速度快, 还具有一定的普遍性.

关键词 轮式移动机器人, 非完整约束, 镇定, 人工场, 导向控制

中图分类号 TP24

STEERING AND CONTROL OF NONHOLONOMIC WHEELED MOBILE ROBOTS USING ARTIFICIAL FIELDS

WANG Yue-Chao JING Xing-Jian

(Robotics Laboratory, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016)

(E-mail: jing-xingjian@sina.com)

Abstract Steering places an important role in control of nonholonomic wheeled mobile robots (WMRs). In this paper, we use artificial fields to steer and control the steering angle and derive a linear velocity control law to guarantee the optimal convergent trajectory. The proposed approach can be used to realize arbitrary point-to-point stabilization, trajectory tracking and path following. Easy design, fast convergence, and adaptability to other nonholonomic mobile bases are also its obvious advantages compared to some existing methods.

Key words Wheeled mobile robots, nonholonomic constraints, stabilization, artificial field, steering and control

1 引言

轮式移动机器人(Wheeled Mobile Robots, WMRs)的控制问题由于存在非完整运动

1)国家“863”计划智能机器人主题项目(863-512-9820-06)资助

收稿日期 2000-06-20 收修改稿日期 2001-07-18

约束而具有挑战性^[1,2]. Brockett 的研究结果表明^[2], 尽管非完整系统是开环可控的, 但通过设计可微或连续的时不变纯状态反馈控制律不能将其镇定到期望位姿上. 因此, 对于非完整约束轮式移动机器人的控制问题, 就主要集中在设计光滑或分段光滑的时变状态反馈控制律和不连续的时不变状态反馈控制律两方面上^[1]. 借助非线性控制理论或反馈线性化等方法, 文献[3, 4~9]等分别设计了不同的光滑时变或非连续的反反馈控制律, 其方法即构造微分同态映射或选择合适的输入/输出函数, 将一个具有非完整约束的系统转变为链式系统或一个线性的解耦的系统, 从而再设计其满足性能要求的控制律. 尽管这些方法都很有效, 但其不便之处在于控制器设计及其结构一般比较复杂, 而且有时收敛速度较慢. 同时, 有的方法仅仅是针对一个特定的 WMRs 的某一个具体问题而设计的镇定或路径跟踪控制^[10,11], 因而缺乏普遍性.

为此, 本文提出了一种基于人工场进行导向与控制的非连续位姿镇定新方法. 该方法不仅设计简单, 而且收敛速度快, 同时还兼顾实际系统速度的饱和限制, 其扩展后的控制律既可实现平面内任意点-点镇定, 还可在仅知期望位姿的情况下实现任意轨迹和路径的跟踪. 这种基于人工场导向控制的控制律设计思想, 还具有一定的普遍性.

2 非完整约束轮式移动机器人的运动学和动力学模型

考虑图 1 所示 WMRs, 假定机器人的重心在其几何中心上, 则运动学和动力学方程为^[12,13]

$$\dot{q} = S(q)v(t), \quad M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + \tau_d = B(q)\Gamma - A^T(q)\lambda \quad (1), (2)$$

非完整约束具有形式

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (3)$$

其中 q 为 n 维广义坐标, $v(t) = [v \ \omega]^T$, $M(q)$ 是 (n, n) 对称正定惯量矩阵, $V_m(q, \dot{q})$ 为 (n, n) 离心力和哥氏力矩阵, $G(q)$ 表示重力影响, τ_d 代表有界未知扰动, $B(q)$ 为 (n, r) 输入转换矩阵, Γ 即 $(r, 1)$ 输入矩阵, λ 为 $(m, 1)$ 约束力矢量, 矩阵 $S(q)$ 构成 $A(q)(m, n)$ 的零空间, 即

$$AS = 0 \quad (4)$$

对于纯转动而不滑动的运动约束可写为 $\dot{y}\cos\theta - \dot{x}\sin\theta = 0$. 由此可得 $A(q) = [-\sin\theta \ \cos\theta \ 0]$,

$$q \text{ 即 } [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{\theta}]^T. \text{ 可以验证 } S(q) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

基于图 1 所示移动机器人结构, 由 Lagrangian 方程可得动力学方程参数

$$M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_v \end{bmatrix}, \quad V_m(q, \dot{q}) = 0_{3 \times 3}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_r \\ \Gamma_t \end{bmatrix}, \quad B(q) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\theta \\ \sin\theta & \sin\theta \\ R & -R \end{bmatrix}.$$

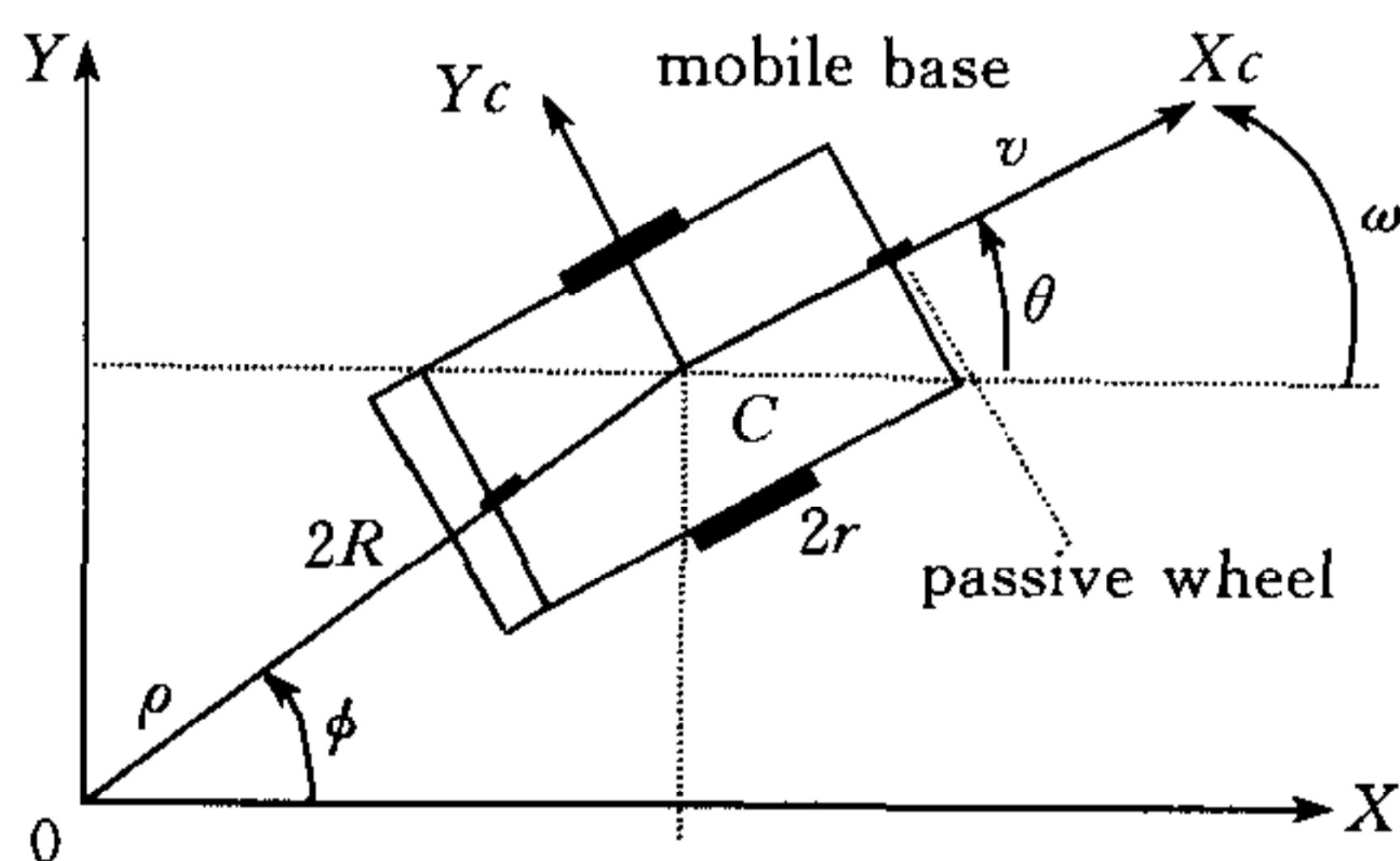


图 1 WMRs 的结构及运动坐标系

3 人工场导向与控制

方向角控制在 WMRs 的位姿镇定中有着特殊的作用. 本文将通过建立两个人工场, 即导向静电场和方向误差引力场, 来分别用以规划和控制方向角. 首先 WMRs 的位姿可表示为 $q=[x,y,\theta]^T$, 其中 $\theta \in [-2\pi, 2\pi]$. 假定最终期望位姿 $q_d=[0 \ 0 \ 0]^T$. 可以设想在期望位姿处沿 x 轴方向存在一电藕极子(设其正电荷在右侧), 则在坐标平面内可形成一静电场(见图 2(a)), 此即所建立的人工导向静电场. 在图 2(a)所示坐标平面内, 给定任意一点即可据该点处的电场力矢量求出其电力线方向, 如果控制移动机器人在 y 轴左侧沿电力线方向运动而在 y 轴右侧背电力线反向运动, 在角度跟踪误差足够小的情况下 WMRs 必将沿着某条电力线运动到期望位姿. 为计算方便可将每条电力线设计成一个过原点且与 x 轴相切的圆, 此时电力线方向即圆的切线方向(见图 2(b)), 而该方向即设定为 WMRs 当前期望的运动方向 θ_d .

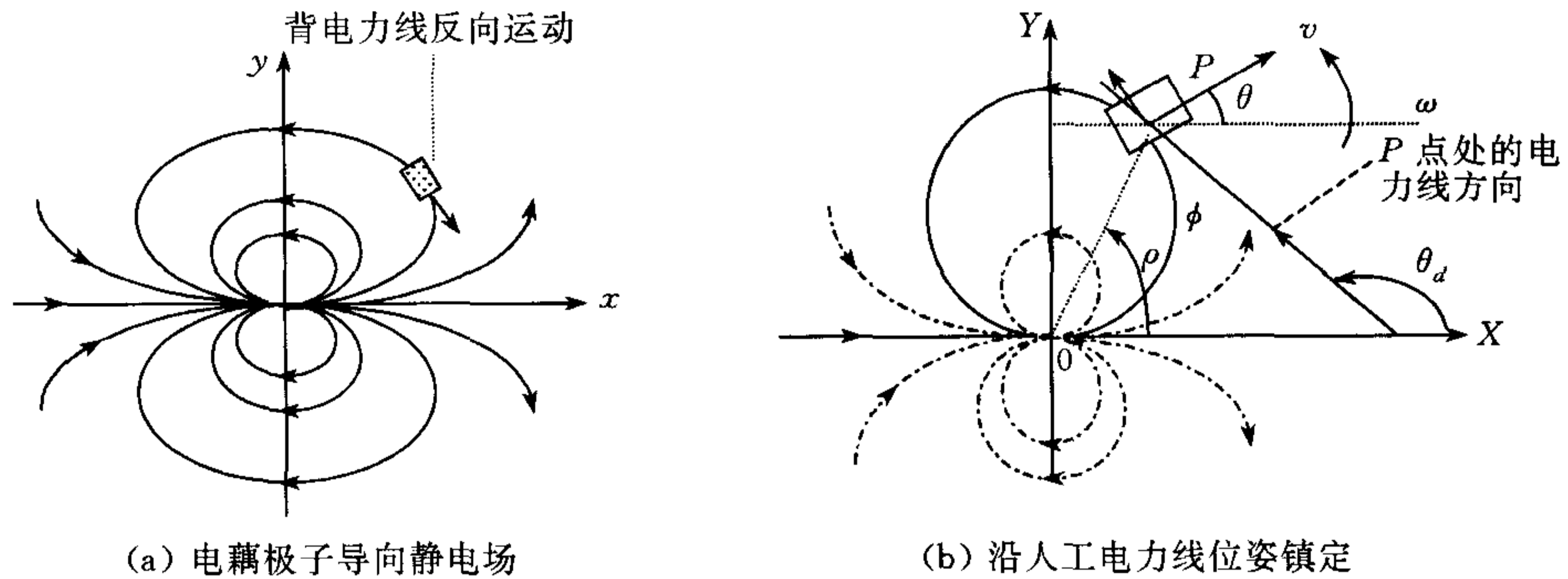


图 2 人工导向静电场导向控制示意图

人工场导向位姿镇定问题可描述为: 给定坐标平面内 WMRs 的任意起始位姿 q_0 和最终期望位姿 $q_d([0,0,0]^T)$, 寻求方向角控制律 $\omega_r=f_\omega$ 和线速度控制律 $v_r=f_v$, 使 WMRs 在有限时间内沿着假想的电力线从 q_0 收敛到 q_d .

在图 2(b)中已知 WMRs 上运动坐标系原点 P 的坐标 (x,y) , 由计算可得 $\theta_d=2\text{atan}(y/x)$, 为保证其在 $[-2\pi, 2\pi]$ 间连续变化, 可定义

$$\theta_d = \begin{cases} 2\text{atan}(y/x), & \text{if } x \geq 0, \\ \pi\text{sign}(y), & \text{if } |x| < 0.001 \text{ 且 } |y| > 0.1, \\ 2(\pi\text{sign}(y) + \text{atan}(y/x)), & \text{其它.} \end{cases}$$

为控制 WMRs 沿人工导向静电场规划的方向运动, 下面通过建立(人工)方向误差引力场来设计 WMRs 角速度控制律. 假想 WMRs 在期望方向角处具有吸引力, 于是当 WMRs 偏离其期望方向时将受到一假想引力的作用而自动向该期望方向偏转. 考虑系统转动动能 $J=I_v\omega^2/2$, 假想转动势能 $\psi=K_{f1}(\theta-\theta_d)^2/2$, $K_{f1}>0$, 则代入 Lagrange 方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial(J-\psi)}{\partial\dot{\theta}} \right) - \frac{\partial(J-\psi)}{\partial\theta} = F_{\text{ext}},$$

其中 F_{ext} 为作用于系统的非保守力可定义为^[14] $F_{\text{ext}}=-K_{f2}\omega(K_{f2}>0)$.

据运动学方程(1)有

$$d\theta/dt = \omega \quad (5)$$

由上可得

$$-K_{f2}\dot{\theta} = I_v\ddot{\theta} + K_{f1}e_{fi} \quad (6)$$

其中 $e_{fi} = \theta - \theta_d$. 显然, 只要保证 $K_{f1}, K_{f2} > 0$, 则基于方向误差引力场所得方向角微分动力学方程(6)是稳定的, 并将稳定收敛于期望方向角 θ_d . 由式(6)可得

$$\ddot{\theta} = (-K_{f2}\dot{\theta} - K_{f1}e_{fi})/I_v \quad (7)$$

令

$$\omega = K_w\ddot{\theta} \quad (8)$$

其中 $K_w > 0$. 可以证明由式(5), (7), (8)所组成的导向系统稳定收敛于期望方向角 θ_d .

证明. 将式(8)代入式(5)得 $\dot{\theta} = K_w\ddot{\theta}$, 将式(7)代入并整理得 $k_1\dot{\theta} + k_2e_{fi} = 0$, 即 $k_1\dot{\theta} + k_2(\theta - \theta_d) = 0$. 其中 $k_1 = 1 + K_wK_{f2}/I_v > 0$, $k_2 = K_wK_{f1}/I_v > 0$. 此式的稳定性是很显然的, 且 θ 将指数收敛于期望方向角 θ_d . 故得证. 证毕.

REMARK 1. 假设平面足够大并设定线速度 v 为某一常量, 导向的稳定性可保证初始位姿不在 $\{(x, 0, 0) | x > 0\}$ 内的状态的收敛性. 可见人工场导向控制系统在初始和最终期望方向角之间起到了逐步过渡和渐进引导的作用. 但为了保证位姿 $\{(x, 0, 0) | x > 0\}$ 收敛及避免初始位姿在第 1, 2 象限时走过一个很大的圆轨迹, 就需引入辅助的线速度控制.

REMARK 2. 对于初始位姿 $[-1, 1, -\pi]^T$, 期望方向角 $\pi < \theta_d < 2\pi$, 此时机器人会不必要地转过一个很大的角度 ($> 2\pi$), 为此可将 e_{fi} 修改为 $e_{fi} = \min\{e_{fi}, e_{fi} + 2\pi, e_{fi} - 2\pi\}$. 此外, 式(7)中 K_{f1}, K_{f2} 较大将使调整速度增快, 但却需要较大的电机力矩, 为使电机输出力矩平缓可作修改 $K_{fi} = \min\{KF_i(t/T), KF_i\}$, $i = 1, 2$. 这里 t 为时间, T, KF_i 分别为一调整后的理想常量.

接下来推导线速度控制律. 将运动方程用极坐标表示, 可得表达式 $d\rho/dt = v\cos(\phi - \theta)$, 其中 ϕ 可表示为 $\phi = \theta_d/2, \rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$. 设计

$$v = -K_v\rho/\cos(\phi - \theta), K_v > 0 \quad (9)$$

代入上式得 $d\rho/dt = -K_v\rho$. 因此可得 $\rho = \rho_0 e^{-K_v t}$, ρ_0 为初始值. 显然极径 ρ 满足指数收敛.

REMARK 3. 可以验证, 线速度控制律(9)有效地解决了 REMARK 1 中所讨论的问题, 它确定 WMRs 运动的向前或向后以实现在 y 轴左侧沿电力线运动, 而在 y 轴右侧背电力线反向运动, 从而保证最佳路径和特殊位姿的收敛. 但考虑速度饱和限制, 可对式(9)作如下修改: 令 vr 为式(9), 则

$$v = \text{sign}(vr) \min\{a_0 t, V_{\max}, |vr|\} \quad (10a)$$

其中 $a_0, V_{\max} > 0$. 可以证明此时极径 ρ 亦收敛.

证明. 令 $vmin = \min\{a_0 t, V_{\max}, |vr|\}$, 则恒有 $vmin > 0 (t > 0)$. 由式(9)可得 $\text{sign}(vr) = \text{sign}(-\cos(\phi - \theta))$, 所以式(10a)可表达为 $v = vmin * \text{sign}(-\cos(\phi - \theta))$. 将其代入 $d\rho/dt = v\cos(\phi - \theta)$, 得 $d\rho/dt = vmin * \text{sign}(-\cos(\phi - \theta)) * \cos(\phi - \theta)$. 如果 $\cos(\phi - \theta) > 0$, $d\rho/dt = -vmin * \cos(\phi - \theta) < 0$; 如果 $\cos(\phi - \theta) < 0$, $d\rho/dt = vmin * \cos(\phi - \theta) < 0$; 对于情形 $\cos(\phi - \theta) = 0$ (此时 $d\rho/dt = 0$), 如果 $\phi - \theta \rightarrow \pi/2$, 则 $\cos(\phi - \theta) \rightarrow +0$, 于是 $v = -vmin \neq 0$. 由 REMARK 3 所述在角度跟踪误差足够小的情况下有 $\phi - \theta \approx \theta_d/2$, 既然 $v \neq 0$ 且 θ_d 是连续变化的, 因此 WMRs 将很快脱离 $\cos(\phi - \theta) = 0$ 的状态. 对于 $\phi - \theta \rightarrow -\pi/2$ 或 $\pm 3\pi/2$, 亦然.

因此式(10a)可以保证极径收敛.

证毕.

此外,由 REMARK 1 知 WMRs 沿电力线运动的结果,极径最终必趋向于零.

REMARK 4. 假设某时刻 WMRs 处于状态 $\{(0, y, \pi) | y > 0\}$, 此时 $\phi = \pi/2$, 由式(10a)得 $v > 0$. 于是在下一时刻 (x, y) 进入第 2 象限, 由导向控制系统此时 θ_d 将稍大于 π , 但由于跟踪误差仍有 $\theta \approx \pi$, 而 $\phi > \pi/2$ (且变化量相对较大), 故有 $\cos(\phi - \theta) > 0$, 从而有 $v < 0$, 于是 WMRs 将反方向运动; 当其刚刚进入第 1 象限, 此时仍有 $\theta \approx \pi$, 而 $\phi < \pi/2$ (且变化量相对较大), v 变为正, WMRs 再次反向运动, 这样将振荡. 分析可知, 整个状态空间内存在一条不连续面 $\{(0, y, \theta) | \theta = \pm\pi\}$, 因方向跟踪误差的存在, 将扩展成一个更大的不连续区域 $\{(0, y, \theta) | \theta \in (-\pi - \Delta, \pi + \Delta)\}$, 在式(10a)作用下, 系统在该区域将可能发生振荡. 为避免振荡, 可将式(10a)作如下调整:

$$\begin{aligned} \text{if } |y| \geq |x| * \tan(\pi/2 - \Delta) \text{ 且 } \theta \in (\pm\pi - \Delta, \pm\pi + \Delta) \\ vr(kT) = \text{sign}(vr(k(T-1))) * |vr(kT)| \end{aligned} \quad (10b)$$

其中 Δ 为运动到上述区域内最大方向角误差, $vr(kT)$ 表示第 k 时刻的速度. 可以证明式(10b)避免了系统在状态 $\{(0, y, \theta) | \theta = \pm\pi\}$ 可能发生的振荡.

证明. 由上分析, 状态 $\{(0, y, \pi) | y > 0\}$ 下一时刻系统在第 2 象限. 在区域 $|y| \geq |x| * \tan(\pi/2 - \Delta)$ 内, 由式(11)知系统速度不变方向, 故 $v > 0$. 当运动出边界时

$$\begin{aligned} \phi - \theta = \theta_d/2 - (\theta_d - \Delta) = -\theta_d/2 + \Delta = -(\pi + \text{atan}(y/x)) + \Delta = \\ -\pi - \text{atan}(y/x) + \Delta = -\pi + \text{atan}(y/|x|) + \Delta. \end{aligned}$$

此时有 $y/|x| < \tan(\pi/2 - \Delta)$, 故 $\phi - \theta < -\pi + \pi/2 - \Delta + \Delta = -\pi/2$, 于是 $\cos(\phi - \theta) < 0$, 由式(10a)得 $v > 0$. 因此系统速度将不再反向. 由于对称性, 对于其它情形亦然. 证毕.

至此, 式(8)和(10)即所得位姿镇定律. 本节 WMRs 的最终期望位姿设定在 $[0 \ 0 \ 0]^T$ 这一特殊的情况, 为得到平面内任意点-点镇定律, 并能够实现期望轨迹和路径的跟踪, 需对其进行扩展. 考虑图 3 所示, 坐标系 $\{O, X, Y\}$ 的原点 O 及 X 轴分别代表了期望位姿的位置和方向. 要想使 WMRs 从世界坐标系 $\{O_w, X_w, Y_w\}$ 中任意一点收敛到该期望位置, 首先可以对 WMRs 的位姿进行坐标转换, 将其从世界坐标系 $\{O_w, X_w, Y_w\}$

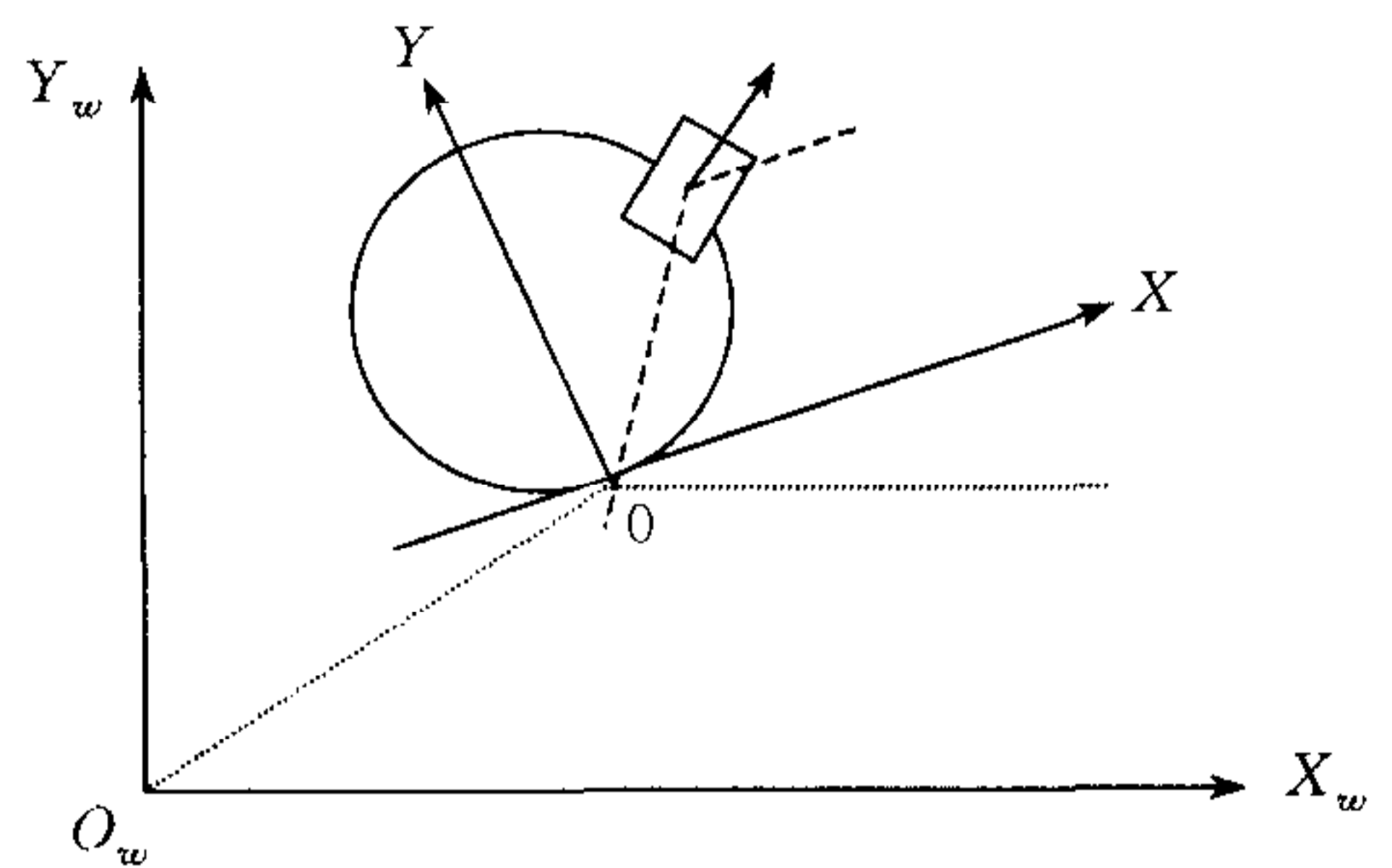


图 3 位姿镇定扩展

变换到局部坐标系 $\{O, X, Y\}$ 中, 于是前面所得位姿镇定律在局部坐标系 $\{O, X, Y\}$ 中即可运用. 对于轨迹跟踪或路径跟踪, 则相当于每一个期望位置都有一个局部坐标系, 对每一个位置进行镇定即可得到对期望轨迹或路径的跟踪. 因此对于跟踪问题, 本文方法只需知道期望位姿即可.

4 仿真实验

仿真实验所采用的模型参数为 $m = 10\text{kg}$, $I_v = 5\text{kgm}^2$, $R = 0.5\text{m}$, $r = 0.05\text{m}$. 有关控制参数分别为 $K_p = \text{diag}(10, 10)$, $K_{f1} = 250$, $K_{f2} = 10$, $K_v = 0.8$.

4.1 镇定与跟踪

图 4 给出了系统从位姿 $[1, 1, \pi]$ 到位姿 $[0, 0, 0]$ 的位置、速度的变化曲线. 图 5 给出了运

动力学扩展后的系统镇定曲线,其中图 5(a)为由位姿 $[1, -1, 0]$ 到位姿 $[2, 3, -\pi/2]$ 的收敛曲线,图 5(b)为从不同位置 $[x, y, -\pi/2]$ 出发对一个在半圆上运动的目标的跟踪.由图 4 可以看出系统的速度及力矩都是不连续的,由于考虑了饱和限制,因此其变化幅度都不大.图 5 则说明了扩展后系统实现任意点-点镇定和轨迹跟踪的能力,轨迹跟踪只需知道期望位姿.

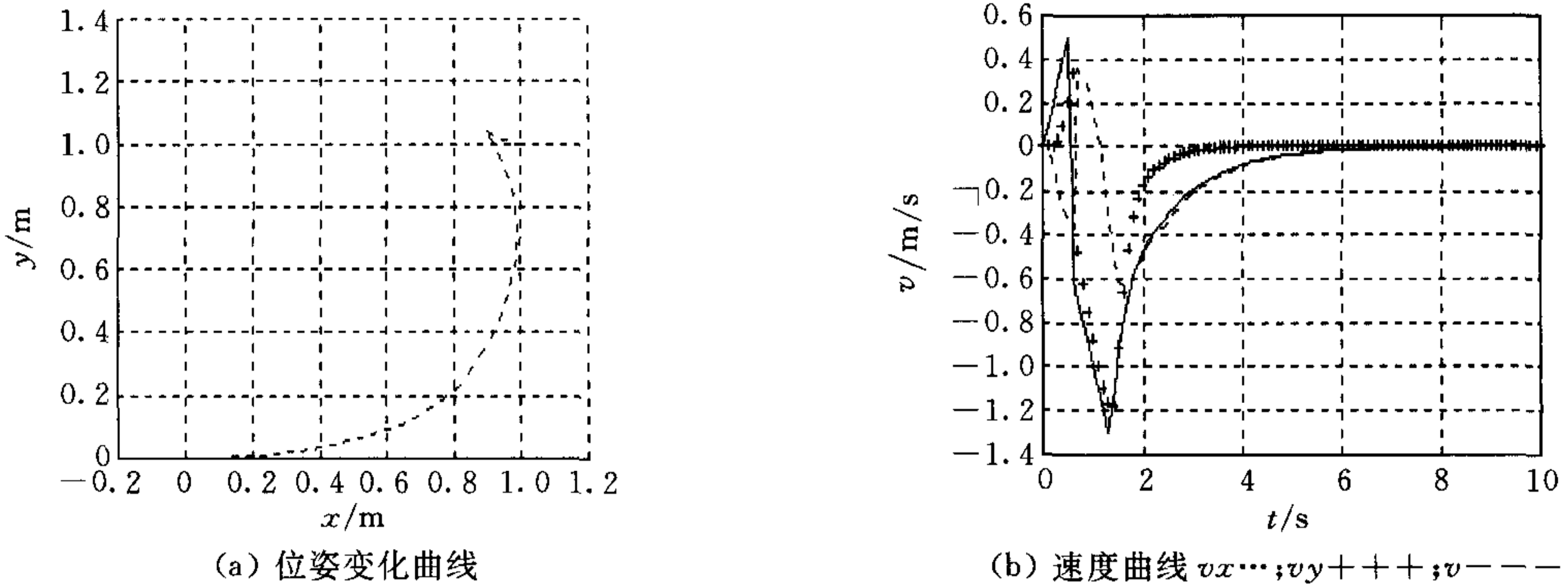


图 4 从 $[1, 1, \pi]$ 到 $[0, 0, 0]$ 的位置、速度变化曲线

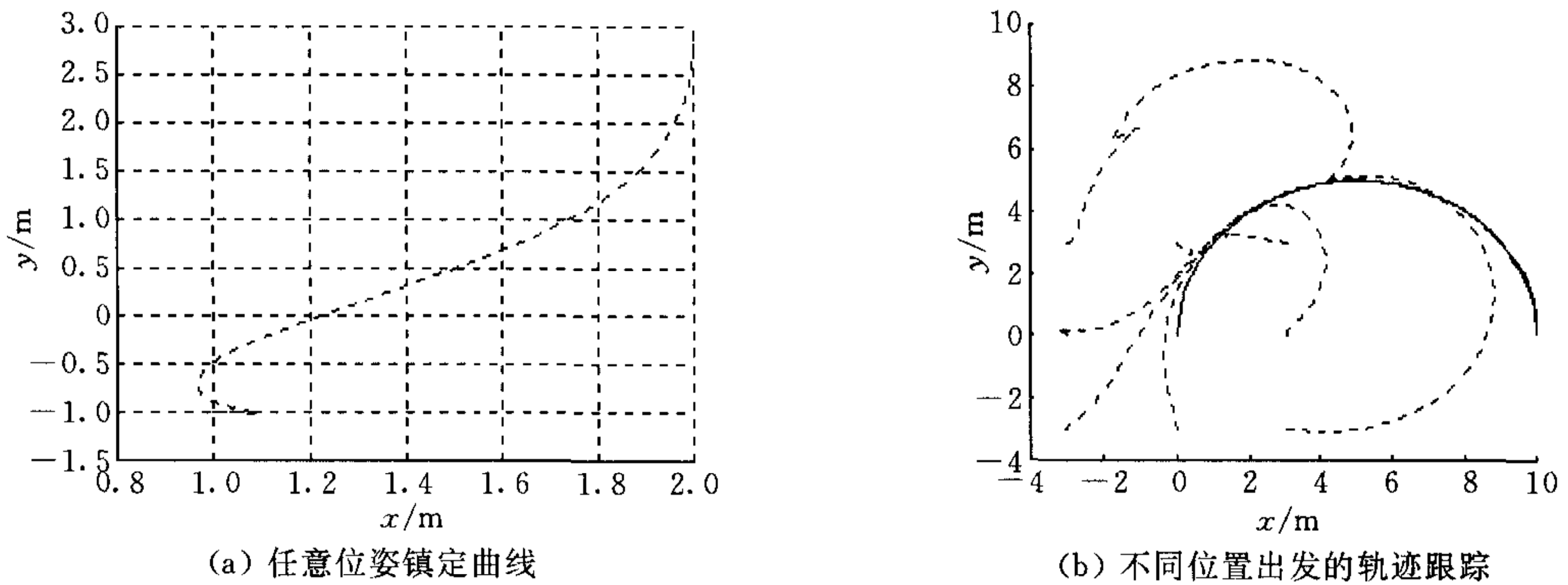


图 5

4.2 与其它跟踪方法的对比

本文方法与文献[15]方法进行了跟踪实验对比.从 $[1, -1, \pi/2]$ 出发跟踪一正弦曲线,实验中 30 秒时模仿有一障碍物挡着机器人不能运动,第 60 秒时移去.图 6 给出了仿真结

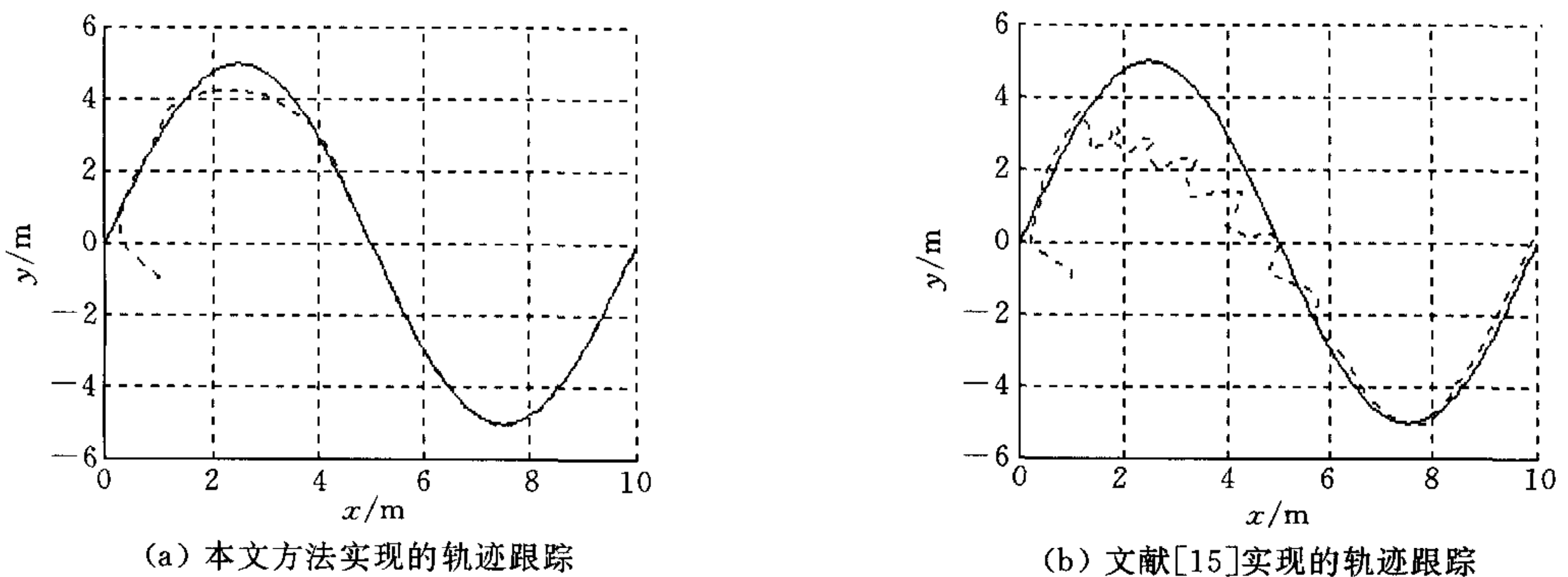


图 6

果. 由图 6 可以看出在突发障碍移去后, 本文方法仍可以平稳收敛, 而文献[15]方法则产生振荡. 从而说明本文方法有较好的稳定收敛能力和时间不依赖性(time-independent).

5 结论

针对 WMRs 的镇定问题, 本文提出了一种建立人工导向静电场和方向误差引力场进行控制的方法. 导向静电场用于规划 WMRs 的运动方向, 方向误差引力场则用于控制 WMRs 方向角以实现期望方向的跟踪. 所设计的线速度控制仅用以保证最佳路径的获得, 相对于势场导向控制系统它只是起辅助作用, 主要用于确定 WMRs 的运动方向(前进或后退). 最后对上述结果进行扩展, 使得 WMRs 能够实现平面内任意点-点镇定和跟踪. 动态跟踪只需知道跟踪目标的位姿, 相对于传统的和现有的 WMRs 控制器, 本文方法设计简单、收敛速度快, 其基于人工场导向控制的控制律设计思想还具有一定的普遍性.

参 考 文 献

- 1 Ilya Kolmanovsky *et al.* Developments in nonholonomic control problems. *IEEE Control System*, 1995, 20~36
- 2 Brockett R W *et al.* Asymptotic stability and feedback stabilization. *Differential Geometric Control Theory*, 1983, 181~208
- 3 Nilanjan Sarkar *et al.* Control of mechanical systems with rolling constraints: Application to dynamic control of mobile robots. *The Int. Journal of Robotics Research*, 1994, **13**(1):64~70
- 4 Claude Samson. Control of chained systems application to path following and time-varying point-stabilization of mobile robots. *IEEE Trans. Automa. Control*, 1995, **11**(2):64~77
- 5 Sordalen O J *et al.* Exponential stabilizfation of nonholonomic chanined systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1995, **40**(1):35~49
- 6 Dong Wen-Jie *et al.* Tracking control of wheeled mobile robots with unknown dynamics. In: Proceedings of the 1999 IEEE Int. Conf. Robot. Automa. , 1999. 2645~2650
- 7 Mukherjee Ranjan *et al.* Feedback control strategies for a nonholonomic mobile robot using a nonlinear oscillator. *Journal of Robotic Systems*, 1999, **16**(4):237~248
- 8 B. d' Andr-ea-Novel *et al.* Control of nonholonomic wheeled mobile robots by state feedback linearization. *The International Journal of Robotics Research*, 1995, **14**(6):543~559
- 9 Kyucheol park *et al.* Point stabilization of mobile robots via state space exact feedback linearization. In: Proceedings of the 1999 IEEE Int. Conf. Robot. Automa. , 1999. 2626~2631
- 10 Hamwl T *et al.* Robust control laws for wheeled mobile robots. *Int. Journal System Science*, 1996, **27**(8):695~704
- 11 Aguilar L E *et al.* Robust path-following control with exponential stability for mobile robots. In: Proceeding of the 1998 IEEE Int. Conference on Robotics Automation, 1998. 3279~3284
- 12 Yang Jung-Min *et al.* Sliding mode motion control of nonholonomic mobile robots. *IEEE Control Systems*, April, 1999, 15~23
- 13 Chun-Yi *et al.* Robust motion/force control of mechanical systems with classical nonholonomic constraints. *IEEE Trans Autom. Control*, 1994, **39**(3):609~614
- 14 Martin D Adams *et al.* High speed target pursuit and asymptotic stability in mobile robotics. *IEEE Trans. Robot. Automat*, 1999, **15**(2):230~237
- 15 Kanayama Y *et al.* A stable tracking control method for an autonomous mobile robot. In: Proc IEEE Int. Conf. Robot. Automat. , 1995, 384~389

王越超 研究员, 博士生导师, 中科院机器人学开放实验室主任. 研究兴趣为机器人控制.

景兴建 1998 年获浙江大学理学学士, 现在中科院沈阳自动化所机器人学开放实验室攻读硕士学位. 研究兴趣为智能计算方法、移动机器人运动控制.